

Tema 1. Numeros Racionales e Irracionales. Notación Científica.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

Los **números reales** se dividen en dos categorías principales: **números racionales** e **irracionales**. Los **números racionales** se pueden expresar como el **cociente de dos enteros** (como 3.443 o 0.75), mientras que los **números irracionales** no pueden representarse de esta manera, presentando una **representación decimal infinita** y no periódica, como ocurre con π o $\sqrt{2}$.

Desde tiempos antiguos, los números han sido **esenciales** en la vida cotidiana. Se utilizan para **contar, medir cosechas y gestionar finanzas personales**. En la actualidad, los números son fundamentales para actividades diarias, como **entender facturas, calcular precios**, o incluso comunicar **datos sobre el clima**, como la temperatura.

Con el avance de la tecnología, herramientas como **calculadoras y ordenadores** nos permiten realizar **cálculos complejos** de manera rápida y sencilla. Las **hojas de cálculo** son especialmente útiles para llevar un control de nuestras **finanzas**, gestionar **presupuestos** y hacer un seguimiento de nuestros **gastos**. En resumen, el **conocimiento y uso de los números** son esenciales para **comprender y participar activamente** en el mundo moderno.

1. Los distintos tipos de números

Antes de llegar a las cuentas que realizamos en nuestras casas en la vida diaria vamos a hacer un repaso por los diferentes tipos de números que nos podemos encontrar y cómo los representamos.

Antes de entrar en las cuentas que hacemos en la vida diaria, es importante repasar los **diferentes tipos de números** que usamos y cómo los representamos. Los números están presentes en múltiples contextos y se pueden clasificar en varias categorías fundamentales:

1. **Números naturales ($\mathbb{N}$):** Son los números que usamos para contar objetos y representar cantidades enteras no negativas. Ejemplos: 1, 2, 3, 4... Los números naturales no incluyen el 0 en algunas definiciones, pero otras versiones más amplias lo incluyen.
2. **Números enteros ($\mathbb{Z}$):** Incluyen tanto los números naturales como sus versiones negativas y el cero. Ejemplos: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... Estos números nos permiten representar situaciones como las **temperaturas negativas** o las **deudas**.
3. **Números racionales ($\mathbb{Q}$):** Son aquellos números que se pueden expresar como una fracción de dos números enteros, donde el denominador es distinto de 0. Ejemplos: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 0.25. Los números racionales incluyen a los enteros, ya que cualquier entero puede expresarse como una fracción (por ejemplo, 3 es $\frac{3}{1}$).
4. **Números irracionales:** Son aquellos que no pueden expresarse como una fracción exacta de dos enteros. Su representación decimal es infinita y no periódica. Ejemplos: π , $\sqrt{2}$
5. **Números reales ($\mathbb{R}$):** Esta categoría incluye tanto los números racionales como los irracionales, cubriendo así todas las posibilidades de números que se pueden representar en la recta numérica. Ejemplos: -2, 0, 1.5, $\sqrt{5}$

Conociendo estas diferentes categorías, podemos aplicar mejor los números en nuestra vida diaria, como al calcular precios, entender nuestras facturas o representar situaciones que involucren fracciones, porcentajes o números negativos.

1.1. Los números naturales

Los **números naturales** son los primeros que aprendemos desde pequeños y nos permiten **contar objetos** como manzanas, libros o cartas. Se utilizan para representar cantidades enteras positivas, sin decimales ni fracciones. Estos números, los más intuitivos, se representan con el símbolo $\mathbb{N}$ y son:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 15, 16, \dots, 66, 67, 68, 12345, 12346, \dots\}$$

Propiedades de los Números Naturales:

1. **Orden:** Siempre que tengamos un número natural, existe otro número posterior que se obtiene sumándole uno. Por ejemplo:

$$2 + 1 = 3, \quad 66 + 1 = 67$$

2. **Comparación:** Los números naturales pueden compararse usando los símbolos $<$ (menor que) y $>$ (mayor que). Por ejemplo:

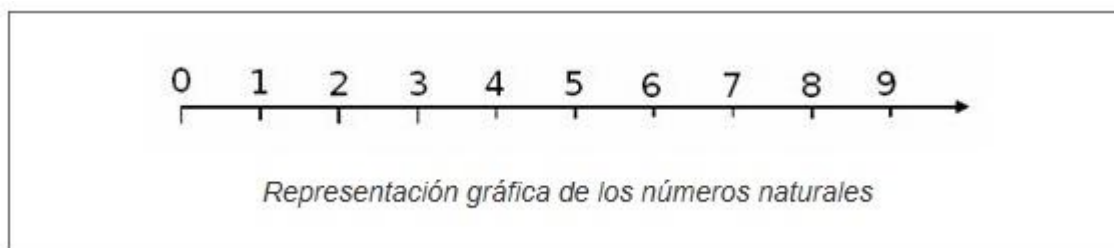
$$0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 66 < 67$$

Inversamente, de mayor a menor:

$$67 > 66 > 4 > 3 > 2 > 1 > 0$$

Para no confundirte, recuerda que la parte **abierta del símbolo** siempre debe "mirar" al número mayor.

3. **Representación gráfica:** Los números naturales se pueden representar en una **semirrecta numérica** que comienza en el 0 y se extiende infinitamente hacia la derecha, con marcas equidistantes que representan los números en orden creciente.



Antes de seguir adelante **deberías de repasar** como se opera con los números naturales: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello una opción es repasar los contenidos del módulo 1: Tema 1 del Bloque 1, los apartados del 1.3 al 1.7 ambos inclusive; o consultar la siguiente página http://www.vitutor.com/di/n/numeros_naturales.html



Rellenar huecos

Indica si son correctas o no las siguientes expresiones.

a) $34 < 43$

b) $70 < 58$

c) $25 + 13 < 31$

d) $114 + 37 > 108 + 41$

Enviar

1.2. Los números enteros

Cuando restamos $5 - 8$, obtenemos el resultado -3 , un número negativo. Este valor **no es un número natural**, ya que los números naturales son siempre positivos y comienzan desde 1, sin incluir números negativos.

Los números enteros ($\mathbb{Z}$)

Para manejar estos números negativos, se introducen los **números enteros**, que incluyen los números naturales, sus opuestos (negativos) y el cero. El conjunto de los números enteros se denota como $\mathbb{Z}$ y está compuesto por:

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Propiedades importantes de los números enteros:

1. **Opuestos**: Todo número entero tiene un opuesto, que es el mismo número pero con el signo cambiado. Por ejemplo:

- ✓ El opuesto de -5 es $+5$.
- ✓ El opuesto de $+8$ es -8 .
- ✓ El opuesto de 0 es 0 , ya que 0 no tiene signo.

2. **Valor absoluto**: El **valor absoluto** de un número entero es el número natural asociado, independientemente de su signo. Se representa como $|a|$ y se calcula quitando el signo del número.

- ✓ Ejemplo: $|-7| = 7$, $|+5| = 5$.

Orden de los números enteros

Para ordenar los números enteros, se siguen algunas reglas básicas:

- ✓ **Todo número positivo** es mayor que cualquier número negativo.
 - ➡ Ejemplo: $-3 < 8$
- ✓ El **cero** es mayor que cualquier número negativo, pero menor que cualquier número positivo.
 - ➡ Ejemplo: $-6 < 0 < 9$
- ✓ Entre dos números positivos, el que tiene **mayor valor absoluto** es mayor.
 - ➡ Ejemplo: $6 < 19$ porque $|6| < |19|$
- ✓ Entre dos números negativos, el que tiene **menor valor absoluto** es mayor.
 - ➡ Ejemplo: $-7 > -15$, porque $|7| < |15|$

Si te cuesta recordar estas reglas, puedes imaginarte los números enteros en una **recta numérica**. Los números más a la izquierda son los menores, y los más a la derecha son los mayores.

Representación

Para representar los números enteros seguimos los siguientes pasos:

- ✓ Trazamos una recta horizontal y situamos en ella el 0

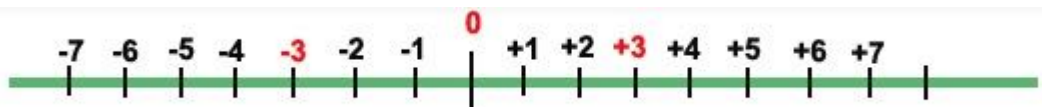


El 0 divide a la recta en dos semirrectas.

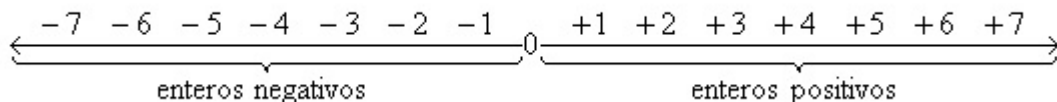
- ✓ Dividimos cada una de las dos semirrectas en partes iguales



- ✓ Situamos los números enteros sobre las semirrectas: los enteros positivos a la derecha del cero, y los enteros negativos a la izquierda del cero:



- ✓ Es decir, quedaría de la siguiente forma:



Antes de continuar definimos lo que se llama valor absoluto de un número, que se representa escribiendo el número entre dos barras verticales ($|-7|$, y se lee "valor absoluto de -7").

El valor absoluto de un número entero es el número natural que se obtiene al quitarle el signo al número inicial, luego $|-7| = 7$.

Ejemplos:

- $|+5| = 5$
- $|-12| = 12$
- $|14| = 14$
- $|-8| = 8$

A la hora de ordenar los números enteros se cumplen las siguientes reglas:

- ✓ Cualquier número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo.
Ejemplo: $-3 < 8$

- ✓ El cero es mayor que cualquier número entero negativo y menor que cualquier número entero positivo.
Ejemplo: $-6 < 0 < 9$
- ✓ Dados dos números enteros positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
Ejemplo: $+6$ y $+19$, $|+6| = 6$ y $|+19| = 19 \Rightarrow 6 < 19$
- ✓ Dados dos números enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto.
Ejemplo: -7 y -15 , $|-7| = 7$ y $|-15| = 15 \Rightarrow$ como $7 < 15$, se cumple que $-15 < -7$

Si te cuesta trabajo recordar estas reglas, no olvides que otra forma de saber cuando un número entero es mayor o menor que otro, es situar ambos números en la recta numérica: el menor de ellos es el que queda más a la izquierda.

Para continuar repasa las operaciones con números enteros: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello una opción es repasar los contenidos del módulo 1: Tema 2 del Bloque 1 apartado 2. Para practicar con números enteros visita la siguiente página web: https://www.vitutor.net/1/numeros_enteros.html



Rellenar huecos

Halla el opuesto y el valor absoluto de:

- a) $+16$
- b) -11
- c) $(-11)+7$
- d) $23-18$

a) *opuesto* = --- *valor absoluto* =

b) *opuesto* = --- *valor absoluto* =

c) *opuesto* = --- *valor absoluto* =

d) *opuesto* = --- *valor absoluto* =

Enviar



Rellenar huecos

Ordena de mayor a menor todos los números obtenidos como resultado en los cuatro apartados de la actividad 1

Enviar



Caso práctico

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

Preguntas:

1. $(+6) - (-2) + (-5) - (+4) = ?$
2. $(-5) - (-5) - (+7) + (-6) = ?$
3. $(-1) - (-10) + (+5) - (+7) = ?$
4. $14 - (12 + 2) = ?$
5. $17 - (-9 - 14) = ?$
6. $-14 + (6 - 13) = ?$
7. $2 + (7 - 3) - (8 - 4) = ?$
8. $-1 - (2 - 5) + (7 - 4) = ?$

Recordatorio sobre la Suma de Números Enteros:

1. Suma de números enteros con el mismo signo:

- ✔ Si los números son **positivos**, simplemente sumamos sus valores absolutos y el resultado también será positivo. Ejemplo: $(+3) + (+5) = +8$
- ✔ Si los números son **negativos**, sumamos sus valores absolutos y el resultado será negativo. Ejemplo: $(-4) + (-6) = -10$

2. Suma de números enteros con signos diferentes:

- ✔ En este caso, restamos los valores absolutos y el resultado tendrá el **signo del número con mayor valor absoluto**. Ejemplo: $(+7) + (-3) = +4$ (el valor absoluto de 7 es mayor que el de 3, por lo que el resultado es positivo).

3. Suma de varios números con distintos signos:

- ✔ **Paso 1:** Se suman por separado los números **positivos** y los **negativos**.
- ✔ **Paso 2:** Luego, se restan los resultados obtenidos, y el resultado tendrá el signo del número con mayor valor absoluto.

Ejemplo:

$$(+8) + (-5) + (-3) + (+2) = (8 + 2) + (-5 - 3) = 10 + (-8) = +2$$

Significado del signo (-):

- ✔ El **signo menos (-)** puede tener dos funciones diferentes:
 - ➡ **Indicar un número negativo:** Por ejemplo, en -8 , el signo menos indica que el número es negativo.
 - ➡ **Indicar una operación de resta:** En una operación como $14 - (-6)$, el primer signo menos indica una resta, mientras que el segundo signo menos indica que el número es negativo.

Paréntesis:

Los **paréntesis** indican que las operaciones que están dentro deben resolverse primero. Por ejemplo, en la operación $14 - (12 + 2)$, primero se calcula el valor del paréntesis:

$$14 - (12 + 2) = 14 - 14 = 0.$$

Mostrar retroalimentación

Soluciones:

1. $(+6) - (-2) + (-5) - (+4)$

- ✔ Restar un número negativo es lo mismo que sumarlo:

$$6 + 2 - 5 - 4 = -1$$

Resultado: -1

2. $(-5) - (-5) - (+7) + (-6)$

- ✔ Restar un número negativo es lo mismo que sumarlo:

$$-5 + 5 - 7 - 6 = -13$$

Resultado: -13

3. $(-1) - (-10) + (+5) - (+7)$

- ✔ Restar un número negativo es lo mismo que sumarlo:

$$-1 + 10 + 5 - 7 = 7$$

Resultado: 7

4. $14 - (12 + 2)$

✔ Resolver primero el paréntesis:

$$14 - 14 = 0$$

Resultado: 0

5. $17 - (-9 - 14)$

✔ Resolver primero el paréntesis:

$$17 - (-23) = 17 + 23 = 40$$

Resultado: 40

6. $-14 + (6 - 13)$

✔ Resolver primero el paréntesis:

$$-14 + (-7) = -21$$

Resultado: -21

7. $2 + (7 - 3) - (8 - 4)$

✔ Resolver los paréntesis:

$$2 + 4 - 4 = 2$$

Resultado: 2

8. $-1 - (2 - 5) + (7 - 4)$

✔ Resolver los paréntesis:

$$-1 - (-3) + 3 = -1 + 3 + 3 = 5$$

Resultado: 5

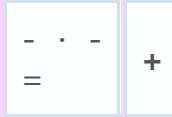


Actividad

RECUERDA QUE:

Para hallar el producto de dos números enteros hay que multiplicar sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando ambos números o factores tienen el mismo signo y negativo cuando tienen signos diferentes.

REGLA DE LOS SIGNOS	$+$ · $+$ =	$+$
	$+$ · $-$ =	$-$
	$-$ · $+$ =	$-$



Para dividir dos números enteros se dividen sus valores absolutos. El cociente tiene signo positivo si los dos números o factores tienen el mismo signo y signo negativo si tienen diferentes signos. Se sigue la misma regla de los signos que para el producto.

Jerarquía de operaciones:

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

1. Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.
2. Calcular las potencias y raíces.
3. Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
4. Realizar las sumas y restas.



Caso práctico

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $12 - \{7 + 4 \cdot 2 - [(-2)^2 \cdot 2 - 6]\} + (2^2 + 6 - 5 \cdot 3) + 3 - (5 - 2^2 : 2) =$

b) $6 - \{3 - [-13 + 3 \cdot (-2) \cdot 2] \cdot 5\} - [4 - (-2)^3] + 6 =$

Mostrar retroalimentación

a) $= 12 - \{7 + 8 - [4 \cdot 2 - 6]\} + (4 + 6 - 15) + 3 - (5 - 4 : 2) = 12 - \{7 + 8 - [8 - 6]\} + (10 - 15) + 3 - (5 - 2) = 12 - \{15 - 2\} + (-5) + 3 - 3 = 12 - 13 - 5 + 3 - 3 = 15 - 21 = -6$

b) $6 - \{3 - [-13 + 3 \cdot (-4)] \cdot 5\} - [4 - (-8)] + 6 = 6 - \{3 - [-13 - 12] \cdot 5\} - [4 + 8] + 6 = 6 - \{3 - [-25] \cdot 5\} - 12 + 6 = 6 - \{3 - [-125]\} - 6 = 6 - (3 + 125) - 6 = -128$

1.3. Los números racionales

El número $\frac{3}{4}$ es un buen ejemplo para ilustrar los **números racionales**.

¿Es $\frac{3}{4}$ un número natural o entero?

- ✔ $\frac{3}{4}$ **no es un número natural**. Los números naturales son los números enteros positivos que usamos para contar (1, 2, 3,...), y no incluyen fracciones.
- ✔ $\frac{3}{4}$ **tampoco es un número entero**. Los números enteros incluyen los naturales, el cero, y los enteros negativos, pero no fracciones.

¿Qué es $\frac{3}{4}$? Es un número racional.

Los **números racionales** se definen como aquellos que se pueden expresar mediante una fracción $\frac{a}{b}$, donde:

- ✔ a y b son números enteros (es decir, $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$).
- ✔ $b \neq 0$ (el denominador no puede ser cero).

En este caso, 3 es el **numerador** y 4 es el **denominador**, ambos son números enteros, y el denominador no es cero, por lo que $\frac{3}{4}$ cumple con la definición de número racional.

El conjunto de los números racionales se representa con el símbolo $\mathbb{Q}$ y se define de la siguiente manera:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Esto significa que cualquier número que se pueda expresar como una fracción de dos enteros, con el denominador distinto de cero, es un número racional.

Ejemplos de números racionales:

- ✔ $\frac{-5}{3}$
- ✔ $\frac{7}{2}$
- ✔ $-\frac{72}{1}$ (un número entero también es racional porque puede expresarse como una fracción con denominador 1).

Conclusión:

- ✓ El número $\frac{3}{4}$ **no es natural** ni **entero**, pero **sí es un número racional** porque se puede expresar como una fracción con enteros en el numerador y denominador, y el denominador no es cero.

En resumen, **los números racionales** como $\frac{3}{4}$ representan una ampliación de los enteros y naturales, ya que permiten expresar cantidades fraccionarias o divisiones que no son exactas.

Con todo esto, escribiéndolo un poco más formalmente,

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

El símbolo $/$ significa “tal que”, es un enlace a la hora de escribir en matemáticas.

El símbolo $\in$ significa que "a" pertenece a los números enteros.

Algunas consecuencias inmediatas de la definición de número racional es que:

- ✓ Todo número natural es racional.

Ejemplo: $2 = \frac{4}{2}$

- ✓ Todo número entero es racional.

Ejemplo: $(-3) = \frac{-6}{2}$

Como recordarás, el inverso de un número es aquel que al multiplicarlo por el número da como resultado 1, es decir, dado un número racional :

$$\frac{a}{b}, \text{ su inverso es } \frac{b}{a}, \text{ puesto que } \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

Todos los números racionales, salvo el cero, tienen inverso. Esta es la característica más importante que diferencian a los racionales de los enteros, ya que en los números enteros, solamente el 1 tiene inverso que es el mismo.

Ejemplos:

$$\text{El inverso de } \frac{6}{7} \text{ es } \frac{7}{6}$$

$$\text{El inverso de } \frac{-3}{5} \text{ es } \frac{5}{-3}$$

Para representar los números racionales hay que seguir los siguientes pasos, para ilustrarlo veamos un ejemplo:

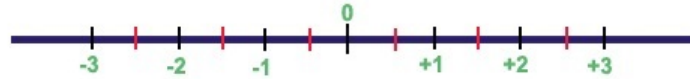
Queremos representar el número racional:

$$\left[\frac{3}{2} \right]$$

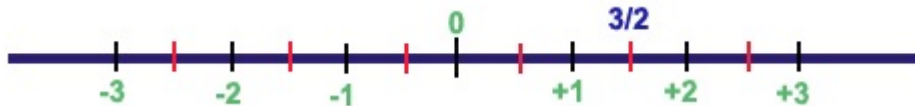
[GIF](#)

1.- Dibujamos la recta numérica

2.- Dividimos cada segmento unidad en "b" partes iguales, en nuestro caso b=2. (Un segmento unidad es el trozo de recta que hay comprendido entre dos números consecutivos de la recta numérica).



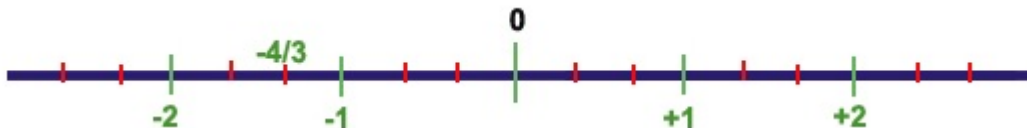
3.- Contamos "a" partes, de entre las que hemos subdividido la recta, desde el 0 y en el sentido de su signo, en nuestro caso a = 3, y como es positivo, contamos desde el 0 hacia la derecha. Luego:



Ejemplo: Representamos el número

$$\left[\frac{-4}{3} \right]$$

[GIF](#)



A la hora de saber cuando un número racional es mayor o menor que otro podemos utilizar métodos sencillos, como por ejemplo hacer la división y comparar los números decimales que se obtienen o representar ambos números en la recta numérica de modo que el que esté más a la izquierda es el menor.

$$\frac{-4}{3} < \frac{3}{2}$$

De esta forma con los dos ejemplos que hemos usado anteriormente:

Este es el momento de repasar las operaciones con números racionales, lo puedes encontrar en el contenido del módulo 1 (Tema 3 del Bloque 2). He aquí algunos enlaces interesantes: http://www.vitutor.com/di/r/a_10.html y <http://www.vitutor.com/di/r/fra.html> éstos te servirá para repasar operaciones con fracciones y números racionales: sumas, restas, multiplicación, división, potencias y operaciones combinadas.

Éste otro es útil para confirmar si sabemos representar números racionales en la recta real. <https://www.geogebra.org/b/J3gkdMYB#material/G3JcVmq2>

Recuerda la Notación Científica

La **notación científica** es una forma conveniente de escribir **números muy grandes o muy pequeños**. Nos permite expresar estos números como el producto de un número y una **potencia de 10**. El formato general es:

$$a \times 10^n$$

Donde:

- ✔ a es un número mayor o igual a 1 y menor que 10 (es decir, la parte entera tiene solo un dígito distinto de cero).
- ✔ n es un número entero que indica cuántos lugares se mueve el punto decimal.

Ejemplos de Notación Científica:

1. Número muy grande:

Hay aproximadamente **6.000.000.000** de habitantes en la Tierra. En notación científica, esto se escribe como:

$$6 \times 10^9$$

Esto se debe a que el número **6.000.000.000** es igual a **6** $\times$ **1.000.000.000**, y **1.000.000.000** es 10^9 .

- ✔ Al mover el punto decimal 9 posiciones hacia la izquierda, obtenemos el número 6, que cumple con la regla de ser mayor o igual a 1 y menor que 10.

2. Número muy pequeño:

El diámetro de un glóbulo rojo es **0,0000075 mm**. En notación científica, esto se escribe como:

$$7,5 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

Esto se debe a que el punto decimal se movió 6 posiciones hacia la derecha para obtener un número mayor o igual a 1 y menor que 10.

Cómo Convertir Números a Notación Científica:

1. Para números grandes:

- ✔ Mueve el punto decimal hacia la izquierda hasta obtener un número entre 1 y 10.
- ✔ El número de lugares que mueves el punto decimal se convierte en el exponente positivo de la potencia de 10.

2. Para números pequeños:

- ✔ Mueve el punto decimal hacia la derecha hasta que el número esté entre 1

y 10.

- ✓ El número de lugares que mueves el punto decimal se convierte en el exponente negativo de la potencia de 10.

Resumen:

- ✓ Números grandes se expresan con **exponentes positivos**.
- ✓ Números pequeños se expresan con **exponentes negativos**.

La notación científica es especialmente útil en campos como la astronomía, biología y física, donde se manejan cifras extremas.



Caso práctico

Ordena de mayor a menor los siguientes pares de números racionales.

a) $\frac{5}{12}$

b) $-\frac{2}{7}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{8}{4}$

SOLUCION

$$\frac{8}{4} > \frac{5}{12} > \frac{3}{8} > -\frac{2}{7}$$

Escribe la fracción inversa de:

a) $\frac{4}{6}$

b) $\frac{5}{-2}$

c) $\frac{5}{-9}$

d) $\frac{2}{-8}$

SOLUCION

$$\frac{6}{4}, \frac{-2}{5}, \frac{-9}{5}, \frac{-8}{2}$$



Caso práctico

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

$$a) \frac{2}{6} + \frac{1}{2} - \frac{12}{3} = \quad b) \frac{1}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{2} = \quad c) \frac{7}{12} + \frac{2}{3} - \frac{7}{2} =$$

Para sumar o restar números racionales, éstos han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo. Para ello necesitas realizar el m.c.m.

Una vez que todas las fracciones tienen el mismo denominador, sólo tienes que sumar/restar numeradores y poner el mismo denominador.

Mostrar retroalimentación

$$a) \frac{-19}{6} \quad b) \frac{107}{30} \quad c) \frac{-27}{12}$$



Caso práctico

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

$$a) \frac{-5}{6} \cdot \frac{4}{3} = \quad b) \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{5} = \quad c) \frac{-5}{6} : \frac{4}{3} = \quad d) \frac{7}{6} : \frac{4}{5} =$$

Para multiplicar números racionales se halla un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

Al **dividir dos números racionales** obtendremos otro número racional cuyo numerador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Observa que es como si se multiplicara en cruz.

RECUERDA simplificar o reducir siempre que se pueda.

Mostrar retroalimentación

$$a) \frac{-20}{18} = \frac{-10}{9} \quad b) \frac{27}{35} \quad c) \frac{-15}{24} = \frac{-5}{8} \quad d) \frac{35}{24}$$

Jerarquía de las operaciones con racionales

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

1. Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.
2. Calcular las potencias y raíces.
3. Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
4. Realizar las sumas y restas.

Propiedades de las potencias de fracciones con racionales

1- Para elevar una fracción a una potencia se eleva tanto el numerador como el denominador al exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

2- Potencias de exponente negativo: Es la fracción inversa de la misma potencia, pero con exponente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

3- Potencia de exponente cero: Es la unidad.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

4- Producto de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

5. División de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

6. Potencia de una potencia: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}$$

7. Producto de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{6}{35}\right)^3$$

8. Cociente de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2}\right)^3 = \left(\frac{21}{10}\right)^3$$



Ejercicio

Realiza las siguientes operaciones:

$$a) -\frac{3}{4} \cdot \left[7 + 6 \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \right) \right] = \quad b) \left(\frac{3}{2} \right)^6 : \left(\frac{3}{5} \right)^6 - \left[\left(\frac{5}{2} \right)^2 \right]^3 =$$

$$c) \left[1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2} + 1 \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \right] + 1 =$$

SOLUCIÓN

- a) -3
- b) 0
- c) 7/10



Caso práctico

Simplifica las siguientes expresiones:

$$a) \left(\frac{5}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^{-4} \div \left(\frac{25}{4} \right)^3 = \quad b) \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7} \right)^3 \cdot \left(\frac{9}{49} \right)^4}{\left(\frac{3}{7} \right)^2 \cdot \left(\frac{27}{343} \right)^2 \cdot \left(\frac{7}{3} \right)^{-1}} =$$

SOLUCIÓN

$$a) = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right)^6 = \frac{5}{2}$$

$$b) = \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^4}{\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{3}{7}\right)^3\right]^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^1} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^8}{\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)} = \frac{\left(\frac{3}{7}\right)^{12}}{\left(\frac{3}{7}\right)^9} = \left(\frac{3}{7}\right)^3$$



Caso práctico

Escribe en notación científica los siguientes números:

- a) 0,0000000007999
- b) 1560000
- c) $25,23 \cdot 10^{-7}$
- d) $0,245 \cdot 10^{-4}$

SOLUCIÓN

- a) $7,999 \cdot 10^{-10}$
- b) $1,56 \cdot 10^6$
- c) $2,523 \cdot 10^{-6}$
- d) $2,45 \cdot 10^{-5}$



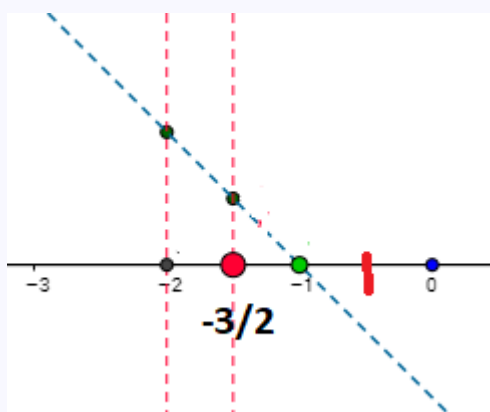
Caso práctico

Representa en la recta real los siguientes números:

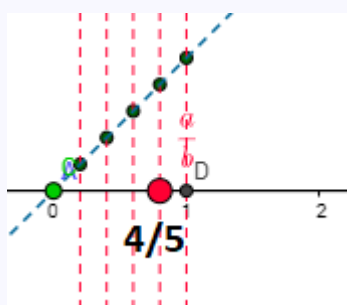
- a) $-3/2$ b) $4/5$ c) $-9/2$ d) $8/3$

SOLUCIÓN

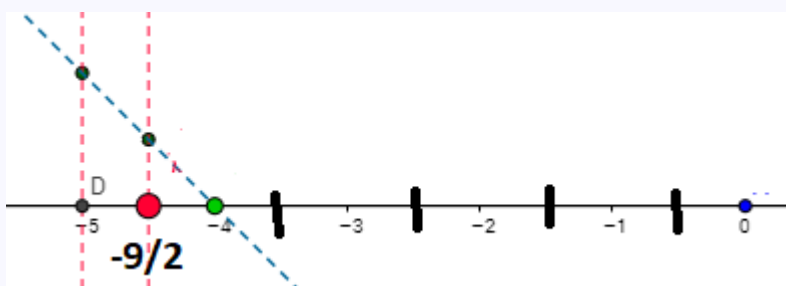
a)



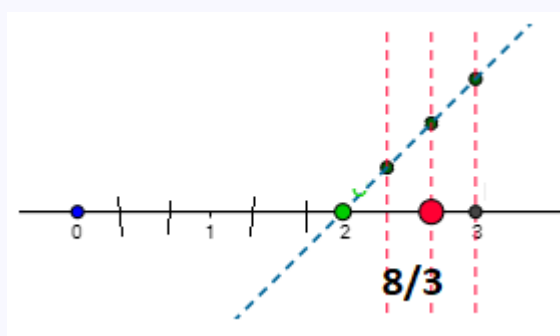
b)



c)



d)



1.4. Los números irracionales

Números Irracionales

Ya hemos explorado los **números naturales**, **enteros** y **racionales**, pero existe otro tipo de números importantes en las matemáticas: los **números irracionales**.

Los números **irracionales** son aquellos que **no pueden expresarse** como una fracción de dos números enteros. Su característica más destacada es que tienen **infinitas cifras decimales** que **no se repiten** de manera periódica. A diferencia de los números racionales, donde los decimales pueden terminar o ser periódicos, los decimales de un número irracional no siguen ningún patrón repetitivo.

Ejemplos de Números Irracionales:

1. π (Pi):

Es un número irracional famoso, aproximadamente igual a **3.14159...**, pero continúa infinitamente sin repetirse.

2. $\sqrt{2}$ Es otro número irracional, cuyo valor aproximado es 1.41421..., y sigue con cifras decimales que nunca se repiten.

3. e (Número de Euler):

Aproximadamente igual a **2.71828...**, también es un número irracional ampliamente utilizado en matemáticas.

Comparación de Números Irracionales:

Comparar dos números irracionales puede ser complicado porque no podemos representarlos de manera exacta. Para saber si un número irracional es mayor o menor que otro, lo hacemos de forma **aproximada**:

- ✓ **Paso 1:** Calculamos el valor aproximado del número usando una **calculadora** o una aproximación conocida.
- ✓ **Paso 2:** Representamos ambos números en una **recta numérica**.
- ✓ **Paso 3:** El número que queda **más a la izquierda** es el **menor** y el que queda **más a la derecha** es el **mayor**.

Ejemplo de Comparación:

$$\sqrt{2} \approx 1.414$$

Resumen:

- ✓ Los números irracionales **no pueden ser escritos como fracciones**.
- ✓ Tienen **infinitas cifras decimales no periódicas**.
- ✓ Para comparar dos números irracionales, usamos una **aproximación** y los ubicamos en una **recta numérica**. El que esté más a la izquierda es menor.

Los números irracionales son una parte fundamental de las matemáticas y se utilizan en diversos campos, como geometría, trigonometría y cálculo.



Caso práctico

Ordena de mayor a menor los siguientes números irracionales:

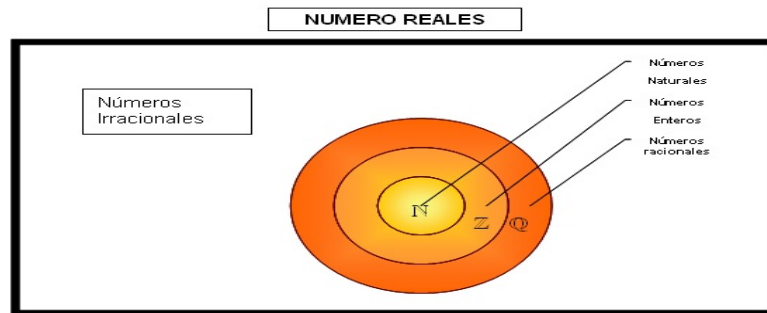
$$[2\sqrt{3}] \quad (1-\sqrt{5}) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sqrt{7}-3$$

SOLUCION

$$(1-\sqrt{5}) < \sqrt{7}-3 < \frac{\sqrt{2}}{2} < [2\sqrt{3}]$$

1.5. Los números reales

A lo largo de este tema hemos estudiado los números naturales, enteros, racionales e irracionales; a todos estos números juntos se les llama números reales.



Los números reales se representan sobre la recta numérica que toma el nombre de los números que contiene y se denomina **recta real**. A cada punto de la recta le corresponde un número real y a cada número real un punto en la recta. Por ejemplo:

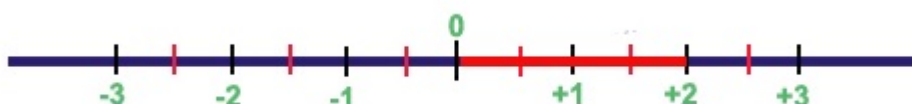


1.5.1. Intervalos

Una vez vista la recta real donde están representados todos los tipos de números que hemos estudiado, se llama intervalo, determinado por dos números reales, a todos los números que se pueden representar en la recta real entre ambos, es decir, a todos los números que puedo colocar en el segmento de recta real determinado por dos número reales.

Ejemplo:

El intervalo entre 0 y 2 es, gráficamente, la zona coloreada de rojo en la recta real:



A los números que determinan el intervalo se les denomina extremos.

Dependiendo de si los extremos se incluyen en el intervalo o no, la forma de escribirlo matemáticamente varía. Cuando los extremos pertenecen al intervalo se usan los símbolos "[" o "]", si los extremos no están dentro del intervalos se usan los símbolos "(" o ")". Los extremos, a la hora de escribir, se ponen de menor a mayor.

Una propiedad importante de los intervalos es que están formados por infinitos números reales.

Ejemplos

Veamos algunos ejemplos para ilustrar lo anterior:

- ✓ Intervalo $[-1, 2]$, es el que tenemos representado en el dibujo anterior. En este caso hemos considerado que tanto el -1 como el 2 están dentro del intervalo.
- ✓ Intervalo $[-1, 2)$, igual que antes pero en este caso el 2 no está en el intervalo, es decir, son todos los números comprendidos entre el -1 (inclusive) hasta el 2 (sin incluir).
- ✓ Intervalo $(-1, 2]$, es el mismo que antes pero en este caso el número que no está dentro del intervalo es el -1 .
- ✓ Intervalo $(-1, 2)$, en este caso ninguno de los dos extremos están incluidos en el intervalo, es decir, son todos los números desde el -1 al 2 pero sin incluir ninguno de ellos.

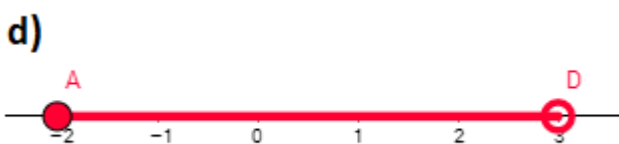
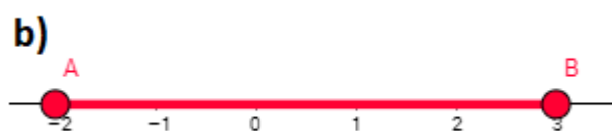
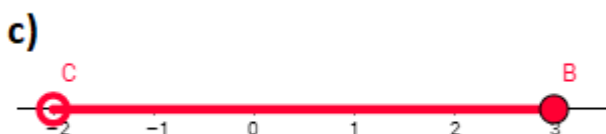


Caso práctico

Dibuja en la recta real los siguientes intervalos:

a) $(-2,3)$ b) $[-2,3]$ c) $(-2,3]$ d) $[-2,3)$

solución



Caso práctico

Indica si el número que se escribe pertenece o no al intervalo que se muestra:

a) El $-2 \in (-2, 3)$? b) El $-3 \in [-3, 3]$?

c) El $-\frac{1}{2} \in (-1, 3]$? d) El $\sqrt{2} \in [-2, 0)$

Mostrar retroalimentación

a) NO

b) SI

c) SI

d) NO

2. Notación Científica

La **notación científica** es una forma de expresar números de manera que sea más fácil manejar grandes o pequeños valores.

La notación científica se utiliza para expresar números en la forma $a \times 10^n$, donde:

- ✔ a es un número decimal mayor o igual a 1 y menor que 10.
- ✔ n es un entero que indica cuántas posiciones se desplaza la coma decimal.

Ejemplos:

- ✔ 1,000,000 se expresa como 1×10^6 .
- ✔ 0.0001 se expresa como 1×10^{-4} .

Números Racionales

Los números racionales pueden ser expresados en notación científica. Por ejemplo:

- ✔ 34433443 se puede escribir como 3.443×10^7
- ✔ 0.750.75 se puede expresar como 7.5×10^{-1}

Números Irracionales

Los números irracionales también pueden representarse en notación científica, aunque su forma decimal es infinita y no periódica. Ejemplos:

- ✔ π se puede escribir como 3.14×10^0 (aunque la representación exacta es infinita).
- ✔ $\sqrt{2}$

3. Aplicaciones Prácticas de la Notación Científica

Aplicaciones Prácticas

1. Cálculo de Porcentajes:

- ✓ Cuando se trabaja con porcentajes grandes, la notación científica puede simplificar los cálculos. Por ejemplo, si deseas calcular el 15% de 5.6×10^4 :

$$0.15 \times (5.6 \times 10^4) = 0.15 \times 5.6 \times 10^4 = 0.84 \times 10^4 = 8.4 \times 10^3$$

- ✓ Aquí, el uso de notación científica ayuda a manejar los números grandes de forma más sencilla.

2. Medidas Científicas:

- ✓ En campos como la física o la química, las medidas a menudo se expresan en notación científica (por ejemplo, la constante de Planck, 6.626×10^{-34} Js. Esto es útil en cálculos relacionados con cantidades muy pequeñas o muy grandes.

3. Finanzas:

- ✓ Al calcular intereses compuestos o tasas de crecimiento en inversiones, la notación científica puede ser útil para representar valores que crecen rápidamente, como 1.2×10^5 (120,000) en inversiones a largo plazo.

4. Estadísticas y Datos:

- ✓ Al analizar datos de poblaciones o estadísticas que abarcan grandes números, la notación científica permite visualizar cifras de manera más clara y comprensible.

La notación científica simplifica los cálculos con números muy grandes o muy pequeños, facilitando su uso en cálculos diarios, desde porcentajes hasta análisis financieros y científicos. Su comprensión puede hacer que las matemáticas sean más accesibles y manejables en diversas situaciones cotidianas.



Reflexiona

¿Cómo podría la notación científica cambiar la manera en que los estudiantes perciben y resuelven problemas matemáticos complejos?

Mostrar retroalimentación

La notación científica puede desmitificar las matemáticas al presentar números grandes y pequeños de manera más manejable. Al familiarizarse con esta forma, los estudiantes pueden desarrollar una mayor confianza en sus habilidades para resolver problemas complejos, lo que puede fomentar una actitud más positiva hacia las matemáticas en general. Esto también les permite ver la relevancia de las matemáticas en contextos reales, como la ciencia y la economía.



Reflexiona

¿Por qué es importante utilizar la notación científica en campos como la física y la química?

Mostrar retroalimentación

La notación científica es crucial en física y química porque estas disciplinas a menudo tratan con cantidades extremas, ya sean muy grandes (como distancias en astronomía) o muy pequeñas (como las partículas subatómicas). Esta notación permite a los científicos comunicar resultados de manera clara y concisa, evitando confusiones que podrían surgir con números escritos de forma estándar. Además, facilita los cálculos y la comparación de magnitudes, lo que es esencial en experimentos y formulaciones.



Reflexiona

En el ámbito financiero, ¿cómo puede la notación científica ayudar a los inversores a tomar decisiones más informadas?

Mostrar retroalimentación

La notación científica ayuda a los inversores a visualizar rápidamente cantidades grandes, como el crecimiento exponencial de inversiones, sin perderse en ceros. Por ejemplo, al comparar tasas de crecimiento de diferentes activos, utilizar notación científica permite una comparación más

directa y clara. Esto puede ayudar a identificar oportunidades y riesgos de manera más efectiva, promoviendo decisiones más informadas y estratégicas.



Reflexiona

¿Qué impacto tiene la notación científica en la interpretación de datos estadísticos y su comunicación al público?

Mostrar retroalimentación

La notación científica mejora la interpretación de datos estadísticos al hacer cifras grandes más accesibles y comprensibles. Cuando los datos se presentan en este formato, es más fácil para el público identificar tendencias y patrones sin sentirse abrumado por números extensos. Esto también fomenta una mejor educación y comprensión pública sobre temas complejos, como el cambio climático o la economía, donde la comunicación efectiva de datos es fundamental para la toma de decisiones informadas.



Reflexiona

¿Qué desafíos pueden surgir al enseñar la notación científica a estudiantes que no están familiarizados con conceptos matemáticos avanzados?

Mostrar retroalimentación

Un desafío común es la resistencia al cambio, ya que muchos estudiantes pueden sentirse cómodos con la notación estándar. Además, algunos pueden tener dificultades con el concepto de exponentes y su interpretación. Para superar esto, es fundamental ofrecer ejemplos prácticos y contextualizados que muestren la utilidad de la notación científica en situaciones cotidianas. La enseñanza activa, mediante problemas reales y visualizaciones, también puede facilitar la comprensión y hacer la materia más atractiva.

3.1. Cálculo de porcentajes. Los porcentajes en la economía

El término **porcentaje** significa **partes por 100**. Cuando decimos "por ciento", literalmente estamos diciendo "por cada 100". Por ejemplo, si mencionamos **50%**, estamos diciendo **50 partes de cada 100**.

3.1.1. Cálculo de porcentajes

APLICAR EL % A UNA CANTIDAD

En una clase de 45 alumnos han aprobado el curso el 20%. Para saber el número de alumnos que han aprobado debemos aplicar el porcentaje de aprobados al número total de alumnos. ¿Cómo hacemos eso? Pues disponemos de dos métodos:

a) REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA:

Si el 100% son 45 alumnos, entonces el 20% serán... X. Cómo se plantea esto:

$$\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 45 \text{ alumnos} \\ 20\% & \longrightarrow & X \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 45 \text{ alumnos} \\ 20\% & \longrightarrow & X \end{array}} \right\} \quad X = \frac{45 \cdot 20}{100} = 9 \text{ alumnos aprobaron el curso}$$

b) MULTIPLICANDO POR EL DECIMAL O LA FRACCIÓN QUE REPRESENTA AL PORCENTAJE:

Partiendo del mismo caso anterior, sería de la siguiente manera: $45 \cdot 20/100 = 45 \cdot 0,20 = 9$ alumnos aprobaron el curso

✓ CALCULAR EL % que representa una cantidad sobre el total

También se nos puede dar el caso de que **nos pregunten otra incógnita** que no sea la cantidad exacta que corresponde a un porcentaje aplicado a un valor total como lo que acabamos de ver. Imaginemos que nos preguntan qué % de alumnos han aprobado si de 256 lo han hecho 126 alumnos. ¿Cómo procederíamos entonces?.

$$\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 256 \text{ alumnos} \\ X & \longrightarrow & 126 \text{ alumnos} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 256 \text{ alumnos} \\ X & \longrightarrow & 126 \text{ alumnos} \end{array}} \right\} \quad x = \frac{126 \cdot 100}{256} = \frac{12600}{256} = 49,2\%$$

Otra situación que se nos puede presentar es la siguiente. Veamos qué % de rebaja se ha aplicado a un vestido que antes costaba 126€ y después 120€. ATENCIÓN: fíjate que la cantidad que nos rebajan es de 6€ ($126 - 120 = 6$ €), por tanto lo que necesito saber es el % que representan esos 6€ respecto del total del precio de vestido que eran 126€.

$$\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 126\text{€} \\ X & \longrightarrow & 6\text{€} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 126\text{€} \\ X & \longrightarrow & 6\text{€} \end{array}} \right\} \quad x = \frac{6 \cdot 100}{126} = 4,7\%$$



Pero cómo debemos proceder si lo que queremos saber es qué % han subido un vestido que costaba 120€ y ahora cuesta 126€. CUIDADO, no caigamos en el error de decir un 4,7%. NO ES CIERTO, el porcentaje no puede ser igual ya que uno se aplica sobre 126€ y el otro sobre 120€.

$$\begin{array}{lcl} 100 \% & \longrightarrow & 120€ \\ X & \longrightarrow & 126€ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100 \% & \longrightarrow & 120€ \\ X & \longrightarrow & 126€ \end{array}} \right\} x = \frac{6 \cdot 100}{120} = 5\%$$

✔ **CALCULAR la cantidad que representa el total o CALCULAR el 100% de una cantidad sometida a porcentaje**

Supongamos ahora que nos dicen cuántos alumnos hay en una clase sabiendo que han aprobado 20 alumnos, y éstos representan un 80% de la clase completa.

$$\begin{array}{lcl} 100 \% & \longrightarrow & x \text{ alumnos} \\ 80\% & \longrightarrow & 20 \text{ alumnos} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100 \% & \longrightarrow & x \text{ alumnos} \\ 80\% & \longrightarrow & 20 \text{ alumnos} \end{array}} \right\} x = \frac{20 \cdot 100}{80} = 25\%$$

El cálculo de porcentajes es quizás el ejemplo de función de proporcionalidad directa que con más frecuencia usamos en la vida cotidiana.

La **razón de proporcionalidad** en los problemas de porcentaje es un cociente cuyo denominador vale siempre 100, y su numerador es el valor del porcentaje que deseamos calcular.

3.1.2. Aumentos y disminuciones porcentuales

Cuando una cantidad, que representa el **100%**, **aumenta** o **disminuye** en un porcentaje, nos enfrentamos a tres tipos de situaciones comunes. Aquí te explico cómo abordarlas con ejemplos resueltos.

1. ¿Qué cantidad resulta al aumentar o disminuir en un tanto por ciento?

Cuando queremos **aumentar** o **disminuir** una cantidad en un porcentaje, calculamos el porcentaje de esa cantidad y luego lo sumamos (si es un aumento) o lo restamos (si es una disminución).

Ejemplo:

En un restaurante, el menú cuesta **10€** y se le debe agregar el **21%** de IVA.
Para calcular el precio total con IVA:

$$21\% \text{ de } 10 = 10 \times \frac{21}{100} = 10 \times 0.21 = 2.1 \text{ €}$$

Luego, sumamos este resultado al precio original:

$$10 + 2.1 = 12.1 \text{ €}$$

Resultado: El menú costará **12.1€** con el IVA incluido.

2. ¿En qué porcentaje ha variado una cantidad si se convierte en otra?

Cuando una cantidad **cambia** y queremos saber en qué **porcentaje ha variado**, utilizamos la siguiente fórmula:

$$\text{Porcentaje de variación} = \left(\frac{\text{Cantidad original} - \text{Cantidad nueva}}{\text{Cantidad original}} \right) \times 100$$

Ejemplo:

Antes de las rebajas, una bicicleta costaba **1400€**, pero después cuesta **1275€**. Queremos saber el porcentaje de descuento aplicado.

Primero, restamos para conocer la diferencia:

$$1400 - 1275 = 125 \text{ € (descuento aplicado)}$$

Luego, calculamos el porcentaje de ese descuento respecto al precio original:

$$\text{Porcentaje de descuento} = \left(\frac{125}{1400} \right) \times 100 = 8.93\%$$

Resultado: El descuento aplicado es de aproximadamente **8.93%**.

3. ¿Cuál era la cantidad original antes de un aumento o disminución porcentual?

En este caso, tenemos la cantidad **después de un cambio porcentual** y queremos saber cuál era la cantidad **antes** de ese cambio.

Ejemplo:

Si la cantidad de lluvia ha disminuido un **55%** y ahora es **350 l/m²**, ¿cuánto llovía antes?

Cuando una cantidad ha disminuido un **55%**, significa que queda el **45%** de la cantidad original (100% - 55% = 45%).

Para encontrar la cantidad original:

$$350 = \frac{45}{100} \times \text{Cantidad original}$$

Despejamos la cantidad original:

$$\text{Cantidad original} = \frac{350 \times 100}{45} = 777.78 \text{ l/m}^2$$

Resultado: Antes de la disminución, llovían **777.78 l/m²**.

Resumen:

1. **Aumentar o disminuir un porcentaje:** Calcula el porcentaje y sumarlo o restarlo a la cantidad original.
2. **Porcentaje de variación:** Usa la fórmula de variación porcentual para encontrar el cambio en porcentaje.
3. **Cantidad original antes de un cambio:** Calcula cuánto representaba la cantidad actual como porcentaje del original para retroceder al 100%.

Después de estudiar estos conceptos, deberías poder resolver estas situaciones en el día a día.

3.1.2.1. Aumentos porcentuales

Un **aumento porcentual** implica sumar un porcentaje de una cantidad a la misma cantidad original. Vamos a entender cómo calcularlo con un ejemplo concreto:

Ejemplo:

Un libro costaba **18€** hace dos meses, y su precio ha aumentado en un **12%**. La pregunta es: **¿cuánto cuesta ahora el libro?**

Método 1: Usando una regla de tres para calcular el aumento

Primero, calculamos cuánto es el **12%** de **18€**:

$$\frac{12}{100} \times 18 = 0.12 \times 18 = 2.16 \text{ €}$$

Esto significa que el precio del libro ha **aumentado en 2.16€**. Entonces, sumamos el aumento al precio original para obtener el nuevo precio:

Método 2: Calculando directamente el precio final

Podemos calcular el nuevo precio directamente usando la siguiente fórmula:

$$\text{Precio final} = \text{Precio original} + (\text{Porcentaje de aumento} \times \text{Precio original})$$

$$\text{Precio final} = \text{Precio original} + (\text{Porcentaje de aumento} \times \text{Precio original})$$

Es decir:

$$18 + 0.12 \times 18 = 18 \times (1 + 0.12) = 18 \times 1.12 = 20.16 \text{ €}$$

En esta fórmula:

- ✓ El **1** representa el **100%** del precio original.
- ✓ El **0.12** representa el **12%** del aumento.
- ✓ Sumamos **1** y **0.12** para obtener **1.12**, que es el multiplicador que usamos para calcular el nuevo precio del libro.

Resumen:

Ambos métodos nos dan el mismo resultado: **el nuevo precio del libro es 20.16€**. La **regla de tres** te ayuda a entender el aumento en términos de euros, mientras que la

fórmula directa te permite calcular el nuevo precio de una forma más rápida y eficiente.



Caso práctico

Un trabajador cobraba 1.500€ al mes en el año 2024. ¿Cuánto ganará mensualmente en 2025 si su sueldo ha subido un 1,8%?

SOLUCIÓN

razón de proporcionalidad: $1,8/100=0,018$

Por tanto: sueldo por 1 más la razón: $1500 \cdot 1,018 = 1527€$



Caso práctico

Un ordenador cuesta 780 €, que es un 20% más que hace 3 meses. ¿Cuánto costaba entonces?

Mostrar retroalimentación

¿Qué sabemos? Pues que 20% más que hace 3 meses es lo que costaba entonces más el 20% de entonces: osea, $100\% + 20\% = 120\%$ del precio antiguo. Y ese 120% es lo que cuesta ahora el ordenador: así que el 120% es 780€. Así que lo que queremos calcular es el 100%. Podríamos hacerlo con una regla de tres:

$$\begin{array}{lcl} 120\% & \longrightarrow & 780€ \\ 100\% & \longrightarrow & x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 120\% & \longrightarrow & 780€ \\ 100\% & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} x = \frac{780 \cdot 100}{120} = 650€$$



Caso práctico

En el apartado 2.2 aparecían tres situaciones reales que debemos ser capaces de resolver. La primera era:

En un restaurante, al menú de 10€, hay que añadirle el 10% de I.V.A. ¿cuánto cuesta?

SOLUCIÓN

La razón de proporcionalidad es: $10/100=0,1$. Como lo que tenemos es un aumento de precio al tener que pagar un impuesto entonces multiplicaremos el precio por $(1+0,1)=1,1$

$10 \cdot 1,1=11€$ es el precio total del menú

3.1.2.2. Disminuciones porcentuales

En el último mes de julio unos almacenes hicieron una rebaja del 15% sobre los precios de junio en los artículos de ropa para jóvenes. Un pantalón costaba en junio 14,40 €. ¿Qué descuento hay que aplicarle? ¿Cuál es su precio de venta en julio?

El porcentaje es un caso particular de las proporciones. Un 15% de descuento significa que de cada 100 € del precio de un artículo, el comercio descuenta 15 €. El importe del descuento es una magnitud proporcional al precio original. Por tanto, para resolver el problema hay que aplicar la siguiente regla de tres directa:

$$\begin{array}{ccc} 100\% & \longrightarrow & 14,40\text{€} \\ 15\% & \longrightarrow & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 100\% & \longrightarrow & 14,40\text{€} \\ 15\% & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} x = \frac{15 \cdot 14,40}{100} = 2,16\text{€}$$

Con lo que la tienda ha realizado un descuento de 2,16 €. Como consecuencia, nosotros tendremos que pagar:

$$14,40 - 2,16 = 12,24\text{€}$$

El cálculo de porcentajes es quizás el ejemplo de función de proporcionalidad directa que con más frecuencia usamos en la vida cotidiana.

La **razón de proporcionalidad** en los problemas de porcentaje es un cociente cuyo denominador vale siempre 100. Así, en nuestro ejemplo, la razón es de $15/100=0,15$.

El problema se puede resolver también multiplicando el precio original por la razón de proporcionalidad, es decir, el descuento será de: $14,40 \cdot 0,15 = 2,16\text{€}$

EJERCICIO:

Un traje valía 252 €, y se rebaja un 25 %, ¿Cuánto vale ahora?

- a. 190 €
- b. 53 €
- c. 189 €
- d. 52,5 €

El ejercicio anterior también se puede resolver con las siguientes operaciones:

$$252 \cdot (1-0,25) = 252 \cdot 0,75 = 189$$

Es el mismo proceso que el anterior para aumentos salvo porque aquí como lo que tenemos es una rebaja (disminución) lo que tenemos que hacer es restar.

PORCENTAJES ENCADENADOS:

Cuando nos hacen rebajas sobre precios rebajados tenemos que tener cuidado con lo que pensamos que nos están cobrando.

Veamos como se calcula una rebaja tras otra rebaja:

Estamos en una tienda en la que nos encontramos con el cartel “remate final: 20 % de descuento sobre lo ya rebajado”. Queremos comprarnos unos pantalones que inicialmente costaban 58 €; se les hizo una rebaja de un 15 %. ¿Cuál es el precio que tengo que pagar?

Lo que tenemos que hacer a la hora de calcularlo es hacer dos reglas de tres o dos procesos un poco más rápidos ya que son disminuciones porcentuales:

$$58 * (1 - 0,15) = 58 * 0,85 = 49,3€$$

$$49,3 * (1 - 0,20) = 49,3 * 0,80 = 39,44€$$

Con lo que al final pagaremos 39'44 €.

¿Cuál ha sido el porcentaje de rebaja que le hemos aplicado realmente a los pantalones?

- a. 35 %
- b. 33 %
- c. 34 %
- d. 32 %

CUIDADO: Aquí es dónde la mayoría nos confundimos. NO debemos pensar que los descuentos son sumativos, es decir, no podemos pensar que como la primera rebaja fue del 15% y la segunda del 20%, pues nos han hecho un 35% sobre el precio inicial. ¿POR QUÉ? porque el segundo descuento se hace sobre otra cantidad diferente a la inicial. Es decir, no rebajamos otro 20% sobre 58€, sino sobre 49,30€. Entonces, ¿cómo sabremos cuál es el descuento real hecho sobre los 58€?

Pues muy sencillo, planteando una regla de tres. El 100% será la cantidad inicial de 58€ y como lo que queremos saber es el porcentaje de rebaja, es decir LO QUE NO PAGAMOS tendremos:
 $58 - 39,44 = 18,56€$ de ahorro.

$$\begin{array}{ccc} 100\% & \longrightarrow & 58€ \\ X & \longrightarrow & 18,56€ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 100\% & \longrightarrow & 58€ \\ X & \longrightarrow & 18,56€ \end{array}} \right\} x = \frac{18,56 \cdot 100}{58} = 32\%$$



Caso práctico

Al comienzo del apartado planteamos diferentes situaciones que deberíamos saber responder. La segunda de ellas era:

Si una bicicleta antes de las rebajas costaba 1.400€ y luego 1.275€, ¿Qué porcentaje de descuento nos han hecho?

Mostrar retroalimentación

El porcentaje hay que darlo respecto al valor antiguo, así que éste (1400€) será el 100%. Lo que nos pregunta es qué porcentaje de ese valor es el que NO VAMOS A PAGAR (1400€ - 1275€=125€). Esto lo hacemos con una regla de tres, pero CUIDADO a la hora de plantearla, si lo hacemos con 1275€, el valor que obtendríamos es el porcentaje que pagamos y no el que nos descuentan :

$$\begin{array}{ccc} 100\% & \longrightarrow & 1400\text{€} \\ x & \longrightarrow & 125\text{€} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 100\% & \longrightarrow & 1400\text{€} \\ x & \longrightarrow & 125\text{€} \end{array}} \right\} x = \frac{125 \cdot 100}{1400} = 8,93\%$$



Actividad

Observa: Es muy importante saber qué cantidad es el 100%, ya que todos los porcentajes lo serán respecto a ella. Cuando una cantidad cambia a otra en un determinado porcentaje, el 100% es siempre la cantidad antigua. Si es un aumento, la cantidad nueva representará un porcentaje mayor que 100% del antiguo. Si es una disminución, representará un porcentaje menor que 100%.



Caso práctico

La tercera situación que planteábamos al comienzo era:

Si la cantidad de lluvia en nuestra ciudad de la década pasada a esta, ha disminuido

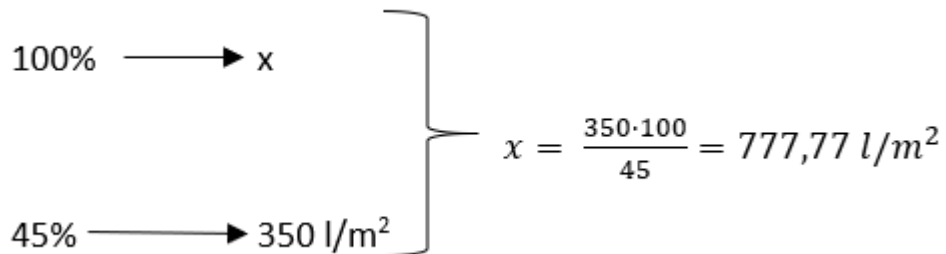
un 55% y ahora es de 350 l/m^2 ¿Cuánto llovía antes?

SOLUCIÓN

Sabemos que antes llovía más, pero no sabemos cuanto. Esa cantidad es la que representa el 100%. Es decir, que para nuestro problema el 100% es una cantidad X.

Por otro lado, también sabemos que 350 l/m^2 cuadrado es lo que ahora representa el 45% de lo que llovía antes. ¿de dónde sale ese 45%?. Pues muy sencillo, si antes llovía un 100% y ahora llueve un 55% MENOS, entonces ahora llueve $100 - 55 = 45\%$.

Una vez aclarado esto, tan sólo debemos plantear una regla de tres.


$$\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & x \\ 45\% & \longrightarrow & 350 \text{ l/m}^2 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & x \\ 45\% & \longrightarrow & 350 \text{ l/m}^2 \end{array}} \right\} x = \frac{350 \cdot 100}{45} = 777,77 \text{ l/m}^2$$

3.2.3. Los porcentajes en la economía

Los **porcentajes** son herramientas esenciales en economía, ya que permiten expresar cambios, comparaciones y análisis de datos de manera clara y concisa. La notación científica, por su parte, facilita el manejo de números grandes o pequeños que son comunes en este ámbito.

Porcentajes en Economía

Cálculo de Intereses:

- ✓ Los intereses en préstamos o inversiones se expresan comúnmente como porcentajes. Por ejemplo, si un banco ofrece un interés del 5% anual, se calcula sobre el monto total de la inversión o préstamo.
- ✓ El interés compuesto se calcula multiplicando el monto total por el porcentaje aplicado a lo largo del tiempo.

Inflación:

- ✓ La inflación se mide en términos de porcentaje y refleja el aumento en el nivel general de precios. Por ejemplo, si la tasa de inflación es del 3%, eso indica que, en promedio, los precios han aumentado un 3% en un año.

Crecimiento Económico:

- ✓ El crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) se expresa como un porcentaje que indica la variación del PIB de un año a otro. Un crecimiento del 2% sugiere que la economía ha crecido en comparación con el año anterior.

Notación Científica en Economía

La notación científica es útil para manejar cifras grandes o pequeñas que se presentan en el análisis económico. Aquí hay algunos ejemplos de cómo se aplica:

1. Valores Altos:

- ✓ La deuda nacional de un país puede ser extremadamente alta. Por ejemplo, si la deuda es de 30,000,000,000 (30 mil millones), se puede expresar como 3×10^{10} .
- ✓ Esto simplifica la presentación y comparación de cifras en informes económicos.

2. Cifras Pequeñas:

- ✓ En economía, a veces se trabaja con tasas muy pequeñas, como el interés en ciertos activos. Por ejemplo, una tasa de interés de 0.0005 (0.05%) puede ser expresada como 5×10^{-4} .

3. Cálculos de Crecimiento:

- ✓ Al calcular tasas de crecimiento, como la variación porcentual en el PIB, se pueden usar notaciones científicas para expresar tanto la base de cálculo como el resultado. Por ejemplo, un crecimiento del 2% sobre un PIB de 1.5×10^{12} se calcula como:



Debes conocer

Los porcentajes son fundamentales en economía para medir y comparar diversas variables. La notación científica facilita el manejo de números grandes y pequeños, lo que permite realizar cálculos más eficientes y claros. Juntas, estas herramientas son cruciales para el análisis y la toma de decisiones en el ámbito económico.

3.2.3.1. El Impuesto sobre el Valor Añadido (IVA)

El **Impuesto sobre el Valor Añadido (IVA)** es un impuesto que se aplica a los productos y servicios que compramos. Este impuesto es un **porcentaje del precio del artículo** y varía según el tipo de producto que se adquiera. En general, el **proveedor** o la empresa lo incluye en el precio final y, posteriormente, lo entrega a Hacienda.

En España, los tipos de IVA son los siguientes:

- ✓ **IVA general (21%)**: Se aplica a la mayoría de los bienes y servicios.
- ✓ **IVA reducido (10%)**: Se aplica a productos como alimentos no básicos, transporte, hostelería, etc.
- ✓ **IVA superreducido (4%)**: Se aplica a productos básicos como medicamentos, alimentos esenciales, libros, etc.

Ejemplo: Compra de un ordenador

Imaginemos que quieres comprar un **ordenador** cuyo **precio de catálogo es de 720€**. Para calcular el **IVA** que se debe aplicar, seguimos estos pasos:

1. **Determinar el tipo de IVA**: En este caso, el IVA para el ordenador es del **21%**.
2. **Calcular el importe del IVA**:

$$IVA = 720 \times \frac{21}{100} = 720 \times 0.21 = 151.20 \text{ €}$$

3. **Calcular el precio final**: Sumamos el IVA al precio de catálogo:

$$\text{Precio final} = 720 \text{ €} + 151.20 \text{ €} = 871.20 \text{ €}$$

Por lo tanto, el **precio final** que pagarás por el ordenador es **871.20€**.

Resumen:

Para calcular el IVA:

- ✓ Multiplica el precio base del producto por el porcentaje del IVA correspondiente.
- ✓ Suma el resultado del IVA al precio base para obtener el **precio final** que pagarás.

Este cálculo es común en la mayoría de las compras y puede variar según el tipo de producto que adquieras y el tipo de IVA que se aplique. En el apartado 2.2.1. de tus materiales encontrarás más ejercicios que te permitirán practicar el cálculo del IVA.



Recomendación

Calcular el IVA (Impuesto sobre el Valor Añadido) usando notación científica es

bastante sencillo y puede facilitar el manejo de cifras grandes. A continuación, te muestro cómo hacerlo.

Ejemplo de Cálculo de IVA

Supongamos que tienes un producto cuyo precio antes de impuestos es de 5.000 (5 mil) y la tasa de IVA es del 21%.

Paso 1: Expresar el precio en notación científica.

El precio puede expresarse como:

$$5.000 = 5.0 \times 10^3$$

Paso 2: Convertir la tasa de IVA a forma decimal.

La tasa de IVA del 21% se expresa como:

$$21\% = 0.21$$

Paso 3: Calcular el IVA.

El IVA se calcula multiplicando el precio por la tasa:

$$IVA = 0.21 \times (5.0 \times 10^3)$$

Paso 4: Realizar el cálculo.

$$IVA = 1.05 \times 10^3$$

Esto significa que el IVA es $1.050 = 1.05 \times 10^3$.

Paso 5: Calcular el precio total.

El precio total con IVA se obtiene sumando el precio original y el IVA:

$$Precio\ Total = (5.0 \times 10^3) + (1.05 \times 10^3) = 6.05 \times 10^3$$

Resumen

En este ejemplo, calculamos el IVA de un producto utilizando notación científica. El IVA es 1.05×10^3 y el precio total después de impuestos es 6.05×10^3 (6.050). Esto muestra cómo la notación científica puede simplificar el manejo de cifras grandes en cálculos económicos.



Caso práctico

Cuánto tendremos que pagar con IVA incluido del 21%, por un coche cuyo precio sin IVA es de 20.500€.

SOLUCIÓN

Como es un aumento porcentual lo haremos:

$$\text{precio sin IVA} \cdot 1,21 = 20.500 \cdot 1,21 = 24.805 \text{ €}$$

Recuerda que también puedes resolverlo con regla de tres, aunque de esta forma es más rápido.



Caso práctico

En unos conocidos almacenes de electrodomésticos nos ofrecen un jueves sin IVA, si el precio de un lavavajillas es de 968€ sin ese descuento, ¿cuánto nos costaría sin el IVA?.

SOLUCIÓN

ATENCIÓN: Tienes que darte cuenta que el precio del lavavajillas de 968€ es con el IVA, por tanto, no es el 100% sino el 121%.

Por tanto, para obtener el valor sin IVA del producto tendremos que plantearlo de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & x \\ 121\% & \longrightarrow & 968\text{€} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & x \\ 121\% & \longrightarrow & 968\text{€} \end{array}} \right\} x = \frac{968 \cdot 100}{121} = 800\text{€}$$

3.2.3.2. El interés simple

Cálculo del Interés en una Entidad Financiera

Cuando depositas dinero en una **entidad financiera** (banco o caja de ahorros), esta te paga una cantidad anual llamada **interés**. El interés es **proporcional** a la cantidad que tienes depositada y se expresa como un porcentaje del capital que tienes guardado.

Vamos a resolver el ejemplo:

Ejemplo:

Isabel tiene **3.000,00€** ahorrados en su caja de ahorros, que le ofrece un **2,5%** de interés anual. Queremos saber:

1. ¿Qué interés le produce su capital al final de un año?
2. ¿Qué interés le produce su capital al final de 3 años?

1. Cálculo del Interés Anual:

Para los **3.000€** de Isabel, la caja le pagará el **2,5%** de ese capital. Esto se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Interés anual} = 3.000 \times \frac{2,5}{100} = 3.000 \times 0,025 = 75 \text{ €}$$

Por lo tanto, Isabel ganará **75€** de interés al final del primer año.

2. Cálculo del Interés en 3 Años:

Si el interés es el mismo cada año y no se reinvierte, el interés total después de **3 años** será simplemente **3 veces** el interés anual:

$$\text{Interés en 3 años} = 75 \times 3 = 225 \text{ €}$$

Esto significa que después de **3 años**, el interés acumulado será **225€**.

Fórmula General para Calcular el Interés:

De manera general, si:

- ✔ c es el **capital depositado**,
- ✔ r es el **tipo de interés** (también llamado **rédito**) expresado como porcentaje,
- ✔ t es el **número de años**,

El **importe del interés** i que produce el capital viene dado por la fórmula:

$$i = c \times \frac{r}{100} \times t$$

En el caso de Isabel:

- ✔ $c = 3.000 \text{ €}$
- ✔ $r = 2,5\%$
- ✔ $t = 3 \text{ años}$

Aplicando la fórmula:

$$i = 3.000 \times \frac{2,5}{100} \times 3 = 3.000 \times 0,025 \times 3 = 225 \text{ €}$$

Resumen:

- ✔ El interés que Isabel ganará al final de **un año** es **75€**.
- ✔ El interés que ganará después de **tres años** es **225€**.

Esta fórmula de interés es para el **interés simple**, en el que el interés se calcula siempre sobre el capital inicial y no se reinvierte.



Debes conocer

Calcular el interés simple usando notación científica es un proceso directo. La fórmula para el interés simple es:

Fórmula del Interés Simple

La fórmula es:

$$I = P \times \frac{r}{100} \times t$$

donde:

- I es el interés,
- P es el capital inicial,
- r es la tasa de interés en porcentaje,
- t es el tiempo en años.

Ejemplo de Cálculo de Interés Simple

Supongamos que tienes un capital inicial de 2.500.000 (2.5 millones) con una tasa de interés del 5% durante 33 años.

Paso 1: Expresar el capital en notación científica.

El capital se puede expresar como:

$$P = 2.500.000 = 2.5 \times 10^6$$

Paso 2: Usar la tasa de interés directamente en porcentaje.

La tasa de interés es:

$$r = 5$$

Paso 3: Usar el tiempo.

El tiempo es:

$$t = 3 \text{ años}$$

Paso 4: Sustituir los valores en la fórmula.

Sustituimos en la fórmula:

$$I = (2.5 \times 10^6) \times \frac{5}{100} \times 3$$

Paso 5: Realizar el cálculo.

Primero, simplificamos la tasa de interés:

$$\frac{5}{100} = 0.05 \text{ (aunque no lo convertimos aquí)}$$

Entonces:

$$I = (2.5 \times 10^6) \times \left(\frac{5}{100} \right) \times 3$$

Para simplificar, lo podemos ver como:

$$I = (2.5 \times 10^6) \times 0.05 \times 3 = (2.5 \times 3) \times 10^6 \times \frac{5}{100}$$

$$= 7.5 \times 10^6 \times \frac{1}{20}$$

$$= 7.5 \times 10^6 \times 0.05$$

Calculamos:

$$I = (2.5 \times 3 \times 0.05) \times 10^6 \\ = (0.375) \times 10^6$$

Paso 6: Convertir a notación científica.

Finalmente, convertimos:

$$I = 3.75 \times 10^5$$

Resumen

En este ejemplo, el interés simple calculado es 3.75×10^5 , lo que corresponde a 375.000. Esto muestra cómo usar notación científica puede simplificar los cálculos con números grandes en el contexto del interés simple.



Caso práctico

Calcula el interés de 3.400 euros al 5 % durante 3 años.

solución

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3400 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 510$$

Sería de 510 euros



Caso práctico

¿Durante cuánto tiempo ha de imponerse un capital de 25.000 € al 5% para que se convierta en 30.000 €?

SOLUCIÓN

Lo que ha rentado debe ser la diferencia: $30.000 - 25.000 = 5.000\text{€}$

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}; 5000 = \frac{25000 \cdot 5 \cdot t}{100} \text{ DESPEJANDO } t = \frac{5000 \cdot 100}{25000 \cdot 5} = 4$$

Se precisarían 4 años.

3.2.3.3. El índice de precios al consumo (IPC)

El Índice de Precios al Consumo (IPC)

El **IPC** o **Índice de Precios al Consumo** es una medida clave en la economía que refleja las variaciones en los precios de los productos y servicios que consumimos en España. Este índice indica cómo cambian los precios de un conjunto representativo de bienes y servicios de un mes a otro, expresándose en términos porcentuales.

¿Qué significa una variación del IPC?

Cuando los medios informan, por ejemplo, que el IPC ha subido **dos décimas** (un **0,2%**), significa que, en promedio, los precios han aumentado un **0,2%** respecto al mes anterior. Sin embargo, esto **no implica** que todos los productos o servicios hayan subido exactamente ese porcentaje. En realidad, el IPC es una **media ponderada** de las variaciones de precio de una serie de productos, lo que significa que algunos productos pueden haber subido más, otros menos, y algunos incluso pueden haber bajado de precio.

¿Cómo se calcula el IPC?

El IPC se calcula tomando una **cesta de bienes y servicios** representativa del consumo de los hogares españoles, que incluye categorías como:

- ✓ **Alimentos**
- ✓ **Transporte** (incluyendo gasolina)
- ✓ **Electricidad**
- ✓ **Vivienda**

Se mide el precio de estos bienes y servicios a lo largo del tiempo, y la variación porcentual en sus precios constituye el **IPC**.

Importancia del IPC

El IPC es un índice económico crucial, ya que se utiliza como referencia para diferentes fines, tales como:

- ✓ **Ajustes salariales:** Los **incrementos salariales** suelen estar vinculados al IPC, para que los sueldos de los trabajadores mantengan el poder adquisitivo frente a los cambios en el costo de vida.
- ✓ **Políticas económicas:** El gobierno y los bancos centrales utilizan el IPC para tomar decisiones sobre política monetaria, como ajustar los tipos de interés para controlar la inflación.

Por ejemplo, si el IPC indica un aumento del **2%** en un año, esto puede ser una señal de **inflación**, lo que podría llevar a ajustes económicos para mantener la estabilidad de precios.

Resumen:

El **IPC** refleja la variación en los precios de una cesta representativa de productos y servicios. Aunque es un promedio, no significa que cada producto o servicio haya subido o bajado exactamente ese porcentaje. El IPC es fundamental para ajustar salarios y tomar decisiones de política económica, ya que mide el costo de vida y el poder adquisitivo de los ciudadanos.



Recomendación

Calcular el Índice de Precios al Consumidor (IPC) utilizando notación científica puede ser útil, especialmente cuando se manejan cifras grandes. El IPC mide la variación en el tiempo de los precios de una canasta de bienes y servicios.

Fórmula del IPC

La fórmula básica para calcular el IPC es:

$$IPC = \frac{C_t}{C_0} \times 100$$

donde:

- ✔ C_t es el costo de la canasta de bienes en el período actual.
- ✔ C_0 es el costo de la canasta de bienes en el período base.

Ejemplo de Cálculo del IPC

Supongamos que en un período base (año 0), el costo de la canasta es de 500.000 y en el período actual (año t) es de 600.000.

Paso 1: Expresar los costos en notación científica.

- ✔ Costo en el período base:

$$C_0 = 500.000 = 5.0 \times 10^5$$

- ✔ Costo en el período actual:

$$C_t = 600.000 = 6.0 \times 10^5$$

Paso 2: Sustituir en la fórmula del IPC.

$$IPC = \frac{6.0 \times 10^5}{5.0 \times 10^5} \times 100$$

Paso 3: Realizar el cálculo.

Primero, simplificamos la fracción:

$$IPC = \left(\frac{6.0}{5.0} \right) \times \left(\frac{10^5}{10^5} \right) \times 100$$

Esto simplifica a:

$$IPC = 1.2 \times 100$$

Paso 4: Calcular el IPC.

$$IPC = 120$$

Resumen

El IPC calculado es 120, lo que indica que ha habido un aumento del 20% en los precios de la canasta de bienes y servicios desde el período base. Usar notación científica facilita el manejo de cifras grandes y simplifica el cálculo.



Rellenar huecos

Calcula el valor que obtenemos si 75 lo incrementamos en un 40%.

Enviar

105



Rellenar huecos

Calcula el valor resultante si 675 disminuye en un 60%

Enviar

270



Rellenar huecos

En un comercio debemos pagar 64€ por una camisa, a lo que debemos añadir el 21% de IVA, ¿cuánto tenemos que pagar en total?

Enviar

77,44



Rellenar huecos

Tengo 2.700€ ahorrados y los invierto al 4'3% de interés simple anual, durante 6 años. ¿Cuánto dinero tendré al vencer el plazo de la inversión?

Enviar

3396,6

3.2.3.4. La hipoteca

Las Hipotecas: Lo que Debemos Saber

Cuando compramos una casa, es común solicitar un **préstamo hipotecario** a un banco para financiar la compra. Este tipo de préstamos tiene diversas características que debemos entender antes de firmar cualquier contrato. A continuación, desglosamos los aspectos más importantes:

1. Tipo de Interés: Fijo o Variable

El **tipo de interés** es el precio que el banco nos cobra por prestarnos dinero, y puede ser **fijo** o **variable**:

- ✓ **Interés fijo:** Mantiene una tasa de interés constante durante toda la vida del préstamo, lo que significa que la **cuota mensual será siempre la misma**, independientemente de cómo varíen los índices de referencia del mercado. Es más seguro porque elimina la incertidumbre de las fluctuaciones de tipos.
- ✓ **Interés variable:** La tasa de interés cambia según un índice de referencia, el más común es el **Euribor**. Al solicitar un préstamo a interés variable, el tipo de interés a pagar es la suma del **Euribor más un porcentaje adicional** (por ejemplo, Euribor + 1%). Esto significa que si el Euribor sube, también lo harán nuestras cuotas.
 - ➡ Ejemplo: Si pedimos un préstamo con un interés de **Euribor + 1%** y el Euribor está en **0,5%**, entonces pagaremos un interés total de **1,5%**. Sin embargo, si el Euribor sube a **5%**, el interés total subirá a **6%**, lo que hará que las cuotas sean mucho más altas.

2. Duración de la Hipoteca

La **duración de la hipoteca** afecta directamente a la cantidad de las cuotas y al total de intereses pagados. Generalmente, las hipotecas tienen una duración de entre **20 y 30 años**, aunque pueden llegar hasta **40 años** en algunos casos.

- ✓ **Plazos cortos:** Las cuotas mensuales serán más altas, pero se pagará menos interés en total, ya que el banco recupera su dinero más rápido.
- ✓ **Plazos largos:** Permiten cuotas más accesibles, pero a largo plazo se termina pagando más en intereses.

3. El Euribor

El **Euribor** es el índice de referencia más utilizado para las hipotecas a tipo variable en Europa. Representa el tipo de interés al que los bancos se prestan dinero entre ellos. La variación del Euribor afecta directamente a la cuota de la hipoteca si se tiene un interés variable.

- ✓ Ejemplo: En **octubre de 2017**, el Euribor estaba en **-0,173%** (negativo), lo que benefició a

quienes tenían hipotecas a tipo variable, pues sus cuotas se redujeron. Sin embargo, en épocas de crisis, el Euribor puede aumentar significativamente, afectando a las personas con este tipo de préstamos.

4. TAE (Tasa Anual Equivalente)

La **TAE** es el indicador que refleja el **coste total** de un préstamo hipotecario, y no solo el interés que cobra el banco. La TAE incluye otros elementos como comisiones, gastos y la frecuencia de los pagos.

- ✓ **Comparar hipotecas:** La TAE permite comparar distintas ofertas hipotecarias, ya que tiene en cuenta todos los costos adicionales asociados al préstamo, no solo el tipo de interés.
- ✓ **Ejemplo de comparación:** Supongamos que contratamos un préstamo de **120.000€** a un tipo de interés anual del **6%**, sin comisiones, durante **20 años**. Si optamos por:

- ➡ **Devoluciones mensuales:** Pagamos cuotas de **859,72€** y el total devuelto será **206.333€**.

- ➡ **Devoluciones semestrales:** Pagamos cuotas de **5.191,49€** y el total devuelto será **207.660€**.

A pesar de tener el mismo interés, la alternativa con **devoluciones semestrales** es más costosa debido a la menor frecuencia de pago, lo que implica una **TAE** más alta.

5. Amortización del Capital e Intereses

Cada cuota que pagamos en una hipoteca se divide en dos partes:

- ✓ **Amortización del capital:** La parte de la cuota que se destina a devolver el dinero prestado.
- ✓ **Intereses:** La parte de la cuota que pagamos como compensación por el préstamo.

Al principio de la hipoteca, se paga **más interés y menos capital**. Con el tiempo, a medida que la deuda disminuye, la proporción destinada a la amortización del capital aumenta.

- ✓ **Consejo:** Si puedes hacer cancelaciones parciales, es más beneficioso hacerlo al principio del préstamo, cuando se paga más en intereses.

6. Simuladores de Hipotecas

Para tener una mejor idea de cómo serían las cuotas de una hipoteca, puedes utilizar herramientas como los **simuladores de hipotecas** que se encuentran en Internet. Estos simuladores te permiten ajustar variables como el tipo de interés, la duración del préstamo y el capital, para obtener una estimación de las cuotas mensuales.

Conclusión

Antes de contratar una hipoteca, es fundamental **entender bien los conceptos clave**: tipo de interés (fijo o variable), Euribor, TAE, duración del préstamo, y cómo se distribuyen los pagos entre amortización de capital e intereses. Esto te permitirá tomar decisiones informadas y asegurar que las condiciones del préstamo se ajusten a tu capacidad financiera tanto ahora como

en el futuro.



Recomendación

Ejemplo de cálculo de una hipoteca utilizando notación científica.

Supongamos que deseas calcular la cuota mensual de una hipoteca. Imaginemos que:

- ✔ **Monto de la hipoteca:** $P = 3.0 \times 10^5$ (300,000)
- ✔ **Tasa de interés anual:** $r = 5\% = 0.05$
- ✔ **Plazo:** $n = 30$ años (que es $30 \times 12 = 360$ meses)

La fórmula para calcular la cuota mensual AA de una hipoteca es:

$$A = P \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Primero, convertimos la tasa de interés mensual:

$$r_{\text{mensual}} = \frac{0.05}{12} \approx 0.0041667$$

Ahora, usando notación científica, podemos expresar P y n :

$$A = (3.0 \times 10^5) \frac{0.0041667(1 + 0.0041667)^{360}}{(1 + 0.0041667)^{360} - 1}$$

$$(1 + 0.0041667)^{360} \approx 5.432$$

Ahora sustituimos:

$$A = (3.0 \times 10^5) \frac{0.0041667 \times 5.432}{5.432 - 1}$$

Calculamos el numerador y denominador:

Numerador ≈ 0.02263 (usando notación científica: 2.263×10^{-2})

Denominador ≈ 4.432 (usando notación científica: 4.432×10^0)

Ahora calculamos A :

$$A \approx (3.0 \times 10^5) \frac{2.263 \times 10^{-2}}{4.432}$$

$$A \approx (3.0 \times 10^5) \times 0.0051 \approx 1.53 \times 10^3$$

Por lo tanto, la cuota mensual de la hipoteca sería aproximadamente:

$$A \approx 1,530$$

Esto significa que tendrías que pagar alrededor de \$1,530 al mes.



Caso práctico

Te presentamos tres imágenes de hipotecas diferentes. ¿Cuál de ellas nos presenta un menor coste del préstamo y por qué?

Imagen 2. publicidad de hipoteca. Fuente: [Marketingdirecto](#) Autor: desconocido Licencia: desconocida Imagen 3. publicidad de hipoteca. Fuente: [Irenegomar's Blog](#) Autor: desconocido

SOLUCIÓN

La de la imagen 4 porque es la que posee un TAE menor de un 2%.

Licencia: licencia propietaria

Tema 2. La Proporcionalidad, representación gráfica y aplicaciones.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

A poco que reflexionemos llegaremos a la conclusión que la **proporcionalidad** invade nuestras vidas.

¿Qué es el dinero sino un elemento proporcional al trabajo?

El **IRPF** (Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas) no es más que una proporción respecto al nivel de renta de cada individuo, y el **IVA** no es acaso un impuesto directamente proporcional al valor del bien o servicio adquirido.

La **música**, los **intereses bancarios**, los **pagos hipotecarios**, los premios de la **lotería** y una infinidad de otras áreas de la vida están regidas por principios de proporción numérica. Por ello, es crucial entender cómo se manejan las proporciones aplicadas a cantidades que representan distintas **magnitudes**.

Por **magnitud** entendemos las características físicas de un objeto que pueden medirse, como el peso, la longitud o el volumen. A la medida concreta de una magnitud se le llama **cantidad**. Cuando tenemos dos o más cantidades de la misma magnitud, podemos compararlas para determinar su igualdad o diferencia. Por ejemplo, podemos comparar la longitud de una regla con la de una tabla de madera y establecer si son iguales o desiguales.

Las **razones** y **proporciones** son conceptos que se conocen desde la antigüedad. Ya Euclides las abordaba en sus escritos, citando a Eudoxio. Matemáticos como **Leonardo de Pisa**, **Regiomontano** y **Luca Pacioli** también contribuyeron de manera significativa al desarrollo de estos conceptos fundamentales para las matemáticas y la ciencia en general.



Pregunta Verdadero-Falso

Indica cuáles de las siguientes cualidades son magnitudes:

Volumen

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

simpatia

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

velocidad

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

superficie

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

color

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

belleza

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

temperatura

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

edad

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

estatura

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

brillo

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

1. Proporcionalidad numérica.

¿Qué es la Proporcionalidad numérica?

La **proporcionalidad numérica** es un concepto esencial en matemáticas que describe una relación constante entre dos magnitudes. En términos simples, si dos magnitudes son proporcionales, su cociente permanece siempre igual, independientemente de los valores que tomen.

Esta relación se puede expresar de diversas formas, como a través de **fracciones**, **razones** o mediante una **igualdad** entre ambas magnitudes. Este principio es clave en muchas áreas de la matemática y se utiliza para resolver problemas que implican comparaciones directas entre cantidades, facilitando el análisis y la comprensión de diversas situaciones numéricas.

Conceptos Claves

1. **Razón y Proporción:** La razón entre dos números a y b (donde $b \neq 0$) se define como $\frac{a}{b}$. Si tenemos dos pares de números, (a_1, b_1) y (a_2, b_2) , se dice que son proporcionales si:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

En este caso, los números a_1 , b_1 , a_2 , y b_2 forman una proporción.

2. **Proporción:** Una proporción es una igualdad que establece que dos razones son iguales. Se escribe generalmente como:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

En una proporción, los números a_1 , b_1 , a_2 , y b_2 son conocidos como términos de la proporción.

Ejemplo

Supongamos que tenemos una receta para hacer una mezcla de pintura que utiliza 2 litros de azul y 3 litros de amarillo para obtener un color verde. Queremos saber cuánto de cada color necesitamos si queremos hacer una mezcla mayor, por ejemplo, si necesitamos 12 litros de azul. La pregunta es: ¿cuánto de amarillo necesitamos?

1. **Planteamos la Proporción:**

La proporción inicial de azul a amarillo es:

$$\frac{\text{azul}}{\text{amarillo}} = \frac{2}{3}$$

Queremos encontrar la cantidad de amarillo (y) cuando la cantidad de azul es 12 litros. Planteamos la proporción:

$$\frac{12}{y} = \frac{2}{3}$$

2. Resolución de la Proporción:

Para encontrar y , resolvemos la ecuación:

$$\frac{12}{y} = \frac{2}{3}$$

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por y para despejar y :

$$12 = \frac{2}{3} \cdot y$$

Multiplicamos ambos lados por 3 para eliminar el denominador:

$$12 \cdot 3 = 2 \cdot y$$

Simplificamos:

$$36 = 2 \cdot y$$

Finalmente, dividimos ambos lados entre 2:

$$y = \frac{36}{2} = 18$$

Por lo tanto, necesitamos 18 litros de amarillo para mantener la misma proporción cuando utilizamos 12 litros de azul.

Aplicación General

La **proporcionalidad numérica** se aplica en una amplia variedad de contextos, como la resolución de problemas relacionados con **escalas**, **mezclas** y **conversiones**. El principio fundamental es que, si se conoce la relación constante entre dos magnitudes, es posible determinar un valor desconocido utilizando **proporciones**. Esta herramienta es especialmente útil en situaciones donde se requiere mantener una correspondencia directa entre diferentes cantidades, permitiendo así cálculos precisos y soluciones eficaces en distintas áreas, como la arquitectura, la química o las finanzas.



Autoevaluación

¿Cuál es la correcta manera de plantear una proporción si sabemos que la relación entre dos magnitudes es constante y queremos encontrar un valor desconocido?

- ☐ Multiplicando ambos valores por el mismo número.
- ☐ Dividiendo ambos valores por la misma constante.
- ☐ Planteando una ecuación de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde a, b, c, y d son las magnitudes involucradas.
- ☐ Sumando o restando ambos valores entre sí.

Incorrecto

Incorrecto

Planteando una ecuación de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde a, b, c, y d son las magnitudes involucradas es correcta. Esto es porque la proporcionalidad numérica se expresa mediante una proporción, que es una igualdad de dos razones o fracciones. En otras palabras, si tienes una proporción de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, estás diciendo que la relación entre a y b es la misma que la relación entre c y d, lo cual es esencial para resolver problemas de proporcionalidad.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

1.1. Magnitudes y Proporciones.

Una **magnitud** es cualquier propiedad de un objeto o ente que pueda expresarse numéricamente, y por lo tanto, medirse. Esto implica que se puede comparar con un **patrón** de referencia. Ejemplos de magnitudes son la **longitud** del lado de un cuadrado, la **capacidad** de una botella de agua, o la **temperatura** a la que esta se encuentra.

Razón

Una **razón** es la relación que surge al comparar dos cantidades. Esta comparación puede realizarse de dos maneras:

1. Determinando en cuánto una cantidad excede a la otra, es decir, **restándolas**.
2. Estableciendo cuántas veces una cantidad contiene a la otra, es decir, **dividiéndolas**.

A partir de estas dos formas de comparación, existen dos tipos de razones:

Razón aritmética

La **razón aritmética** se refiere a la diferencia entre dos cantidades que se comparan. Por ejemplo, la razón aritmética entre 60 y 12 es **48**, ya que $60 - 12 = 48$

Razón geométrica

La **razón geométrica** se define como el cociente entre dos cantidades de magnitudes comparables. Esto implica dividir una cantidad entre la otra, expresando así cuántas veces está contenida una cantidad en la otra.

Los términos de una razón se llaman: **antecedente** y **consecuente**.

$$\frac{a}{b}$$
$$\rightarrow$$

antecedente
consecuente

El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.

Así la razón geométrica entre 60 y 12 será 5. Pues $\frac{60}{12} = 5$.

Al valor de la razón se le denomina **constante de proporcionalidad** y nos referiremos a él como **k**.

Las razones geométricas las expresamos en forma de fracciones, pero al contrario que las fracciones, estas están formadas por dos cantidades independientes, el antecedente y el consecuente que no tienen porque ser números enteros.

Si $\frac{a}{b}$ es una **fracción**, entonces es un representante de un número Racional, luego **a** y **b** son **números**

^b
enteros con $b \neq 0$, mientras que en la razón $\frac{x}{y}$ los números x e y pueden ser números no enteros.



Autoevaluación

Una magnitud es cualquier propiedad de un ente que se pueda expresar numéricamente y compararse con un patrón.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La afirmación es **Verdadera**. Una magnitud es una propiedad que puede ser expresada numéricamente, permitiendo que sea medida y comparada con un patrón estándar. Ejemplos incluyen la longitud, la capacidad, y la temperatura, como se menciona en la descripción.

La razón aritmética entre dos cantidades se obtiene hallando cuántas veces una cantidad contiene a la otra.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La afirmación es **Falsa**. La razón aritmética entre dos cantidades se obtiene hallando la diferencia entre ellas, no el cociente. Por ejemplo, la razón aritmética entre 60 y 12 es $60 - 12 = 48$.

La razón geométrica entre dos cantidades se obtiene restando una de la otra.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La afirmación es **Falsa**. La razón geométrica se obtiene dividiendo una cantidad por otra, no restando. Por ejemplo, la razón geométrica entre 60 y 12 es $60 / 12 = 5$.

1.1.1. Proporción aritmética.

Una **proporción** es una relación matemática que establece la **igualdad** entre dos **razones** o comparaciones. En otras palabras, se dice que dos razones forman una proporción cuando sus cocientes son equivalentes.

Cuando la proporción está formada por **razones aritméticas**, se denomina **EQUIDIFERENCIA** o **proporción aritmética**. Se expresa de la forma $a - b = c - d$, y se lee: "a es a b como c es a d."

Propiedad de la equidiferencia

En una equidiferencia, se cumple que la **suma de los términos extremos** es igual a la **suma de los términos medios**, es decir, $a + d = c + b$. Esto significa que la relación entre las cantidades sigue una simetría específica.

Por ejemplo, si nos dicen que la **razón aritmética** entre dos equidiferencias es 13, podríamos generar infinitas equidiferencias con dicha razón. Una de ellas sería:

$$23 - 10 = 15 - 2 = k = 13.$$

Equidiferencia continua

Cuando una equidiferencia tiene los **números intermedios iguales**, se denomina **continua**. En este caso, el número intermedio se llama **media aritmética** de los números extremos.

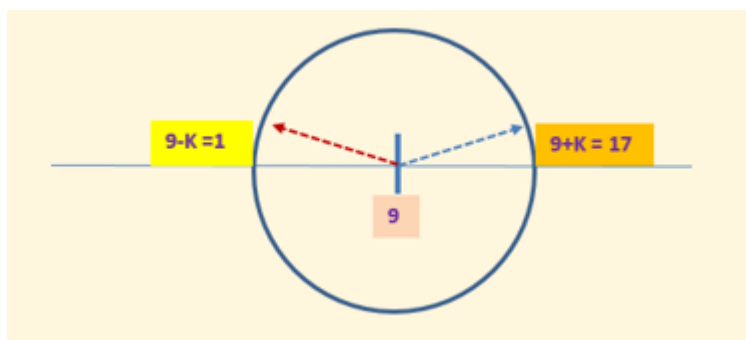
Un ejemplo de proporción aritmética continua es:

$$17 - 9 = 9 - 1,$$

donde el número 9 es la **media aritmética** de 17 y 1, ya que se cumple que:

$$\frac{17 + 1}{2} = 9$$

Como la constante de proporcionalidad aritmética es 8 ocurrirá que nueve es equidistante:





Caso práctico

¿Cuál es la razón aritmética de los números?

a) $\frac{11}{12}$ y $\frac{5}{6}$

b) 5,6 y 3,5

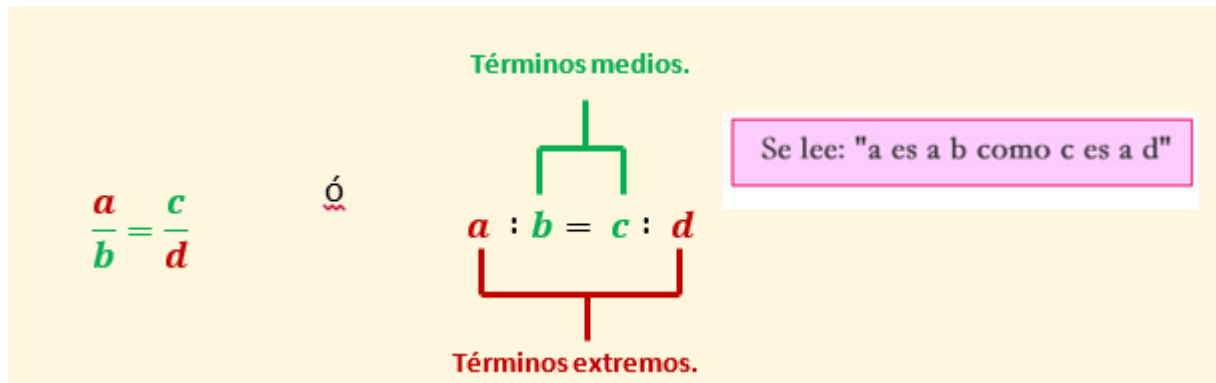
Solución.

$$a) k = \frac{11}{12} - \frac{5}{6} = \frac{11}{12} - \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$$

$$b) k = 5,6 - 3,5 = 2,5$$

1.1.2. Proporción geométrica.

Cuando igualamos dos **razones geométricas**, hablamos de **proporciones geométricas**.



- ✓ En toda proporción geométrica, el **producto** de los términos **medios** es igual al **producto** de los términos **extremos**. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Si nos preguntásemos si las razones **15/20** y **3/4** forman una proporción geométrica comprobáramos que se verifique la igualdad siguiente, por tanto:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow 15 \cdot 4 = 20 \cdot 3$$

Como se cumple la igualdad, podemos decir que de dichas razones forman una proporción geométrica.

¿Cómo podemos caracterizar a una proporción para diferenciarla del resto?

Pues bien, cada proporción se caracterizará por su constante de proporcionalidad, que no es más que el valor que toma el cociente de la razón. Le denominaremos K.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

Así, la constante de razón del ejemplo anterior será $K=3/4=0,75$

- ✓ En una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Esta propiedad será fundamental para hablar de los repartos directa e inversamente proporcionales.

Si la aplicamos al ejemplo anterior tendríamos:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75 = \frac{15+3}{20+4} = \frac{18}{24}$$



Pregunta Verdadero-Falso

Indica si las siguientes razones representan una proporción.

$$\left[\frac{3}{2}\right] = \left[\frac{9}{7}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

$$\left[\frac{2}{5}\right] = \left[\frac{5}{16}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

$$\left[\frac{6}{24}\right] = \left[\frac{1}{4}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

$$\left[\frac{24}{6}\right] = \left[\frac{15}{4}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

1.1.1.1. Cuarto proporcional.

¿Qué es el Cuarto Proporcional?

El cuarto proporcional se refiere a una relación entre cuatro cantidades que están en proporción. Si tenemos tres cantidades conocidas, podemos encontrar la cuarta cantidad que mantiene la misma proporción.

Para ilustrar esto, consideremos las proporciones y cómo se relacionan. Si tenemos cuatro cantidades a , b , c y d , decimos que a , b , c y d están en proporción si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Aquí, d es el cuarto proporcional a a , b , y c .

Ejemplo Detallado

Supongamos que tenemos tres números y queremos encontrar el cuarto proporcional. Por ejemplo, digamos que tenemos las siguientes tres cantidades:

✓ $a = 2$

✓ $b = 3$

✓ $c = 8$

Queremos encontrar el cuarto proporcional d tal que:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{d}$$

Para resolver esto, seguimos estos pasos:

1. Configura la Proporción:

La proporción que tenemos es:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{d}$$

2. Resuelve para d :

Para encontrar d , cruzamos los productos. Esto significa que multiplicamos cruzadamente:

$$2 \cdot d = 3 \cdot 8$$

3. Realiza las Operaciones:

$$2d = 24$$

Ahora, divide ambos lados de la ecuación entre 2 para despejar d :

$$d = \frac{24}{2} \quad d = 12$$

Por lo tanto, el cuarto proporcional d es 12.

Verificación

Podemos verificar nuestra solución substituyendo d en la proporción original:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

Simplificando $\frac{8}{12}$, obtenemos:

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Como la proporción es la misma, nuestra solución es correcta.

El **cuarto proporcional** es una cantidad que completa una proporción cuando se conocen tres cantidades. Para encontrarlo, se establece una proporción de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, donde **a**, **b** y **c** son las cantidades conocidas, y **x** es el cuarto proporcional que queremos determinar. Luego, se aplica la regla de productos cruzados y se resuelve la ecuación resultante.

Por ejemplo, si se busca el cuarto proporcional a 2, 3 y 8, se establece la proporción:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$$

$$3 \cdot 2 = x \cdot 8$$

Al resolver la ecuación, se obtiene que el cuarto proporcional es **12**.



Caso práctico

3) Determina la cuarta proporcional de una proporción **aritmética**, donde sabemos que 50 es a 40 como 25 es a **X**.

Solución

Como la proporción es aritmética estableceremos la siguiente igualdad de

razones.

$$50-40 = 25-x$$

Por tanto $10 = 25-x$, luego

$$x=25-10=15.$$

Por tanto el cuarto número de la proporción aritmética dada será el 15.

Así podremos decir que 50 es a 40 como 25 es a 15.

4) Determina la cuarta proporcional de una proporción **geométrica**, donde sabemos que 4 es a 7 como 8 es a **X**.

Solución

Como sabemos que se trata de una proporción geométrica estableceremos la siguiente igualdad de razones que nos permitirá mediante la adecuada manipulación algebraica, conocer el cuarto término de la proporción.

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{X} \Rightarrow 4 \cdot X = 8 \cdot 7 \Rightarrow X = \frac{8 \cdot 7}{4} = 14$$

1.1.1.2. Media proporcional.

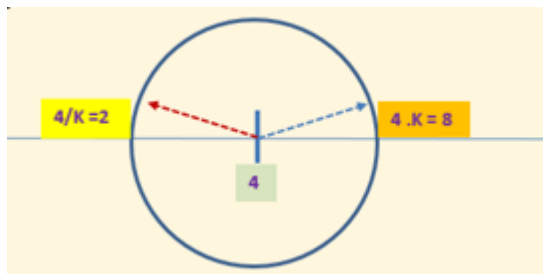
Cuando una proporción tiene los términos medios iguales, se denomina **proporción continua**. En este caso, el término medio es la **media geométrica** o **media proporcional** de los extremos. Esto significa que el valor del número medio es tal que su cuadrado es igual al producto de los dos extremos.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \Rightarrow$$

Por tanto 4 es media proporcional de 2 y 8

Por lo que podemos decir que: $4^2 = 2 \cdot 8 = 16$.

Como la constante de proporcionalidad es $K=2$, podríamos poner:



Para calcular el medio proporcional de una proporción continua se extrae **la raíz cuadrada del producto de los extremos**.

$$\frac{3}{x} = \frac{x}{12} \rightarrow x^2 = 3 \cdot 12 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow x = \pm 6$$

La media proporcional es un tipo de media que se utiliza cuando quieres encontrar un valor central en un conjunto de números que están en proporción o relación multiplicativa entre sí. A diferencia de la media aritmética, que es la suma de los valores dividida por el número de valores, la media proporcional se basa en la multiplicación.

Matemáticamente, si tienes un conjunto de n números positivos $x_1, x_2, \dots, x_n$, la media proporcional es la raíz enésima del producto de estos números. La fórmula es:

$$M_p = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

donde M_p representa la media proporcional y n es la cantidad de números en el conjunto.

Ejemplo Detallado

Supongamos que quieres calcular la media proporcional de tres números: 4, 16 y 64.

1. **Calcula el producto de los números:**

$$4 \cdot 16 \cdot 64$$

Primero, multiplica 4 por 16:

$$4 \cdot 16 = 64$$

Luego, multiplica este resultado por 64:

$$64 \cdot 64 = 4096$$

2. Calcula la raíz cúbica del producto:

Ahora, toma la raíz cúbica de 4096.

$$\sqrt[3]{4096}$$

¿Por qué Usar la Media Proporcional?

La **media proporcional** es valiosa en situaciones donde las cantidades están relacionadas de manera multiplicativa o cuando se enfrentan a patrones de crecimiento exponencial. Se aplica comúnmente en los siguientes casos:

- ✔ **Cálculo de tasas de crecimiento:** Por ejemplo, al comparar las tasas de crecimiento de diferentes inversiones, la media proporcional te proporciona una tasa de crecimiento promedio más precisa que otros métodos.
- ✔ **Escalas logarítmicas:** Es útil cuando se trabaja con datos que abarcan varios órdenes de magnitud, como en la medición de **intensidades de sonido** o **magnitudes sísmicas**, donde las relaciones son exponenciales.
- ✔ **Índices y ratios financieros:** En análisis financiero, la media proporcional se emplea para calcular el **rendimiento medio compuesto**, proporcionando una visión más precisa del rendimiento a lo largo del tiempo, especialmente cuando se trabaja con fluctuaciones importantes.



Caso práctico

Determina una proporción continua que tenga como media proporcional 6

Solución

Si la proporción es continua, el término medio será 6, por tanto los números extremos buscados deberán cumplir:

$$6^2 = 36 = x \cdot y$$

Si hacemos la descomposición factorial de $36 = 2^2 \cdot 3^2$ Una solución buscada podría ser $x = 2$ e $y = 16$.

Así la proporción continua podría ser:

$$\frac{18}{6} = \frac{6}{2}$$

Determinar la media de la proporción aritmética que tiene como extremos 81 y 4

Solución

Como nos piden el valor medio de la proporción significa que esta es continua y como es aritmética, estableceremos la siguiente igualdad:

$$81 - X = X - 4; \text{ luego: } X = \frac{81 + 4}{2} = \frac{85}{2} = 42,5$$

Luego la proporción aritmética sería de 81 es a 42,5 como 42,5 es a 4

Determina la media proporcional de la proporción geométrica de extremos 81 y 4

Solución

$$\frac{81}{X} = \frac{X}{4} \Rightarrow X^2 = (81) \cdot 4 = 324 \Rightarrow X = \sqrt{324} = 18$$

1.1.1.3. Tercero proporcional.

En una **proporción continua**, dado que los términos medios son iguales, se denomina **tercero proporcional** a uno de los términos extremos desiguales.

El **tercero proporcional** se calcula como el **cuadrado del término medio** dividido por el otro extremo. En otras palabras, si tienes una proporción continua de la forma $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, el tercero proporcional c se obtiene como:

$$c = \frac{b^2}{a}$$

Este valor mantiene la relación de proporcionalidad entre los términos y cumple con las propiedades de una proporción continua.

Un tercero proporcional es igual al cuadrado de los términos iguales, dividido por el término desigual.

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{12} \longrightarrow x = \frac{6^2}{12} = 3$$

El "tercero proporcional" es un número que se encuentra en una proporción con dos números dados de la siguiente manera: si tenemos dos números a y b , el tercero proporcional x es el número que completa la proporción de la forma $a:b = b:x$. Esto significa que el valor x mantiene la relación de proporción entre a y b .

Ejemplo

Supongamos que queremos encontrar el tercero proporcional a los números 4 y 6. Esto significa que queremos encontrar un número x tal que:

$$4:6 = 6:x$$

Para resolver esto, seguimos estos pasos:

1. **Escribimos la proporción en forma de ecuación:**

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{x}$$

2. **Resolvemos la ecuación para encontrar x .** Hacemos esto multiplicando en cruz:

$$4 \cdot x = 6 \cdot 6$$

Simplificando,

$$4x = 36$$

3. **Despejamos** x :

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

Entonces, el tercero proporcional de 4 y 6 es 9.

Verificación

Para asegurarnos de que la respuesta es correcta, podemos comprobar que la proporción se mantiene:

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

Simplificando ambas fracciones:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{y} \quad \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Como ambas fracciones son iguales, la proporción se mantiene, confirmando que el tercero proporcional es efectivamente 9.

Aplicaciones del Tercero Proporcional

El concepto de **tercero proporcional** se utiliza en varios campos, entre ellos:

- ✔ **Escalas y modelos:** Para asegurar que las proporciones se mantengan de manera precisa al cambiar las dimensiones de objetos o representar modelos a escala.
- ✔ **Finanzas:** En problemas relacionados con **interés compuesto** o en la **distribución proporcional** de recursos, donde se requiere mantener una relación constante entre cantidades.
- ✔ **Geometría:** En la **semejanza de triángulos** y otras figuras geométricas, el tercero proporcional se emplea para encontrar relaciones entre lados correspondientes y mantener proporciones en figuras semejantes.



Caso práctico

Hallar la tercera proporcional de 8 y 2.

Solución.

$$\frac{8}{2} = \frac{2}{X} \quad \Rightarrow \quad X \cdot 8 = 4 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

1.2. Magnitudes directamente proporcionales. Proporcionalidad directa.

Dos variables x y y , que están relacionadas en un mismo fenómeno, son **directamente proporcionales** cuando, al aumentar el valor de una, la otra también aumenta de manera proporcional. De igual manera, si una de las variables disminuye, la otra también disminuirá en la misma proporción.

Cuando se da esta relación, el **cociente** (o división) entre los valores correspondientes de ambas variables es **constante**.

Veamos un ejemplo práctico:

- ✓ **La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro.**

Respuesta: Sí, son directamente proporcionales, ya que al aumentar la longitud de los lados, también aumenta el perímetro. (Si una variable crece, la otra también lo hace en la misma proporción).

- ✓ **El número de trabajadores y los días que se tardan en realizar un trabajo, asumiendo que todos trabajan de igual manera.**

Respuesta: No, no son directamente proporcionales. A mayor cantidad de trabajadores, menor cantidad de días para completar el trabajo. (Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma proporción, por lo que es un caso de proporcionalidad inversa).

En el caso de magnitudes relacionadas mediante una **proporcionalidad directa**, la relación se puede representar matemáticamente como:

$$y = k \cdot x$$

Esta ecuación describe una **función lineal**, donde:

- ✓ x es la **variable independiente**.
- ✓ y es la **variable dependiente**.
- ✓ k es la **constante de proporcionalidad**.

Por ejemplo, si tenemos la función $y = 3x$, la constante de proporcionalidad es **3**. Esto significa que por cada unidad que aumenta la variable x , la variable y aumentará en **tres unidades**.

Recuerda:

Dos variables (x , y) relacionadas en un mismo fenómeno, son directamente **proporcionales**,

Si $x \uparrow \leftrightarrow y \uparrow$

cuando al aumentar de valor una aumenta de valor la otra.

$x \downarrow \leftrightarrow y \downarrow$

O si la primera disminuye, disminuye la segunda.

¿Cómo se calcula la constante de proporcionalidad conociendo relaciones entre dos magnitudes?

Como $y = kx$ entonces $\longrightarrow k = y / x$

Calcula la constante de proporcionalidad de los valores de la tabla siguiente:

x	3	6	7
y	6	12	14

$$k = \frac{y}{x} = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{14}{7} = 2$$

Analicemos el siguiente ejemplo: **Juan ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortillas iguales.**

- ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortillas?
- ¿Y para hacer 2?

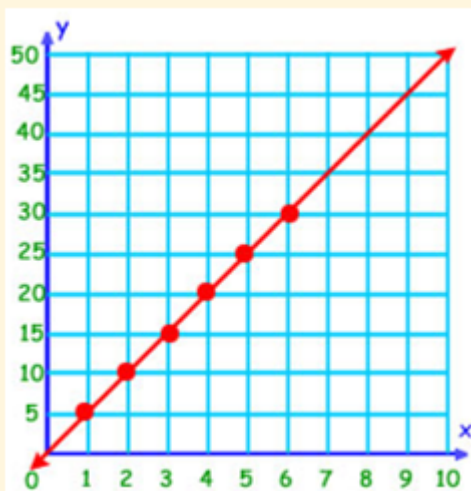
Como las tortillas tienen todas la misma cantidad de huevos, podríamos rellenar la siguiente tabla:

número de tortillas $\rightarrow X$	1	2	3	4	5	6
número de huevos $\rightarrow Y$	5	10	15	20	25	30

Si llevamos sobre un sistema de **ejes cartesianos**^[1] las parejas de valores (x,y) del ejemplo anterior, vemos que estos puntos no se sitúan aleatoriamente en la representación, sino que configuran una línea recta que pasa por el origen del sistema de referencia, punto (0,0).

Así pues, el gráfico que corresponde a una relación de proporcionalidad directa **es una línea recta** que pasa por el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

Además si nos fijamos en la tabla, podemos darnos cuenta que el cociente (división) entre las dos magnitudes (y / x) es constante y representa la constante de proporcionalidad de la relación. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es **5**.



[1] Ejes cartesianos. Cada una de las rectas reales graduadas que se cortan perpendicularmente dividiendo al plano en cuatro cuadrantes.



Rellenar huecos

8) Indica en qué casos las magnitudes que aparecen son directamente proporcionales: Contesta Si o No.

a) La velocidad de un vehículo y la distancia que recorre en dos horas. ☐

b) El coste de un lápiz y la cantidad de lápices que se pueden comprar con 10 euros. ☐

c) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda en recorrerla. ☐

d) El número de litros de agua que contiene un depósito y su peso. ☐

e) La edad de una persona y su estatura. ☐ .

Enviar

1.3. Magnitudes inversamente proporcionales. Proporcionalidad inversa

Dos variables (x , y) relacionadas en un mismo fenómeno, son inversamente proporcionales,

Si $X \uparrow \leftrightarrow Y \downarrow$

cuando al **aumentar** de valor una de ellas **disminuye** el valor de la otra.

O si

$X \downarrow \leftrightarrow Y \uparrow$

la primera **disminuye**, **aumenta** la segunda.

Cuando ocurre lo anterior se verifica que ($x \cdot y = k$), **es decir** el producto entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Esta relación de proporcionalidad inversa se puede representar como una función de la forma: $y = k / x$.

Donde :

x se le denomina variable independiente.

y se le denomina variable dependiente.

K constante de proporcionalidad inversa.

Analicemos el siguiente ejemplo: ***Indica si la relación entre las variables dadas son o no inversamente proporcionales.***

a) El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer una construcción edificio.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales**, ya que con el doble, triple... número de albañiles se tardará la mitad, tercera parte de tiempo en construir el mismo edificio.

b) La velocidad de un automóvil y el trayecto recorrido en el mismo tiempo.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales** ya que a tiempo constante, con el doble o el triple... de la velocidad, el automóvil recorrerá el doble, triple... de espacio.

c) La velocidad de un automóvil y el tiempo empleado en recorrer el mismo trayecto.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales**, ya que, a espacio constante, con el doble, triple... velocidad, el auto tardará la mitad, tercera parte... de tiempo en recorrerlo.

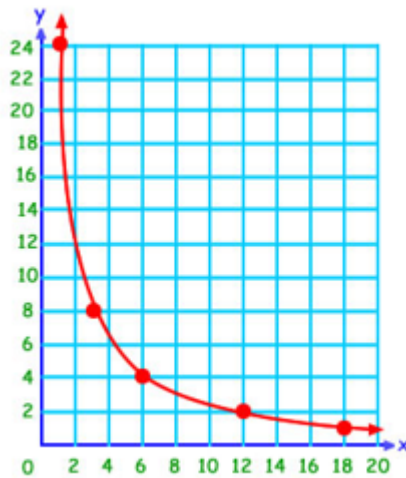
✓ Gráfico de proporcionalidad inversa.

La tabla siguiente representa a los diferentes valores de las variables en una relación inversa.

x	3	6	12	1
y	8	4	2	24

Si representamos sobre un sistema de coordenadas cartesianas dichos valores los puntos representativos forman una curva, llamada **hipérbola**.

Esta gráfica es indicativa de que entre las variables hay una relación de proporcionalidad inversa.



Rellenar huecos

9) Indica en cuáles de las siguientes situaciones, las magnitudes que aparecen son inversamente proporcionales:

- a) El tiempo que trabaja una persona y el salario que recibe. ☐
- b) Número de trabajadores en una obra y tiempo que tardan en terminarla. ☐
- c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia. ☐
- d) Precio de un artículo e importe del IVA. ☐
- e) Longitud de una circunferencia y de su diámetro. ☐
- f) Número de vacas en un establo y tiempo para el que tienen alimento. ☐

Enviar

1.4. Representación gráfica.

Representación Gráfica

La representación gráfica de la proporcionalidad es muy útil:

- ✓ **Proporcionalidad directa:** Se representa como una línea recta que pasa por el origen en un gráfico de y contra x . La pendiente de la línea es la constante de proporcionalidad k .
- ✓ **Proporcionalidad inversa:** Se representa como una hipérbola en el mismo gráfico. A medida que una variable aumenta, la otra disminuye, reflejando la naturaleza inversa de la relación.

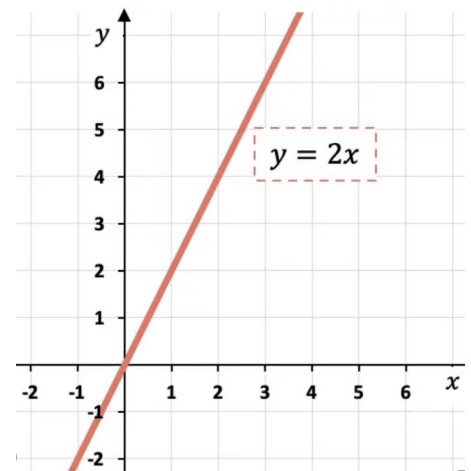
Proporcionalidad Directa

1. **Ecuación:** $y = kx$

- ✓ Por ejemplo, si $k = 2$, la ecuación sería $y = 2x$.

2. **Puntos a realizar el gráfico:**

- ✓ Si $x = 0$, entonces $y = 0$ (0, 0)
- ✓ Si $x = 1$, entonces $y = 2$ (1, 2)
- ✓ Si $x = 2$, entonces $y = 4$ (2, 4)
- ✓ Si $x = 3$, entonces $y = 6$ (3, 6)



Desconocido. Proporcionalidad Directa (CC BY-NC-SA)

3. **Gráfico:**

- ✓ En un plano cartesiano, coloca x en el eje horizontal (x) y y en el eje vertical (y).
- ✓ Dibuja una línea recta que pase por el origen (0, 0) y que tenga pendiente positiva.

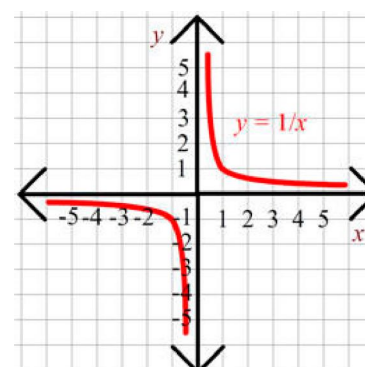
Proporcionalidad Inversa

1. **Ecuación:** $y = \frac{k}{x}$ o $y = xk$

- ✓ Por ejemplo, si $k = 10$, la ecuación sería $y = \frac{10}{x}$ o $y = x10$.

2. **Puntos a graficar:**

- ✓ Si $x = 1$, entonces $y = 10$ (1, 10)
- ✓ Si $x = 2$, entonces $y = 5$ (2, 5)
- ✓ Si $x = 5$, entonces $y = 2$ (5, 2)



✔ Si $x = 10$, entonces $y = 1$ (10, 1)

Desconocido. Curva hiperbólica (CC BY-NC-SA)

3. Gráfico:

- ✔ En el mismo plano cartesiano, dibuja la curva hiperbólica que se aproxima a los ejes x y y pero nunca los toca. La curva estará en el primer cuadrante.

Resumen de Graficación

- ✔ **Proporcionalidad Directa:** Línea recta que pasa por el origen.
- ✔ **Proporcionalidad Inversa:** Curva hiperbólica en el primer cuadrante.

Puedes usar herramientas como Excel, Google Sheets, o software de graficación en línea para visualizar estas relaciones. ¡Espero que esto te ayude a crear tus gráficos!

2. Comparación de dos o más magnitudes en proporción geométrica.

Proporción Geométrica

La **proporción geométrica** es una herramienta matemática utilizada para comparar magnitudes a través de las **razones** entre ellas, en lugar de comparar directamente sus valores. Este enfoque es especialmente útil en problemas de **geometría** y **crecimiento exponencial**, donde la relación entre las magnitudes sigue un patrón multiplicativo.

Dado tres números aa , bb y cc , se dice que están en **proporción geométrica** si el cociente entre pares consecutivos es constante. Es decir, los números están en proporción geométrica si:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Ejemplo de Proporción Geométrica

Consideremos tres magnitudes para ilustrar la proporción geométrica:

- ✔ Longitud del primer segmento: $a = 4$
- ✔ Longitud del segundo segmento: $b = 8$
- ✔ Longitud del tercer segmento: $c = 16$

Para verificar si estas magnitudes están en proporción geométrica:

1. Calculamos las razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b}{c} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

2. Comparamos las razones:

Como $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, los números 4, 8 y 16 están en **proporción geométrica**.

Aplicaciones en Problemas de Geometría

La proporción geométrica se aplica con frecuencia en problemas de **geometría**, especialmente al trabajar con **figuras similares**, donde las relaciones de los lados correspondientes siguen una proporción constante.

Ejemplo: Figuras Similares

Supongamos que tenemos dos triángulos similares. El primer triángulo tiene lados de 3 cm, 6 cm y 9 cm, mientras que el segundo triángulo tiene lados de 4 cm, 8 cm y 12 cm. Queremos verificar si estos triángulos están en proporción geométrica.

1. Calculamos las razones de los lados correspondientes:

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, \quad \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. Conclusión:

Como las razones entre los lados correspondientes son iguales, podemos confirmar que los triángulos son **similares** y están en **proporción geométrica**.

Aplicación en Crecimiento Exponencial

La proporción geométrica también se utiliza en contextos de **crecimiento exponencial**, como en el estudio del **crecimiento de poblaciones** o el **interés compuesto** en finanzas.

Ejemplo: Crecimiento de una Población

Supón que una población de bacterias se **duplica** cada hora. Si comenzamos con 50 bacterias, después de 1 hora habrá 100, y después de 2 horas habrá 200, y así sucesivamente.

1. Calculamos las razones de las poblaciones después de cada hora:

$$\frac{100}{50} = 2, \quad \frac{200}{100} = 2$$

2. Conclusión:

Las razones son constantes, lo que indica que la población está creciendo de manera **exponencial**, siguiendo una **proporción geométrica**.

Resumen

La **proporción geométrica** permite comparar magnitudes a través de sus razones, en lugar de sus valores absolutos. Es una herramienta fundamental en la **geometría**, donde se utiliza para analizar figuras similares, y en situaciones de **crecimiento exponencial**, como el crecimiento poblacional o el interés compuesto. Cuando las razones entre términos consecutivos son iguales, podemos confirmar que las magnitudes están en proporción geométrica, lo que facilita la resolución de una variedad de problemas matemáticos y prácticos.



Autoevaluación

¿Cómo se determina si tres números a , b y c están en proporción geométrica?

- ☐ Si la diferencia entre cada par de términos consecutivos es la misma.
- ☐ Si el cociente de cualquier par de términos consecutivos es el mismo.
- ☐ Si la suma de cada par de términos consecutivos es la misma.
- ☐ Si el producto de los términos es el mismo.

Incorrecto

Si el cociente de cualquier par de términos consecutivos es el mismo es correcta. Para que tres números a , b y c estén en proporción geométrica, el cociente entre cada par de términos consecutivos debe ser el mismo. Es decir,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Dado $a = 4$, $b = 8$, y $c=16$, ¿están estos números en proporción geométrica?

- ☐ Sí, porque $\frac{4}{8} = \frac{8}{16}$
- ☐ No, porque $\frac{4}{8} \neq \frac{8}{16}$

- ☐ Sí, porque $4 + 8 = 16$
- ☐ No, porque $4 \times 8 \neq 16$

Sí, porque $\frac{4}{8} = \frac{8}{16}$ **84=168** es correcta. Para estos números, el cociente entre 44 y 88 es $\frac{1}{2}21$, y el cociente entre 88 y 1616 también es $\frac{1}{2}21$. Dado que estos cocientes son iguales, los números están en proporción geométrica.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

En problemas de geometría, ¿cómo se aplica la proporción geométrica?

- ☐ Para calcular el área de figuras geométricas.
- ☐ Para comparar las longitudes de los lados de figuras similares.
- ☐ Para sumar las áreas de dos figuras.
- ☐ Para determinar el ángulo entre dos lados de una figura.

Incorrecto

Para comparar las longitudes de los lados de figuras similares es correcta.

La proporción geométrica se utiliza para verificar si las longitudes de los lados de figuras similares están en una relación constante, lo que indica que las figuras son semejantes.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

En un crecimiento exponencial, ¿cómo se puede confirmar que el crecimiento es proporcional geométricamente?

- ☐ Verificando que la población se duplica a intervalos regulares.
- ☐ Calculando la diferencia entre las poblaciones en intervalos regulares.
- ☐ Verificando que el cociente entre las poblaciones en intervalos regulares es constante.
- ☐ Sumando las poblaciones en cada intervalo.

Incorrecto

Incorrecto

Verificando que el cociente entre las poblaciones en intervalos regulares es constante es correcta. En un crecimiento exponencial, las razones entre las poblaciones en intervalos regulares deben ser iguales, indicando que el crecimiento sigue una proporción geométrica.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es la condición necesaria para que dos triángulos sean similares y estén en proporción geométrica?

- ☐ Que tengan los mismos ángulos.
- ☐ Que sus lados correspondan en proporción geométrica.
- ☐ Que tengan el mismo perímetro.
- ☐ Que los ángulos internos sumen 180 grados.

Incorrecto

Que sus lados correspondan en proporción geométrica es correcta. Para que dos triángulos sean similares, las longitudes de sus lados deben estar en proporción geométrica, lo que significa que las razones entre los lados correspondientes deben ser iguales.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

2.1. Regla de tres simple directa.

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B**, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera directamente proporcional (**a más de A, más de B**).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes **A** y **B**, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Sabemos que 4 libros cuestan 8 €, nos gustaría saber cuánto nos costarían 15 libros del mismo tipo.

Tenemos dos magnitudes representada por las variable: **A** → número de libros.

B → coste de los libros.

De esas variables conocemos tres cantidades:

A₁=4, B₁=8, A₂=15.

Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores **B₂=X**

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: 4 libros → 8 €

Pregunta: 15 libros → **X** €

Esta forma de plantear el problema se le llama regla de tres simple directa y vamos a ver que hay tres formas de enfrentar su solución:

✔ Método de reducción a la unidad.

Si 4 libros cuestan 8 euros, un libro constará cuatro veces menos, es decir, un libro costará $8/4 = 2$ €, por tanto 15 libros costarán 15 veces más que un libro solo, es decir, $2 \cdot 15 = 30$ €, que sería la respuesta buscada.

✔ Método de las proporciones.

Como a más libros adquiridos pagaremos más, las dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B** son directamente proporcionales.

La constante de razón (k) de las cantidades homogéneas (*de la misma variable*) son iguales, luego podremos igualar las razones, quedándonos:

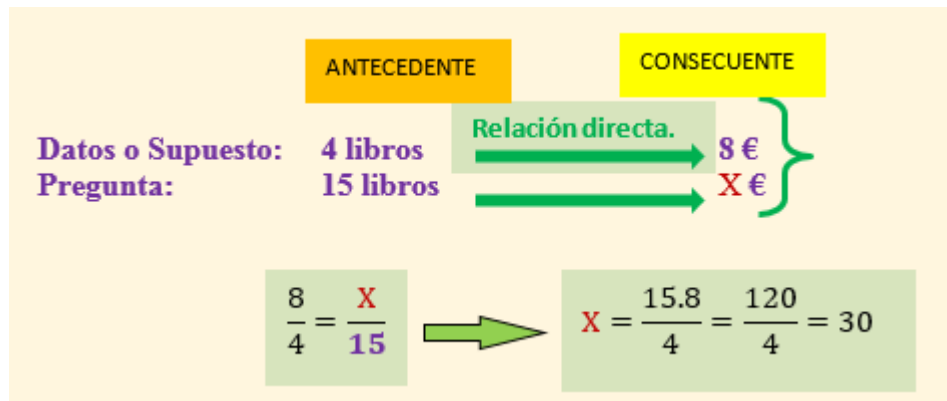
$$k = \frac{4}{15} = \frac{8}{\mathbf{X}}$$

$$\text{Resolviendo tendremos: } 4 \cdot X = 15.8 \rightarrow X = \frac{120}{4} = 30 \text{ €}$$

✔ Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud donde se encuentre la incógnita.

Si la relación es de **proporcionalidad directa** entonces **igualaremos los cocientes**, si fuese **inversa** lo que igualaríamos serían los productos de las cantidades relacionadas.

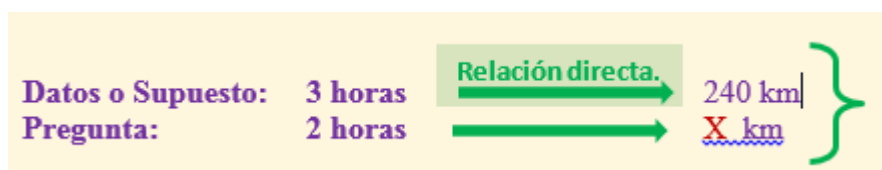


Resolvamos juntos el siguiente supuesto:

Un automóvil a velocidad constante recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

Las dos magnitudes en juego, **distancia** y **tiempo** para una misma velocidad, con dos medidas cada una, son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que **a menos** horas recorrerá **menos** kilómetros y a más horas recorrerá más kilómetros.

Luego podremos hacer el siguiente planteamiento:



Como tenemos una relación directamente proporcional podemos igualar las constantes de razón de las magnitudes relacionadas o lo que es lo mismo, el cociente de las cantidades de esas magnitudes y poner:

$\frac{240}{3} = \frac{X}{2}$

➡

$X = \frac{240 \cdot 2}{3} = \frac{480}{3} = 160 \text{ km}$



Caso práctico

10) En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

Solución

Si representamos por x el número de litros que contendrá 5200 gramos de sal, y formamos la siguiente tabla:

Se verifica la proporción: $\frac{x}{5200} = \frac{50}{1300}$

Litros de agua	x	50
Gramos de sal	1.300	5.200

Resolviendo la igualdad nos queda: $x = \frac{50 \cdot (5200)}{1300} = 200 \text{ l}$

11) Un automóvil gasta 5 litros de carburante cada 100 km. Si quedan en el depósito 6 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil?

Solución

Si hubiese consumido un litro solo hubiese hecho cinco veces menos kilómetros ($\frac{100}{5}$), pero si gastase seis litros, recorrería seis veces más kilómetros que con un solo litro, luego:

$$x = \frac{100}{5} \cdot 6 = 120 \text{ km}$$

2.2. Regla de tres simple inversa

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B**, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera inversamente proporcional (**a más de una, menos de la otra**).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes **A** y **B**, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos juntos el siguiente ejemplo:

Cuatro grifos iguales, llenan un depósito en **14 horas**. ¿Cuánto tardarían en rellenar el mismo depósito si tuviésemos **siete** grifos en vez de cuatro?

Tenemos dos magnitudes representada por las variable: **A** → número de grifos.

B → horas abiertos.

De esas variables conocemos tres cantidades: **A₁=4, B₁=14, A₂=7**.

Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores **B₂=X**. (Que es la pregunta del enunciado.)

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: 4 grifos → 14 horas abiertos.

Pregunta: 7 grifos → X horas abiertos

Esta forma de plantear el problema se le llama regla de tres simple, porque **solo hay dos magnitudes relacionadas e, inversa**, puesto que si la cantidad de una de las magnitudes crece, la lógica y la intuición nos dice que la cantidad de la otra magnitud decrecerá.

Como en el caso anterior hay tres formas de enfrentar su solución, veámoslas a través del siguiente ejemplo:

✔ **Método de reducción a la unidad.**

Si cuatro grifos tardan en llenar el depósito 14 horas, un grifo solo tardará en hacerlo cuatro veces más, es decir **4.14 = 56 horas**, de la misma forma que 7 grifos lo harían en **un tiempo de siete veces menos**, es decir, **56/7=8 horas**.

Eso es, 7 grifos tardarían en llenar el depósito 8 horas, **menos tiempo que tardaban los cuatro grifos iniciales**.

✔ **Método de las proporciones.**

Como a más grifos abiertos tardaremos menos en llenar el depósito, las dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B** son inversamente proporcionales.

La constante de razón (**k**) de las cantidades homogéneas (*de la misma variable*) ahora no son iguales, sino que una es la inversa de la otra, luego para igualar las razones deberemos invertir el

antecedente y el consecuente de cualquiera de las razones.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Razón de la magnitud grifos: } k_A = \frac{4}{7} \\ \text{Razón de la magnitud horas: } k_B = \frac{14}{x} \end{array} \right\} \text{ Pero resulta que: } k_A = \frac{1}{k_B} \text{ o } k_B = \frac{1}{k_A}$$

Luego igualando las razones a las que representan dichas constantes tendríamos:

$$\frac{4}{7} = \frac{1}{\frac{14}{x}} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{x}{14} \Rightarrow \text{Por tanto } 4 \cdot (14) = 7 \cdot x$$

Luego

$$x = \frac{4 \cdot (14)}{7} = \frac{56}{7} = 8 \text{ horas}$$

✔ Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud **donde se encuentre la incógnita**.

Si la relación es de proporcionalidad **inversa** entonces igualaremos los productos de las cantidades relacionadas (de la misma variable), estableciendo una igualdad entre el supuesto y la pregunta.

	ANTECEDENTE		CONSECUENTE
Datos o Supuesto:	4 grifos	Relación inversa.	14 h
Pregunta:	7 grifos		x h

$$4 \cdot (14) = 7 \cdot (x) \Rightarrow x = \frac{4 \cdot (14)}{7} = \frac{56}{7} = 8 \text{ horas}$$

Resolvamos juntos el siguiente ejemplo: **3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?**

El número de obreros y el tiempo que tardan en hacer la construcción, son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** obreros tardarán **menos** horas.

Datos o Supuesto: 3 obreros → 12 horas.

Pregunta: 6 obreros → **x horas**.

Si tres obreros tardan 12 horas, **un obrero solo** tardará tres veces más, es decir, $3 \cdot (12) = 36$ h. Pero si en vez de un obrero **trabajasen 6**, evidentemente tardaría seis veces menos en hacer la obra, por tanto:

$$X=36.h/6= 6 \text{ h.}$$

Es decir, 6 obreros realizarían el muro en 6 horas, frente a las 12 h que tardaría 3 obreros.



Caso práctico

12) Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

Solución

Hay dos magnitudes (litros y tiempo) que son **inversamente proporcionales**, ya que **a menos** litros por minuto tardará **más** en llenar el depósito.

Por ser inversamente proporcionales, las constantes de razón de las cantidades de cada magnitud, son inversas, luego para establecer una igualdad entre ellas, deberemos invertir cualquiera de las razones establecidas.

Caudal, (l)	18	7
Tiempo.(h)	14	X

$$k_i = \frac{18}{7} \quad \rightarrow \quad k_i = \frac{1}{k_h} \quad \rightarrow \quad \frac{18}{7} = \frac{X}{14} \quad \rightarrow \quad X = \frac{18}{7} \cdot 14 = 36 \text{ h}$$
$$k_h = \frac{14}{X}$$

13) Si 4 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

Solución

Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que **a más** obreros tardarán **menos** horas.

Obreros		Tiempo
Si 4 obreros	tardan	12 h
6 obreros	tardarán	x

$$x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8$$

2.3. Reglas de tres Compuestas directas, inversas y mixtas.

Regla de Tres Compuesta

La **regla de tres compuesta** se utiliza cuando se relacionan **tres o más magnitudes** y, a partir de las relaciones entre las cantidades conocidas, se busca obtener el valor de la magnitud desconocida.

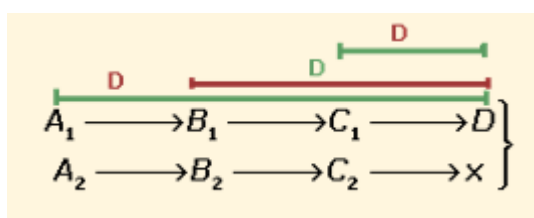
Una regla de tres compuesta consiste en aplicar varias **reglas de tres simples** de manera sucesiva. Las relaciones entre las magnitudes involucradas pueden ser todas **directamente proporcionales**, todas **inversamente proporcionales**, o una combinación de ambas (es decir, algunas directas y otras inversas).

Para simplificar el proceso, utilizaremos el **método comparativo**. En este método, se comparan las magnitudes conocidas con aquella en la que se encuentra la **cantidad buscada** (la incógnita). Al hacer estas comparaciones, determinamos si la relación es directa o inversa. La magnitud que contiene la incógnita se considera el **consecuente** del problema, mientras que las demás magnitudes actúan como **antecedentes**.

Este enfoque permite resolver problemas de proporcionalidad de manera eficiente, ajustando las relaciones entre las magnitudes de acuerdo con el tipo de proporción que mantienen (directa o inversa).

✓ Regla de tres compuesta y directa.

Señalamos con una “ **D** ” (**directa**) la relación que existe entre los antecedentes (**A,B,C**) y el consecuente (**D**).



Por ser la relación directa entre las magnitudes participantes, plantearemos la siguiente igualdad entre las razones de los antecedentes y de los consecuentes.

$$\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B_1}{B_2} \cdot \frac{C_1}{C_2} = \frac{D}{x}$$

despejando adecuadamente la variable resulta:

$$x = \frac{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \cdot D}{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de 20 €. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.

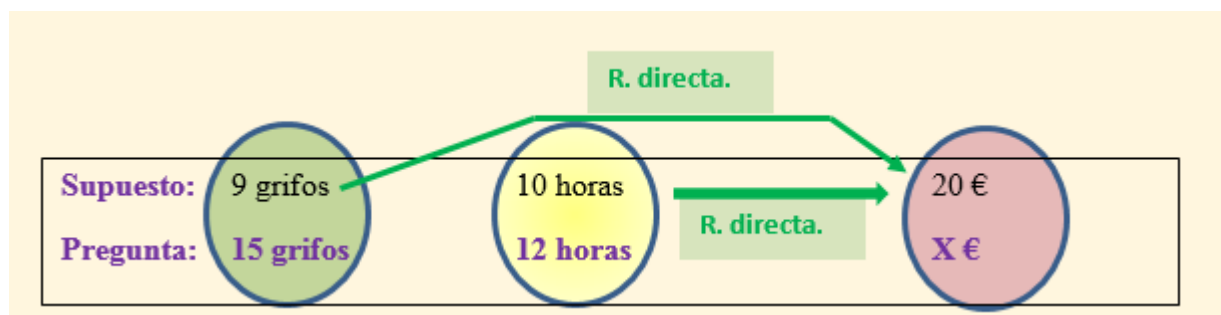
Tenemos tres magnitudes en juego:

- A. número de grifos.
- B. número de horas abiertos.
- C. coste del vertido.

Como el dato buscado está sobre la variable **C** “**coste del vertido**”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema y el resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **C** de manera **directamente proporcional** (más grifos más coste).

B se relaciona con **C** de manera **directamente proporcional** (más horas vertiendo más coste).



Por tanto multiplicando las razones de los antecedentes e igualándolas a la razón del consecuente no quedaría:

$$\frac{9}{15} \cdot \frac{10}{12} = \frac{20}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{90}{180} = \frac{20}{x} \quad \text{Y despejando resulta:} \quad x = \frac{20 \cdot 180}{90} = 40 \text{ €}$$

✓ Regla de tres compuesta inversa.

Señalamos con una “I” (inversa) la relación que existe entre los antecedentes (A, B, C) y el consecuente (D).

El diagrama muestra la regla de tres compuesta inversa. A la izquierda, se representan dos filas de variables: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1 \rightarrow D$ y $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2 \rightarrow x$. Las relaciones entre A_1 y A_2 , B_1 y B_2 , C_1 y C_2 están marcadas con líneas verdes y una 'I' (inversa). Una flecha verde apunta a la ecuación: $\frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{B_2}{B_1} \cdot \frac{C_2}{C_1} = \frac{D}{x}$. Otra flecha verde apunta a la fórmula final: $x = \frac{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1 \cdot D}{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2}$.

Lo que significa que la cantidad buscada en una relación en la que todas sus magnitudes están relacionadas de manera inversamente proporcional será igual al producto de los antecedentes partido por el producto de los consecuentes.

Analicemos el siguiente ejemplo:

5 obreros trabajando 6 horas diarias construyen un muro en 2 días. ¿Cuánto tardarán 4 obreros trabajando 7 horas diarias?

Tenemos tres magnitudes en juego:

A. número de obreros.

B. número de horas de trabajo diarias

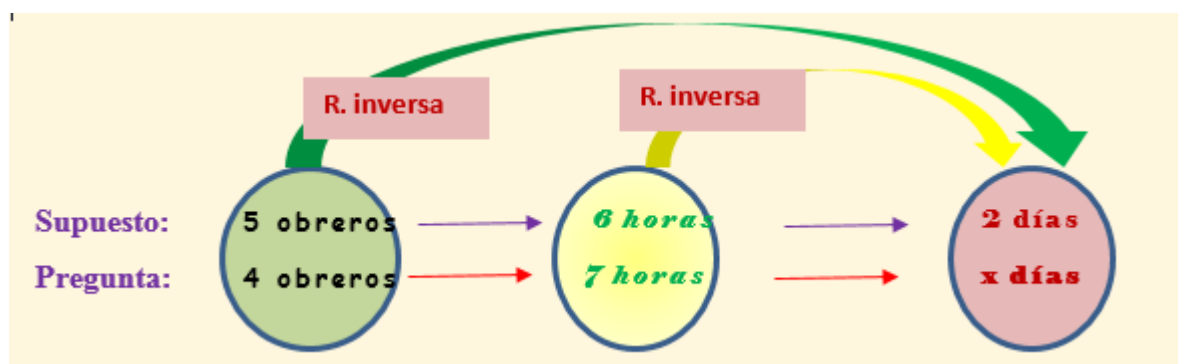
C. duración de la obra.

Como el dato buscado está sobre la variable C “**duración de la obra**”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **C** de manera **inversamente** proporcional (**más obreros menos duración**).

B se relaciona con **C** de manera **inversamente** proporcional (**más horas diarias menos duración**).

Hacemos el siguiente planteamiento:



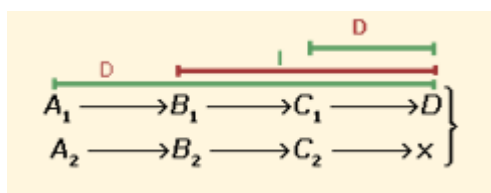
Como la relación es inversamente proporcional invertiremos las razones de los antecedentes y los igualaremos a la razón del consecuente sin invertir, para seguidamente despejar el valor buscado.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{30}{28} \cdot 2 = 2,14 \text{ días}$$

✓ Regla de tres compuesta mixta.

Aparece cuando en un problema nos encontramos variables que respecto al consecuente actúan de modo directamente proporcional, mientras que otras actúan de manera inversamente proporcional.

Supongamos el siguiente planteamiento donde las magnitudes guardan con el consecuente la relación indicada:



Multiplicaremos las razones de los antecedentes invirtiendo las mismas cuando la relación sea inversa. El resultado lo igualaremos a la razón del consecuente.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m.

¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que falta?

Tenemos tres magnitudes en juego:

- A. número de obreros.
- B. número de horas de trabajo diarias.
- C. metros construidos.
- D. días de trabajo.

Como el dato buscado está sobre la variable D “**duración de la obra**”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

- ✓ **A** se relaciona con **D** de manera **inversamente** proporcional (**más obreros, menos duración**).
- ✓ **B** se relaciona con **D** de manera **inversamente** proporcional (**más horas diarias, menos duración**).
- ✓ **C** se relaciona con **D** de manera **directamente** proporcional (**más construcción, más duración**).

Hacemos el siguiente planteamiento:

	ANTECEDENTES			CONSECUENTE
Supuesto:	8 obreros	6 horas	30 m	9 días
Pregunta:	10 obreros	8 horas	50 m	X días

Diagrama de relaciones: Se muestran flechas verdes curvas desde los círculos de los antecedentes (8 obreros, 6 horas, 30 m) hacia el círculo de la consecuencia (9 días). Una flecha azul curva va desde el círculo de los antecedentes (10 obreros, 8 horas, 50 m) hacia el círculo de la consecuencia (X días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (30 m) hacia el círculo de la consecuencia (9 días). Una flecha azul recta va desde el círculo de los antecedentes (50 m) hacia el círculo de la consecuencia (X días). Una etiqueta 'D' en un recuadro verde está ubicada entre los círculos de los antecedentes y la consecuencia, indicando la variable de interés.

Igualando las razones de los antecedentes con la razón del consecuente, invirtiendo aquellas razones que están en proporción inversa resulta:

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{30}{50} = \frac{9}{x} \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{9}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 9$$

Por lo tanto, 10 obreros trabajando 8 horas diarias realizarán un muro de 50 m en 9 días.



Caso práctico

14) En un mapa de escala 1:200.000 la distancia entre dos puntos es de 15 cm.
¿Cuál es la distancia en la realidad?

Solución

1º) Primero hay que establecer la equivalencia de la escala:

1 cm en el mapa equivalen a 200.000 cm en la realidad; es decir a 2 km.

2º) Y ahora planteamos la regla de tres:

medida en el mapa		medida en la realidad	
Si 1 cm	equivale	2 km	} $x = \frac{15 \cdot 2}{1} = 30 \text{ km}$
15 cm	equivaldrán	x km	

15) En una fábrica 6 máquinas iguales producen en 2 horas 600 piezas. ¿Cuántas piezas producirán 9 de estas máquinas en 3 horas?

Solución

El planteamiento es: si aumentamos el número de máquinas, la cantidad de piezas producidas en un cierto tiempo, aumentará, por ello la relación es Directa, a su vez, tenemos las mismas máquinas trabajando más tiempo, se producirán más piezas, luego la relación también es directa.

Máquinas		Piezas		Tiempo
6	(D)	600	(D)	2h
9	X	x	X	3h

Ahora establecemos la igualdad de las proporciones. En uno de los miembros la magnitud donde está la incógnita, y en el otro el producto de las razones. Al ser las dos directas, se escriben las razones sin invertir:

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{600}{x} \Rightarrow \frac{12}{27} = \frac{600}{x} \Rightarrow x = \frac{600 \cdot 27}{12} = 1350 \text{ piezas}$$

Luego producirán **1350 piezas**.

3. Repartos.

Reglas de Tres y Conceptos de Repartos

En las reglas de tres, tanto simples como compuestas, se comparan las cantidades de dos o más magnitudes para determinar un valor desconocido. Ahora, aunque seguimos basándonos en el concepto de **proporción**, el enfoque cambia hacia encontrar **razones** con una constante de proporcionalidad que nos permita realizar **repartos**. Estos repartos pueden ser **directamente proporcionales**, **inversamente proporcionales** o **mixtos**, dependiendo de la naturaleza de las magnitudes involucradas.

Conceptos Básicos de Repartos

1. Reparto Directamente Proporcional:

En un reparto directamente proporcional, dos magnitudes se distribuyen de tal manera que, si una aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción. Por ejemplo, si repartimos una cantidad de dinero entre dos personas, la cantidad que cada persona recibe estará directamente relacionada con la proporción previamente establecida.

2. Reparto Inversamente Proporcional:

En el reparto inverso, las magnitudes se distribuyen de manera opuesta: si una magnitud aumenta, la otra disminuye proporcionalmente. Por ejemplo, al repartir un trabajo entre varias personas, si aumenta el número de trabajadores, el tiempo que cada persona necesita para completar el trabajo disminuirá.

3. Reparto Mixto:

El reparto mixto es una combinación de proporciones directas e inversas, donde las magnitudes pueden depender de múltiples factores interactuando de manera compleja. Se aplica cuando algunas variables se distribuyen proporcionalmente de forma directa y otras de manera inversa.

Ejemplo de Reparto Directamente Proporcional

Supongamos que deseas repartir \$300 entre Ana y Luis en una proporción de 2:3.

1. **Calcular el total de partes:** $2 + 3 = 5$

2. **Valor de cada parte:** $\frac{300}{5} = 60$

3. **Cantidad para Ana:** $2 \times 60 = 120$

4. **Cantidad para Luis:** $3 \times 60 = 180$

En este ejemplo, Ana y Luis reciben dinero en proporción directa (2:3). Si la cantidad total cambia, las proporciones se mantendrán, pero los valores absolutos variarán.

Ejemplo de Reparto Inversamente Proporcional

Supongamos que tienes un trabajo que una persona puede completar en 4 horas. Si decides dividir el trabajo entre 2 personas, el tiempo se reducirá en proporción inversa.

1. **Tiempo con 1 persona:** 4 horas.
2. **Con 2 personas:** El tiempo se reduce a la mitad: $\frac{4}{2} = 2$

En general, si n personas realizan el trabajo, el tiempo total T se calcula como:

$$T = \frac{4}{n} \text{ horas}$$

A medida que aumenta n , el tiempo total disminuye en proporción inversa.

Ejemplo de Reparto Mixto

Imagina que estás organizando un evento con dos tareas: **decoración** y **catering**.

- ✔ **Decoración:** Se reparte directamente proporcional al número de personas. Si tienes 5 personas y el trabajo total es de 120 unidades, cada persona hará:

$$\frac{120}{5} = 24 \text{ unidades.}$$

- ✔ **Catering:** Se reparte inversamente proporcional al número de personas. Si tienes 6 horas para el catering y 3 personas, el tiempo que cada persona necesita será:

$$\frac{6}{3} = 2 \text{ horas.}$$

En este caso, hemos combinado un reparto directo para la decoración y un reparto inverso para el catering, lo que muestra cómo las diferentes magnitudes pueden interactuar en problemas mixtos.

Resumen

- ✔ **Reparto Directamente Proporcional:** Las cantidades se distribuyen en función directa de la proporción establecida.
- ✔ **Reparto Inversamente Proporcional:** Las cantidades se distribuyen en función inversa de la proporción establecida.
- ✔ **Reparto Mixto:** Combina proporciones directas e inversas para resolver problemas más complejos que involucran varias variables.

Este enfoque de repartos es una aplicación directa del concepto de proporción y es útil

en una amplia gama de situaciones prácticas, desde la distribución de recursos hasta la organización de tareas.



Autoevaluación

En un reparto directamente proporcional, si una magnitud aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. En un reparto directamente proporcional, ambas magnitudes aumentan o disminuyen de manera proporcional. Esto significa que si una magnitud se incrementa, la otra también lo hace en la misma proporción establecida.

En un reparto mixto, se combinan proporciones directas e inversas para resolver problemas complejos que involucran más de una variable.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. En un reparto mixto, se utilizan tanto proporciones directas como inversas para abordar problemas que requieren la interacción de múltiples factores o variables.

En un reparto inversamente proporcional, si una magnitud aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Correcto. En un reparto inversamente proporcional, si una magnitud aumenta, la otra disminuye en proporción inversa. Es decir, cuando una magnitud se incrementa, la otra se reduce de manera proporcional.

Si repartimos una cantidad de dinero entre dos personas en una proporción de 2:3, la cantidad total de dinero se divide en 5 partes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Correcto. En una proporción de 2:3, la suma de las partes es $2 + 3 = 5$. Por lo tanto, la cantidad total de dinero se divide en 5 partes.

En un reparto inversamente proporcional, si aumentamos el número de personas trabajando en una tarea, el tiempo requerido para completarla también aumenta.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Correcto. En un reparto inversamente proporcional, si aumentamos el número de personas trabajando en una tarea, el tiempo requerido para completarla disminuye, ya que el trabajo se reparte entre más personas.

3.1. Repartos directamente proporcionales.

El **reparto proporcional** consiste en distribuir una cantidad dada entre varias partes de tal forma que cada elemento del reparto reciba una fracción del total que sea **directamente proporcional** a una característica particular que se tome como referencia (por ejemplo, edad, altura, peso, etc.).

Sea N la cantidad total a repartir entre n partes, cada una representada por una característica $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Las cantidades recibidas por cada parte se denotan como $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$.

El reparto se caracteriza por el hecho de que la **constante de proporcionalidad** entre la cantidad recibida (c_i) y la característica que origina el reparto (a_i) es la misma para todas las partes, es decir:

$$\frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \dots = \frac{c_n}{a_n}$$

Esto asegura que cada parte reciba una cantidad en proporción directa a su característica, lo que mantiene la equidad en el reparto en función de la referencia establecida.

$$k = \frac{c_1}{a_1}, k = \frac{c_2}{a_2}, k = \frac{c_3}{a_3} \dots \dots \dots k = \frac{c_n}{a_n}$$

Luego podemos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} \dots \dots \frac{c_n}{a_n}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. **Por tanto:**

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} \dots \dots = \frac{c_n}{a_n}$$

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{c_i}{a_i} = \frac{N}{A} \quad \rightarrow \quad c_i = \frac{N \cdot a_i}{A}$$

$i = 1 \dots \dots \dots n$

Donde: $A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ y $N = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n$

Analicemos este ejemplo:

Un abuelo reparte 450 € entre sus tres nietos de 8, 12 y 16 años de edad, proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Llamamos x, y, z a las cantidades que le corresponde a cada uno.

1º El reparto es directamente proporcional luego: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$

2º Por la propiedad de las razones iguales: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{x+y+z}{8+12+16} = \frac{450}{36}$

3º Cada nieto recibirá:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{8} = \frac{450}{36} \\ \frac{y}{12} = \frac{450}{36} \\ \frac{z}{16} = \frac{450}{36} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x = \frac{450 \cdot 8}{36} = 100 \text{ €} \\ y = \frac{450 \cdot 12}{36} = 150 \text{ €} \\ z = \frac{450 \cdot 16}{36} = 200 \text{ €} \end{array}$$

Otra forma de resolver el mismo ejemplo anterior:

Ejemplo

Supongamos que un abuelo desea repartir 450 € entre sus tres nietos, cuyas edades son 8, 12 y 16 años, de manera **proporcional a sus edades**. Queremos calcular cuánto corresponde a cada uno.

Paso 1: Sumar las edades

Primero sumamos las edades de los nietos:

$$A = 8 + 12 + 16 = 36$$

$$A = 8 + 12 + 16 = 36$$

Paso 2: Calcular el valor de cada parte

El valor de cada parte se obtiene dividiendo el total a repartir ($N = 450$) entre la suma de las edades:

$$\text{Valor de cada parte} = \frac{450}{36} = 12.5$$

$$\text{Valor de cada parte} = \frac{450}{36} = 12.5$$

Paso 3: Calcular cuánto recibe cada nieto

Multiplicamos la edad de cada nieto por el valor de cada parte para encontrar la cantidad que le

corresponde a cada uno:

- ✓ El nieto de **8 años** recibirá:

$$8 \times 12.5 = 100\text{€}$$

- ✓ El nieto de **12 años** recibirá:

$$12 \times 12.5 = 150\text{€}$$

- ✓ El nieto de **16 años** recibirá:

$$16 \times 12.5 = 200\text{€}$$

Conclusión

El reparto proporcional de 450 € será:

- ✓ 100 € para el nieto de 8 años.
- ✓ 150 € para el nieto de 12 años.
- ✓ 200 € para el nieto de 16 años.

Este reparto asegura que la cantidad asignada a cada nieto sea **directamente proporcional a su edad**.



Caso práctico

16) Compramos un lote de libros por 162 euros. Víctor se quedó con 7 libros, Belén con 5 y Jaime con 6. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

Solución

La cantidad que debe pagar cada uno son proporcionales al número de libros que se quedó.

$a_{\text{Víctor}} = 7$; $a_{\text{Belén}} = 5$; $a_{\text{Jaime}} = 6$. por tanto $A = 7 + 5 + 6 = 18$ y la cantidad total pagada $N = 162 = C_{\text{Víctor}} + C_{\text{Belén}} + C_{\text{Jaime}}$ €.

$$C_{\text{Víctor}} = (162 \cdot 7) / 18 = 63$$

$$C_{\text{Belén}} = (162 \cdot 5) / 18 = 45$$

$$C_{\text{Jaime}} = (162.6)/18 = 54$$

3.2. Repartos inversamente proporcionales.

El **reparto inversamente proporcional** consiste en distribuir una cantidad dada entre varias partes de manera que cada elemento reciba una porción del total que sea **inversamente proporcional** a una característica que se tome como referencia (como edad, altura, peso, etc.). Es decir, cuanto mayor sea la característica, **menor** será la cantidad que esa parte recibirá del total.

Realizar un reparto inversamente proporcional es lo mismo que realizar un reparto directamente proporcional al valor inverso de la característica de reparto.

Sea **N** una cantidad a repartir por ejemplo en **n** partes de manera **inversamente proporcional** a una característica de esas partes (edad, altura, peso etc.), representadas por los números **a₁, a₂, a₃....a_n**.

Cada una de las partes recibirá del total **N**, las cantidades: **c₁, c₂, c₃...c_n**, las cuales serán de valor inverso a la característica de reparto (**más característica, menor trozo de N**).

El reparto se va a caracterizar en este caso, porque las constantes de razón entre la cantidad recibida (C_i) y la **inversa de la característica** que da lugar al reparto (a_i) son iguales, es decir:

$$k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}}, k = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}}, k = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \dots \dots \dots k = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Luego podremos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \dots \dots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. **Por tanto:**

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \dots \dots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Donde:

c₁ + c₂ + c₃ + ... + c_n = N Representa cada una de las partes del reparto.

1 1 1 1

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} = A \text{ Representa la suma de los inversos de las características del reparto.}$$

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{C_i}{\frac{1}{a_i}} = \frac{N}{A} \quad \Rightarrow \quad C_i = \frac{N}{A \cdot a_i} \quad i = 1, \dots, n$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

Como hemos dicho el reparto inversamente proporcional lo resolvemos como un reparto directamente proporcional a los inversos de las características del reparto. Por tanto.

1º Tomamos los inversos: $\frac{1}{20}, \frac{1}{24}, \frac{1}{32}$

2º Ponemos a común denominador:

$$\frac{24}{480}, \frac{20}{480}, \frac{15}{480}$$

3º Y como los numeradores de las fracciones reducidas a común denominador guardan la relación de proporcionalidad de la originales, realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 24, 20 y 15.

$\frac{x}{24} = \frac{y}{20} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{24+20+15} = \frac{5900}{59}$	$\frac{x}{24} = \frac{5900}{59} \quad x = \frac{5900 \cdot 24}{59} = 2400 \text{ €}$
	$\frac{y}{20} = \frac{5900}{59} \quad y = \frac{5900 \cdot 20}{59} = 2000 \text{ €}$
	$\frac{z}{15} = \frac{5900}{59} \quad z = \frac{5900 \cdot 15}{59} = 1500 \text{ €}$

Como podemos observar en el resultado, el de menor edad aporta más dinero que el hijo de mayor edad.



Caso práctico

Una persona decide repartir la cantidad de 4.400 euros entre 3 niños. El reparto ha de efectuarse en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 4, 8 y 12 años. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?

Solución.

Los números inversos a las edades son: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; y $\frac{1}{12}$. Reduciendo estas fracciones a común denominador, resulta:

$\frac{6}{24}$; $\frac{3}{24}$ y $\frac{2}{24}$

Ahora de lo que se trata es de hacer el reparto directamente proporcional a los numeradores. Cuya suma es $6+3+2=11$

Con lo cual el reparto quedará:

$$C_4 = (4.400 \cdot 6) / 11 = 2400 \text{ €}$$

$$C_8 = (4.400 \cdot 3) / 11 = 1200 \text{ €}$$

$$C_{12} = (4.400 \cdot 2) / 11 = 800 \text{ €}$$

3.3. Repartos sobre dos o más características Repartos compuestos.

Este tipo de reparto se utiliza cuando se distribuye una cantidad entre varios elementos, tomando en cuenta **múltiples índices o características** que influyen en cómo se realiza la distribución. Estos índices pueden estar relacionados con factores como la **edad**, el **peso**, el **rendimiento**, entre otros.

Los **repartos proporcionales compuestos** pueden clasificarse en:

- **Directos:** Cuando el reparto se hace en proporción directa a los índices.
- **Inversos o Indirectos:** Cuando el reparto se realiza en proporción inversa a los índices.
- **Mixtos:** Cuando el reparto es directamente proporcional a algunos índices e inversamente proporcional a otros.

Pasos para realizar un reparto compuesto:

1. **Convertir relaciones inversamente proporcionales en directas:** Se invierten los índices de las características que están en relación inversa para convertirlas en proporcionales.
2. **Multiplicar los índices correspondientes:** Para cada elemento, se multiplican los índices de los diferentes grupos de características, obteniendo así un **índice único de reparto**.
3. **Realizar el reparto:** La cantidad total se distribuye de manera directamente proporcional al índice resultante.

Ejemplos:

A continuación, veamos cada uno de los casos con un ejemplo para ilustrar cómo se lleva a cabo cada tipo de reparto.

Veamos cada uno de los casos con un ejemplo.

Reparto Compuesto Directo

Una institución educativa va a repartir 15.000 € entre los tres mejores estudiantes seleccionados de una ciudad. La distribución del premio se hará en **proporción directa** a la **nota media** y a las **asignaturas cursadas**.

José tiene una nota media de 9,75 y 22 materias acreditadas, Patricia tiene una nota media de 9,86 y 19 materias acreditadas y Ricardo tiene promedio de 9,03 y 31 materias acreditadas, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

Hay un reparto directamente proporcional a dos características o índices: **Nota media** y **Asignaturas cursadas**.

- ✓ Calculamos el índice compuesto que le corresponde a cada elemento del reparto multiplicando para ello los factores directos de las diferentes características de reparto.



Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto
José	9,75	22	214,5
Patricia	9,86	19	187,34
Ricardo	9,03	31	279,93

- ✓ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así.

$$\frac{A}{10950} = \frac{B}{2336} = \frac{C}{816} = \frac{12000\text{€}}{10950 + 2336 + 816} = \frac{12000\text{€}}{14102}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Cientes	Asignatura		
A	25	$\frac{1}{20}$	10950	$10950 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 9317,83$
B	32	$\frac{1}{120}$	2336	$2336 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 1987,80$
C	34	$\frac{1}{365}$	816	$816 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 694,37$
Total Repartido.				12000 €

Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto	Cantidad Recibida.
José	9,75	22	214,5	$214,5 \cdot \frac{15.000\text{€}}{681,77} = 4719,34$
Patricia	9,86	19	187,34	$187,34 \cdot \frac{15.000\text{€}}{681,77} = 4121,77$
Ricardo	9,03	31	279,93	$279,93 \cdot \frac{15.000\text{€}}{681,77} = 6158,89$
Total Repartido.				15000 €

Repartos Compuestos indirectos o inversos.

Se repartió un premio de 8 750 € entre tres tele operadores de una empresa en proporción inversa a los clientes perdidos y a los errores cometidos. Juan perdió 12 clientes y tuvo cuatro errores, Ana perdió nueve clientes y tuvo 2 errores y Carmen perdió dos clientes y tuvo 10 errores ¿Cuánto le correspondió a cada uno?

- ✓ Hay un reparto inversamente proporcional a dos características o índices: **Cientes perdidos** y **errores cometidos**.
- ✓ Calculamos el índice que le corresponde a cada elemento del reparto invertido el factor de reparto original, para proceder seguidamente a multiplicarlos para obtener así el índice de reparto compuesto para los diferentes miembros del reparto.

Reducimos las fracciones a común denominador y utilizamos el denominador de las mismas

para determinar el índice compuesto.

$$\text{mcm}(48, 18, 20) = 720.$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Cientes	Asignatura	
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{48} = \frac{15}{720}$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{18} = \frac{40}{720}$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20} = \frac{36}{720}$

✓ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{\text{Juan}}{15} = \frac{\text{Ana}}{40} = \frac{\text{Carmen}}{36} = \frac{15.000 \text{ €}}{15 + 40 + 36} = \frac{8.750 \text{ €}}{91}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Cientes	Asignatura		
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	15	$15 \cdot \frac{8.750 \text{ €}}{91} = 1442,31$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	40	$40 \cdot \frac{8.750 \text{ €}}{91} = 3846,15$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	36	$36 \cdot \frac{8.750 \text{ €}}{91} = 3461,54$
Total Repartido.				8750 €

Reparto Compuesto Mixto

La Junta de Castilla la Mancha va a gratificar a cuatro docentes con 12000 € de manera directamente proporcional a los años de servicios e inversamente proporcional al número de días de baja que han tenido en esos años.

El profesor A, tiene 25 años de servicio y 20 días de baja. El profesor B tiene 32 años de servicios y 120 días de baja. El profesor C tiene 34 años de servicio y 365 días de baja.

¿Cuál será la cantidad que recibirá cada uno?

- ✓ Hay un reparto mixto. Atendiendo a una característica el reparto es directamente proporcional (**años de servicio**), pero atendiendo a los días de baja el reparto es **inversamente proporcional**.
- ✓ Procederemos calculando el índice del reparto compuesto tras haber invertido el factor que representaría al reparto inversamente proporcional.

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Cientes	Asignatura	

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Años Servicio	Bajas	
A	25	$\frac{1}{20}$	$\frac{25}{20} = \frac{10950}{8760}$
B	32	$\frac{1}{120}$	$\frac{32}{120} = \frac{2336}{8760}$
C	34	$\frac{1}{365}$	$\frac{34}{365} = \frac{816}{8760}$

m.c.m (20,120,365)= 8760

✓ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{A}{10950} = \frac{B}{2336} = \frac{C}{816} = \frac{15.000 \text{ €}}{10950 + 2336 + 816} = \frac{12000\text{€}}{14102}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Cientes	Asignatura		
A	25	$\frac{1}{20}$	10950	$10950 \cdot \frac{12000 \text{ €}}{14102} = 9317,83$
B	32	$\frac{1}{120}$	2336	$2336 \cdot \frac{12000 \text{ €}}{14102} = 1987,80$
C	34	$\frac{1}{365}$	816	$816 \cdot \frac{12000 \text{ €}}{14102} = 694,37$
Total Repartido.				12000 €

¿Quieres ver otra forma de resolverlo?

Reparto Compuesto Directo

Una institución educativa va a repartir 15.000 € entre tres estudiantes, en proporción directa a su **nota media** y **asignaturas cursadas**:

- ✓ **José**: Nota media de 9,75 y 22 asignaturas.
- ✓ **Patricia**: Nota media de 9,86 y 19 asignaturas.
- ✓ **Ricardo**: Nota media de 9,03 y 31 asignaturas.

Paso 1: Calcular el índice compuesto

Multiplicamos la nota media por el número de asignaturas para cada estudiante:

- ✓ **José:** $9,75 \times 22 = 214,5$
- ✓ **Patricia:** $9,86 \times 19 = 187,34$
- ✓ **Ricardo:** $9,03 \times 31 = 279,93$

Paso 2: Calcular el total de índices

Sumamos los índices obtenidos:

$$214,5 + 187,34 + 279,93 = 681,77$$

Paso 3: Repartir el premio

Calculamos cuánto le corresponde a cada estudiante en proporción a sus índices:

- ✓ **José:** $\frac{214,5}{681,77} \times 15.000 = 4.720,14\text{€}$
- ✓ **Patricia:** $\frac{187,34}{681,77} \times 15.000 = 4.121,09\text{€}$
- ✓ **Ricardo:** $\frac{279,93}{681,77} \times 15.000 = 6.158,77\text{€}$

Reparto Compuesto Inverso

Se repartió un premio de 8.750 € entre tres teleoperadores, en proporción inversa a **clientes perdidos y errores cometidos**:

- ✓ **Juan:** 12 clientes perdidos y 4 errores.
- ✓ **Ana:** 9 clientes perdidos y 2 errores.
- ✓ **Carmen:** 2 clientes perdidos y 10 errores.

Paso 1: Invertir los índices

Invertimos los valores de clientes perdidos y errores para calcular los índices:

- ✓ **Juan:** $\frac{1}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{48}$
- ✓ **Ana:** $\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
- ✓ **Carmen:** $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$

Paso 2: Calcular el mínimo común denominador (mcm)

El **mcm** de 48, 18 y 20 es 720.

Convertimos las fracciones:

✓ **Juan:** $\frac{1}{48} = \frac{15}{720}$

✓ **Ana:** $\frac{1}{18} = \frac{40}{720}$

✓ **Carmen:** $\frac{1}{20} = \frac{36}{720}$

Paso 3: Repartir el premio

Distribuimos los 8.750 € según los índices compuestos:

✓ **Juan:** $\frac{15}{91} \times 8.750 = 1.442,31\text{€}$

✓ **Ana:** $\frac{40}{91} \times 8.750 = 3.846,15\text{€}$

✓ **Carmen:** $\frac{36}{91} \times 8.750 = 3.461,54\text{€}$

Reparto Compuesto Mixto

La Junta de Castilla-La Mancha va a distribuir 12.000 € entre cuatro docentes de manera **directamente proporcional** a los **años de servicio** e **inversamente proporcional** a los **días de baja**:

✓ **Profesor A:** 25 años de servicio y 20 días de baja.

✓ **Profesor B:** 32 años de servicio y 120 días de baja.

✓ **Profesor C:** 34 años de servicio y 365 días de baja.

Paso 1: Invertir los días de baja

Invertimos el número de días de baja para obtener los factores inversos:

✓ **Profesor A:** $\frac{25}{20} = 1,25$

✓ **Profesor B:** $\frac{32}{120} = 0,267$

✓ **Profesor C:** $\frac{34}{365} = 0,093$

Paso 2: Calcular el total de índices

Sumamos los índices:

$$1,25 + 0,267 + 0,093 = 1,61$$

Paso 3: Repartir el premio

Distribuimos los 12.000 € en función de los índices:

- ✓ **Profesor A:** $\frac{1,25}{1,61} \times 12.000 = 9.317,39\text{€}$
- ✓ **Profesor B:** $\frac{0,267}{1,61} \times 12.000 = 1.989,44\text{€}$
- ✓ **Profesor C:** $\frac{0,093}{1,61} \times 12.000 = 693,07\text{€}$

En cada uno de estos ejemplos, se sigue el método adecuado para el tipo de reparto (directo, inverso o mixto), y se realiza la distribución proporcional correspondiente, asegurando que cada participante recibe la cantidad justa según los índices dados.



Caso práctico

Se reparten 1200 puntos entre tres niños de manera proporcional a su edades de 10,12,16 años e inversamente proporcional al número de amonestaciones impuestas en el campeonato que ha sido 2,1,2 y al número de faltas a los entrenamientos que fueron respectivamente de 12, 14,8.

¿Determinar los puntos que le corresponde a cada uno de los niños?

Mostrar retroalimentación

- Hay un reparto mixto. Atendiendo a una característica el reparto es directamente proporcional (**edad**), pero atendiendo a las amonestaciones y a los días que han faltado a los entrenamientos el reparto es **inversamente proporcional**.
- Procederemos calculando el índice del reparto compuesto tras haber invertido los factores que representarían al reparto inversamente proporcional.

Nombre:	FACTORES.			Índice compuesto
	Edad	Amonestaciones	Faltas	
A	10	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{10}{24} = \frac{2.240}{5.376}$
B	12	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{12}{14} = \frac{4.608}{5.376}$
C	16	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{16}{16} = \frac{5.376}{5.376}$

5.376 → Múltiplo de 12,14 y 16

Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados,

así:

$$\frac{A}{2.240} = \frac{B}{4.608} = \frac{C}{5.376} = \frac{1.200 \text{ Ptos}}{2.240 + 4.608 + 5.376} = \frac{1.200 \text{ Ptos}}{12.224}$$

Nombre:	FACTORES.			Índice compuesto	Puntos recibidos
	Edad	Amonestaciones	Faltas		
A	10	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{10}{24} = \frac{2.240}{5.376}$	$(2.240 * 1.200)/12.224$ = 219,89 Puntos
B	12	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{12}{14} = \frac{4.608}{5.376}$	$(4.608 * 1.200)/12.224$ = 452,36 Puntos
C	16	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{16}{16} = \frac{5.376}{5.376}$	$(5.376 * 1.200)/12.224$ = 527,75 Puntos

Puntos totales repartidos: 1.200

4. Ratios. Porcentajes y Descuentos.

Si acudimos al diccionario se define **Ratio** como una voz femenina que significa **Relación** cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción, es decir, la **Razón** de dos magnitudes relacionadas.

Esta palabra es muy utilizada en el mundo económico queriendo expresar con ella una Relación cuantitativa entre dos fenómenos que refleja una situación concreta de rentabilidad, de nivel de inversiones, etc. Los ratios son indicadores que permiten comparaciones interempresariales.

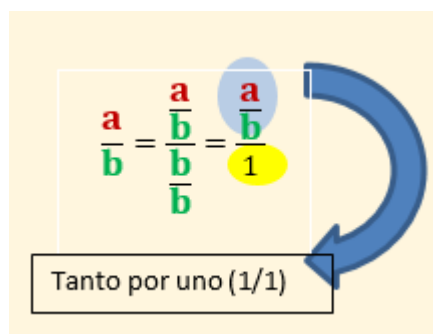
Supongamos que tenemos un bote de pintura, y denominamos “**a**” a la cantidad de colorante que contiene y por “**b**” la cantidad de pintura total.

Podríamos entonces decir que **la ratio** (proporción) colorante, pintura para sacar nuestro color favorito será:

$$\text{Ratio (color/pintura)} = \frac{a}{b}$$

Pero podría interesarnos saber cuántas partes de colorante debemos echar por **una** parte de pintura.

A la expresión obtenida le vamos a llamar: **tanto por uno** (tantas parte de colorante por una de pintura). Lo expresamos con el símbolo **1/1**.


$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{b} \cdot b}{\frac{b}{b} \cdot b} = \frac{\frac{a}{b} \cdot b}{1 \cdot b} = \frac{a}{1}$$

Tanto por uno (1/1)

Pero si ahora tuviésemos un bote con 100 partes de pintura la porción de colorante sería:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{b} \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{\frac{a}{b} \cdot 100}{100} = \frac{a}{b} \cdot 100\%$$

Es decir, multiplicaríamos el tanto por uno correspondiente (**a/b**) por 100.

Esta ratio es muy usado como referencia, hablándose de una proporción en tanto por ciento. Tantas partes de colorante por cien partes de pintura. Lo expresamos con el símbolo **%**.

De la misma manera podríamos expresar la proporción en **tantos por mil**, en **tantos por diez mil** (*puntos básicos*) en **partes por millón**, etc, indicando cada proporción con un sufijo determinado, ‰, ‰‰, ppm.



Autoevaluación

Un ratio es una relación cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. Un ratio efectivamente es una relación cuantificada entre dos magnitudes, que refleja la proporción entre ellas.

En el mundo económico, un ratio es un indicador que permite comparaciones interempresariales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. En economía, los ratios se utilizan como indicadores para realizar comparaciones entre diferentes empresas, reflejando situaciones concretas como rentabilidad o nivel de inversiones.

Si denominamos “a” a la cantidad de colorante y “b” a la cantidad de pintura total, la ratio (color/pintura) se expresa como a/b .

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. La ratio de colorante a pintura se expresa como a/b , donde "a" es la cantidad de colorante y "b" es la cantidad de pintura total.

El tanto por uno se expresa con el símbolo $1/1$ y representa cuántas partes de colorante debemos echar por una parte de pintura.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. El tanto por uno, expresado como $1/1$, indica cuántas partes de colorante se deben usar por una parte de pintura.

Para expresar la proporción de colorante en un bote con 100 partes de pintura, multiplicamos el tanto por uno (a/b) por 100.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. Para obtener la proporción de colorante en 100 partes de pintura, se multiplica el tanto por uno (a/b) por 100, convirtiéndolo así en un porcentaje.

4.1. Porcentajes y descuentos.

Es común en la vida cotidiana utilizar **proporciones** expresadas como **porcentajes**, las cuales pueden recibir nombres específicos según el contexto. Sin embargo, su fundamento matemático y operatividad siguen siendo los mismos.

Cuando nos piden calcular el porcentaje de una cantidad, lo que realmente se solicita es que determinemos la **cuarta proporcional** en una proporción entre dos razones.

Por ejemplo, si nos preguntan: **¿Cuál es el 23% de 1750 €?**, podríamos establecer la siguiente proporción, donde **X** representa el valor desconocido:

$$\frac{23}{100} = \frac{X}{1750}$$

Esta ecuación nos permite encontrar el valor de **X**, es decir, el 23% de 1750 €. Al plantear la proporción y multiplicar cruzado para despejar **X**:

$$X = \frac{23 \times 1750}{100} = \frac{40250}{100} = 402,5$$

Por lo tanto, el **23% de 1750 € es 402,50 €**.

Ejercicios

- ✓ *Podemos encontrarnos que los porcentajes hallados tengamos que sumarlos al principal, por ejemplo cuando añadimos el I.V.A al precio de un artículo, en este caso el procedimiento seguido sería:*

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} + X \% (\text{Precio}) = \text{Precio} + \frac{x}{100} \cdot \text{Precio} = \text{Precio} \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = \text{Precio} \cdot (1 + X \%)$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%?

Un procedimiento largo nos llevaría a realizar las siguientes operaciones:

El porcentaje del IVA (impuesto sobre el valor añadido) será una cantidad a añadir al precio, calculemos dicha cantidad.

$$\frac{16}{100} = \frac{X \text{ €}}{1200 \text{ €}} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{(16) \cdot 1200}{100} = 192 \text{ €}$$

Luego pagaremos= 1200 € + 192 € =1392 €

Por el procedimiento corto utilizando la expresión deducida más arriba, tendríamos:

$$\text{Pagaremos} = 1200 \text{ €} \cdot (1+0,06) = 1200 \cdot (1,06) = \mathbf{1272 \text{ €}}$$

- ✓ **Podemos encontrarnos que a los porcentajes hallados tengamos que restarlos del principal, por ejemplo cuando nos hacen un descuento.**

En estos casos podemos aplicar el siguiente procedimiento que nos facilita el cálculo.

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x \% \cdot (\text{Precio}) = \text{Precio} - \frac{x}{100} \cdot \text{Precio} = \text{Precio} \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = \text{Precio} \cdot (1 - x \%)$$

Veamos el siguiente ejemplo:

**Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7,5%.
¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?**

Método largo

$$\frac{\text{Descuento}}{8800 \text{ €}} = \frac{7,5}{100} \quad \Rightarrow \quad \text{Descuento} = \frac{(7,5) \cdot 8800 \text{ €}}{100} = 660 \text{ €}$$

Método corto

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x \% (\text{Precio}) = \text{Precio} \cdot (1 - 0, x)$$

$$\text{PAGAMOS} = 8800 \text{ €} \cdot (1 - 0,075) = 8800 \text{ €} (0,925) = \mathbf{8140 \text{ €}}$$



Caso práctico

El 60% de los empleados de una empresa llegan al trabajo en autobús. Si el número total de empleados es 1.200, ¿cuántos llegan en autobús?

Solución

Planteamos la siguiente regla de tres:

Porcentaje		Empleados
Si el 100%	son	1200
el 60%	serán	x

$$X = \frac{1200 \cdot 60}{100} = 720$$

En una votación participan 300 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 60 personas?

Solución

Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Personas
Si el 100%	son	300
x %	serán	60

$$X = \frac{100 \cdot 60}{300} = 20 \%$$

Lourdes tiene un depósito bancario de 4000 € que le da un 4% anual. ¿Qué interés le produce su capital al final de año? ¿Y en 5 años?

Mostrar retroalimentación

Que el tipo de interés sea del 4% significa que de cada 100 € que Lourdes tiene en el depósito bancario, la entidad le da 4 € al año. Por los 4000 € le dará el 4%, esto es:

$$X = \frac{4000 \cdot 4}{100} = 160 \text{ €}$$

En cinco años le producirá 5 veces esa cantidad, es decir: $5 \cdot 160 \text{ €} = 800 \text{ €}$

5. Para Saber más.

Cuando realizamos una **operación bancaria**, intervienen las siguientes cantidades clave:

- ✓ **Capital (c)**: Es la cantidad de dinero que se deposita o se solicita al banco.
- ✓ **Tipo de interés o rédito (r)**: Es el porcentaje que el banco paga o cobra por cada 100 euros, generalmente expresado como un porcentaje anual.
- ✓ **Interés (i)**: Es la cantidad de dinero que el banco paga (o cobra) sobre el capital depositado (o solicitado) durante un período determinado.
- ✓ **Tiempo (t)**: Es el número de días, meses o años que el capital permanece en el banco.

El importe del interés (**i**) que genera una cantidad de dinero se calcula mediante la fórmula:

$$i = \frac{c \times r \times t}{100}$$

Ejemplo: Cálculo del interés en un año natural

Si tomamos un **capital de 2000 €**, un **tipo de interés del 8% anual** y un **tiempo de 1 año (t = 1)**, el interés generado sería:

$$i = \frac{2000 \times 8 \times 1}{100} = 160 \text{ €}$$

Por lo tanto, el interés que se genera al cabo de un año natural es **160 €**.

Ajustes en función del tiempo:

- ✓ Si el **tiempo** está expresado en **meses**, el denominador se ajusta multiplicando por 12, por lo que la fórmula se convierte en:

$$i = \frac{c \times r \times t}{1200}$$

- ✓ Si el **tiempo** está expresado en **días**, el denominador se multiplica por 365, quedando la fórmula como:

$$i = \frac{c \times r \times t}{36500}$$

Estos ajustes permiten calcular con precisión el interés generado o pagado en función del tiempo en que el capital esté depositado o solicitado.



Ejercicio Resuelto

Ejemplo: Cálculo del interés en 6 meses

Supongamos que depositas un **capital de 5000 €** en una cuenta bancaria con un **tipo de interés del 5% anual** y deseas saber cuánto interés generarás en **6 meses**.

Mostrar retroalimentación

Paso 1: Identificar los datos

- ✔ **Capital (c)** = 5000 €
- ✔ **Tipo de interés (r)** = 5% anual
- ✔ **Tiempo (t)** = 6 meses

Paso 2: Ajustar la fórmula para meses

Dado que el tiempo está expresado en **meses**, usamos la fórmula ajustada para periodos mensuales:

$$i = \frac{c \times r \times t}{1200}$$

Paso 3: Sustituir los valores en la fórmula

$$i = \frac{5000 \times 5 \times 6}{1200}$$

Paso 4: Realizar los cálculos

$$i = \frac{150000}{1200} = 125 \text{ €}$$

Resultado

En 6 meses, el interés generado por un capital de **5000 €** al **5% anual** será de **125 €**.

Este ejemplo ilustra cómo calcular el interés cuando el tiempo no es un año completo, sino una fracción del mismo, ajustando el denominador de la fórmula según sea necesario.



Ejercicio Resuelto

Ejemplo: Cálculo del interés en 90 días

Supongamos que solicitas un **préstamo de 3000 €** con un **tipo de interés del 6% anual** y deseas saber cuánto interés deberás pagar en un plazo de **90 días**.

Mostrar retroalimentación

Paso 1: Identificar los datos

- ✔ **Capital (c)** = 3000 €
- ✔ **Tipo de interés (r)** = 6% anual
- ✔ **Tiempo (t)** = 90 días

Paso 2: Ajustar la fórmula para días

Dado que el tiempo está expresado en **días**, utilizamos la fórmula ajustada para periodos diarios:

$$i = \frac{c \times r \times t}{36500}$$

Paso 3: Sustituir los valores en la fórmula

$$i = \frac{3000 \times 6 \times 90}{36500}$$

Paso 4: Realizar los cálculos

$$i = \frac{1620000}{36500} = 44,38 \text{ €}$$

Resultado

En un plazo de **90 días**, el interés a pagar por un préstamo de **3000 €** al **6% anual** será de **44,38 €**.

Este ejemplo muestra cómo calcular el interés cuando el tiempo se expresa en días, ajustando el denominador de la fórmula para obtener el resultado correcto.



Ejercicio Resuelto

Ejemplo: Cálculo del interés en 3 años

Supongamos que depositas un **capital de 10,000 €** en una cuenta bancaria con un **tipo de interés del 4% anual** y quieres saber cuánto interés habrás ganado en **3 años**.

Mostrar retroalimentación

Paso 1: Identificar los datos

- ✓ **Capital (c)** = 10,000 €
- ✓ **Tipo de interés (r)** = 4% anual
- ✓ **Tiempo (t)** = 3 años

Paso 2: Usar la fórmula para años

Dado que el tiempo está expresado en **años**, usamos la fórmula estándar:

$$i = \frac{c \times r \times t}{100}$$

Paso 3: Sustituir los valores en la fórmula

$$i = \frac{10,000 \times 4 \times 3}{100}$$

Paso 4: Realizar los cálculos

$$i = \frac{120000}{100} = 1,200 \text{ €}$$

Resultado

En **3 años**, el interés generado por un capital de **10,000 €** al **4% anual** será de **1,200 €**.

Este ejemplo muestra cómo calcular el interés para un periodo de varios años, utilizando la fórmula básica sin necesidad de ajustar por meses o días.



Reflexiona

¿Cómo afecta el tiempo al interés generado por una inversión o préstamo, y por qué es importante considerar la duración del capital en una operación financiera?

Mostrar retroalimentación

El **tiempo** es un factor clave en el cálculo de los intereses, ya que a mayor duración del capital en una cuenta o préstamo, mayor será el interés generado o pagado. Esto se debe a que el interés es directamente proporcional al tiempo; cuanto más tiempo permanezca el capital invertido o prestado, mayor será la cantidad acumulada.

Es importante considerar la **duración** en una operación financiera porque:

1. **Para inversiones**, el tiempo puede amplificar los rendimientos: un capital que genera un interés compuesto o simple durante un periodo prolongado crece significativamente más que en un periodo corto.
2. **Para préstamos**, el tiempo también aumenta el costo total del crédito: cuanto más tiempo se tarde en pagar un préstamo, mayor será el interés que se deba pagar, haciendo la deuda más costosa con el tiempo.

En resumen, el **tiempo** no solo amplifica los intereses en ambos sentidos, sino que también influye en la toma de decisiones financieras al determinar la rentabilidad de una inversión o el costo real de un préstamo.

Enlaces de interés.



Para saber más

Si quieres ampliar más, puedes acceder a estos enlaces:

- ✓ **Proporcionalidad Directa - Proyecto Descartes** Este enlace ofrece una explicación detallada sobre la proporcionalidad directa con ejercicios interactivos. [Proporcionalidad Directa - Proyecto Descartes](#)
- ✓ **Proporcionalidad Numérica - Matemáticas Interactivas** Una página donde puedes explorar diversos ejercicios sobre proporcionalidad numérica y su aplicación. [Proporcionalidad Numérica - Proyecto Descartes](#)
- ✓ **Porcentajes e Índices - Proyecto Descartes** Aquí encontrarás recursos para aprender a calcular porcentajes e índices con ejemplos interactivos. [Porcentajes e Índices - Proyecto Descartes](#)
- ✓ **Recursos de Matemáticas - Junta de Andalucía** Esta página ofrece material didáctico sobre varios conceptos matemáticos, incluida la proporcionalidad y los porcentajes. [Matemáticas Interactivas - Junta de Andalucía](#)
- ✓ **Proporcionalidad y Porcentajes - Educarex (Extremadura)** Recursos de matemáticas donde se tratan temas de proporcionalidad y porcentajes con ejercicios prácticos. [Educarex - Proporcionalidad y Porcentajes](#)



Cuestionario SCORM

Selecciona de las siguientes expresiones la que representa una proporción correcta.

- ☐ $\frac{4}{3} = \frac{12}{37}$
- ☐ $\frac{14}{13} = \frac{42}{39}$
- ☐ $\frac{17}{7} = \frac{81}{35}$

Selecciona la respuesta correcta entre las soluciones que se proponen sobre la cuarta proporcional:

- ☐ $\frac{X}{6} = \frac{10}{15} \implies X = 4$
- ☐ $\frac{9}{4} = \frac{X}{6} \implies X = 14$
- ☐ $\frac{4}{14} = \frac{10}{X} \implies X = 30$

Indica si es Verdadero o Falsa la siguiente proposición:

- ☐ La razón de las alturas de dos árboles es igual a la de las sombras que proyectan.

Si la sombra de un ciprés es 30 metros y la de un pino de 4 m de altura su sombra de 2 m.

¿Será la altura del ciprés de 60 metros?

- ☐ La respuesta es falsa, los cipreses no son tan altos, en este caso su altura es de 15 m.

Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera.

- ☐ Un ganadero tiene 300 ovejas y tiene pienso para poderlas alimentar durante 90 días. Compra 150 ovejas más. ¿Dispondrá de pienso para alimentarlas a todas durante 70 días?
- ☐ Tres amigos aportan 18 euros cada uno para la compra de un regalo a otro. Si se añaden seis amigos más para hacerle el mismo regalo, ¿tendrán que pagar 5 euros cada uno?
- ☐ Un grifo echa 20 litros de agua por minuto y tarda en llenar un depósito una hora y 30 minutos. Si disponemos de un grifo que echa 30 litros de agua por minuto, ¿tardará en llenar el mismo depósito una hora?

Selecciona la respuesta correcta entre las siguientes proposiciones.

- ☐ La capacidad del pantano de Buendía es de 1600 hm^3 . Si nos dicen que está al 12% de su capacidad, ¿tendrá 200 hm^3 embalsados?
- ☐ La factura de dos meses de luz de una familia es de 150 euros, a falta de añadir el 16% de IVA. ¿Será el importe total de la factura de 185 euros?
- ☐ Cañamares un pueblo de la sierra conquense ha aumentado en verano el número de habitantes en un 150%. Si en verano tiene 750 habitantes, ¿será su población fija de 500 habitantes?

Si como antaño, una persona depositara 2400 euros en un banco con un interés anual del 6%, cuánto dinero tendría al cabo de un año sumando el rendimiento al capital principal.

- ☐ Tendría un rendimiento de 144 €
- ☐ Tendría un rendimiento de 144 € que sumado al principal da un capital de 2544€
- ☐ Volvería a tener 2400 €, pues habría que tener en consideración las comisiones bancarias que son altas.

Por el trabajo realizado con una cosechadora se han cobrado 4480 euros. En la cosechadora han trabajado tres operarios de la siguiente forma: el operario A ha trabajado 14 horas; el operario B, 18 horas, y el operario C, 24 horas. Si hicierosn un reparto directamente proporcional a las horas trabajadas, el resultado hubiese sido:

- ☐ El operario A recibió 1440 euros; el operario B, 1120 euros, y el operario C, 1920 euros.
- ☐ El operario A recibió 1120 euros; el operario B, 1440 euros, y el operario C, 1920 euros.
- ☐ El operario A recibió 1120 euros; el operario B, 14400 euros, y el operario C,

1920 euros.

Dos camareros de un bar se reparten un bote con 126 euros de propinas, de forma inversamente proporcional al número de días que han faltado. Luis ha faltado 3 días y Pedro, 5 días. ¿Qué cantidad es la que recibirá cada uno?

- ☐ Decidieron que Luis debía recibir 68 euros, y Pedro 58.
- ☐ La respuesta correcta sería que Luis debiera recibir 79 euros, y Pedro 47 .
- ☐ O quizás sería mejor que Luis recibiera 78,75 € y Pedro 47,75 €

Indica cuál de las siguientes propuestas es verdadera:

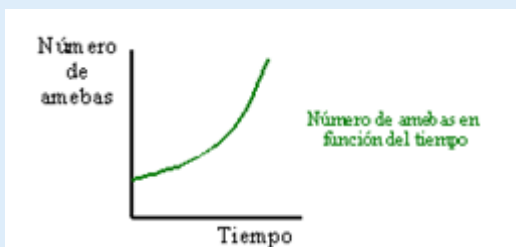
- ☐ Tres máquinas en 6 horas revelan 750 fotografías. Si ahora disponemos de 7 máquinas trabajando 9 horas, ¿podremos revelar 2800 fotografías?
- ☐ Tres grifos iguales llenan un depósito de 10 m^3 en 5 horas. Se estropea un grifo y debemos llenar un depósito de 8 m^3 . ¿Podremos hacerlo en 6 horas?
- ☐ Con 12 kg de pienso, 9 conejos comen durante 6 días. Si ahora sólo tenemos 8 kg de pienso para 4 conejos, ¿los podremos alimentar durante 10 días?

Las siguientes gráficas muestran la relación entre pares de magnitudes. ¿Cuáles corresponden a una relación directamente proporcional?

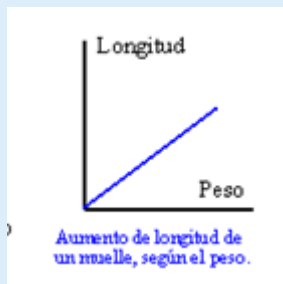
☐



☐



☐



ENVIAR RESPUESTAS

Licencia: licencia propietaria

Tema 3 - Geometría del espacio



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

1. Conceptos previos

¿Dónde podemos encontrar geometría?

¡En todas partes! Solo hace falta **observar** para notar su presencia; la **geometría** está en todo, incluso en nuestros **sueños**. Por ejemplo, si ahora mismo estás leyendo estas líneas, probablemente te encuentres en una **habitación** con forma de **ortopedro**. Si has impreso este texto, lo haces sobre un **rectángulo** de papel; si lo estás leyendo en **pantalla**, también estás frente a un rectángulo.

Tus **ojos**, como prodigios geométricos esféricos, te permiten captar la información. Todo a tu alrededor—tu **cuerpo**, el **edificio** en el que vives, tu **calle**, incluso la **farola** más cercana—está diseñado utilizando principios geométricos. No es sorprendente que esta fascinante rama de las **matemáticas** haya despertado el interés de civilizaciones antiguas, desde la **Grecia** clásica hasta el **Egipto** de los faraones, e incluso antes.

En este tema, exploraremos las **formas geométricas elementales**, realizaremos **estudios sencillos** y aprenderemos **métodos prácticos** para aplicar la geometría en la vida cotidiana.

1.1. ¿Qué es la geometría?

Geometría (del griego geo, 'tierra'; metrein, 'medir'), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos.

2. Repaso a las figuras planas elementales

Antes de meternos en el estudio de los **cuerpos geométricos elementales**, recordemos algunas de las **figuras planas** que vamos a necesitar, así como sus **elementos**, **perímetro** y **área**.

Debemos recordar que:

- ✓ **El perímetro** es la suma de la longitud de los bordes de una figura geométrica plana.
Perímetro = Suma de todos los lados de una figura.
El perímetro de un círculo se llama **longitud de una circunferencia**.
- ✓ **El área** (o **superficie**) es el trozo de plano que queda encerrado por el borde de una figura geométrica.

2.1. Perímetros y áreas de figuras planas

Perímetro y área de un triángulo

Un **triángulo** es un **polígono** de tres lados. Los puntos comunes a cada par de lados se denominan **vértices** del triángulo.

El **perímetro** de un triángulo es igual a la suma de sus lados:

$$P = a + b + c$$

Para calcular el **área** de un triángulo, usaremos la siguiente fórmula:

$$A = (b \cdot h) / 2$$

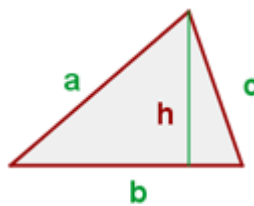


Imagen 1. Triángulo. Fuente: www.vitutor.com. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Perímetro y área de un cuadrado

Un **cuadrado** es la figura plana cerrada formada por cuatro líneas rectas iguales que forman ángulos rectos.

Si un cuadrado **C** tiene lados que miden **l**, entonces, el perímetro es igual a:

$$P = 4 \cdot l$$

El **área** de un cuadrado es el producto de la longitud del lado por sí misma:

$$A = l^2$$



Imagen 2. Cuadrado. Fuente: www.vitutor.com. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Perímetro y área de un rectángulo

Un **rectángulo** es un **paralelogramo** cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud.

El **perímetro** de un rectángulo es igual a la suma de todos sus lados:

$$P = 2 \cdot b + 2 \cdot h$$

El **área** de un rectángulo es igual al producto de dos de sus lados contiguos:

$$A = b \cdot h$$

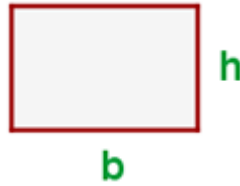


Imagen 3. Rectángulo. Fuente: www.vitutor.com. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Perímetro y área de un polígono regular

En geometría, se denomina **polígono regular** a un polígono cuyos lados y ángulos interiores son iguales entre sí. Los polígonos regulares de tres y cuatro lados se llaman **triángulo equilátero** y **cuadrado**, respectivamente. Para polígonos de más lados, se añade el término "regular" (pentágono regular, hexágono regular, octágono regular, etc.).

Al tener todos los lados iguales, el **perímetro** se calcula multiplicando el número de lados por la longitud del lado:

$$P = n \cdot l \text{ (donde } n \text{ es el número de lados y } l \text{ la longitud de cada lado).}$$

El **área** de un polígono regular, conociendo el perímetro y la apotema, es:

$$A = (\text{perímetro} \cdot \text{apotema}) / 2$$

Siendo la **apotema** (*a*) el segmento perpendicular a un lado, hasta el centro del polígono.

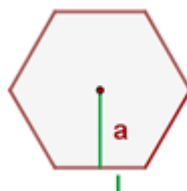


Imagen 4. Polígono regular. Fuente: www.vitutor.com. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Perímetro (longitud) de una circunferencia

La **circunferencia** es una curva plana y cerrada donde todos sus puntos están a igual distancia del **centro**. El **perímetro** o **longitud** de la circunferencia se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$L = 2 \pi r$$

Siendo *r* el **radio**, el segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma.



Imagen 5. Circunferencia. Fuente: www.vitutor.com. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Área de un círculo

Un **círculo** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a otro punto fijo, llamado **centro**, es menor o igual que una cantidad constante, llamada **radio**. En otras palabras, es la región del plano delimitada por una circunferencia y que posee un área definida.

$$A = \pi r^2$$



Imagen 6. Círculo. Fuente: www.vitutor.com. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.



Rellenar huecos

¿Cuál es el perímetro de un triángulo cuyos lados son iguales y miden 10 cm?

El perímetro mide



Pregunta de Elección Múltiple

¿Cuál es el perímetro de un pentágono regular de lado 6 cm?

- ☐ a) 24 cm
- ☐ b) 36 cm

☐ c) 30 cm

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta



Rellenar huecos

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

Calcula la longitud de una circunferencia de radio 5 cm. Solución: .

Enviar



Rellenar huecos

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

Calcula el área de las siguientes figuras:

Un cuadrado de 3 dm de lado. Solución: dm².

Un rectángulo de 8 cm de altura y la mitad de base. Solución: cm².

Un triángulo rectángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. Solución: cm².

Hexágono regular de 6 m de lado. Solución: m²

Círculo de radio 5 cm. Solución: cm²

Enviar

3. Poliedros y cuerpos de revolución

La **geometría tridimensional** nos ofrece una fascinante variedad de formas que se pueden clasificar en diferentes categorías. Dos de las más importantes son los **poliedros** y los **cuerpos de revolución**.

Poliedros: Un poliedro es un sólido tridimensional compuesto por **caras planas** que se encuentran en sus bordes y se unen en sus vértices. Los poliedros pueden ser regulares, como los **sólidos de Platón**, que tienen caras congruentes y ángulos iguales, o irregulares, que presentan una variedad de formas y tamaños en sus caras. Estos sólidos son fundamentales en la geometría y se encuentran en diversas aplicaciones en arquitectura, diseño y ciencia.

Cuerpos de Revolución: Por otro lado, los cuerpos de revolución se generan al rotar una figura plana alrededor de un eje. Este proceso da lugar a formas tridimensionales que pueden ser simples, como el **cilindro**, el **cono** y la **esfera**, o más complejas. Los cuerpos de revolución son esenciales en el estudio de la física, la ingeniería y muchas ramas de la matemática, ya que permiten modelar objetos del mundo real con mayor precisión.

A lo largo de este tema, exploraremos las características, fórmulas y propiedades de los poliedros y cuerpos de revolución, así como su relevancia en diferentes contextos y aplicaciones.



Reflexiona

¿Para qué se utilizan los Poliedros?

Mostrar retroalimentación

Utilidad Actual de los Poliedros

1. **Arquitectura y Diseño:** Los poliedros son fundamentales en la arquitectura moderna. Se utilizan en la planificación y diseño de estructuras, como edificios, puentes y monumentos. Su forma y estructura permiten crear espacios eficientes y estéticamente agradables.
2. **Modelado 3D y Animación:** En el mundo digital, los poliedros son la base de los modelos 3D. Se utilizan en software de diseño asistido por computadora (CAD), videojuegos y animación para crear personajes, objetos y entornos tridimensionales.
3. **Cristalografía:** En la ciencia de materiales, los poliedros ayudan a describir la estructura de cristales. Las propiedades físicas de los

materiales, como su dureza y conductividad, están influenciadas por la forma de sus unidades estructurales, que a menudo tienen geometría poliedral.

4. **Matemáticas y Educación:** En la enseñanza de matemáticas, los poliedros son herramientas visuales que ayudan a los estudiantes a comprender conceptos de geometría, volumen y área. Además, se utilizan en la resolución de problemas y en la exploración de propiedades geométricas.
5. **Geometría Computacional:** En campos como la robótica y la computación gráfica, los poliedros son utilizados en algoritmos para la detección de colisiones, la representación de objetos y la simulación de movimientos.
6. **Biología y Química:** Los poliedros también tienen aplicaciones en la biología molecular, donde las estructuras de ciertas biomoléculas (como virus) pueden describirse mediante geometrías poliedrales. En química, se usan para modelar moléculas complejas.
7. **Diseño de Juguetes y Juegos:** Muchos juguetes, como bloques de construcción y dados, se basan en formas poliedrales, promoviendo el aprendizaje a través del juego y la estimulación de la creatividad.

3.1. Poliedros

Un **poliedro** es un sólido de **caras planas** (la palabra proviene del griego, donde **poli-** significa "muchas" y **-edro** significa "cara").

Cada cara plana (simplemente "cara") es un **polígono** (triángulos, cuadrados, rectángulos, pentágonos, etc.).

Los poliedros tienen elementos comunes, algunos de los cuales son:

- ✓ **Cara:** cada uno de los polígonos que forman o limitan un poliedro.
- ✓ **Arista:** segmento formado por la intersección de dos caras de un poliedro.
- ✓ **Vértice:** punto de intersección de dos o más aristas de un poliedro.

En la siguiente imagen podemos ver estos elementos sobre un poliedro regular formado por doce caras pentagonales, un **dodecaedro**.

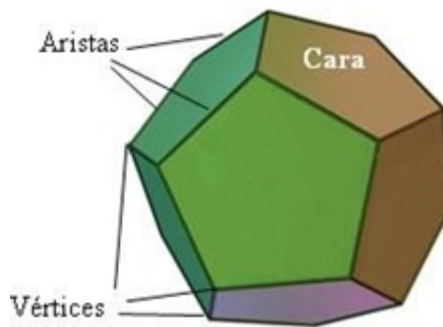


Imagen 7. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Aparte de los elementos que aparecen en el dibujo, están los **vértices**, que son los puntos donde se cortan las aristas.

Los elementos de un poliedro **convexo** cumplen una propiedad curiosa que relaciona el número de caras, el de vértices y el de aristas. Es conocida como la **fórmula de Euler**, que dice que:

“El número de **caras** más el número de **vértices** es igual al número de **aristas** más dos, es decir:
 $C + V = A + 2$.”

Un punto de vista especial respecto a un poliedro se obtiene al realizar el denominado **desarrollo plano** del mismo, que consiste en dibujar sobre un papel una figura que permita construir el poliedro mediante operaciones de plegado. Por ejemplo, aquí mostramos un desarrollo plano para un **cubo**, un cuerpo geométrico formado por seis caras cuadradas:

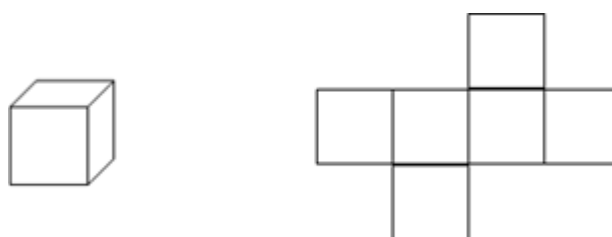


Imagen 8: Desarrollo plano de un cubo. Fuente: www.wikipedia.com . Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.1.1. Poliedros regulares

Entre todos los poliedros que existen, hay un grupo exclusivo de cinco figuras que se conocen como **poliedros regulares** o **sólidos platónicos**.

Estos poliedros se distinguen por una característica especial: **todas sus caras son polígonos regulares e iguales entre sí**. Gracias a esta propiedad, **solo cinco cuerpos geométricos** cumplen con esta condición: el **tetraedro**, el **cubo o hexaedro**, el **octaedro**, el **dodecaedro** y el **icosaedro**. En la siguiente imagen podemos ver estas figuras junto con sus desarrollos planos:

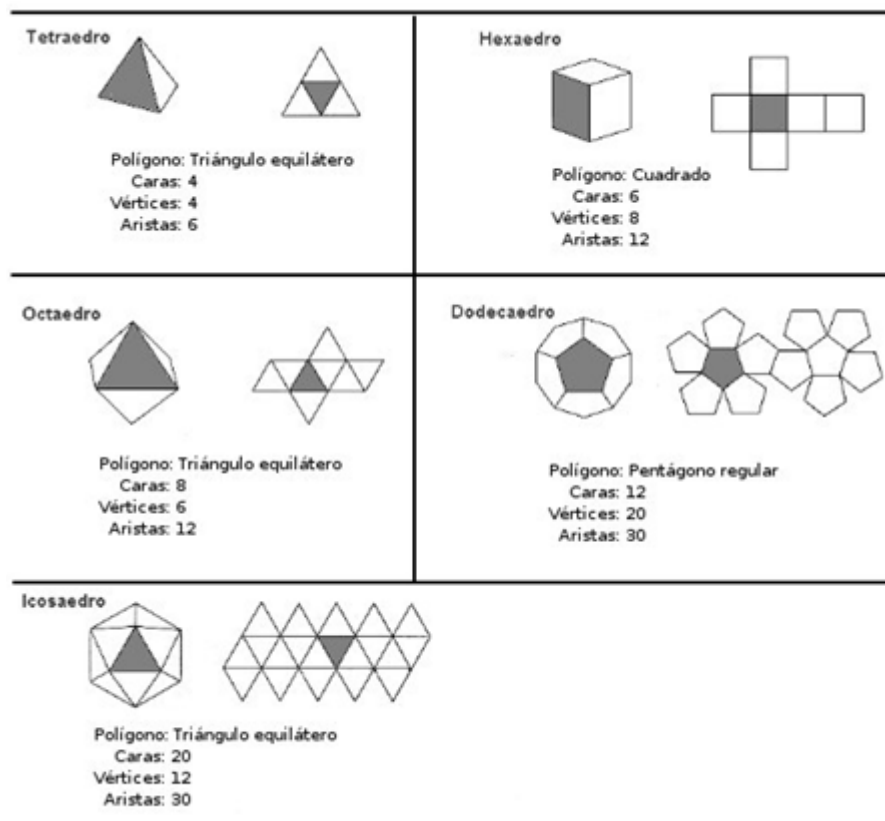


Imagen 9: Poliedros regulares. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

3.1.2. Prisma

Otro tipo de poliedros son los **prismas**, que se caracterizan por tener **bases formadas por polígonos regulares iguales** y **caras laterales en forma de rectángulos**. El nombre de los prismas depende del polígono regular de la base:

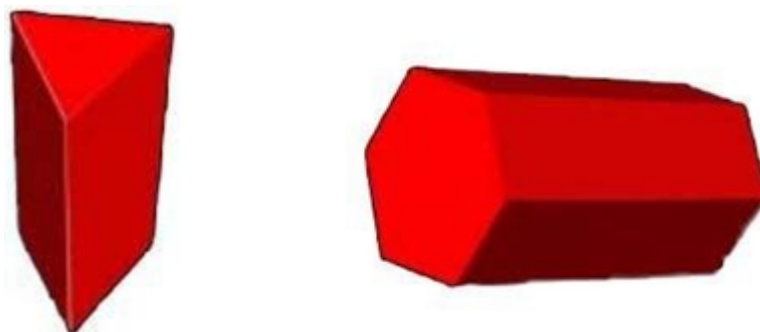


Imagen 10: Prisma triangular y hexagonal. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Algunos de los **elementos de un prisma** se pueden observar en el siguiente dibujo:

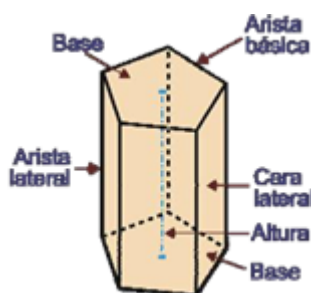


Imagen 11: Elementos de un prisma. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Existen diferentes tipos de prismas, y según sus características, se clasifican en:

- ✓ **Prismas regulares:** aquellos cuyas bases son polígonos regulares. Según el polígono de las bases, los prismas pueden ser de **base triangular**, **cuadrangular**, **pentagonal**, **hexagonal**, etc.
- ✓ **Prismas irregulares:** aquellos cuyas bases son polígonos irregulares.
- ✓ **Prismas rectos:** aquellos cuyas caras laterales son cuadrados o rectángulos.
- ✓ **Prismas oblicuos:** aquellos cuyas caras laterales son romboides o rombos.
- ✓ **Paralelepípedos:** prismas cuyas bases son paralelogramos.
- ✓ **Ortoedros:** prisma que tiene todas sus caras rectangulares.

En la siguiente imagen se pueden ver algunos ejemplos de prismas:

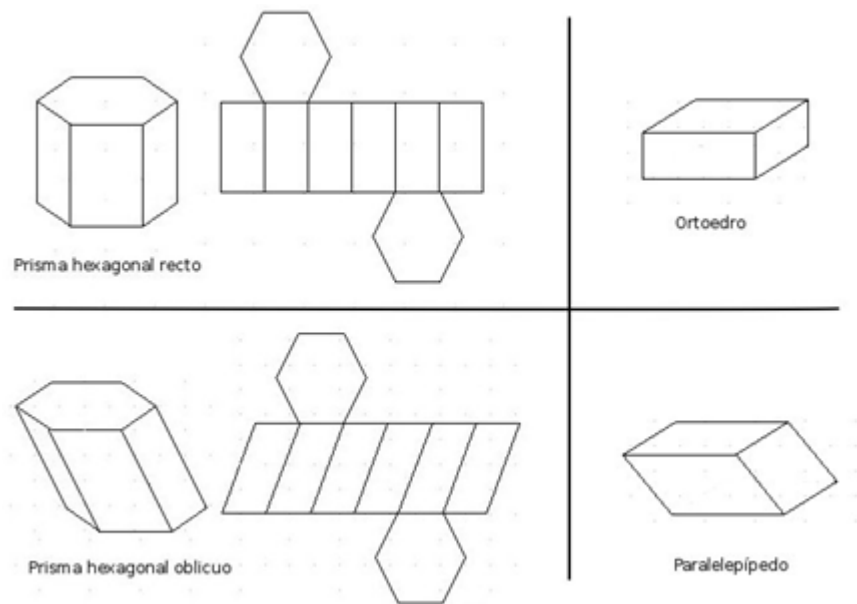


Imagen 12: Ejemplos de prismas. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.1.3. Pirámides

Siguiendo el análisis de los distintos poliedros, llegamos al último que vamos a estudiar en detalle: **las pirámides**.

Las pirámides están formadas por **una base**, que es un **polígono regular**, y **caras laterales** que son triángulos que se unen en un **vértice común**.

El nombre de las pirámides varía según el **polígono regular que constituye su base**.

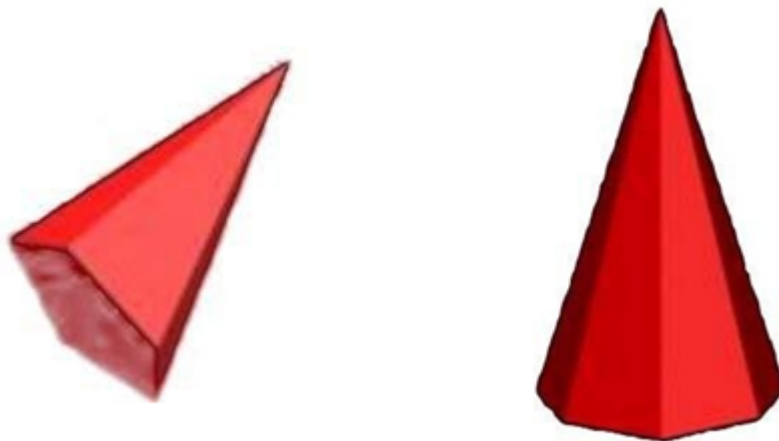


Imagen 13: Pirámides. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

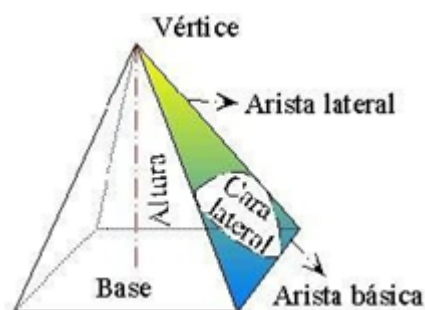


Imagen 14: Elementos de una pirámide. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.2. Cuerpos redondos

Hasta ahora hemos estudiado cuerpos geométricos que tienen **todas sus caras planas**, pero también existen aquellos con **caras curvas**, conocidos como **cuerpos redondos**. Nos centraremos en tres de ellos, que se denominan **cuerpos de revolución**, ya que se obtienen al hacer girar una figura geométrica plana.

- ✓ Si partimos de un **rectángulo** y lo hacemos girar sobre uno de sus lados, obtenemos un **cilindro**.
- ✓ Si partimos de un **triángulo rectángulo** y lo hacemos girar sobre uno de sus catetos, obtenemos un **cono**.
- ✓ Si partimos de una **media circunferencia** y la hacemos girar sobre el diámetro, obtenemos una **esfera**.

La imagen siguiente ilustra la **construcción de estos cuerpos de revolución** mencionados:

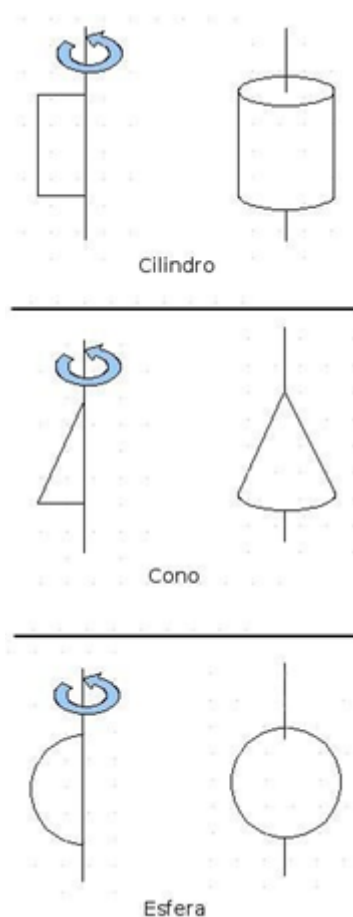


Imagen 15: Construcción de los cuerpos de revolución. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.2.1. El cilindro

Como hemos mencionado antes, el **cilindro** se obtiene al hacer girar un **rectángulo sobre uno de sus lados**. Los **elementos de un cilindro** son:

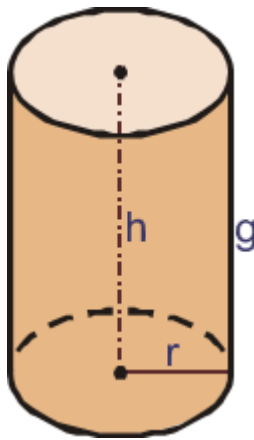


Imagen 16: Cilindro. Elementos. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Donde **h** simboliza la **altura** del cilindro, **g** la **generatriz** y **r** el **radio de la base**.

3.2.2. El cono

Al igual que el cilindro, el **cono** es un **cuerpo de revolución**, obtenido, como ya hemos mencionado, al hacer girar un **triángulo rectángulo** sobre uno de sus **catetos**.

Los **elementos de un cono** son:

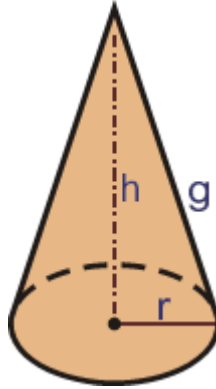


Imagen 17. Cono. Elementos. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

En un cilindro recto, los elementos que mencionas se relacionan de la siguiente manera:

- ✓ **h**: Representa la **altura** del cilindro, es decir, la distancia perpendicular entre las dos bases circulares.
- ✓ **g**: Se refiere a la **generatriz** del cilindro. En el caso de un cilindro recto, la generatriz es la misma que la altura, es decir, la distancia entre un punto de la circunferencia de la base y su correspondiente punto en la otra base, siguiendo una línea lateral.
- ✓ **r**: Es el **radio de la base**, que corresponde a la distancia desde el centro de la base circular hasta cualquier punto del borde de la circunferencia.

Si te refieres a un **cilindro oblicuo**, en este caso la **generatriz** es una línea oblicua que conecta un punto en una de las bases con el punto correspondiente en la otra base, y su longitud será mayor que la altura **h**, ya que la generatriz no es perpendicular a las bases.

Si hay alguna fórmula o problema que te gustaría explorar más en relación a estas variables, puedes indicarme y con gusto te ayudo a desarrollarlo.

3.2.3. Esfera

La **esfera** es un cuerpo geométrico tridimensional que se obtiene al girar una semicircunferencia alrededor de su diámetro. Es una de las formas más simétricas y aparece con frecuencia tanto en la naturaleza como en aplicaciones humanas.

Los **elementos** de una esfera son los siguientes:

- ✓ **Radio (r):** Es la distancia desde el centro de la esfera hasta cualquier punto en su superficie. Es uno de los parámetros fundamentales de la esfera, ya que determina su tamaño.
- ✓ **Centro:** El punto central de la esfera, equidistante de todos los puntos en la superficie. Todas las líneas que van desde el centro hacia la superficie de la esfera son radios.
- ✓ **Diámetro (d):** Es la distancia máxima entre dos puntos opuestos en la superficie de la esfera, que pasa por el centro. Es el doble del radio, es decir, $d = 2r$.
- ✓ **Superficie:** La superficie de la esfera es el conjunto de todos los puntos que están a una distancia igual al radio desde el centro. La fórmula para el **área superficial** de una esfera es:

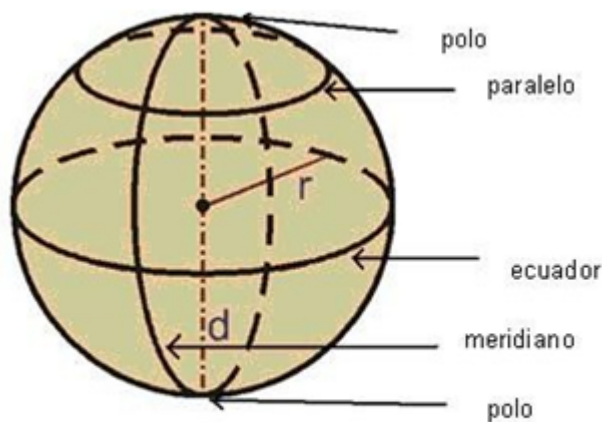
$$A = 4\pi r^2$$

- ✓ **Volumen:** Es el espacio tridimensional que ocupa la esfera. La fórmula para el **volumen** es:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- ✓ **Circunferencia máxima:** Es el círculo más grande que puede inscribirse en la esfera, el cual tiene como radio el mismo que la esfera y su plano pasa por el centro. Su longitud es $C = 2\pi r$

Estos son los elementos fundamentales que describen una esfera. Es una forma extremadamente eficiente en términos de distribución de masa y superficie, lo que explica por qué aparece tan a menudo en la naturaleza y en aplicaciones tecnológicas.



Y la r simboliza el radio y la d el diámetro

3.3. El área y el volumen

En muchas ocasiones es necesario calcular la **superficie** y la **capacidad interior** de los cuerpos geométricos que estudiamos, especialmente cuando queremos usarlos en aplicaciones prácticas.

Por ejemplo, si deseamos instalar un depósito de agua con forma cilíndrica que maximice su capacidad, necesitamos calcular tanto el **área superficial** del cilindro como su **volumen**.

Para entender cómo calcular el área de estos cuerpos, lo primero que debemos hacer es imaginar su **desarrollo** en un plano, es decir, cómo se vería si "desplegamos" sus caras.

Tomemos como ejemplo un **prisma hexagonal**. Al desarrollarlo, obtenemos seis rectángulos (que representan las caras laterales) y dos hexágonos (las bases). Con esta visualización, podemos calcular el área total sumando el área de cada una de estas partes.

De manera similar, en un **cilindro**, al desplegarlo obtenemos dos bases circulares y un rectángulo que corresponde a la superficie lateral. A partir de esto, podemos calcular tanto su **área total** como su **volumen**.

Este enfoque es clave para entender las fórmulas que nos permiten trabajar con diferentes cuerpos geométricos.

Para calcular el área de los cuerpos geométricos lo primero que tenemos que visualizar es el desarrollo de cada uno. Veamos un ejemplo:

Si tenemos un prisma hexagonal obtenemos seis rectángulos y dos hexágonos:

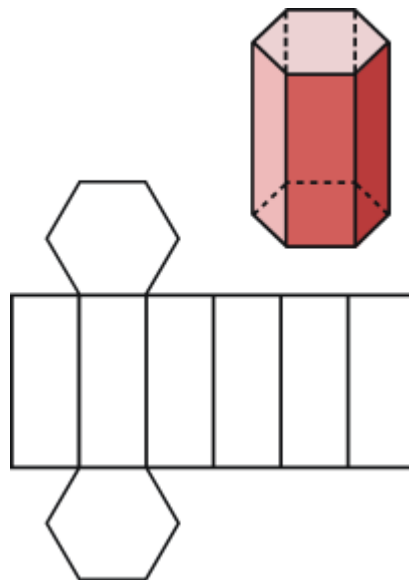
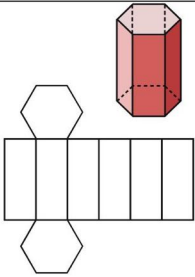
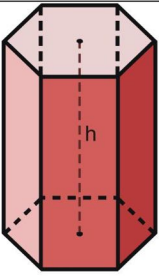
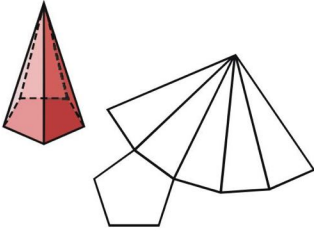
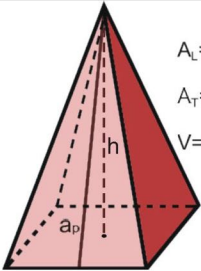
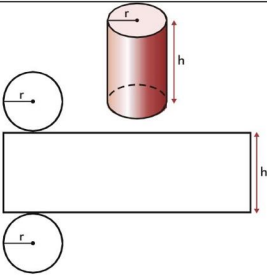
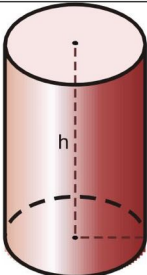
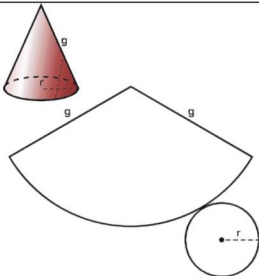
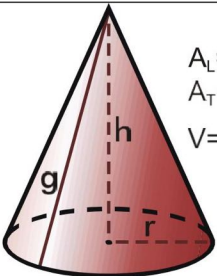
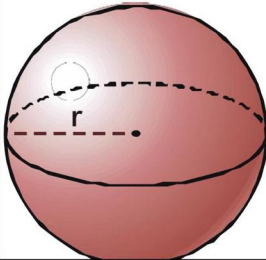


Imagen 19: Prisma hexagonal. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

A continuación, se presenta una tabla que incluye el **desarrollo** y las **fórmulas del área superficial y del volumen** para diferentes cuerpos geométricos:

Cuerpo geométrico	Desarrollo	Área y volumen
Prisma recto		 $A_L = p \cdot h$ $A_T = p \cdot h + 2A_B$ $V = A_B \cdot h$
Pirámide recta		 $A_L = \frac{p \cdot a_p}{2}$ $A_T = \frac{p \cdot a_p}{2} + A_B$ $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
Cilindro recto		 $A_L = 2\pi r \cdot h$ $A_T = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$ $V = \pi r^2 \cdot h$
Cono recto		 $A_L = \pi r \cdot g$ $A_T = \pi r \cdot g + \pi r^2$ $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
Esfera		$A = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ 

Por último, debemos recordar que muchas formaciones geométricas son composiciones de los cuerpos geométricos que se han estudiado en este tema.



Rellenar huecos

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

Calcula el área que ocupan:

Un prisma hexagonal regular recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Solución: cm²

Un planeta esférico de 10 km de radio. Solución: Km²

Enviar



Rellenar huecos

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

¿Qué volumen ocupan las siguientes figuras?

Un cilindro recto de altura 4 cm y radio de la base 3 cm. Solución: cm³

Un cono recto de 4 cm de altura y radio de la base 3 cm. Solución: cm³

Un cubo de 9 m de arista. Solución: m³.

Un prisma hexagonal recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Solución: cm³.

Enviar

4. Coordenadas geométricas.

Las **coordenadas geométricas y los sistemas de representación** son herramientas clave para describir la ubicación, tamaño y orientación de los cuerpos geométricos en el espacio tridimensional. A continuación, te explico cómo se representan geoméricamente estos cuerpos (prisma recto, pirámide recta, cilindro recto, cono recto y esfera) en el espacio utilizando sistemas de coordenadas cartesianas y cómo podrían representarse en 3D.

1. Prisma Recto

- ✓ **Coordenadas:** Vértices de las bases paralelas en el espacio tridimensional.
- ✓ **Representación:** Si las bases están en el plano xy , los vértices de la base inferior son $(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_n, y_n, z_1)$, y los de la base superior son $(x_1, y_1, z_1 + h), \dots, (x_n, y_n, z_1 + h)$.

2. Pirámide Recta

- ✓ **Coordenadas:** Vértices de la base y un vértice superior (en el eje perpendicular a la base).
- ✓ **Representación:** Si la base está en el plano xy , los vértices de la base son $(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_n, y_n, z_1)$, y el vértice superior es $(x_c, y_c, z_1 + h)$, donde (x_c, y_c) es el centro de la base.

3. Cilindro Recto

- ✓ **Coordenadas:** Centro de la base inferior y superior, y el radio.
- ✓ **Representación:** Base inferior en $z = z_0$ con centro (x_0, y_0, z_0) y radio r , y la base superior en $z = z_0 + h$

4. Cono Recto

- ✓ **Coordenadas:** Centro de la base, radio y vértice superior.
- ✓ **Representación:** Base en el plano $z = z_0$ con centro (x_0, y_0) y radio r . El vértice está en $(x_0, y_0, z_0 + h)$.

5. Esfera

- ✓ **Coordenadas:** Centro de la esfera y radio.
- ✓ **Representación:** Si el centro es (x_0, y_0, z_0) , los puntos de la esfera cumplen la ecuación $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$.

Sistemas de Coordenadas Utilizados

- ✓ **Coordenadas Cartesianas:** Usan (x, y, z) para describir la posición de los cuerpos en el espacio.
- ✓ **Coordenadas Cilíndricas:** Usan (r, θ, z) para cuerpos como cilindros y conos, con r como radio, θ como ángulo y z como altura.
- ✓ **Coordenadas Esféricas:** Usan (r, θ, ϕ) para cuerpos esféricos, donde r es el radio, θ es el ángulo horizontal y ϕ es el ángulo vertical.



Ejercicio Resuelto

Tienes un cilindro recto con las siguientes características:

- ✓ El centro de su base inferior está en el punto $(2, 3, 1)$
- ✓ El radio del cilindro es 4 unidades.
- ✓ La altura del cilindro es 6 unidades.

1. **Pregunta 1:** ¿Cuáles son las coordenadas del centro de la base superior del cilindro?
2. **Pregunta 2:** Escribe la ecuación de la circunferencia que forma la base inferior del cilindro en el plano $z = 1$.

Mostrar retroalimentación

Solución

Respuesta 1:

El cilindro es recto, por lo que las bases son paralelas y están separadas por la altura. La base inferior está en el plano $z = 1$ y la altura es 6. Por lo tanto, la base superior estará en $z = 1 + 6 = 7$.

Las coordenadas del centro de la base superior son $(2, 3, 7)$.

Respuesta 2:

La base inferior es una circunferencia en el plano $z = 1$ con centro en $(2, 3)$ y radio $r = 4$. La ecuación de una circunferencia en el plano $z = 1$ es:

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4^2$$

Simplificando:

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

Esta es la ecuación de la circunferencia que forma la base inferior del cilindro.

Licencia: licencia propietaria

Tema 4.- La Función lineal y cuadrática.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

Tema 1 - Funciones. Función lineal. Función cuadrática.

1. Introducción

Primer Tema: Funciones Matemáticas

1. Generalidades de Funciones

- ✓ **Objetivo:** Comprender los conceptos básicos de las funciones matemáticas.
- ✓ **Contenidos:**
 - ◆ **Definición de función:** Relación entre dos conjuntos en la que a cada elemento del primer conjunto le corresponde un único elemento del segundo.
 - ◆ **Interpretación de gráficas:** Cómo leer y entender las gráficas que representan funciones.
 - ◆ **Conocimientos previos necesarios:** Conceptos de álgebra y geometría básicos que facilitarán el estudio de funciones específicas.

2. Función Lineal

- ✓ **Objetivo:** Estudiar las funciones lineales y su aplicación en situaciones reales.
- ✓ **Contenidos:**
 - ◆ **Definición:** Funciones de la forma $f(x) = ax + b$, donde a y b son constantes.
 - ◆ **Gráfica:** Representación gráfica de la función lineal como una línea recta.
 - ◆ **Aplicaciones:** Resolución de problemas cotidianos utilizando funciones lineales.

3. Función Cuadrática

- ✓ **Objetivo:** Explorar las funciones cuadráticas y su uso en la resolución de problemas prácticos.
- ✓ **Contenidos:**
 - **Definición:** Funciones de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a , b , y c son constantes.
 - **Gráfica:** Representación gráfica de la función cuadrática como una parábola.
 - **Aplicaciones:** Ejemplos y problemas del mundo real que se resuelven mediante funciones cuadráticas.

Enfoque del Estudio

- ✓ **Interpretación y Representación:** Desarrollar habilidades para interpretar gráficas y representar funciones matemáticas.
- ✓ **Aplicación Práctica:** Utilizar el conocimiento de funciones para resolver problemas reales y cotidianos, facilitando así la comprensión y la utilidad práctica de las matemáticas.

Este enfoque estructurado facilita el aprendizaje gradual y profundo de las funciones matemáticas, integrando teoría y práctica para preparar a los estudiantes para resolver problemas con confianza en el mundo actual.

2. Funciones

Concepto de Función

Definición Básica: Una función es una relación matemática entre dos magnitudes donde a cada valor de una variable (llamada **variable independiente**) le corresponde un único valor de otra variable (llamada **variable dependiente**).

Características Claves:

- ✔ **Variable Independiente (X):** La variable que podemos controlar o elegir libremente.
- ✔ **Variable Dependiente (Y):** La variable cuyo valor depende del valor de la variable independiente.

Ejemplo Práctico:

- ✔ **Situación:** Precio de un viaje en taxi.

➡ **Fórmula de la Función:** $y = f(x) = 0.5x + 3$

➡ **Variable Independiente (X):** Tiempo en minutos del viaje.

➡ **Variable Dependiente (Y):** Precio total del viaje.

Interpretación:

➡ **Bajada de bandera:** 3€

➡ **Costo por minuto:** 0.5€ por minuto

➡ **Cálculo:** Para un viaje de 15 minutos, el costo es $f(15) = 0.5 \times 15 + 3 = 10.5$
 $f(15) = 0.5 \times 15 + 3 = 10.5€$

Representación de Funciones:

1. **Expresión Algebraica:** La fórmula matemática que describe la función. Ejemplo:
 $y = 0.5x + 3$
2. **Tabla de Valores:** Lista de pares de valores (X, Y) que muestra cómo se relacionan las variables.
3. **Gráfica:** Representación visual de la función en un sistema de ejes cartesianos. La gráfica de una función lineal es una línea recta, y la de una función cuadrática es una parábola.

Estudio de Funciones:

- ✔ **Interpretación Gráfica:** Facilita la comprensión de cómo cambian las variables en función una de la otra.
- ✔ **Fórmula:** Permite calcular valores específicos de la variable dependiente a partir de la variable independiente.
- ✔ **Tabla de Valores:** Útil para ver y analizar ejemplos concretos y sus resultados.

Resumen:

- ✓ Una función relaciona dos magnitudes mediante una expresión matemática.
- ✓ La variable independiente se elige libremente y la variable dependiente depende de ella.
- ✓ Las funciones se pueden expresar algebraicamente, mediante tablas de valores o gráficamente, y conocer una de estas formas nos permite determinar las otras.

Esta estructura y explicación proporcionan una base sólida para comprender cómo funcionan las funciones y cómo se pueden aplicar en diversas situaciones.

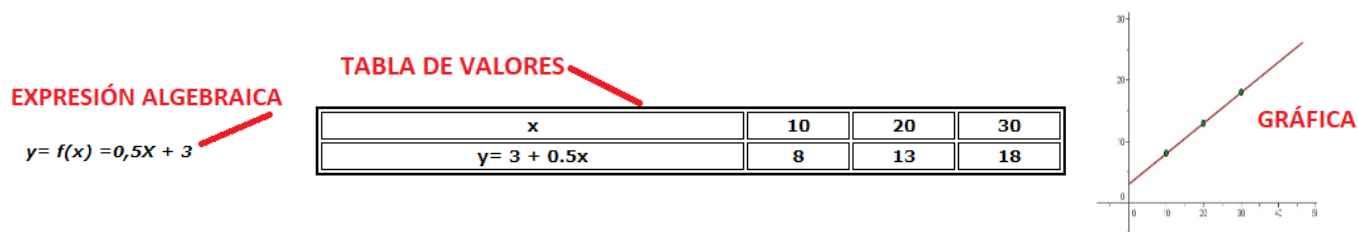


Imagen N° 1. Representación de Funciones. Fuente:
Imagen de Elaboración Propia

Existen diversos tipos de funciones, en este tema nos centraremos en las **FUNCIONES LINEALES** y **CUADRÁTICAS**, las que se representan gráficamente mediante una recta y una parábola, respectivamente. Pero antes de comenzar con ellas recordaremos algunos conceptos que necesitamos para empezar.



EJERCICIO RESUELTO 1:

De las siguientes relaciones que se establecen entre dos variables, INDICA si SON FUNCIONES:

a) El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

b) El coste de una llamada telefónica y su duración.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

d) Edad de una persona y su color de pelo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

e) Color de un diario y número de páginas escritas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

f) Cantidad de alumnos de una clase y número de aprobados.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

g) El sexo de una persona y la cantidad de cigarrillos diarios que fuma.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso



EJERCICIO RESUELTO 2

Fíjate en las gráficas siguientes hay dos lineales y dos no lineales, indica cuál es de cada tipo:

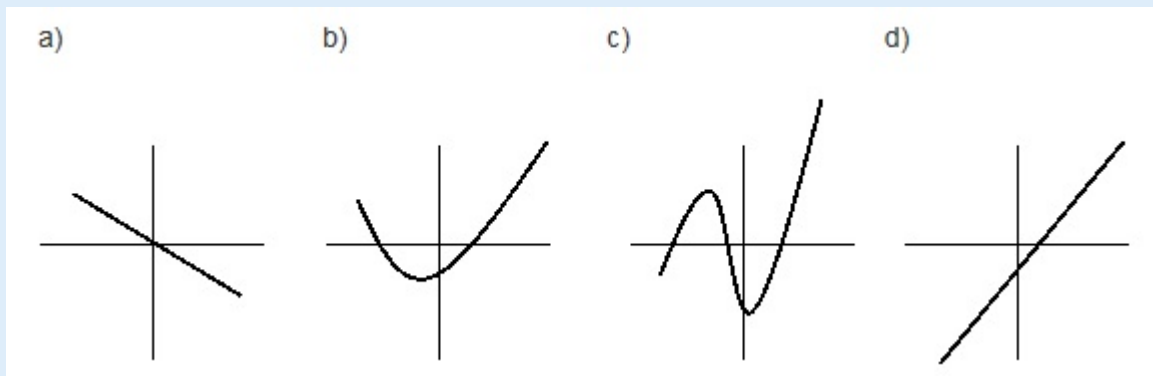


Imagen N° 2. Gráficas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

- a)
- b)
- c)
- d)

Enviar



EJERCICIO RESUELTO 3:

Indica cuál es la variable dependiente (y) y cuál la independiente (x) en las siguientes funciones:

- a) El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.
- b) El coste de una llamada telefónica y su duración.
- c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.

Mostrar retroalimentación

- a) INDEPENDIENTE X: número de kilos comprados
DEPENDIENTE Y: precio que pago por la fruta comprada
- b) INDEPENDIENTE X: duración de la llamada
DEPENDIENTE Y: precio de la llamada
- c) INDEPENDIENTE X: tiempo empleado en recorrer la distancia

DEPENDIENTE Y: velocidad del vehículo

2.1. Ejes de coordenadas o cartesianos

Ejes de coordenadas (o ejes cartesianos): Son dos líneas perpendiculares en un plano, el eje horizontal (abscisas o eje X) y el eje vertical (ordenadas o eje Y), que se intersectan en el origen (0, 0) y se utilizan para ubicar puntos y representar gráficamente relaciones entre variables.

Sistema de Coordenadas Cartesianas: Es un sistema de referencia en un plano bidimensional que utiliza dos ejes perpendiculares (el eje X o de abscisas y el eje Y o de ordenadas) para ubicar puntos. El punto de intersección de estos ejes se llama origen (0, 0).

Determinación de Puntos en el Plano Cartesiano: Es el proceso de ubicar un punto específico usando un par ordenado de coordenadas (x, y) , donde x indica la distancia horizontal desde el eje Y y y la distancia vertical desde el eje X.

Recta Numérica y Representación en Una Dimensión

1. Recta Numérica:

- ✓ **Definición:** Una línea horizontal sobre la que se representan los números en una dimensión.
- ✓ **Punto de Referencia:** El punto de referencia es el 0, que divide la recta en números positivos (a la derecha de 0) y números negativos (a la izquierda de 0).

2. Representación en Una Dimensión:

- ✓ **Valores Positivos y Negativos:** Los valores se colocan a lo largo de la recta según su magnitud. Los números positivos se colocan hacia la derecha del 0, y los números negativos hacia la izquierda.
- ✓ **Unidimensionalidad:** Al trabajar con una sola variable, estamos tratando con una dimensión. Esto significa que cualquier punto en la recta puede ser descrito simplemente por un valor numérico.

3. Aplicación en Funciones Lineales:

- ✓ **Eje X:** En una gráfica de funciones lineales, el eje X representa la variable independiente. Los valores de esta variable se trazan a lo largo de una línea horizontal.
- ✓ **Valor de la Función (Y):** La salida o valor de la función para cada valor de X se traza en el eje Y, el cual se considera la segunda dimensión.



Imagen N° 3. Recta. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Representación en Dos Dimensiones:

Para representar funciones que dependen de dos variables, como las funciones lineales y cuadráticas, pasamos a un **sistema de coordenadas bidimensional**:

1. Sistema de Coordenadas:

- ✓ **Eje X:** Horizontal, para la variable independiente.
- ✓ **Eje Y:** Vertical, para la variable dependiente.
- ✓ **Punto de Intersección (Origen):** Donde los ejes X e Y se cruzan (0,0).

2. Gráficas en Dos Dimensiones:

- ✓ **Funciones Lineales:** Se representan como líneas rectas. La pendiente y la ordenada al origen determinan la posición y la inclinación de la línea.
- ✓ **Funciones Cuadráticas:** Se representan como parábolas. La forma de la parábola y su orientación (hacia arriba o hacia abajo) dependen del coeficiente a en la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$

3. Interpretación de la Gráfica:

- ✓ **Ejes Cartesianos:** La gráfica muestra cómo la variable dependiente (Y) cambia en relación con la variable independiente (X).
- ✓ **Puntos de Intersección:** Donde la gráfica cruza los ejes proporciona información útil, como las raíces de la función (dónde cruza el eje X) y el valor de la función cuando X es 0 (ordenada al origen).

Resumen:

- ✓ **En una dimensión,** utilizamos una recta numérica para representar valores únicos y unidimensionales.
- ✓ **En dos dimensiones,** utilizamos un sistema de coordenadas cartesianas para representar funciones que dependen de dos variables, permitiendo la visualización gráfica de las relaciones entre esas variables.

Estos conceptos te preparan para comprender y trabajar con gráficos de funciones y la representación de datos en diferentes dimensiones, facilitando el análisis y la resolución de problemas matemáticos.

Recuerda que si trabajamos en el plano, necesitamos dos valores para referirnos a cualquier punto. Seguro que recuerdas el famoso juego de los barcos: tocado, hundido y agua. De la misma manera, si tenemos dos variables que están relacionadas (una función), que toman valores numéricos y los queremos dibujar, tendremos que utilizar dos rectas o ejes diferentes (cada uno para los datos correspondientes a una variable) y que sean secantes para poder establecer la relación entre ambas. Si las rectas se cortan de

forma perpendicular, es más sencillo trabajar.

Sistema de Coordenadas Cartesianas

1. Ejes Cartesianas:

✓ Eje de Abscisas (Eje X):

- ➡ **Descripción:** Eje horizontal.
- ➡ **Representación:** Valores de la variable independiente, comúnmente denotada como xx .
- ➡ **Función:** Mide la distancia horizontal desde el eje Y.

✓ Eje de Ordenadas (Eje Y):

- ➡ **Descripción:** Eje vertical.
- ➡ **Representación:** Valores de la variable dependiente, comúnmente denotada como yy .
- ➡ **Función:** Mide la distancia vertical desde el eje X.

2. Origen de Coordenadas:

- ✓ **Descripción:** El punto de intersección de los ejes X e Y, con coordenadas (0, 0).
- ✓ **Función:** Punto de referencia para medir las coordenadas de otros puntos en el plano.

3. Cuadrantes del Plano:

✓ Cuadrante I:

- ➡ **Ubicación:** Parte superior derecha.
- ➡ **Características:** Ambas coordenadas xx e yy son positivas.

✓ Cuadrante II:

- ➡ **Ubicación:** Parte superior izquierda.
- ➡ **Características:** xx es negativo y yy es positivo.

✓ Cuadrante III:

- ➡ **Ubicación:** Parte inferior izquierda.
- ➡ **Características:** Ambas coordenadas xx e yy son negativas.

✓ Cuadrante IV:

- ➡ **Ubicación:** Parte inferior derecha.
- ➡ **Características:** xx es positivo y yy es negativo.

4. Ubicación de Puntos:

✓ Determinar la Ubicación:

- ➡ **Desde el Origen (0, 0):** Se mueve una distancia xx a la derecha (si xx es positivo) o a la izquierda (si xx es negativo), y luego una distancia yy hacia arriba (si yy es positivo) o hacia abajo (si yy es negativo).

✓ Ejemplo:

- ➡ **Punto (4, -3):** Se mueve 4 unidades a la derecha del eje Y y 3 unidades hacia abajo del eje X, ubicándose en el Cuadrante IV.

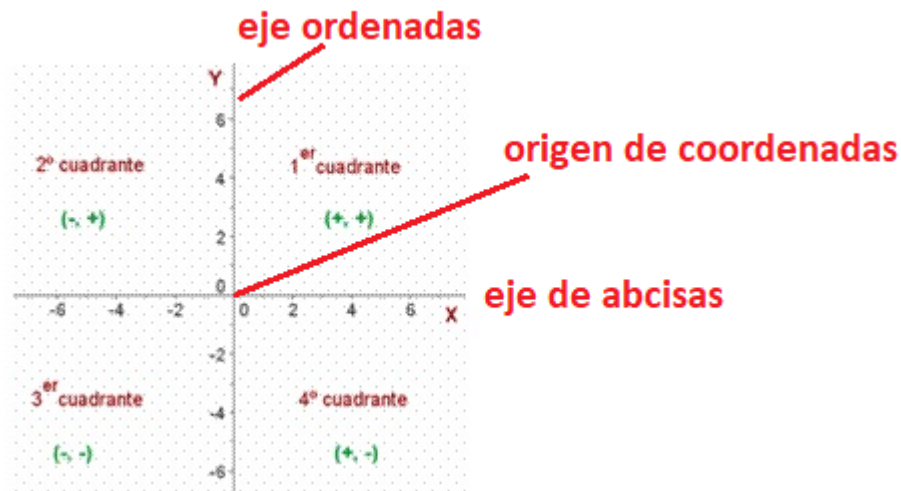


Imagen N° 4. Ejes de coordenadas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Resumen:

- ✓ **Sistema de Coordenadas Cartesianas:** Permite representar puntos en un plano utilizando dos ejes perpendiculares.
- ✓ **Eje de Abscisas (X):** Representa la variable independiente y se extiende horizontalmente.
- ✓ **Eje de Ordenadas (Y):** Representa la variable dependiente y se extiende verticalmente.
- ✓ **Origen de Coordenadas:** Punto de intersección de los ejes (0, 0).
- ✓ **Cuadrantes:** Dividen el plano en cuatro áreas basadas en los signos de las coordenadas x e y .

Determinación de Puntos en el Plano Cartesiano

1. Eje de Coordenadas:

- ✓ **Eje de Abscisas (Eje X):**

- ➡ **Descripción:** Eje horizontal.

- ➡ **Función:** Representa la distancia horizontal desde el eje vertical.

- ✓ **Eje de Ordenadas (Eje Y):**

- ➡ **Descripción:** Eje vertical.

- ➡ **Función:** Representa la distancia vertical desde el eje horizontal.

2. Origen de Coordenadas:

- ✓ **Descripción:** El punto donde se cruzan los ejes X e Y.

- ✓ **Coordenadas:** (0, 0)(0,0).

- ✓ **Función:** Punto de referencia para medir y ubicar otros puntos en el plano.

3. Coordenadas de un Punto:

✓ **Formato:** Un par ordenado de números reales (x, y) (x, y) .

➤ **xx (Abscisa):** La distancia horizontal desde el eje Y. Un valor positivo indica que el punto está a la derecha del eje Y, y un valor negativo indica que está a la izquierda.

➤ **yy (Ordenada):** La distancia vertical desde el eje X. Un valor positivo indica que el punto está arriba del eje X, y un valor negativo indica que está abajo.

4. Ubicación de un Punto:

✓ **Desde el Origen (O):**

➤ **Movimiento Horizontal:** Desplazamiento de xx unidades a la derecha (si xx es positivo) o a la izquierda (si xx es negativo).

➤ **Movimiento Vertical:** Desplazamiento de yy unidades hacia arriba (si yy es positivo) o hacia abajo (si yy es negativo).

5. Ejemplos:

✓ **Punto A (3, -2):**

➤ **Abscisa (3):** Mueve 3 unidades a la derecha del eje Y.

➤ **Ordenada (-2):** Mueve 2 unidades hacia abajo del eje X.

➤ **Ubicación:** Cuadrante IV (dado que xx es positivo y yy es negativo).

✓ **Punto B (-4, 5):**

➤ **Abscisa (-4):** Mueve 4 unidades a la izquierda del eje Y.

➤ **Ordenada (5):** Mueve 5 unidades hacia arriba del eje X.

➤ **Ubicación:** Cuadrante II (dado que xx es negativo y yy es positivo).

6. Relación entre Coordenadas y Puntos:

✓ **Coordenadas a Punto:** Cada par ordenado de coordenadas (x, y) (x, y) define un punto único en el plano.

✓ **Punto a Coordenadas:** Cada punto en el plano se puede describir mediante sus coordenadas (x, y) (x, y) .

Resumen:

✓ **Sistema de Coordenadas Cartesianas:** Utiliza dos ejes perpendiculares para definir puntos en un plano bidimensional.

✓ **Coordenadas del Punto:** Determinan la posición de un punto mediante distancias horizontales (abscisa) y verticales (ordenada) desde el origen.

✓ **Posicionamiento:** Los valores positivos y negativos indican direcciones y distancias a partir del origen.

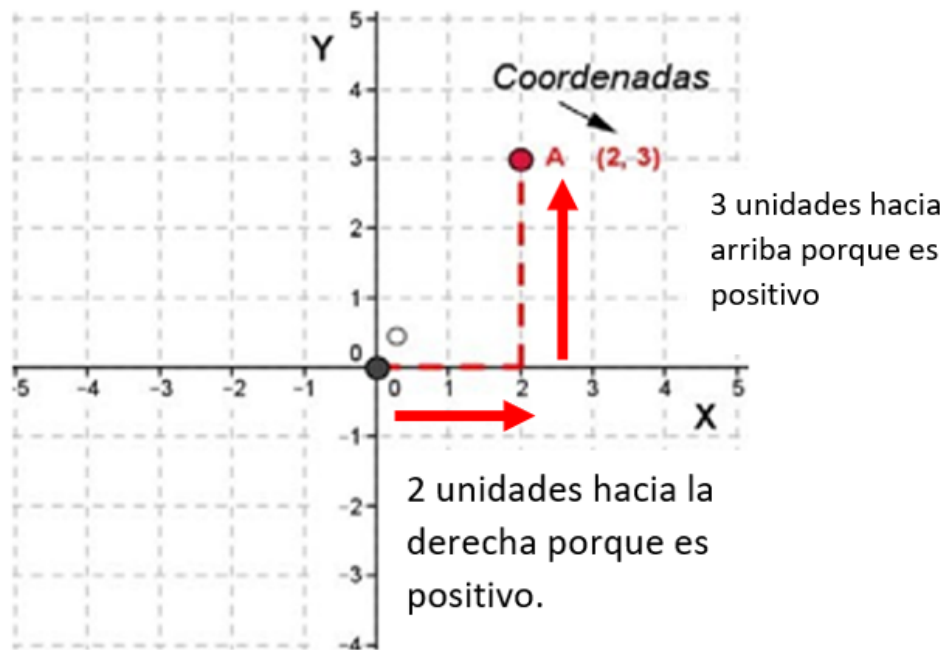


Imagen N° 5. Coordenadas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Es muy importante que domines todo lo relacionado con las coordenadas de los puntos. Así, debemos saber dibujar un punto en los ejes a partir de sus coordenadas y al revés, obtener las coordenadas a partir de su representación en los ejes.

Observa ahora algunas pautas que te ayudarán a realizar esas dos tareas más rápidas:

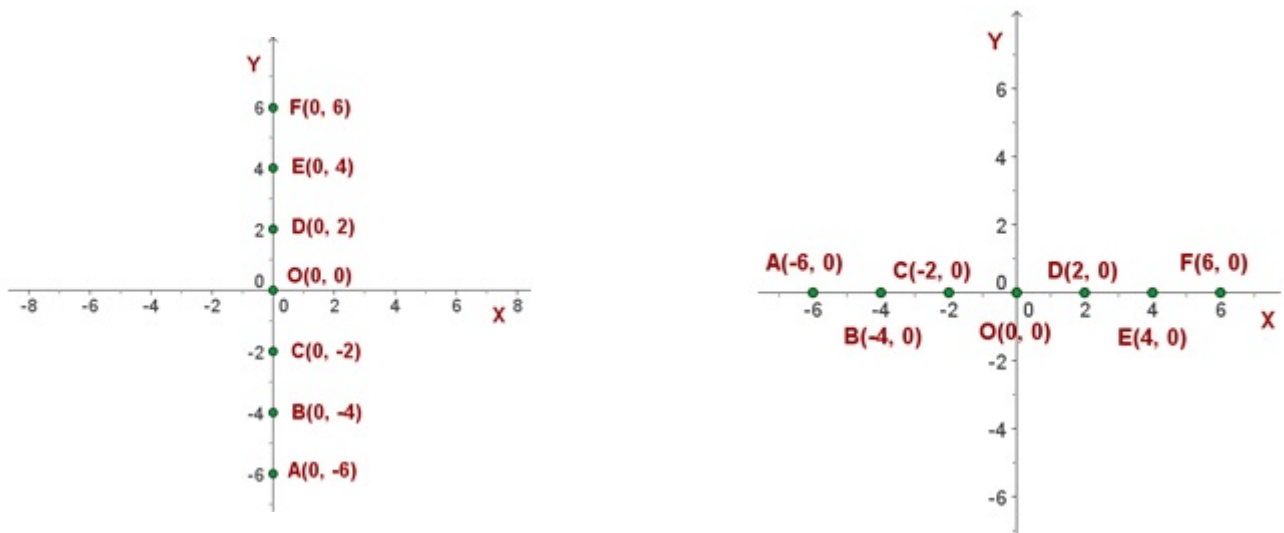


Imagen N° 6. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Los puntos situados en el eje de ordenadas tienen su abcisa igual a 0.

Los puntos situados en el eje de abscisas tienen su ordenada igual a 0.

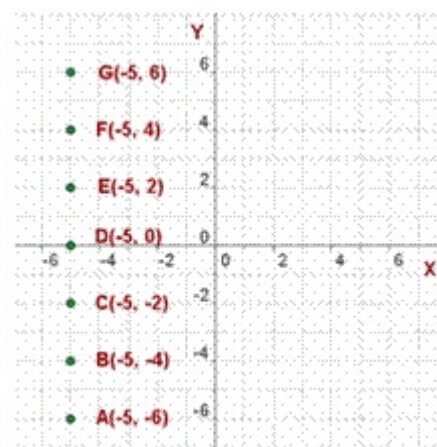
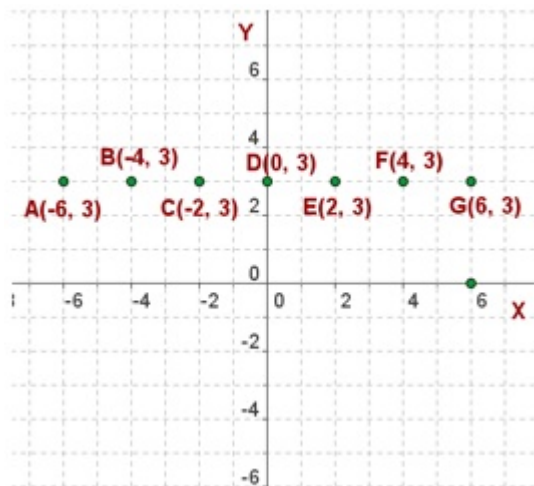


Imagen N° 7. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Los puntos situados en la misma línea horizontal (paralela al eje de abscisas) tienen la misma ordenada.

Los puntos situados en una misma línea vertical (paralela al eje de ordenadas) tienen la misma abscisa.

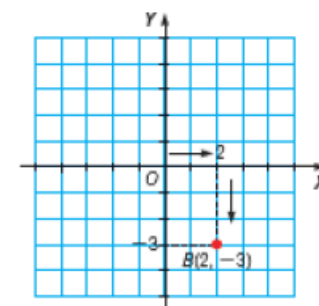
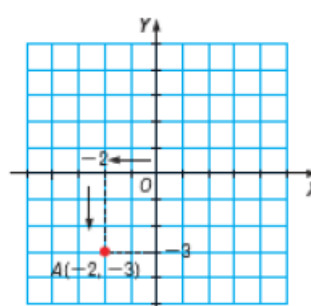
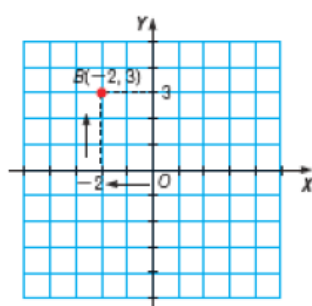
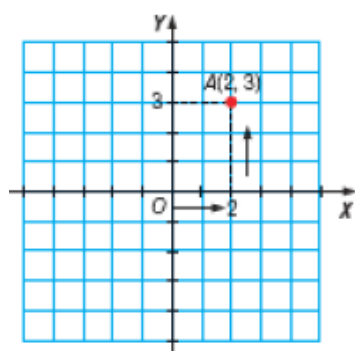


Imagen N° 8. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Los puntos del **primer cuadrante** tienen el valor de sus dos coordenadas positivas.

Los puntos del **segundo cuadrante** tienen su abscisa negativa y su ordenada positiva.

Los puntos del **tercer cuadrante** tienen ambas coordenadas negativas.

Los puntos del **cuarto cuadrante** tienen su abscisa positiva y su ordenada negativa.



Caso práctico

Escribe las coordenadas de los puntos dibujados en el siguiente eje de coordenadas:

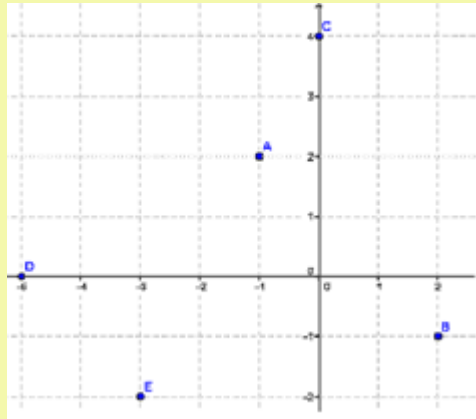


Imagen N° 9. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Mostrar retroalimentación

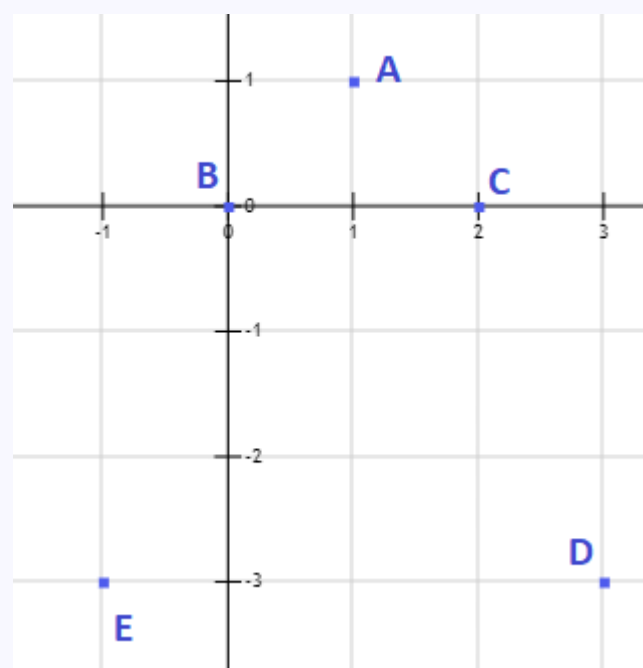
$A(-1, 2); B(2, -1); C(0, 4);$
 $D(-5, 0); E(-3, -2)$



Caso práctico

Dibuja los siguientes puntos: A(1, 1) B(0, 0) C(2, 0) D(3, -3) E(-1, -3)

Mostrar retroalimentación



2.2. Tabla de valores o de datos

Una **tabla de valores** es una representación gráfica que organiza datos en **filas y columnas**. Cada celda contiene un **par ordenado de valores** que ilustra la **relación entre dos magnitudes o variables**, permitiendo así la **visualización y el análisis** de cómo una variable cambia en función de la otra.

Ejemplo:

Tiempo (horas)	Distancia (km)
1	5
2	10
3	15
4	20

En esta tabla, el tiempo en horas y la distancia en kilómetros son variables relacionadas. Cada fila muestra cómo cambia la distancia en función del tiempo.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

¿Cómo se completa una tabla de datos?

Hay diferentes formas. Veámoslas:

1ª) Pues bien, nosotros **a partir de una gráfica** podemos obtener su tabla de valores. No hay más que identificar puntos que pertenezcan a la gráfica y determinar cuáles son sus coordenadas. Éstas serán los pares ordenados de la tabla. Veamos cómo se hace con un ejemplo. Supongamos que nos dan la siguiente gráfica:

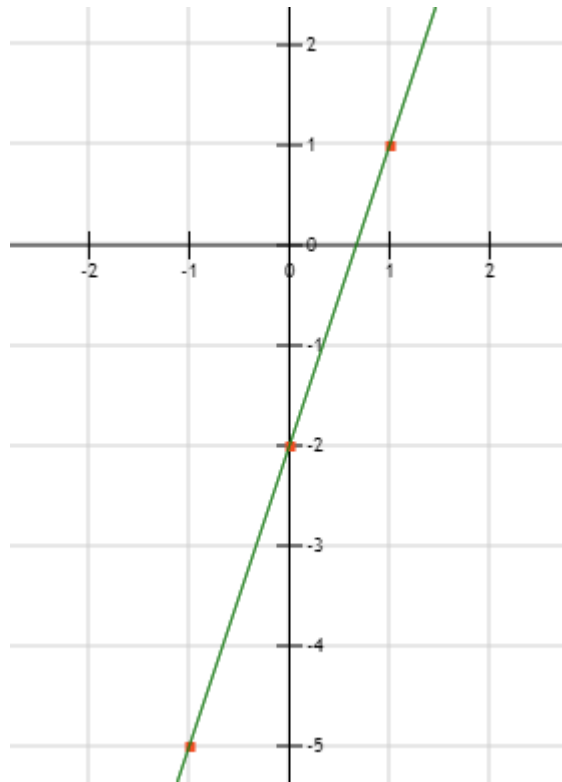


Imagen N° 10. Gráfica. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Si nos fijamos bien nos aparecen tres puntos fáciles de localizar sus coordenadas. De izquierda a derecha serían: $(-1, -5)$; $(0, -2)$; $(1, 1)$. Estos tres puntos los podemos presentar en una tabla de valores como la que sigue:

x	-1	0	1
y	-5	-2	1

2ª) Cómo realizamos nuestra tabla de valores cuando en lugar de facilitarnos la gráfica nos dan la **expresión analítica o algebraica** de la función. Si continuamos con nuestro ejemplo, su expresión algebraica sería $f(x)=3x-2$. En este caso, lo que haremos será calcular el valor de la función para diferentes valores de x. Si no me exigen determinados valores para la x elegimos nosotros los que deseemos. ¿Cómo se hace esto?:

- Si $x = -1 \rightarrow f(-1) = 3 \cdot (-1) - 2 = -3 - 2 = -5$ Si te das cuenta, lo que hacemos es sustituir el -1 por la x. Es decir, poner el -1 donde en la función aparece x, y después operamos. Así nos sale un par ordenado formado por: **$(-1, -5)$**
- Si $x = 0 \rightarrow f(0) = 3 \cdot 0 - 2 = 0 - 2 = -2 \rightarrow$ **$(0, -2)$**
- Si $x = 1 \rightarrow f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1 \rightarrow$ **$(1, 1)$**

Ahora ya tenemos nuestros tres pares ordenados que podemos situarlos en una tabla de valores:

x	-1	0	1
y	-5	-2	1



Rellenar huecos

EJERCICIO 4

Completa los valores de la siguientes tablas:

Kg de limones	0	4		7	8	
Precio en €	0	2	5			1,5

Enviar

Por 5€ nos dan 10Kg, 7Kg cuestan 3'5€, 8Kg cuestan 4€ mientras que por 1,5€ nos darán 3Kg.



Rellenar huecos

EJERCICIO 5

Completa los valores de la siguientes tablas:

Valor	0	-2	2	1	-3	^o	3
Valor al cuadrado	0	4	4			16	

Enviar

Los pares que faltan son (1,1), (-3,9), (4,16) o (-4,16) y (3,9).



Caso práctico

EJERCICIO 6

A partir de las siguientes expresiones algebraicas, obtén una tabla de valores de 5 puntos:

a) $f(x) = 4x - 2$ b) $f(x) = x^2 + 2x - 5$

SOLUCIÓN:

a) $f(x) = 4x - 2$ Como no nos exigen unos valores concretos para la x , elegimos nosotros los que queramos:

si $x = 0 \rightarrow f(0) = 4 \cdot 0 - 2 = -2 \rightarrow (0, -2)$ si $x = -1 \rightarrow f(-1) = 4 \cdot (-1) - 2 = -4 - 2 = -6 \rightarrow (-1, -6)$

si $x = 1 \rightarrow f(1) = 4 \cdot 1 - 2 = 4 - 2 = 2 \rightarrow (1, 2)$ si $x = -2 \rightarrow f(-2) = 4 \cdot (-2) - 2 = -8 - 2 = -10 \rightarrow (-2, -10)$

si $x = 2 \rightarrow f(2) = 4 \cdot 2 - 2 = 8 - 2 = 6 \rightarrow (2, 6)$

Una vez que hemos calculado los valores de la función para cinco valores de x diferentes y tenemos escritos nuestros pares ordenados, hacemos la tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	-10	-6	-2	2	6

b) $f(x) = x^2 + 2x - 5$. Trabajamos de manera análoga:

si $x = 0 \rightarrow f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 5 = -5 \rightarrow (0, -5)$ si $x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 5 = 1 - 2 - 5 = -6 \rightarrow (-1, -6)$

si $x = 1 \rightarrow f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 - 5 = 1 + 2 - 5 = -2 \rightarrow (1, -2)$ si $x = -2 \rightarrow f(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 5 = 4 - 4 - 5 = -5 \rightarrow (-2, -5)$

si $x = 2 \rightarrow f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 5 = 4 + 4 - 5 = 3 \rightarrow (2, 3)$

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-6	-5	-2	3



Caso práctico

EJERCICIO 7

A partir de las siguientes gráficas, obtén una tabla de valores:

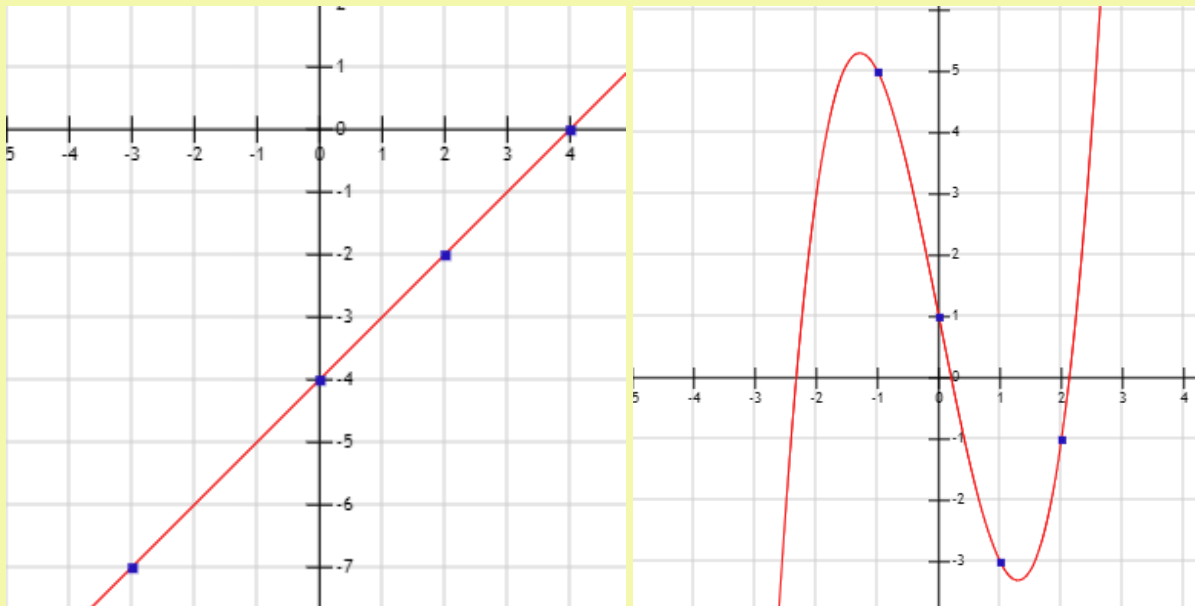


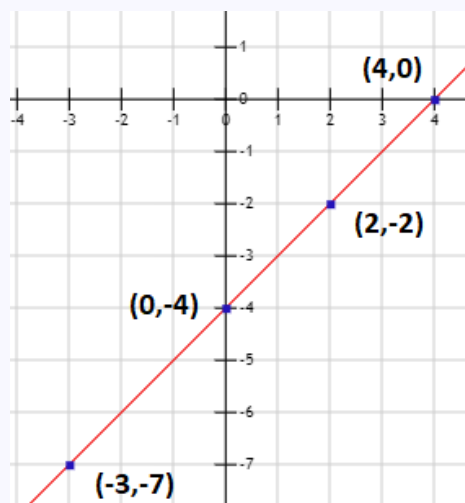
Imagen N° 11. Gráficas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

a) GRÁFICA 1

b) GRÁFICA 2

SOLUCIÓN:

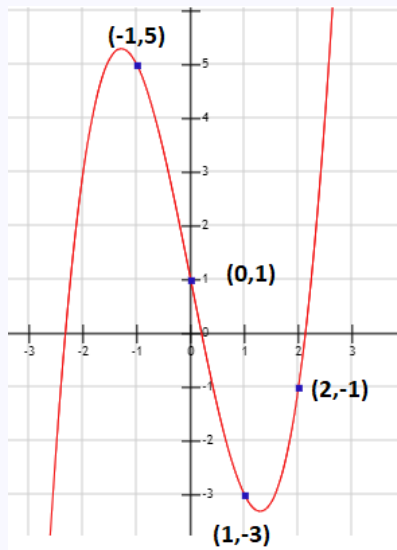
a) Fijándonos en la gráfica, vemos claros una serie de puntos:



Ordenando estos puntos en una tabla de valores obtenemos:

x	-3	0	2	4
y	-7	-4	-2	0

b) Realizando las mismas operaciones tenemos que:



x	-1	0	1	2
y	5	1	-3	-1

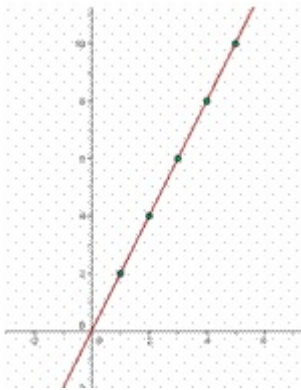
2.3. Gráficas

Una **gráfica** es una representación visual de los pares ordenados de una tabla, trazada en un **sistema de ejes de coordenadas**. Las gráficas ilustran las relaciones entre dos variables:

- ✔ **Variable Independiente (x):** Representada en el eje horizontal.
- ✔ **Variable Dependiente (y):** Representada en el eje vertical, y su valor depende del valor de la variable x .

Así, la gráfica muestra cómo la variable y cambia en función de la variable x .

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones. Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente y , al aumentar la variable independiente, x .



Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

Imagen Nº 12. Gráfica y Tabla de Datos. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

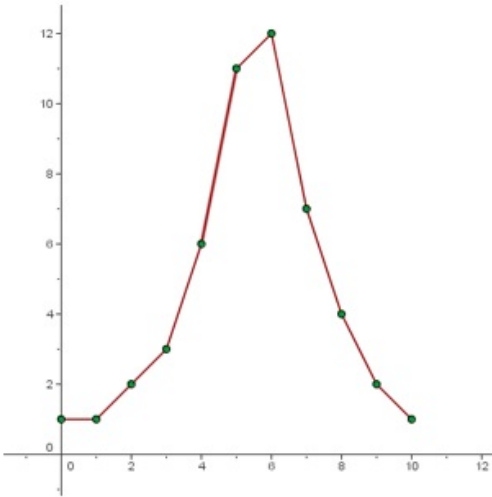


Imagen Nº 13. Gráfica y Tabla de Datos. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

En esta gráfica observamos que la mayor parte de los alumnos obtienen una nota comprendida

entre 4 y 7.

Al igual que hicimos con la tabla de valores, también podemos representar gráficamente una función a partir de la expresión algebraica. Para ello, primero haremos nuestra tabla de valores, y una vez que tenemos esos pares ordenados procederemos a dibujar esos puntos en nuestros ejes cartesianos.

EJEMPLO:

Imagina que nos dan la expresión de una función: $f(x) = 2x + 1$ y nos piden representarla. Primero, haremos nuestra tabla de valores, y para ello debemos calcular el valor de la función para diferentes valores de x . Valores que elegiremos nosotros.

Valor de X	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)$	pares ordenados
$x=-1$	$f(-1)=2 \cdot (-1)+1=-2+1=-1$	$(-1,-1)$
$x=0$	$f(0)=2 \cdot 0+1=0+1=1$	$(0,1)$
$x=1$	$f(1)=2 \cdot 1+1=2+1=3$	$(1,3)$

Ahora, hacemos nuestra tabla de valores con nuestros pares ordenados:

x	-1	0	1
y	-1	1	3

Una vez que tenemos nuestra tabla de valores, dibujamos unos ejes cartesianos y sobre él situamos nuestros puntos, teniendo siempre presente que la primera coordenada del punto corresponde con el valor en el eje X y la segunda con el del eje Y:

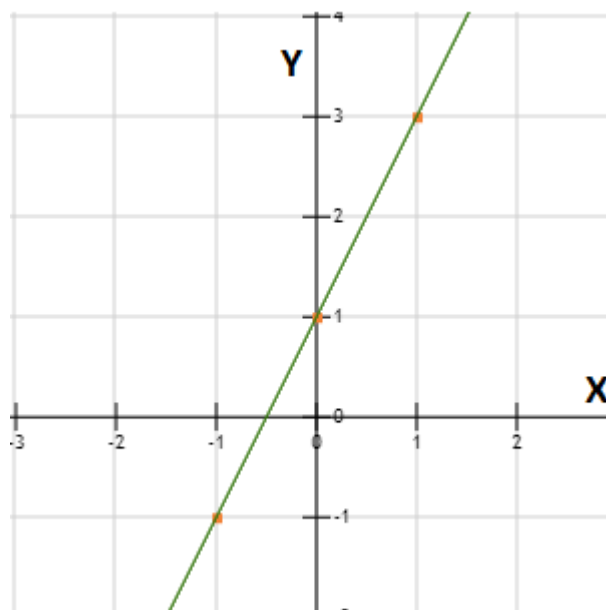


Imagen N° 14. Gráfica. Fuente: Imagen de Elaboración Propia



Caso práctico

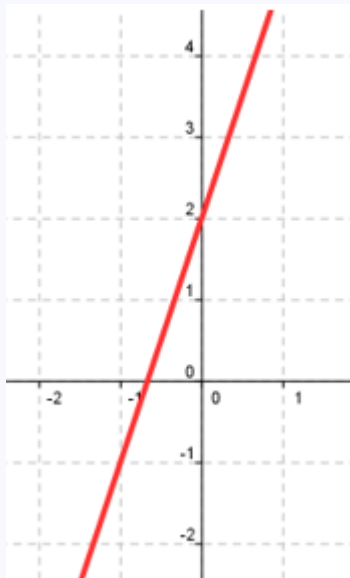
EJERCICIO 8

Dibuja en el plano cartesiano los valores de la siguiente tabla y una vez dibujada, indica qué tipo de figura corresponde a la gráfica de la función:

x	-4	-2	0	1	3
$f(x)$	-10	-4	2	5	11

Mostrar retroalimentación

Observamos que los puntos, al representarlos, están alineados. Por tanto, el dibujo que corresponde a la gráfica de la función es una RECTA.



Caso práctico

EJERCICIO 9

A partir de la siguiente expresión algebraica representa su gráfica: $f(x) = 5x - 9$

SOLUCIÓN:

$f(x) = 5x - 9$. Antes de representarla, tendremos que obtener su tabla de valores para poder disponer de un número de pares ordenados para poder representarlos en unos ejes:

si $x = 0 \rightarrow f(0) = 5 \cdot 0 - 9 = -9 \rightarrow (0, -9)$
 $-6 \rightarrow (-1, -14)$

si $x = -1 \rightarrow f(-1) = 5 \cdot (-1) - 9 = -5 - 9 =$

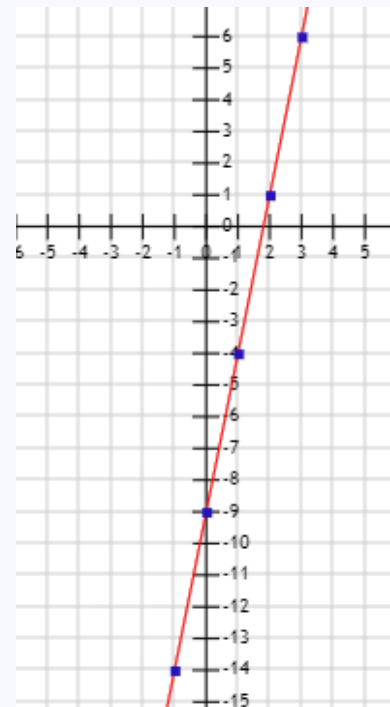
si $x = 1 \rightarrow f(1) = 5 \cdot 1 - 9 = 5 - 9 = -4 \rightarrow (1, -4)$
 $\rightarrow (3, 6)$

si $x = 3 \rightarrow f(3) = 5 \cdot 3 - 9 = 15 - 9 = 6$

si $x = 2 \rightarrow f(2) = 5 \cdot 2 - 9 = 10 - 9 = 1 \rightarrow (2, 1)$

Una vez que hemos calculado los valores de la función para cinco valores de x diferentes y tenemos escritos nuestros pares ordenados, hacemos la tabla de valores:

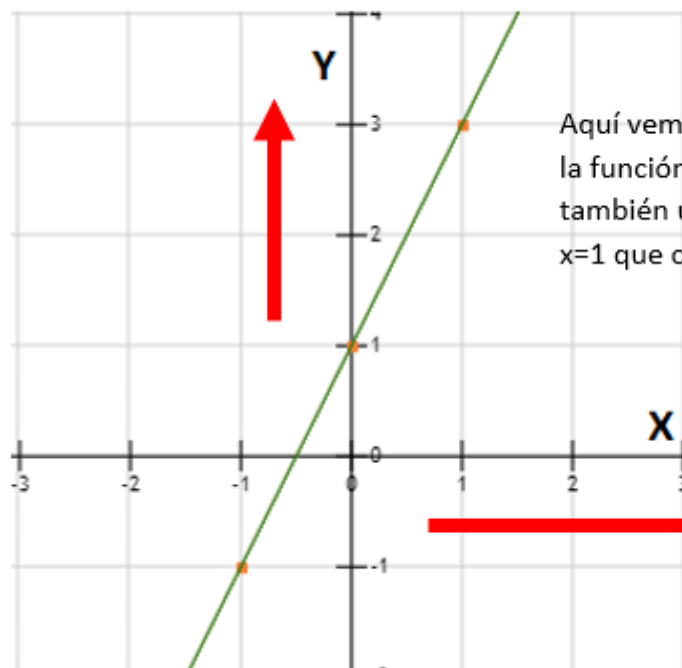
x	-1	0	1	2	3
y	-14	-9	-4	1	6



2.3.1. Características de las gráficas

a) Gráfica creciente.

Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente también aumenta la dependiente. Es decir, si aumenta el valor de la x también aumenta el valor de la y .



Aquí vemos que el valor que toma la función, o sea el valor de y , es también un valor mayor cuando la $x=1$ que cuando la $x=0$

Si la X aumenta, significa que nos movemos a la derecha del eje. Porque si $x=0$, esta x es mayor que si $x=-1$, y el 0 está más a la derecha que el -1.

Imagen N° 15. Gráfica Creciente. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

b) Gráfica decreciente.

Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable. Es decir, si aumentamos el valor de la x veremos que el respectivo valor de la y es menor que el anterior.

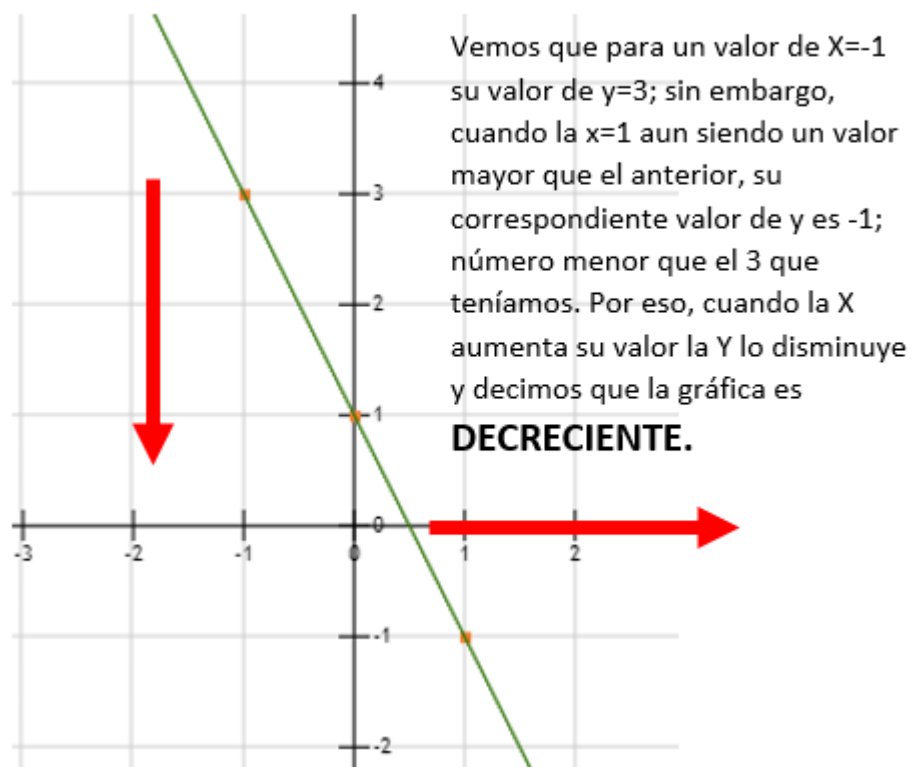


Imagen N° 16. Gráfica Decreciente. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

c) Gráfica constante.

Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable (tiene siempre el mismo valor).

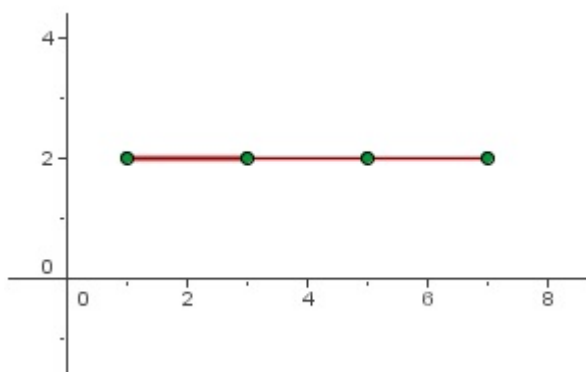


Imagen N° 17. Gráfica Constante. Fuente: Imagen desconocida

Una gráfica puede tener a la vez partes constantes, crecientes y decrecientes.

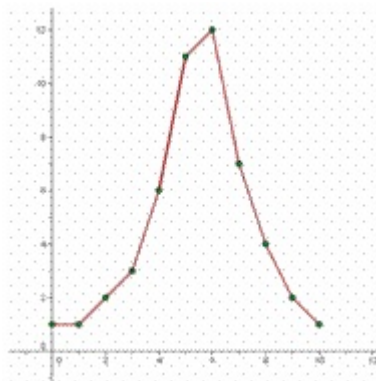


Imagen N° 18. Gráfica. Fuente: Imagen desconocida

d) Máximos y mínimos.

Una función tiene un **MÁXIMO** en un punto cuando su ordenada es mayor que la ordenada de los puntos que están alrededor de él. A la izquierda del máximo la función es creciente, mientras que a su derecha la función decrece.

Una función tiene un **MÍNIMO** en un punto cuando su ordenada es menor que la ordenada de los puntos situados alrededor de él. A la izquierda del mínimo la función es decreciente, y a la derecha creciente.

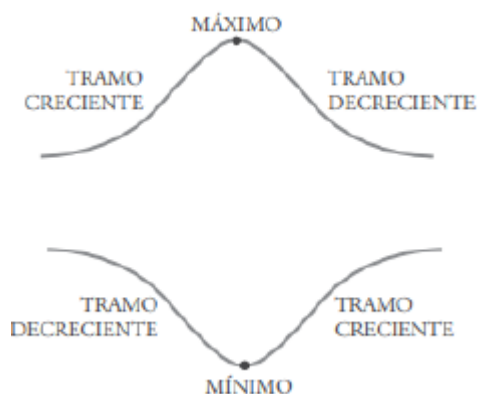


Imagen N° 19. Máximos y mínimos. Fuente: Imagen desconocida

Por ejemplo, si tenemos una gráfica como la que hay a continuación, podemos estudiar en qué tramos la función es creciente, decreciente y si tienen máximos o mínimos.

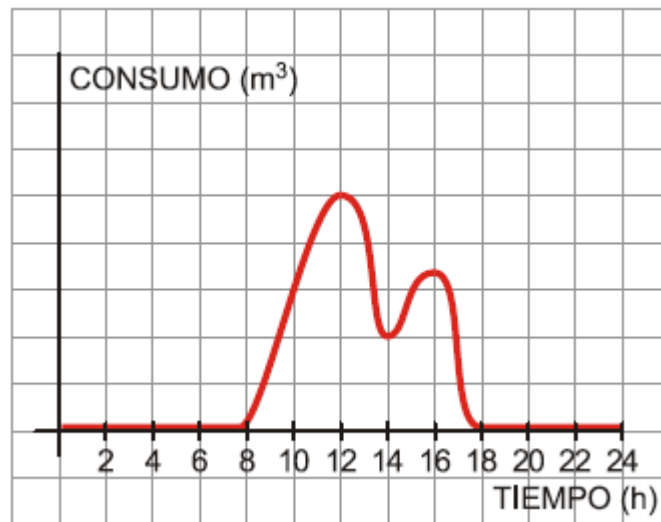


Imagen N° 20. Gráfica.

Vemos que la gráfica presenta dos TRAMOS CONSTANTES, desde las 0h hasta las 8h y desde las 18h hasta las 24h. En ambos casos, el consumo de agua siempre se mantiene a cero. Por otro lado, tenemos otros dos TRAMOS CRECIENTES, desde las 8h a las 12h y desde las 14h a las 16h. Razonando de forma parecida, vemos que hay dos TRAMOS DECRECIENTES, desde las 12h a las 14h y desde 16h a las 18h. ¿Cómo escribimos eso de forma matemática?:

*si $x \in (0,8) \cup (18,24)$ la función es **CONSTANTE***

*si $x \in (8,12) \cup (14,16)$ la función es **CRECIENTE***

*si $x \in (12,14) \cup (16,18)$ la función es **DECRECIENTE***

Si intentamos buscar los máximos y los mínimos, veremos que tenemos un consumo MÁXIMO de agua cuando son las 12h (consumiendo 5 m^3), y corroboramos que a la izquierda de ese punto la función es creciente pero a su derecha es decreciente. Hay otro MÁXIMO a las 16h (consumiendo $3,25\text{ m}^3$), pero como en esa hora el consumo es menor que a las 12h decimos que el MÁXIMO es RELATIVO. Si nos fijamos, cuando se cumplen las 14h hay un MÍNIMO (donde se consume 2 m^3), ya que a su izquierda la función decrece y a su derecha la función crece. Esto lo escribiríamos:

*En $x = 12 \exists$ un **MAXIMO** $\rightarrow (12,5)$*

*En $x = 16 \exists$ un **MAXIMO RELATIVO** $\rightarrow (16; 3,25)$*

*En $x = 14 \exists$ un **MINIMO** $\rightarrow (14; 2)$*

e) Continuidad y discontinuidad.

Una función es **CONTÍNUA** cuando la variable independiente y dependiente pueden tomar todos los valores que existen en un tramo de la recta real.

Por ejemplo, si representamos el precio que pagamos por la compra de patatas al peso, vemos que podemos comprar 1kg o 2kg de patatas, pero también las patatas pueden pesar todos los valores intermedios que hay entre 1 y 2.

Sin embargo, si en lugar de comprar las patatas al peso las compramos solo por unidades, nosotros sólo podemos comprar 1 o dos patatas, pero no los valores intermedios que hay entre ambos. Entonces decimos que la función es **DISCONTÍNUA**.

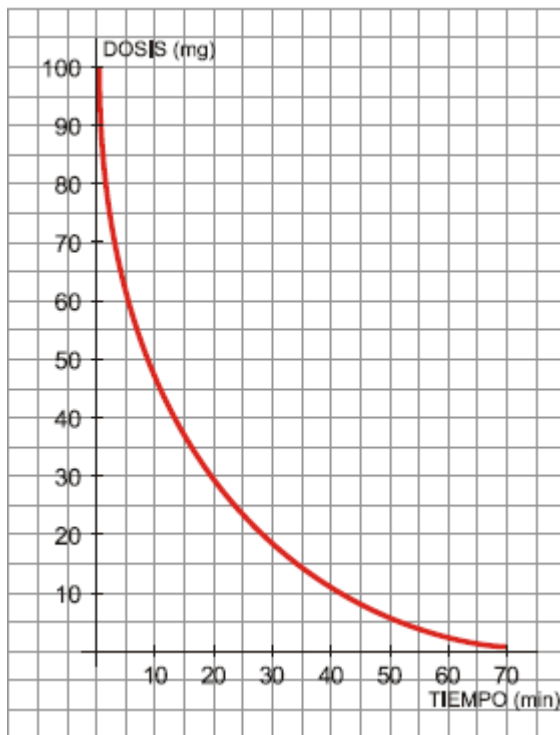


Imagen N° 21. Gráficas.
gráfica CONTINUA

gráfica DISCONTINUA



Caso práctico

EJERCICIO 10

Observa la gráfica siguiente y determina:

- El valor de "y" (valor de la función) en los puntos $x = -2$, $x = 0$ y $x = 3$.
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo.

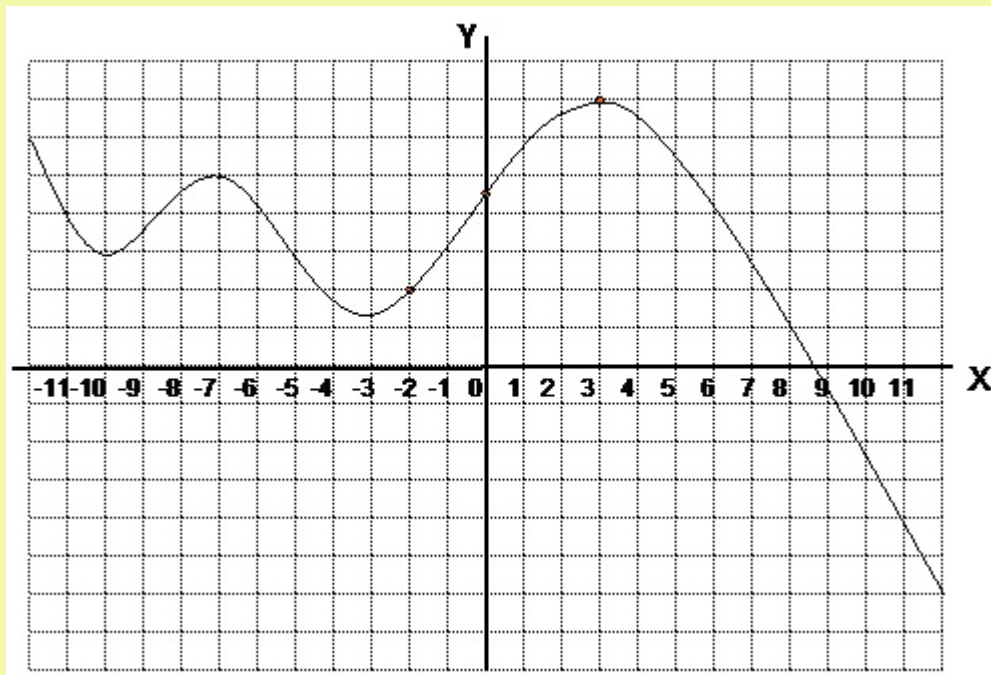


Imagen N° 22. Gráfica.

SOLUCION

a) Los pares son $(-2, 2)$, $(0, 4.5)$ y $(3, 7)$.

b)

si $x \in (-10, -7) \cup (-3, 3) \rightarrow$ funcion CRECE

si $x \in (-12, -10) \cup (-7, -3) \cup (3, 12) \rightarrow$ funcion DECRECE

c) **Mínimos para $x = -10$ y $x = -3$. Máximos para $x = -7$ y $x = 3$. Observa que los puntos en los que se alcanza un mínimo son $(-10, 3)$ y $(-3, 1.5)$ y los puntos en los que se alcanza un máximo son $(-7, 5)$ y $(3, 7)$.**

3. Interpretación de gráficas

Interpretar una gráfica implica extraer información analizando su comportamiento de **izquierda a derecha**, utilizando las características y detalles observados en la gráfica. Este proceso incluye:

- ✓ **Identificar Tendencias:** Observar cómo cambian las variables a medida que se mueve a lo largo de la gráfica.
- ✓ **Determinar Relaciones:** Comprender la relación entre la variable independiente (eje X) y la variable dependiente (eje Y).
- ✓ **Localizar Puntos Clave:** Identificar puntos específicos como intersecciones, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- ✓ **Leer Escalas:** Interpretar las escalas de los ejes para obtener valores precisos.

Este análisis ayuda a comprender la dinámica y las interacciones entre las variables representadas en la gráfica.

Veamos cómo trabajar este apartado con un ejemplo.

EJEMPLO:

Las siguientes gráficas corresponden al ritmo que han seguido cuatro personas en un determinado tramo de una carrera. Asocia cada persona con su gráfica:

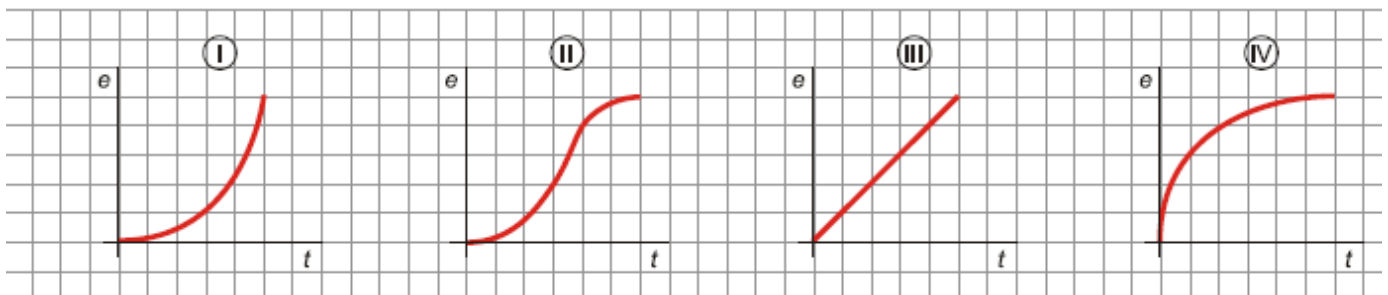


Imagen 23: Gráficas.

Mercedes: Comenzó con mucha velocidad y luego fue cada vez más despacio.

Carlos: Empezó lentamente y fue aumentando gradualmente su velocidad.

Lourdes: Empezó lentamente, luego aumentó mucho su velocidad y después fue frenando poco a poco.

Victoria: Mantuvo un ritmo constante.

La respuesta sería:

Mercedes → IV

Carlos → I

Lourdes → II

Victoria → III

Pero ¿por qué?. Que hemos tenido que pensar para responder así. Para eso lo primero que tenemos que hacer es fijarnos muy bien en las magnitudes que se representan en ambos ejes. En

este caso es una gráfica espacio/tiempo, esto significa que puedo ver cómo avanzan en su recorrido conforme transcurre el tiempo. Así por ejemplo, la gráfica III corresponde a alguien que siempre ha corrido a la misma velocidad porque su avance es siempre igual: cada cuadrado en el eje X se corresponde con el mismo aumento en el eje Y. Por eso es la gráfica de Victoria.

La gráfica IV corresponde a alguien que al principio corre muy rápido porque en un solo cuadrado de avance en el eje x vemos que aumenta mucho la Y pero a partir del segundo cuadrado en la x vemos que la Y no crece al mismo ritmo que al principio. Es la que le corresponde a Mercedes.

Si nos fijamos bien, la gráfica I hace justamente lo contrario, al comienzo aumenta muy poco la Y pero después sube muy rápido. La de Carlos.

Y en la gráfica II el comienzo es el mismo o muy parecido a la de la gráfica I, pero llega un momento en el que el aumento del valor en el eje Y vuelve a "relajarse". Por este motivo, es la de Lourdes.

Veamos otro estilo de ejercicio posible:

La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de estudiantes, reflejando el tiempo (en horas) y la distancia al instituto (en kilómetros):

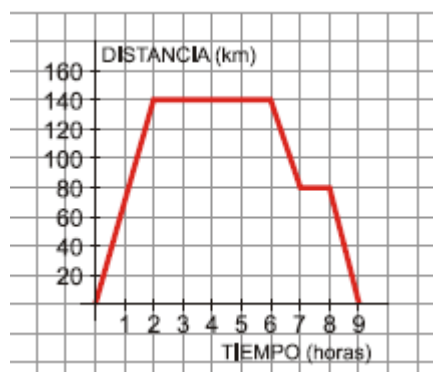


Imagen 24: Gráfica.

Se pide:

- ¿A cuántos kilómetros estaba el lugar que visitaron?
- ¿Cuánto tiempo duró la visita al lugar?
- ¿Hubo alguna parada a la ida? ¿Y a la vuelta?
- ¿Cuánto duró la excursión completa (incluyendo el viaje de ida y el de vuelta)?

SOLUCIÓN:

- Para responder tenemos que fijarnos en el eje dónde se represente la distancia, en este caso es el Y. El mayor valor que se logre en la gráfica corresponde con la distancia al lugar, en este caso 140 km.
- Si están visitando algún sitio, mientras están allí, no se alejan del instituto por lo que la distancia al centro de 140 km se mantiene constante. Por eso debemos buscar un tramo constante alejado lo máximo posible, ese tramo es desde la hora 2 a la 6; por tanto, están 4 horas visitando el lugar.
- Mientras que se dirigen al lugar de visita la distancia al centro debe ir aumentando hasta que lleguen. Así vemos, que ese trayecto lo hacen sin ningún tramo constante, lo que significa que no hay paradas. Sin embargo, cuando vuelven, vemos que la distancia al centro

disminuye y por eso la gráfica es decreciente, pero de la 7ª hora a la 8ª, la función no decrece sino que se mantiene constante; esto significa que hacen una parada a la vuelta de 1 hora de duración.

d. Aquí debemos fijarnos en el eje donde se representa el tiempo y ver cuál es la hora más alejada del principio; en nuestro caso tardan 9 horas en hacer todo el viaje.

A continuación, te representamos de nuevo la gráfica indicando en qué parte de la misma debemos mirar para responder a cada apartado:

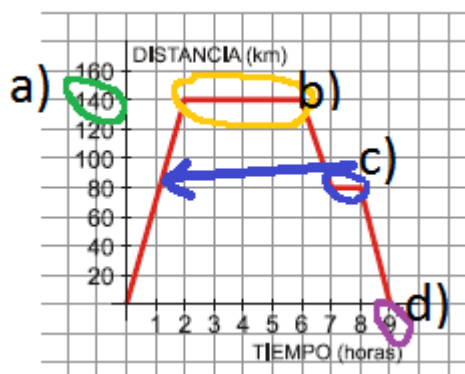


Imagen 25: Gráfica.



Caso práctico

EJERCICIO 11

Dependiendo del día de la semana, Rosa va al instituto de una forma distinta:

- El lunes va en bicicleta.
- El martes, con su madre en el coche (parando a recoger a su amigo Luis).
- El miércoles, en autobús (que hace varias paradas).
- El jueves va andando.
- Y el viernes, en motocicleta.

a) Identifica a qué día de la semana le corresponde cada gráfica:

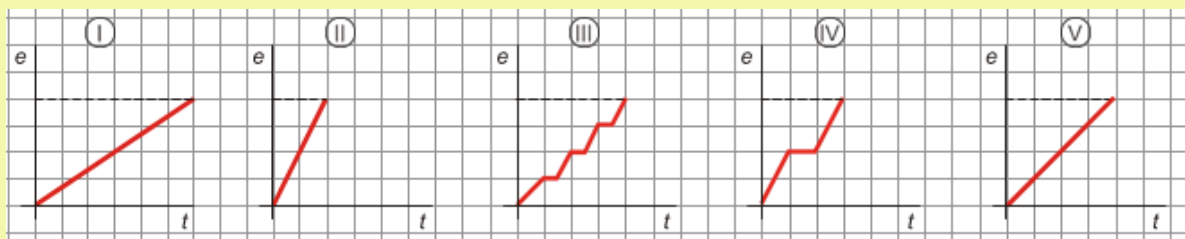


Imagen 26: Gráficas.

b) ¿Qué día tarda menos en llegar? ¿Cuál tarda más?

c) ¿Qué día recorre más distancia? Razona tu respuesta.

SOLUCIÓN:

a) Lunes V Martes IV Miércoles III Jueves I Viernes II b) Tarda menos el viernes (gráfica II). Tarda más el jueves (gráfica I). c) Todos los días recorre la misma distancia (de su casa al instituto).



Caso práctico

EJERCICIO 12

La siguiente gráfica muestra el crecimiento de una persona (midiéndola cada cinco años)

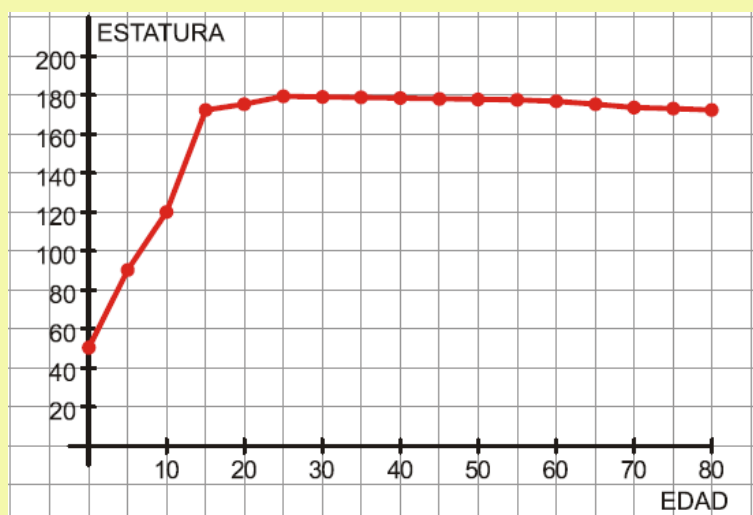


Imagen 27: Gráfica.

a) ¿Cuánto mide al nacer? b) ¿A qué edad alcanza su estatura máxima? c) ¿Cuándo crece más rápido? d) ¿Por qué hemos podido unir los puntos?

SOLUCIÓN:

a) 50 cm, aproximadamente. b) A los 25 años, aproximadamente (180 cm de estatura). c) En los 5 primeros años de vida, y entre los 10 y los 15 años. d) Porque el crecimiento es una función continua.

4. Función lineal

Una **función lineal** es una función en la que la relación entre dos variables se describe mediante un **polinomio de grado uno**. Su representación gráfica es una **recta**.

Existen tres tipos de funciones lineales:

1. Función de Proporcionalidad Directa:

- ✓ **Forma:** $y = mx$
- ✓ **Características:** La gráfica es una recta que pasa por el origen (0,0). La pendiente de la recta es m .

2. Función Afín:

- ✓ **Forma:** $y = mx + n$
- ✓ **Características:** La gráfica es una recta con pendiente m y ordenada al origen n . Esta función incluye la función de proporcionalidad directa como un caso especial.

3. Función Constante:

- ✓ **Forma:** $y = n$
- ✓ **Características:** La gráfica es una recta horizontal en $y = n$. Es un caso particular de la función afín donde $m = 0$.

Relaciones entre los tipos:

- ✓ La **función lineal** o de proporcionalidad directa ($y = mx$) es un caso particular de la función afín ($y = mx + n$) cuando $n = 0$.
- ✓ La **función constante** ($y = n$) es un caso especial de la función afín donde la pendiente $m = 0$.



Rellenar huecos

EJERCICIO 13

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) $f(x) = 3x$

x	-2	0	2
---	----	---	---

Nota: Pensar con detenimiento, antes de contestar.

$f(x)$



Enviar



Rellenar huecos

EJERCICIO 14

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

b) $f(x) = -x$

x	-2	0	2
f(x)			

Nota: Pensar con detenimiento, antes de contestar.

Enviar



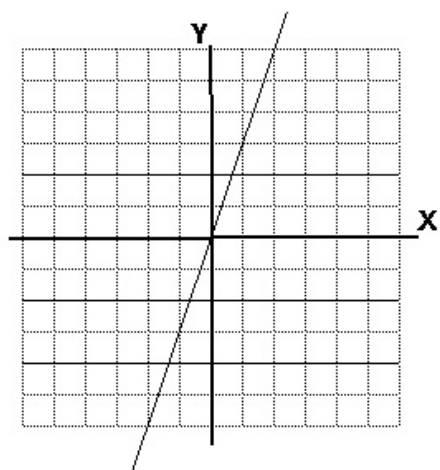
Caso práctico

EJERCICIO 15

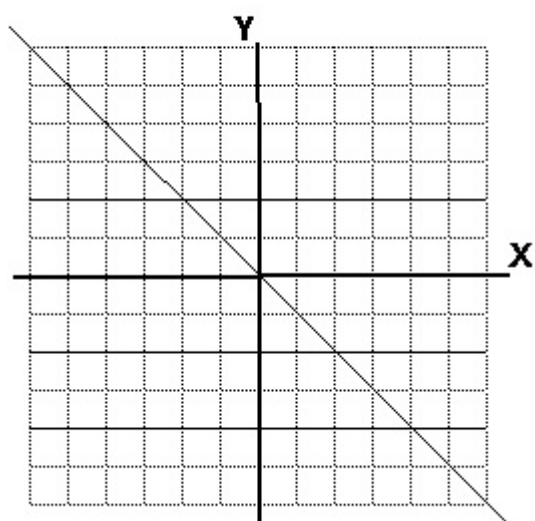
Representa gráficamente las funciones lineales de los ejercicios 13 y 14.

SOLUCION

a)



b)



4.1. Función lineal o de proporcionalidad directa

Comenzaremos estudiando la **FUNCIÓN LINEAL** o de **PROPORCIONALIDAD DIRECTA**:

En estas funciones cada valor de “y” conserva una misma proporción respecto al de “x”. Es decir:

$y = 3x \rightarrow$ (y es el triple de x)

$y = -2x \rightarrow$ (y es el opuesto del doble de x)

$y = x \rightarrow$ (función identidad: y es igual a x)

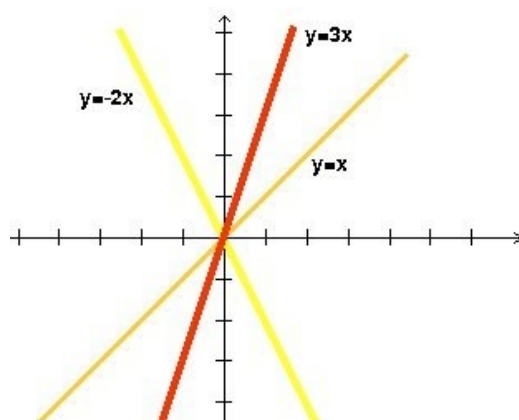


Imagen 28: Gráfica funciones lineales

Para identificar su gráfica lo tenemos muy fácil, tan sólo tenemos que darnos cuenta de que es una línea **recta que pasa por el origen de coordenadas**.

Fíjate en la siguiente función: $y = 2x$. Tenemos su tabla de valores y su gráfica:

x	0	1	2	3	4
y = 2x	0	2	4	6	8

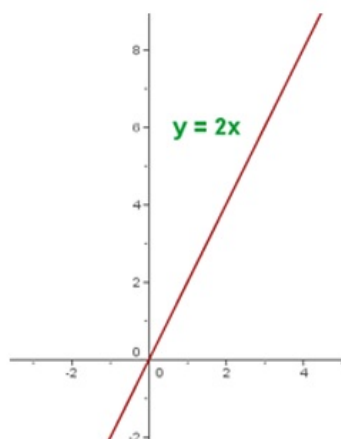


Imagen 29: Función lineal y tabla de datos.

Si nos damos cuenta, en su tabla de valores veremos que existe una relación de proporcionalidad entre el valor de la Y y el valor de la X:

$$\frac{\text{VALOR Y}}{\text{VALOR X}} = \text{CONSTANTE} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$$

[GIF](#)

[GIF](#)

Pendiente

La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas. Expresa el aumento o la disminución de la variable dependiente por cada unidad de la variable independiente. Si la función nos la dan a través de su expresión algebraica podemos saber la pendiente fácilmente, ya que la identificamos como el coeficiente que acompaña a la x en la expresión. Así en la función $y=2x$ el coeficiente que acompaña a la x es el 2 y por tanto la pendiente de esta función es $m=2$.

Observa que la pendiente la denominamos por la letra m .

Si $m > 0$ (esto significa: "si la pendiente es positiva") la función es **CRECIENTE** y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es agudo. Sin embargo, si $m < 0$ (si la pendiente es negativa), la función es **DECRECIENTE** y ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es obtuso. En las funciones constantes, es decir, aquellas que son paralelas al eje x decimos que su pendiente es cero.

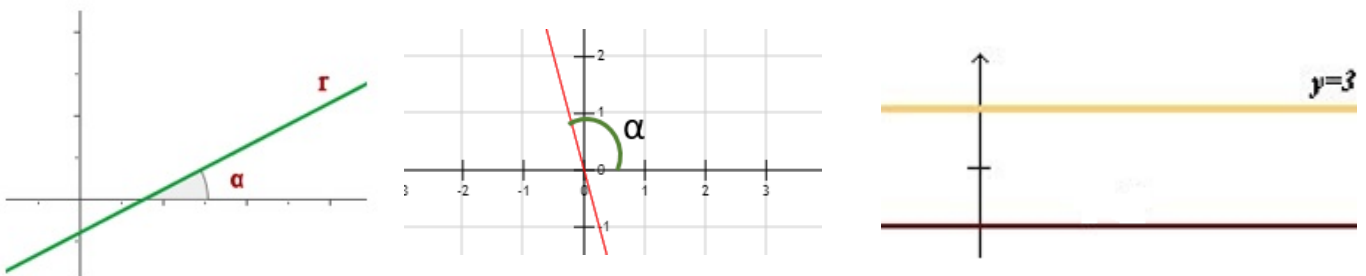


Imagen 30: Pendiente de la función lineal.

Función **CRECIENTE** $m > 0$

Función
 $m < 0$

DECRECIENTE

Función **CONSTANTE** $m=0$

¿Qué nos indica la pendiente en una gráfica?. Pues ya hemos dicho que nos informa de la inclinación de la recta. Esto implica que aunque no sepamos a primera vista cómo obtener el valor numérico de la pendiente en una gráfica, podemos decir cuál de las rectas tendrá mayor o menor pendiente en función de la misma. Por ejemplo, supongamos que nos dan la siguiente gráfica con tres rectas representadas:

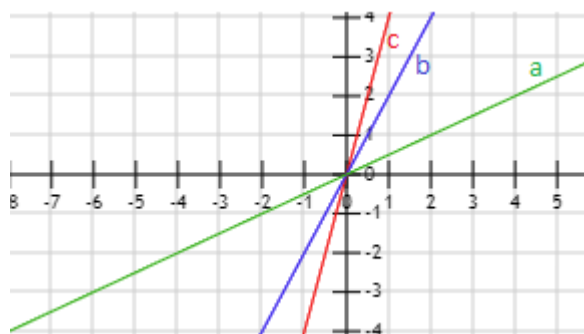


Imagen 31: Funciones lineales.

En ninguna de ellas vemos cuál es el valor numérico de su pendiente, pero podemos afirmar que como la recta c es la que tiene una mayor inclinación el valor de su pendiente será mayor que el de la b , y el de ésta mayor que el de la a . Además de decir que las tres son crecientes puesto que el ángulo que forman con la parte positiva del eje de abscisas es agudo; y por esa razón, las tres

funciones lineales tendrán pendientes positivas.

Entonces, ¿no podemos saber el valor de la pendiente si no tenemos la expresión gráfica?. Pues claro que podemos. Simplemente tendremos que realizar algunos cálculos. Veamos cómo.

a) CÁLCULO DE LA PENDIENTE (m) SI SÓLO TENEMOS SU GRÁFICA:

En este caso, tenemos que obtener de la gráfica las coordenadas de dos puntos que pertenezcan a la recta. Con esos puntos que llamaremos A(x_1 , y_1) y B(x_2 , y_2); calculamos la pendiente aplicando la siguiente fórmula:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Aclarar que el símbolo Δ en matemáticas significa variación o incremento, por tanto, si tenemos escrito: Δy ; esto se leería como "variación de y". Esa variación representa la resta de dos cosas. Lo verás más claro con un ejemplo, si decimos que hoy la temperatura es de 23 °C y ayer fue de 17°C decimos que la variación de temperatura de ayer a hoy ha sido de 6 grados, porque $23 - 17 = 6$. Esto llevado a las funciones, significaría la variación entre la ordenada de dos puntos pertenecientes a la recta.

Observa cómo se hace con un ejemplo:

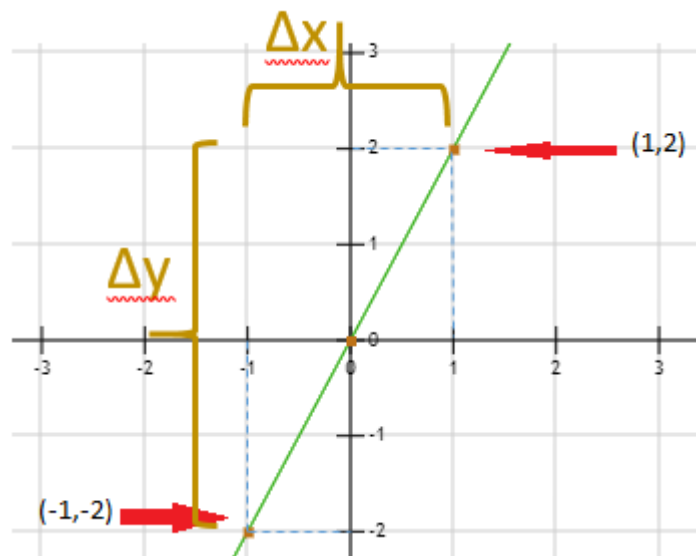


Imagen 32: Cálculo de la pendiente de una función lineal.

En la gráfica tenemos una recta creciente, es decir, con pendiente positiva, pero no sabemos cuál es su valor. Nos fijamos en la recta y escogemos dos puntos que nos resulten sencillos de obtener sus coordenadas, mirando con qué valor se corresponde ese punto para el eje X (primera coordenada) y para el eje Y (segunda coordenada). Así obtenemos los puntos: (-1,-2) y (1,2). Si aplicamos la fórmula obtenemos el valor de la pendiente, que en este caso sería $m=2$:

\\ \\

[GIF](#)

b) CÁLCULO DE LA PENDIENTE (m) SI SÓLO TENEMOS DOS PUNTOS QUE PERTENECEN A LA RECTA:

En este caso nos ahorramos el paso de tener que mirar en la gráfica y obtener los puntos de ella. Por lo demás procederemos como antes. Al tener dos puntos podemos aplicar la fórmula de la pendiente.

RESUMIENDO:

1. Las funciones lineales o de proporcionalidad directa son de la forma $y=mx$, donde m es la pendiente de la recta.
2. Si $m>0$ la función es creciente
3. Si $m<0$ la función es decreciente
4. Todas las funciones lineales pasan por el origen de coordenadas, es decir, el punto $(0,0)$ pertenece a todas las funciones lineales.
5. Para calcular el valor de la pendiente a partir de la gráfica o a partir de dos puntos de la recta debemos aplicar:

[\ | \\]](#)

[GIF](#)

6. Si nos dan la expresión algebraica de la función, la pendiente la vemos directamente en el valor del número que acompaña a la X .



Caso práctico

EJERCICIO 16

En las siguientes funciones indica cuál es su pendiente y además en función de la misma especifica si la función es creciente o decreciente:

- a) $y=3x$ b) $y= -x$

SOLUCIÓN

a) $m=3 > 0 \rightarrow$ F. CRECIENTE

b) $m= -1 < 0 \rightarrow$ F. DECRECIENTE



Caso práctico

EJERCICIO 17

En la siguiente representación indica qué tipo de funciones hay razonando matemáticamente tu respuesta y además escribe cuál de esas rectas es la de mayor pendiente justificando tu respuesta.

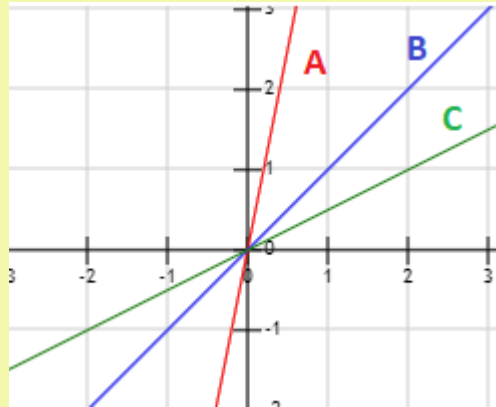


Imagen 33: Funciones lineales.

SOLUCIÓN

Las tres rectas serían funciones lineales porque todas ellas pasan por el origen de coordenadas, el punto $(0,0)$.

La que posee mayor pendiente es la recta A, ya que es la que tiene mayor inclinación respecto al eje de abscisas.



Caso práctico

EJERCICIO 18

Calcula la pendiente de la siguiente función lineal:

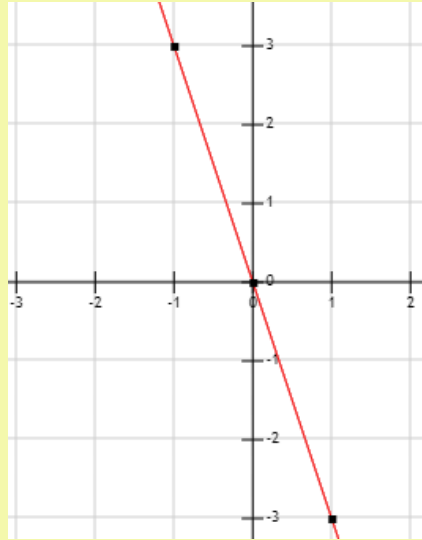


Imagen 34: Función lineal.

SOLUCIÓN

Como partimos de una gráfica, lo primero que debemos hacer es obtener de ella las coordenadas de dos puntos:

Estos serían el (0,0) y el (-1,3), por ejemplo, aunque podríamos obtener otros, pero siempre nos debe salir el mismo valor de la pendiente.

Una vez que tenemos dos puntos procedemos a usar la fórmula para el cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{-1 - 0} = \frac{3}{-1} = -3 \rightarrow m = -3$$



Caso práctico

EJERCICIO 19

Calcula la pendiente de una recta que pasa por los puntos A(2,-4) y B(6,-1)

SOLUCIÓN

Como ya tenemos las coordenadas de dos puntos que pertenecen a la recta lo único que tenemos que hacer es utilizar la fórmula de la pendiente:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-4)}{6 - 2} = \frac{-1 + 4}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow m = \frac{3}{4}$$

4.2. Función afín

La función afín es del tipo: $y = mx + n$, donde m es la pendiente de la recta y n es la **ORDENADA EN EL ORIGEN**, ésta es el punto en el que corta la recta al eje Y, y lo escribimos como un punto $(0, n)$.

Observa en la siguiente gráfica:

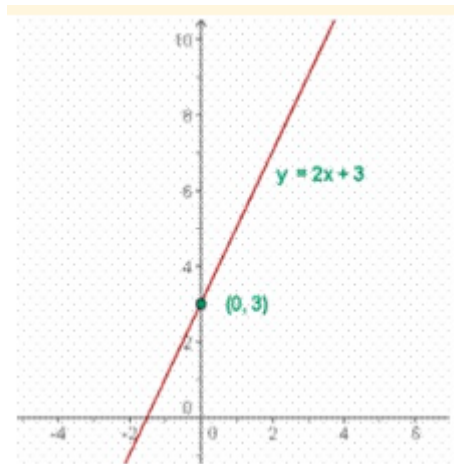


Imagen 35: Función lineal.

El punto en el que la recta corta al eje Y es el punto $(0,3)$; y este punto es la ordenada en el origen de la función $y=2x+3$. Si te fijas en la expresión algebraica de la función, $n=3$ y $m=2$; por tanto, la pendiente de la función es 2 y la coordenada y de la ordenada en el origen es 3.

Cabe destacar que en las funciones afines no se cumple la proporcionalidad directa que hemos visto en las anteriores. Veamos un ejemplo:

<i>Metros cúbicos de agua consumida</i>	1	3	5	10	15	...	x
<i>Precios de la factura sin IVA</i>	13	19	25	40	55	...	$3x + 10$

En la tabla podemos comprobar que no se cumple una proporción directa entre los valores de y y los de x ; es decir:

$$\frac{13}{1} \neq \frac{19}{3} \neq \frac{25}{5} \neq \frac{40}{10} \neq \frac{55}{15}$$

En este caso, si representamos los pares ordenados de la tabla, obtenemos la siguiente gráfica:

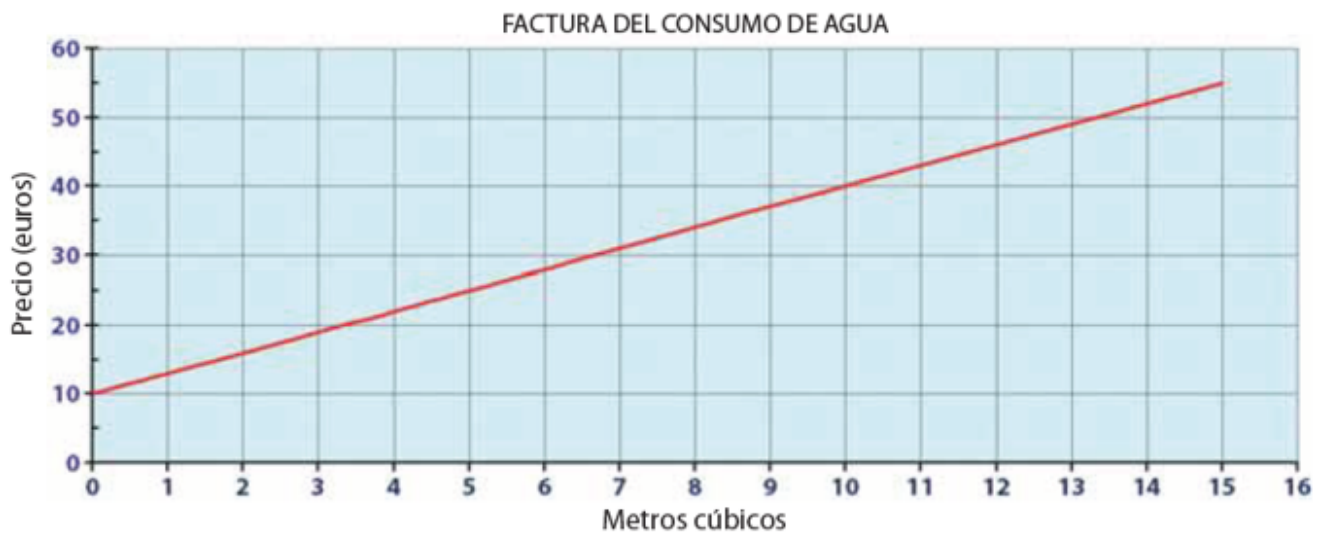


Imagen 36: Gráfica función lineal del consumo de agua.

La gráfica es una recta que comienza en el punto (0,10) y por tanto éste es la ordenada en el origen. Así podemos saber que la expresión matemática de esta función es de la forma: $y=mx+10$. Si interpretamos la gráfica, esto significa que con un consumo cero de agua tendremos que pagar de todos modos 10€. Por tanto, lo que pagamos por el agua no es proporcional a lo que consumimos, sino que siempre hay una cantidad fija (10€) que tendremos que pagar independientemente de lo que consumamos.

¿Cómo obtenemos el valor de m ? Pues aplicando la fórmula de la pendiente que ya hemos visto. Si lo hacemos obtenemos que la pendiente es 3:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{25-40}{5-10} = \frac{-15}{-5} = 3$$

[GIF](#)

Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente y por tanto, el coeficiente que acompaña a la X será el mismo:

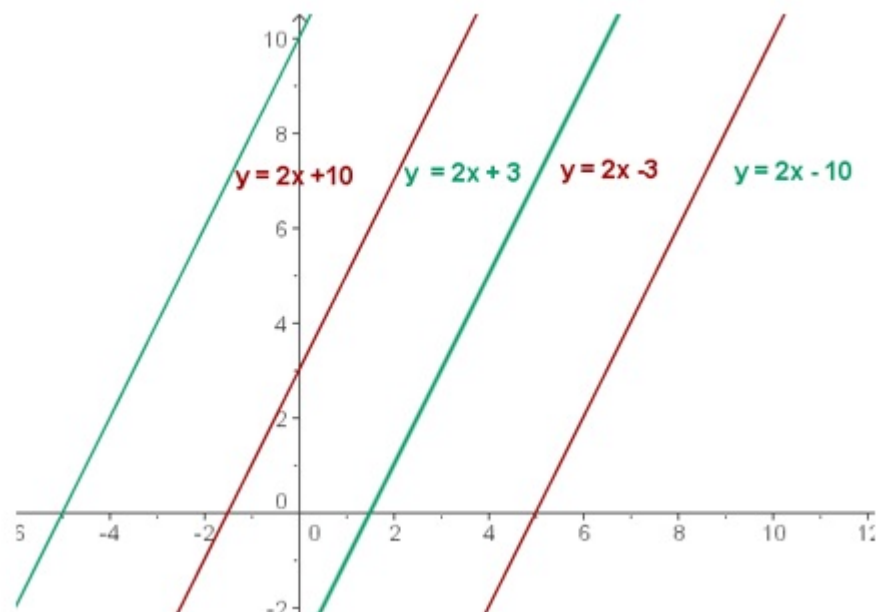


Imagen 37: Gráficas de funciones lineales paralelas.

Para representar una función afín, daremos unos valores a X y calcularemos los correspondientes valores de Y, una vez que tengamos dichos valores los representaremos en los ejes de coordenadas y uniremos los puntos con una recta.

RESUMIENDO:

1. Todas las funciones afines son de la forma $y = mx + n$.
2. El valor de la m es la pendiente de la recta.
3. El valor de n es la ordenada en el origen; es decir, la recta corta al eje Y en el punto (0,n)
4. Si $m > 0$ la función es creciente; mientras que si $m < 0$ es decreciente. (Igual que en las de proporcionalidad directa)
5. Ninguna función afín pasa por (0,0)
6. Para calcular el valor de la pendiente conocidos dos puntos pertenecientes a la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

7. Diferentes rectas serán paralelas si tienen el mismo valor de m, es decir, de la pendiente.



Rellenar huecos

EJERCICIO 20

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada

caso:

a) $f(x) = x - 3$

b) $f(x) = -2x + 1$

a)

x	-2	0	2
f(x)			

b)

x	-2	0	2
f(x)			

Enviar



Caso práctico

EJERCICIO 21

Escribe el valor de la pendiente y describe el crecimiento para cada una de las funciones del ejercicio 20.

SOLUCION

a) $m = 1 > 0 \rightarrow$ creciente

b) $m = -2 < 0 \rightarrow$ decreciente



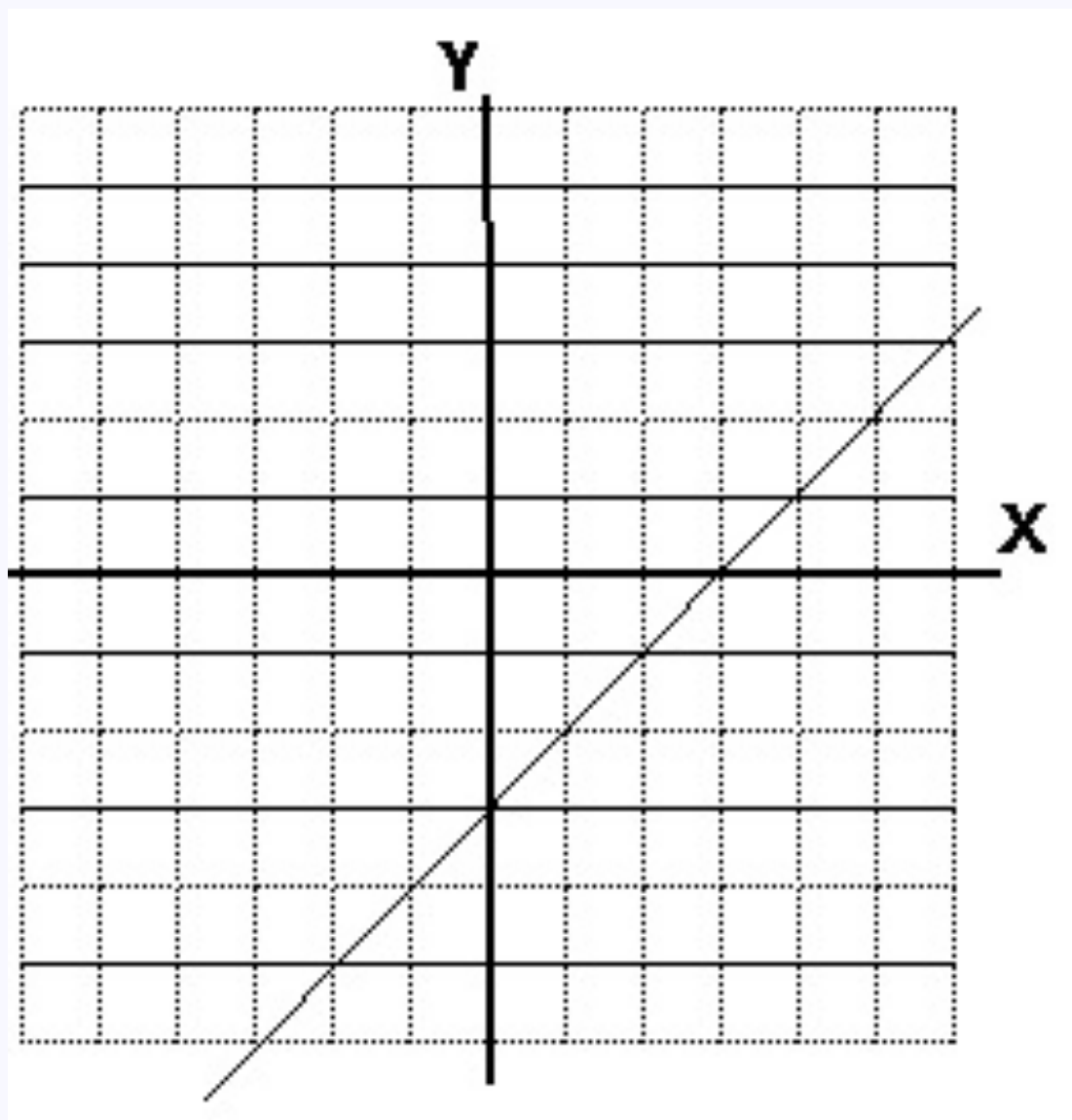
Caso práctico

EJERCICIO 22

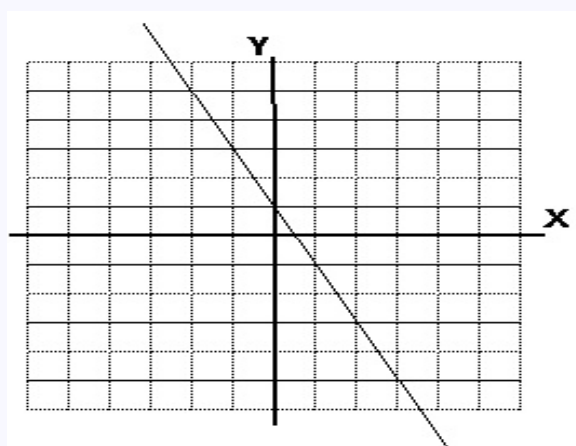
Representa gráficamente las funciones lineales del ejercicio 20

SOLUCION

a)



b)



4.3 Función constante

La función constante es una función lineal donde el valor de m es cero, y por tanto es de la forma $y=n$, y como tal, representa una recta paralela al eje de abscisas debido a que para cualquier valor de la X le corresponde siempre el mismo valor para la Y , siendo ese valor n .

Veamos, si la función es $y=5$ la representación será una recta paralela al eje X y que pase por el punto $(0,5)$:

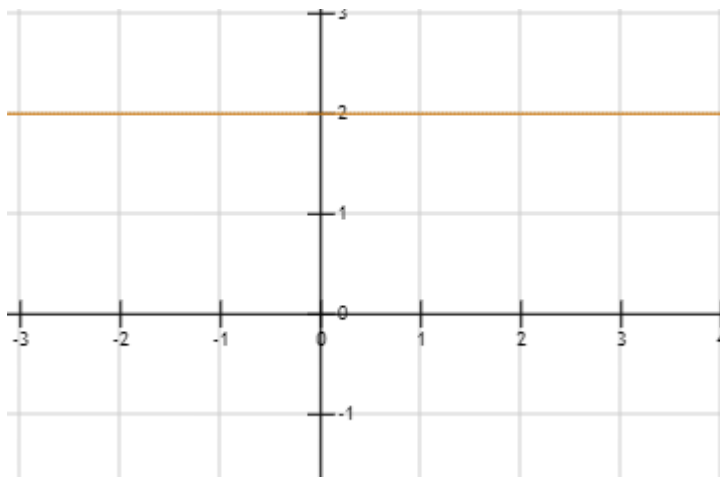


Imagen 38: Gráfica función constante.



Caso práctico

EJERCICIO 23

Observa las siguientes funciones y responde:

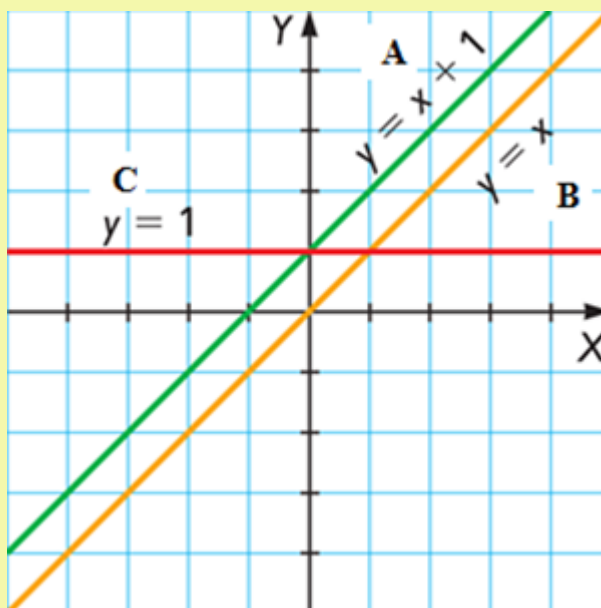


Imagen 39: Gráficas de funciones

- a) ¿Qué tipo de funciones son? A: B: C: b) ¿Cuáles son paralelas? ¿Por qué?
- c) Representa una función paralela a la recta A y di cuánto vale su ordenada en el origen y cuál sería su expresión algebraica.

SOLUCIÓN

- a) A es afín por no pasar por el punto (0,0)
B es lineal por pasar por el punto (0,0)
C es constante por ser una recta paralela al eje x y por tanto su pendiente ser nula
- b) La recta A y la B por tener la misma pendiente.
- c) Su ordenada en el origen sería (0,-2) y su expresión algebraica es $y=x-2$ porque para ser paralela a la recta A debe tener la misma pendiente $m=1 \rightarrow y=x+n$ y como corta al eje y en el punto (0,-2) $\rightarrow n=-2$

4.4. Aplicaciones de la función lineal

Las funciones lineales y afines son herramientas muy útiles en diversos contextos, desde la economía hasta situaciones cotidianas. Por ejemplo, en economía, se utilizan para modelar funciones de costo y demanda; en medicina, como en el experimento psicológico de Sternberg; en la vida diaria, como al pagar por la cantidad de fruta que compramos o el tiempo en un parking.

Para relacionar estas situaciones con funciones lineales, sigue estos pasos:

1. Identificar el Tipo de Función:

✓ **Proporcionalidad Directa:** $y = mx$

✓ **Función Afín:** $y = mx + n$

✓ **Función Constante:** $y = n$

2. Determinar las Magnitudes:

✓ **Variable Independiente (x):** La variable que se controla o cambia.

✓ **Variable Dependiente (y):** La variable que cambia en función de la independiente.

3. Escribir la Expresión de la Función: Basado en la relación observada.

Ejemplo: Comparación de Compañías de Móvil

Supón que estás eligiendo entre dos compañías de móvil:

✓ **Compañía A:** Pago fijo de 15€ al mes más 0,05€ por cada minuto de conversación.

✓ **Compañía B:** Pago de 0,25€ por cada minuto de conversación, sin pago fijo.

Queremos determinar cuál es más beneficiosa si hablas menos de 60 minutos al mes.

1. Definir las Variables:

✓ **Variable Independiente (x):** Minutos de conversación.

✓ **Variable Dependiente (y):** Costo total.

2. Escribir las Funciones:

✓ **Compañía A:** $y = 0,05x + 15$

✓ **Compañía B:** $y = 0,25x$

3. Calcular el Costo para 60 Minutos:

✓ **Compañía A:**

$$y = 0,05 \cdot 60 + 15 = 3 + 15 = 18€$$

✓ **Compañía B:**

$$y = 0,25 \cdot 60 = 15€$$

La **Compañía B** es más económica si hablas menos de 60 minutos al mes.

Por otro lado, una **ecuación de primer grado con dos incógnitas** también representa una función lineal. Por ejemplo, consideremos la ecuación:

$$9x + 3y = 18$$

Para convertir esta ecuación a la forma de una función lineal $y = mx + n$, sigue estos pasos:

1. Despeja y:

$$9x + 3y = 18$$

Primero, resta $9x$ de ambos lados de la ecuación:

$$3y = 18 - 9x$$

Luego, divide todo entre 3 para resolver y :

$$y = \frac{18 - 9x}{3}$$

Simplifica:

$$y = -3x + 6$$

Función Afín: La ecuación $y = -3x + 6$ es una función afín, ya que está en la forma $y = mx + n$ donde $m = -3$ (la pendiente) y $n = 6$ (la ordenada al origen).

En resumen, cualquier ecuación de primer grado con dos incógnitas se puede expresar en la forma de una función lineal, que puede ser una función lineal general o afín dependiendo de los términos.

Obtención de la Ecuación de la Recta Conocida la Pendiente y un Punto

Para encontrar la ecuación de una recta cuando conoces su pendiente m y un punto (x_0, y_0) que pertenece a ella, puedes usar la fórmula de la **ecuación de la recta en forma punto-pendiente**:

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

Donde:

- ✓ m es la pendiente de la recta.
- ✓ (x_0, y_0) son las coordenadas de un punto en la recta.

Ejemplo:

Supongamos que queremos encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, 4)$ y tiene una pendiente de 3. Aquí, $m = 3$ y $(x_0, y_0) = (2, 4)$. Sustituyendo estos valores en la fórmula:

1. Sustitución en la fórmula:

$$y - 4 = 3 \cdot (x - 2)$$

2. Desarrolla la ecuación:

$$y - 4 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 6 + 4$$

$$y = 3x - 2$$

Ecuación de la recta: $y=3x-2$

Cuando se Te Dán Dos Puntos:

Si se te proporcionan dos puntos en la recta, primero calcula la pendiente m usando:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Luego, usa la fórmula de la ecuación de la recta con la pendiente calculada y uno de los puntos.

Ejemplo Adicional:

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 4) y (1, 1):

1. **Calcula la pendiente m :**

$$m = \frac{1 - 4}{1 - 2} = \frac{-3}{-1} = 3$$

2. **Usa la fórmula punto-pendiente con (2, 4) y $m = 3$:**

$$y - 4 = 3 \cdot (x - 2)$$

$$y - 4 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 6 + 4$$

$$y = 3x - 2$$

Ecuación de la recta: $y=3x-2$

Esta metodología te permite encontrar la ecuación de una recta de manera sistemática usando la información disponible.



Caso práctico

EJERCICIO 24

Supongamos que el costo variable por unidad a la hora de producir un lapicero es de 2€ y que los costos fijos mensuales ascienden a 2200€. Suponiendo que el costo total tiene un comportamiento lineal:

a) Obtén la expresión del coste mensual en función de los lapiceros producidos.

b) ¿Cuál será el coste que representaría para la empresa la producción de 800 lapiceros en el mes?

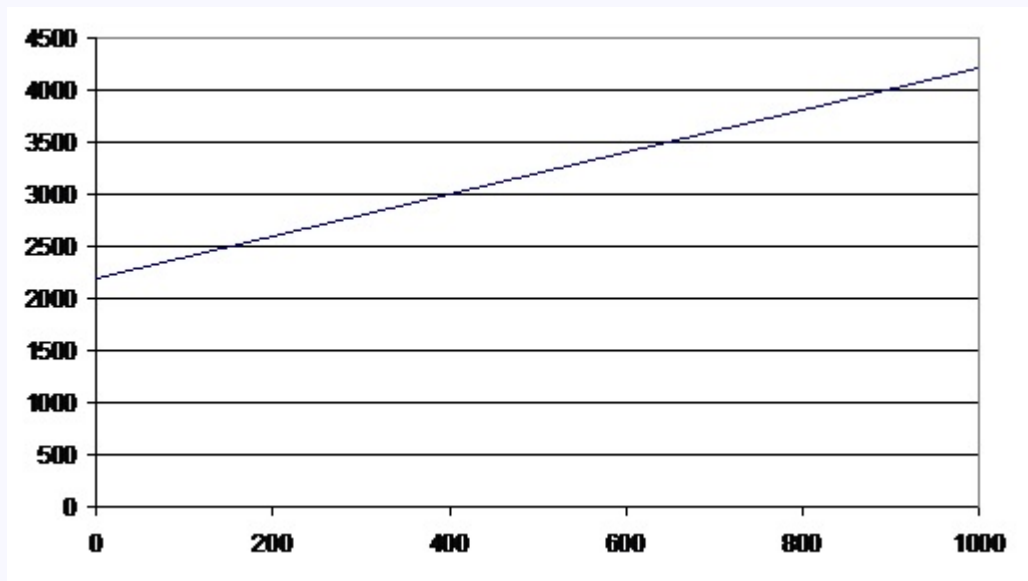
c) Representa gráficamente esta función

SOLUCION

a) $f(x) = y = 2x + 2200$

b) $f(800) = 2 \cdot 800 + 2200 = 3800$

c)



Caso práctico

EJERCICIO 25

Una fábrica asume costos de 10.000€ por cada mueble que produce. Además debe pagar 30.000€ mensuales de alquiler y 20.000€ por transportes. Cada mueble lo vende por 20.000€ y no tiene otros ingresos.

a) Establece la función de costos.

b) Establece la función de ingresos.

c) Representa ambas gráficas en un mismo eje cartesiano.

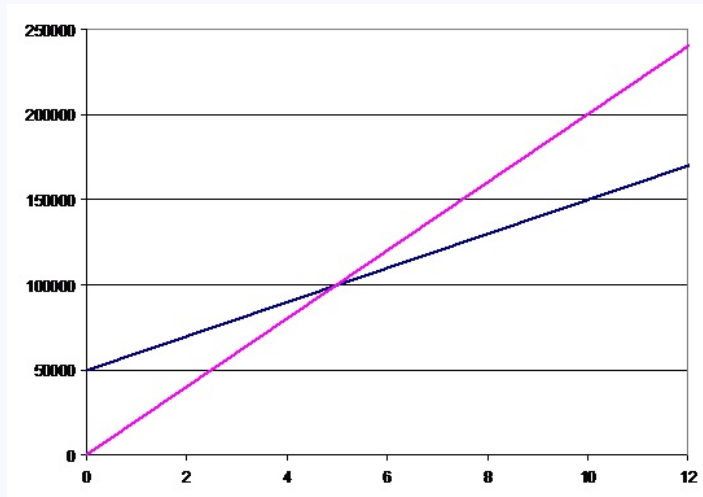
d) ¿Cuál es la pérdida cuando se producen y venden 3 muebles?

SOLUCION

a) $C(x) = 10000x + (30000+20000) = 10000x + 50000$

b) $I(x) = 20000x$

c)



d) $C(3) - I(3) = 20000 \text{ €}$



Caso práctico

EJERCICIO 26

En una entrevista de trabajo para vendedor de revistas a domicilio, se ofrece un sueldo fijo mensual de 500 euros más 0,50 euros por cada revista vendida. Se pide:

a) Escribe la función correspondiente y el tipo de función que es. b) ¿Qué sueldo cobrará un trabajador que ha vendido 20 revistas en el último mes?

SOLUCIÓN

a) $y = 500 + 0.50x$ Es una función afín.

b) $f(20) = 500 + 0,50 \cdot 20 = 500 + 10 = 510\text{€}$

5. Función cuadrática

Una **función cuadrática** es una función polinómica de segundo grado de la forma:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

donde:

- ✓ a , b , y c son **coeficientes**.
- ✓ x es la **variable independiente**.
- ✓ y o $f(x)$ es la **variable dependiente**.

Características Clave de la Función Cuadrática

1. Forma de la Gráfica:

- ✓ La representación gráfica de una función cuadrática es una **parábola**.

2. Coeficientes:

- ✓ a : Determina la **concavidad** o **orientación** de la parábola.
 - ➡ Si $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba.
 - ➡ Si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo.
- ✓ b y c : Afectan la **posición** de la parábola respecto a los ejes de coordenadas.

3. Vértice y Eje de Simetría:

- ✓ El vértice de la parábola es el punto más alto o más bajo, dependiendo de la orientación.
- ✓ El eje de simetría es una línea vertical que pasa por el vértice. Si $b = 0$, el vértice está sobre el eje y y este eje es el eje de **simetría de la parábola**.

Ejemplo

Para la función cuadrática:

$$y = 2x^2 + 3x - 10$$

✓ Coeficientes:

- ➡ $a = 2$
- ➡ $b = 3$
- ➡ $c = -10$

Aquí, $a = 2$ indica que la parábola se abre hacia arriba. Los valores de b y c afectan la posición de la parábola en el plano cartesiano.

El valor del coeficiente **a** afecta a la concavidad u orientación de la parábola. Mientras que los otros dos coeficientes, afectan a la posición que posee la parábola respecto de los ejes de coordenadas. De forma que si el valor de **b=0** significa que el vértice de la parábola se encuentra sobre el eje y; y dicho eje es el de simetría de la parábola:

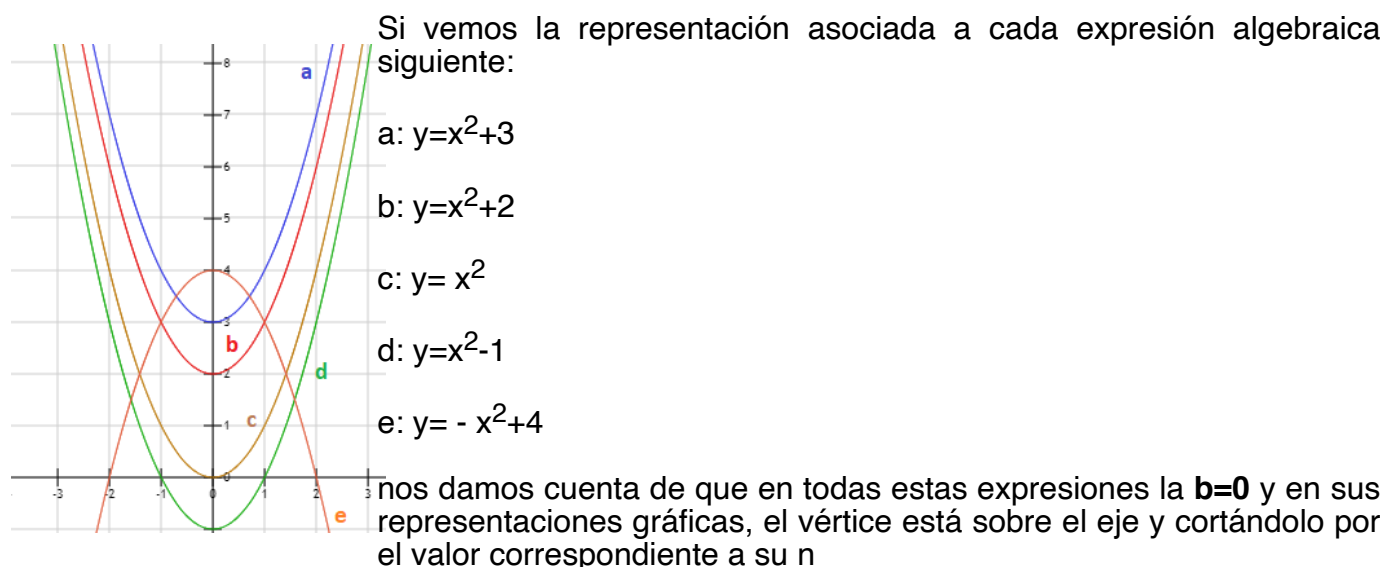


Imagen 40: Funciones cuadráticas con coeficiente **b=0**

Pensando de forma parecida, si el valor del coeficiente **c=0**, esto significa que la parábola siempre pasará por el punto (0,0). Veámoslo:

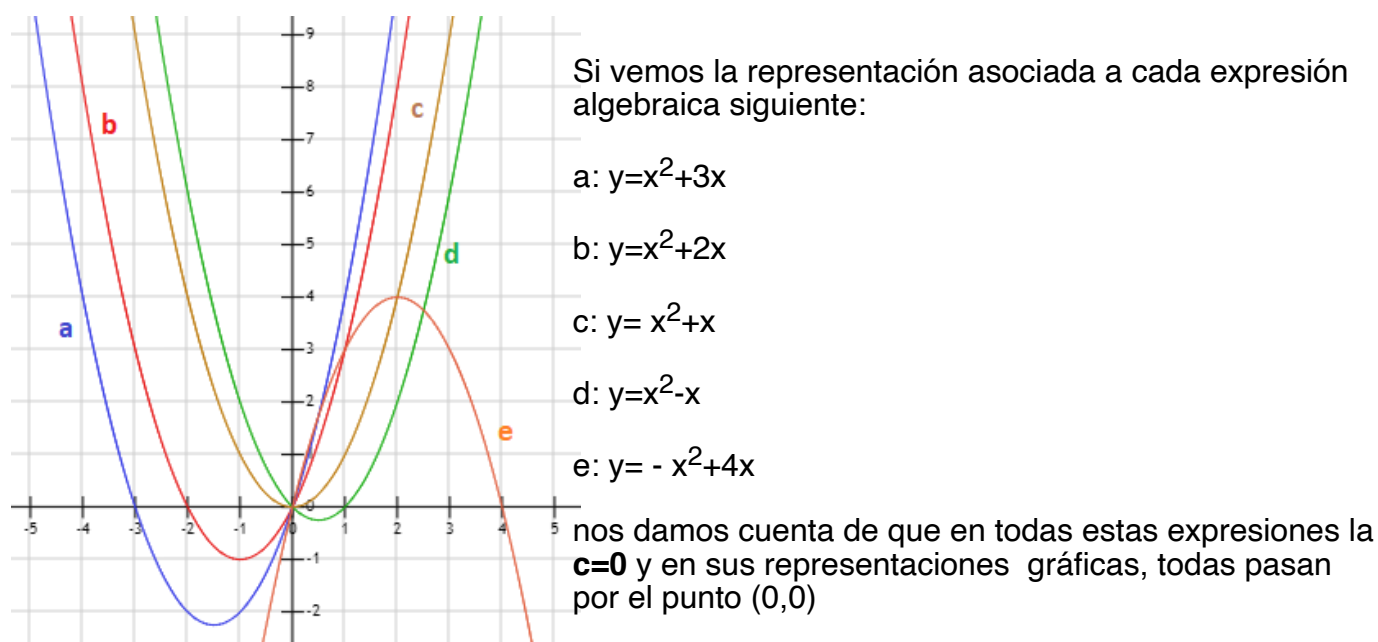


Imagen 41: Funciones cuadráticas con coeficiente **c=0**



Caso práctico

EJERCICIO 27

Identifica los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 10$

b) $f(x) = -2x^2 + 3x + 8$

c) $y = -x^2 - 4x + 5$

SOLUCIÓN

a) $a=3$ $b=5$ $c=-10$

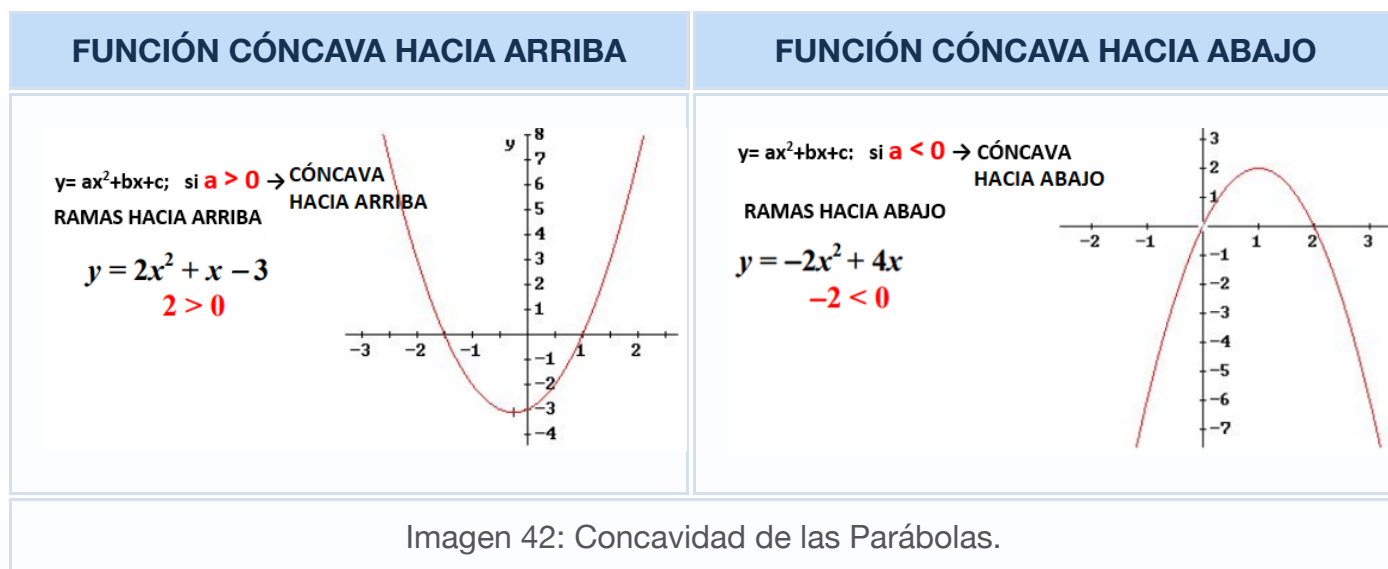
b) $a=-2$ $b=3$ $c=8$

c) $a=-1$ $b=-4$ $c=5$

ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA:

Como hemos dicho, cuando dibujamos la gráfica de una función cuadrática obtenemos una parábola. Esta parábola la podemos dibujar de dos posiciones:

Orientación o Concavidad de la parábola



Además, si nos fijamos en el valor del coeficiente a, veremos que cuanto mayor es su valor absoluto más estrechas o cerradas son las ramas de la parábola.



Caso práctico

EJERCICIO 28

Identifica en las siguientes funciones cuadráticas, si su gráfica será cóncava hacia arriba o hacia abajo.

Después, indica cuál de ellas presentará unas ramas más estrechas y cuál las tendrá más abiertas

a) $f(x)=3x^2+5x-10$

b) $f(x)= -2x^2+3x+8$

c) $y=-x^2-4x+5$

SOLUCIÓN

a) Como $a=3 > 0 \rightarrow$ CONVEXA

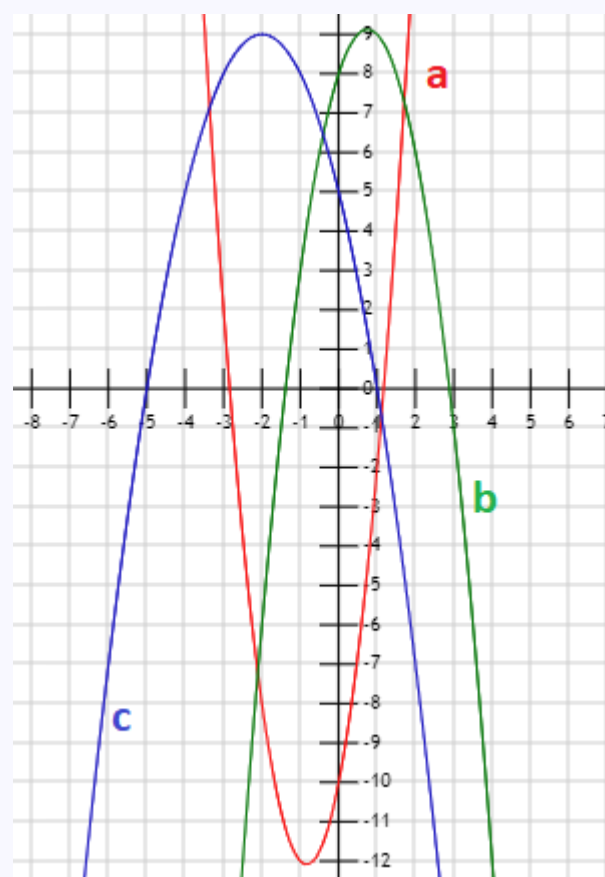
b) Como $a=-2 < 0 \rightarrow$ CÓNCAVA

c) Como $a= -1 < 0 \rightarrow$ CONVEXA

Para responder a la segunda parte del ejercicio, nos fijaremos en los valores absolutos de los diferentes coeficientes de a y los ordenaremos de mayor a menor:

$|a| \rightarrow |3| > |-2| > |-1| \rightarrow$ Esto significa que la función cuyo coeficiente $a = 3$ tiene las ramas más estrechas que aquella cuyo coeficiente $a = -2$ y éstas a su vez, tienen las ramas más estrechas que aquella cuyo coeficiente es $a = -1$.

A modo de confirmación, si las representáramos veríamos lo siguiente: Vemos que la gráfica a (rojo) es la que tiene las ramas más estrechas y es convexa; mientras aquellas que tienen el coeficiente a negativo son cóncavas, y la que tiene el valor absoluto más pequeño (la azul) es la que tiene las ramas más abiertas de las tres funciones.



5.1. Elementos de la parábola

En una gráfica de una parábola, además de su concavidad, se pueden observar los siguientes elementos clave:

1. Eje de Simetría:

- ✔ Es una **línea vertical** (paralela al eje y) que divide la parábola en dos partes iguales. Pasa por el vértice de la parábola.

2. Vértice:

- ✔ Es el **punto más alto** o **más bajo** de la parábola, dependiendo de si se abre hacia arriba o hacia abajo. Es el punto donde la parábola cambia de dirección.

3. Corte con el Eje Y :

- ✔ Es el **punto** donde la parábola cruza el eje vertical y . Se obtiene al evaluar la función cuadrática cuando $x = 0$.

4. Cortes con el Eje X :

- ✔ Son los **puntos** donde la parábola cruza el eje horizontal xx . Pueden ser:
 - ➡ **Dos puntos:** Si la parábola cruza el eje x en dos lugares diferentes.
 - ➡ **Uno:** Si la parábola toca el eje x en un único punto (esto se llama un **punto de tangencia**).
 - ➡ **Ninguno:** Si la parábola no cruza el eje x (esto ocurre si el discriminante de la ecuación cuadrática es negativo).

Utilidad

Estos elementos permiten dibujar la parábola de manera efectiva sin necesidad de calcular una gran cantidad de puntos. Conocer el eje de simetría, el vértice, y los puntos de intersección con los ejes facilita la representación gráfica precisa de la función cuadrática.

Estos elementos me permiten, una vez calculados, dibujar la parábola sin tener que calcular una infinidad de puntos en una tabla de valores.

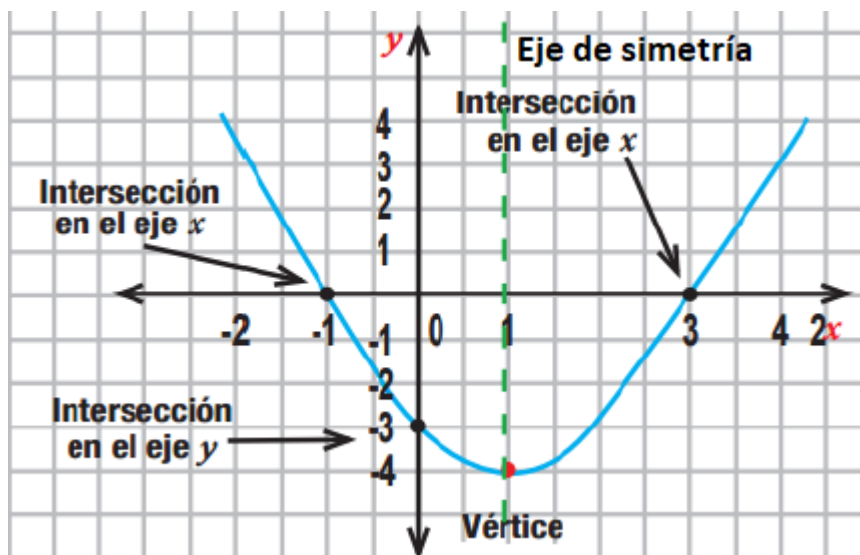


Imagen 43: Elementos de una parábola.

EJE DE SIMETRÍA:

Es una recta vertical, paralela al eje Y que divide la parábola en dos de forma que cada rama de la parábola, es el reflejo de la otra. La forma de obtener la ecuación de esta recta es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Observa cómo podemos determinar el eje de simetría de la siguiente función: $f(x)=x^2-4x+3$.

Como $a=1$, $b=-4$ y $c=3$ calculamos la ecuación de la recta del eje de simetría sustituyendo en la expresión:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x = 2$$

Por tanto, el eje de simetría de la función $f(x)=x^2-4x+3$ es $x=2$. CUIDADO: fíjate bien que el eje de simetría es una recta, y por tanto la tienes que escribir como tal **$X=2$** ; y no como un número real cualquiera.

VÉRTICE:

En una función cuadrática hay una rama que crece y otra que decrece; el punto dónde se produce ese cambio lo llamamos VÉRTICE; y es el máximo o mínimo valor que toma la función según sea cóncava hacia arriba o hacia abajo. Además es el punto dónde se cortan la parábola y el eje de simetría; y por tanto, comparten el mismo valor en la coordenada x. Así para calcular la coordenada del eje x del vértice usamos la misma expresión; pero además como el vértice es un punto necesitamos obtener la otra coordenada, ¿cómo?, pues calculando el valor de la función para la x_v :

$$x_v = \frac{-b}{2a}; \rightarrow y_v = f(x_v) = ax_v^2 + bx_v + c$$

Si seguimos con la función $f(x)=x^2-4x+3$:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x_v = 2; \rightarrow y_v = f(2) = 1 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 \rightarrow v(2, -1)$$

Si vamos representando poco a poco lo que vamos calculando, de momento nuestra representación sería:

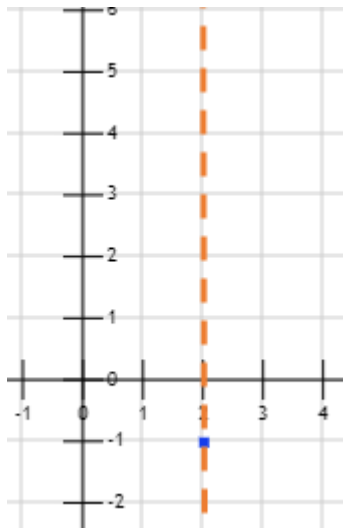


Imagen 44: Eje de simetría de una parábola.



Caso práctico

EJERCICIO 29

Calcula el vértice y el eje de simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$ b) $f(x) = x^2 + 6x + 5$

SOLUCIÓN

$$\text{a) EJE DE SIMETRÍA} \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow x = 1$$

VÉRTICE:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow x_v = 1; \rightarrow y_v = f(1) = 1 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4 \rightarrow V(1, -4)$$

$$\text{b) EJE DE SIMETRÍA} \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3 \rightarrow x = -3$$

VÉRTICE:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3 \rightarrow x_v = -3; \rightarrow y_v = f(-3) = 1 \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4 \rightarrow V(-3, -4)$$

CORTE CON EL EJE Y:

Éste será un punto donde la parábola corta el eje de ordenadas. Para determinarlo lo que haremos será sustituir la X de la expresión de la función por el valor cero; por tanto, lo que haremos será calcular el valor de la función cuando $x=0$. Evidentemente, si la forma de la función cuadrática es $f(x) = ax^2 + bx + c$; si $x=0 \rightarrow f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 + 0 + c = c$. Así pues el punto de corte con el eje y siempre será de la forma:

CORTE CON EJE y $\rightarrow (0, C)$

Así, si continuamos con nuestro ejemplo $f(x) = x^2 - 4x + 3$ escribiríamos:

si $x = 0 \rightarrow f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3$; por lo que el punto de corte con el eje y será $(0, 3)$.

CORTE CON EL EJE X:

Son los puntos donde la parábola corta al eje de abscisas. Para poder obtener esos puntos tenemos que igualar la función a cero, es decir, si $y=0$ calcular los valores de x para los que se cumple esa condición. Cuando hacemos esto, obtenemos una ecuación de segundo grado, por lo que para calcular los valores que igualan esa ecuación de segundo grado a cero tenemos que aplicar la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

Como recordarás de cursos anteriores, cuando resolvemos una ecuación de segundo grado se nos pueden presentar tres casos:

- Que tenga dos soluciones. Esto ocurre cuando su discriminante (llamamos así al valor de lo que hay "dentro" de la raíz) es positivo. Es decir, $b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 2 \text{ SOLUCIONES} = \text{DOS PUNTOS DE CORTE CON X} \rightarrow (X_1, 0) \text{ y } (X_2, 0)$
- Que tenga una sola solución. Sucede si el discriminante posee valor cero. Es decir; $b^2 - 4ac = 0 \rightarrow 1 \text{ SOLUCIÓN} = \text{UN PUNTO DE CORTE CON X} \rightarrow (X_1, 0)$
- Que NO tenga solución. Sólo ocurre cuando el valor del discriminante es

negativo. $b^2-4ac < 0 \rightarrow$ NO TIENE SOLUCIONES, por tanto, no corta al eje x.

En el ejemplo $f(x)=x^2-4x+3$ haríamos lo siguiente:

CORTE CON x: $y=0 \rightarrow x^2-4x+3=0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Las soluciones de la ecuación de segundo grado que se forma son: $x_1=3$ y $x_2=1$; por tanto, los puntos de corte con el eje x serán: (3,0) y el (1,0)

CUIDADO: Fíjate bien que los puntos de corte con el eje x tienen la coordenada del eje y cero: **($X_1,0$) y ($X_2, 0$)**

CORTE CON EL EJE X

TABLA DE VALORES DE UNA PARÁBOLA:

Antes de representar una función cuadrática debemos ordenar los datos que hemos ido obteniendo y la mejor manera de hacerlo es con una tabla de valores. Para poder representarla lo más fielmente posible necesitaremos al menos cinco valores, dos correspondientes a cada rama y otro que sería el vértice. Pero qué pasa si no tenemos suficientes puntos de la parábola, o si nos piden más puntos de los que podemos calcular. Pues entonces procedemos como en las funciones lineales, vamos calculando diferentes valores de la función para diferentes valores de X. Lo único que debemos procurar es buscar valores de X que estén a ambos lados del eje de simetría, porque sino es así sólo podremos dibujar una rama correctamente.

Veamos, en la función con la que estamos trabajando $f(x)=x^2-4x+3$ hemos obtenido los siguientes datos:

- EJE DE SIMETRÍA $\rightarrow x=2$
- VÉRTICE $\rightarrow V(2,-1)$
- CORTE CON EJE Y $\rightarrow (0,3)$
- CORTE CON EJE X $\rightarrow (3,0)$ y $(1,0)$

Si ordenamos estos puntos en una tabla de valores vemos que sólo tenemos cuatro valores, si pudiéramos dibujar siete valores nos resultaría más sencillo trazar las ramas de la parábola. Veamos cómo se nos quedaría la tabla de valores:

	x	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x	pares ordenados
			$y=f(x)$	
VÉRTICE 	0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
	1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
	2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
	3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)

Cómo elegir los valores de x para completar una tabla de siete pares ordenados. Pues una opción

es fijarnos en la coordenada x del vértice (en nuestro caso, esta coordenada es $x_v=2$); si ordenamos en la tabla de valores, las x de menor a mayor, observamos que tenemos dos puntos por debajo pero sólo uno mayor que $x=2$. Así que elegiremos un valor de x mayor de 2; por ejemplo $x=4$:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)=x^2-4x+3$	pares ordenados
0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)
4	3	$f(4)=4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16-16+3=3$	(4,3)

NUEVO PUNTO →

NUEVO PUNTO: calculamos su ordenada sustituyendo el valor $x=4$ en la función.

Una vez calculada la ordenada la escribimos para tener el par ordenado.

Ya tenemos cinco puntos de la parábola, pero dijimos anteriormente que es mucho mejor tener al menos siete puntos, así que nos faltarían dos más. Lo suyo es intentar elegir uno de cada rama. Por eso, podemos optar por $x=-1$; que estaría por debajo del valor de la coordenada $x_v=2$ y por $x=5$ que estaría por encima. Realizando los cálculos de forma similar, tendríamos:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)=x^2-4x+3$	pares ordenados
-1	8	$f(-1)=(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1+4+3=8$	(-1,8)
0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)
4	3	$f(4)=4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16-16+3=3$	(4,3)
5	8	$f(5)=5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3=8$	(5,8)

REPRESENTACIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Ya sabemos que su gráfica tiene forma de parábola, así pues lo primero que haremos será llevar a unos ejes de coordenadas todos los puntos que tenemos y hemos calculado y que pertenecen a la misma; y luego los uniremos formando dos ramas a partir del vértice dándoles cierta curvatura:

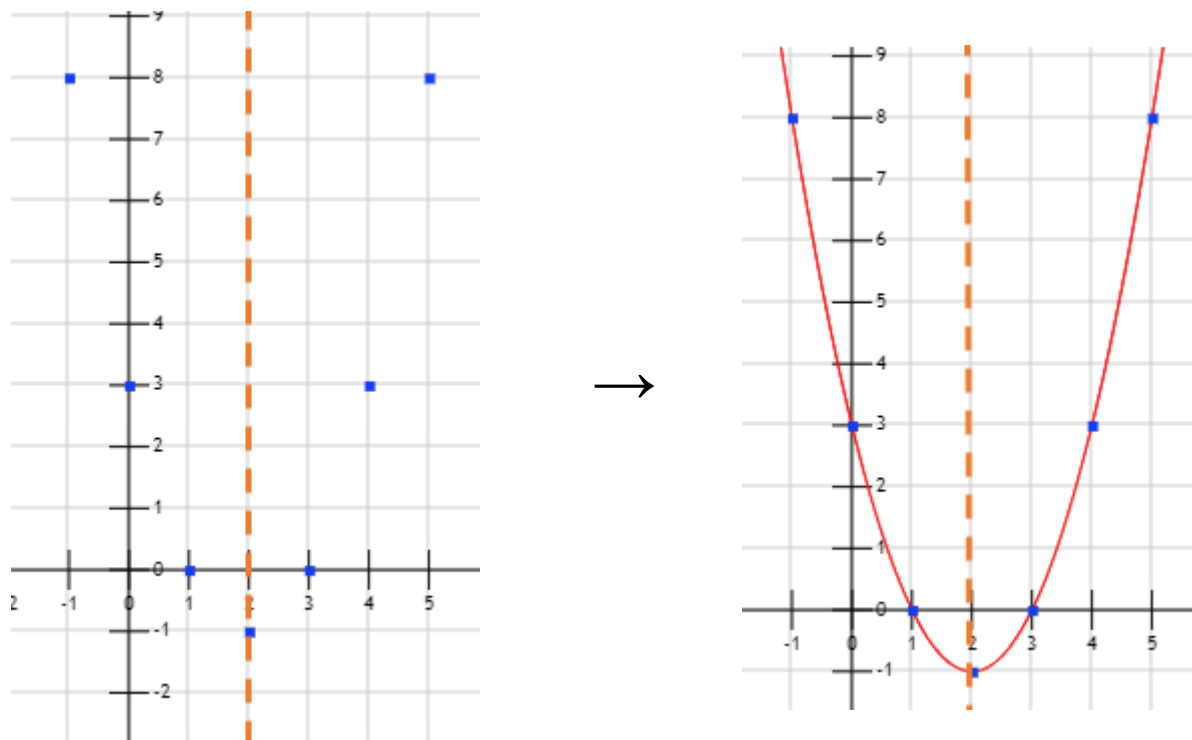


Imagen 45: Representación de una función cuadrática.



Caso práctico

EJERCICIO 30

Observa la función cuadrática siguiente: $y = x^2 - 4x + 3$. Se pide:

- Eje de simetría
- Vértice.
- Puntos de corte con el eje y.
- Puntos de corte con el eje x.
- Tabla con siete valores.
- Representarla.

SOLUCIÓN

a)

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x = 2$$

b) $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x_v = 2$

entonces, $f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 \rightarrow y_v = -1$

Así, el **vértice es el punto (2,-1)**

c) corte al eje y $\rightarrow x = 0$; $f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3 \rightarrow (0, 3)$

d) corte con eje x $\rightarrow y = 0$; $x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow$ ecuación de segundo grado que resolvemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\rightarrow x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad y \quad x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Dándonos así dos puntos: **(3,0)** y el **(1,0)**

e) Llevamos todos los puntos que hemos calculado a una tabla de valores:

x	0	1	2	3
y	3	0	-1	0

Como sólo tenemos cuatro valores tendremos que calcular los otros tres que precisamos para tener siete. Como la $x_v=2$ elegimos dos x mayores que 2 y una menor que dos para así tener tres valores a cada lado del de $x=2$:

si $x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8 \rightarrow (-1, 8)$

si $x = 4 \rightarrow f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3 \rightarrow (4, 3)$

si $x = 5 \rightarrow f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8 \rightarrow (5, 8)$

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	8	3	0	-1	0	3	8

Una vez que tenemos la tabla, llevaos los siete puntos a unos ejes coordenados y los unimos dando lugar a la gráfica de la función:

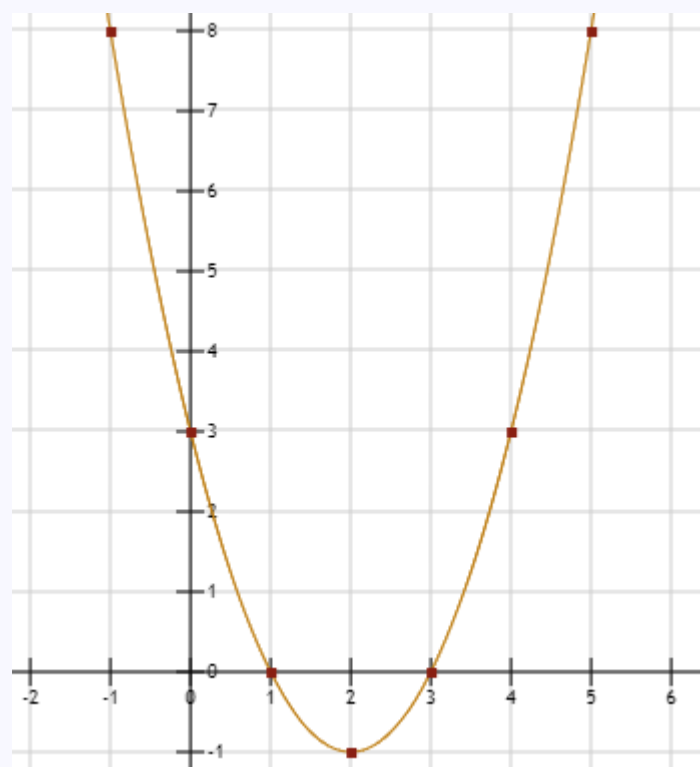


Imagen 46: Representación gráfica de función cuadrática.

Licencia: licencia propietaria

Tema 5. Estadística descriptiva e inferencial aplicada al entorno cotidiano.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

1. Introducción

La **estadística** es la ciencia que transforma grandes volúmenes de datos en información útil para tomar decisiones. Se divide en dos ramas principales:

- ✔ **Estadística descriptiva**, que organiza y resume datos utilizando herramientas como gráficos y promedios, permitiéndonos interpretar información de manera clara y concisa. Por ejemplo, al analizar las calificaciones de una clase, podemos calcular el promedio para entender el rendimiento general.
- ✔ **Estadística inferencial**, que utiliza una muestra de datos para hacer **predicciones** y **generalizaciones** sobre una población más amplia. Un ejemplo sería usar los resultados de una encuesta para estimar las preferencias de toda una ciudad.

A través de un estudio estadístico, que incluye la **recogida, organización, análisis y conclusión de datos**, podemos obtener información valiosa en prácticamente cualquier ámbito de la vida cotidiana, desde la salud hasta los negocios.

2. Conceptos

En un **estudio estadístico** se distinguen los siguientes conceptos clave:

- ✓ **Población:** Es el conjunto completo de elementos sobre los que se desea estudiar una determinada característica.
Ejemplo: Si queremos analizar la **estatura media de los españoles**, la población sería **todos los ciudadanos españoles**.
- ✓ **Muestra:** Dado que no es posible estudiar a toda la población, se selecciona un grupo **representativo** de ella. Este grupo es la muestra.
Ejemplo: Para estimar la estatura media de los españoles, en lugar de medir a todos los ciudadanos, seleccionamos **2,000 personas** que representen a la población en términos de género, edad, origen geográfico, nivel socioeconómico, etc. La muestra debe ser una "imagen en miniatura" de la población para obtener resultados fiables.
- ✓ **Variable Estadística:** Es el **aspecto** que se estudia en un análisis.
 - Si la variable se puede medir, es **cuantitativa**.
Ejemplo: La **estatura** o el **peso**.
 - Si no se puede medir, es **cualitativa**.
Ejemplo: El **género** o el **estado civil**.

Además, las variables cuantitativas pueden clasificarse en:

- **Variable Discreta:** Toma un número limitado de valores.
Ejemplo: El **número de años de escolaridad**, que puede ser 1, 2, 3, ..., hasta un máximo.
 - **Variable Continua:** Puede tomar **cualquier valor dentro de un intervalo**.
Ejemplo: La **estatura**, que puede ser 160.5 cm, 161.2 cm, 163 cm, y así sucesivamente.
- ✓ **Valor:** Es cada uno de los **resultados posibles** que puede obtenerse al medir la variable en un estudio.
Ejemplo: Si medimos la estatura de 2,000 personas, cada medida (165 cm, 170 cm, etc.) es un valor distinto dentro del análisis.



Actividad desplegable

1) Clasifica los siguientes caracteres estadísticos según sean cualitativos, variables discretas o variables continuas:

1. Marca de los coches.
2. Peso de los coches.
3. Número de coches vendidos de las diferentes

Comprobar

Mostrar retroalimentación

1. a) *Cualitativo.*
2. b) *Variable discreta*
3. c) *Variable continua.*



Actividad desplegable

2) Indica cuál es la población de cada uno de los siguientes estudios estadísticos y si es conveniente tomar una muestra.

1. Altura y peso de los alumnos de una clase.
2. Marca de los coches de una ciudad.

Comprobar

Mostrar retroalimentación

1. La población son los alumnos de la clase, no es necesario realizar una muestra.
2. Los coches de la ciudad, es necesario realizar una muestra.

3. Estudio estadístico

Una vez definida las variables que vamos a estudiar y la muestra que vamos a analizar, hay que comentar por obtener la información. Para realizarlo, debemos seguir los siguientes pasos.

3.1. Recogida de datos

Recogida de datos:

Una vez definido el tema del estudio estadístico y diseñado el test o encuesta adecuada, se procede a la **recogida de datos** pertinentes. En esta etapa inicial, es fundamental identificar el **tipo de variable** que se va a analizar, ya que esto influirá en cómo se tratarán los datos posteriormente.

- ✔ **Variables cualitativas:** Describen características no numéricas (como el género o el estado civil).
- ✔ **Variables cuantitativas:** Representan valores numéricos. Estas a su vez se dividen en:
 - ➡ **Discretas:** Valores contables, como el número de hijos.
 - ➡ **Continuas:** Valores dentro de un rango, como la estatura o el peso.

El tipo de variable **determinará** las técnicas y herramientas estadísticas que se aplicarán en la fase de análisis y representación de los datos.

3.2. Organización de los datos

Una vez agrupados los datos recolectados, se procede al **recuento** y se organiza la información en una **tabla estadística** o **tabla de frecuencias**. Este paso es clave para resumir y ordenar los datos, facilitando su análisis.

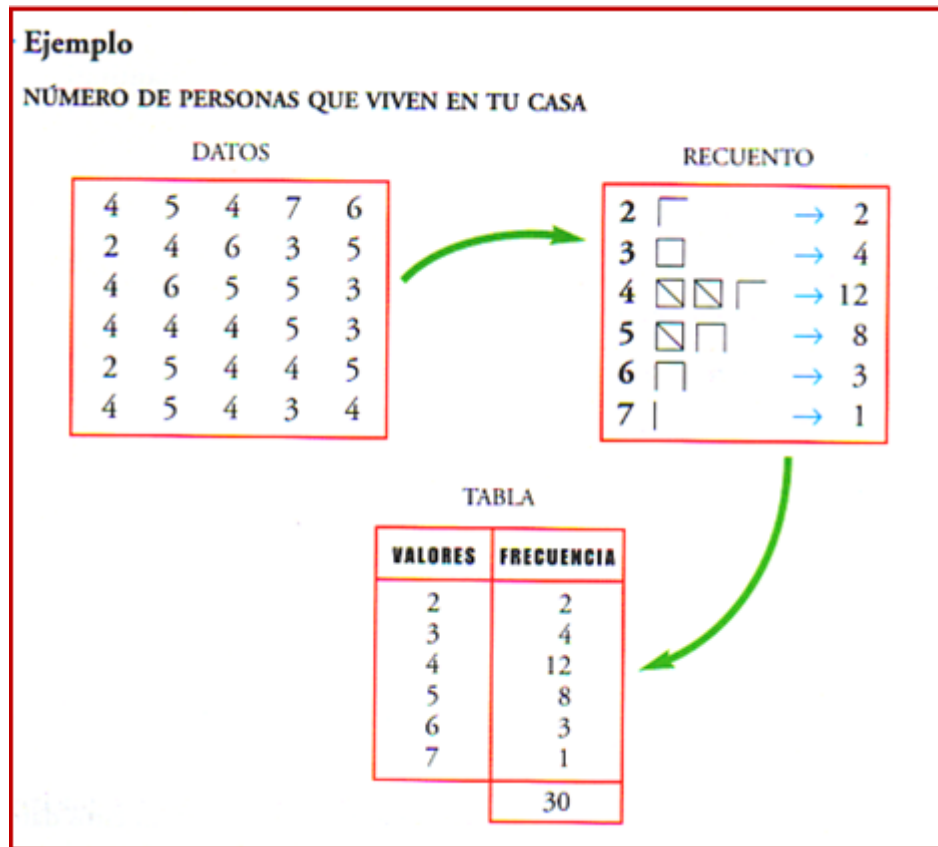


Imagen 1. Recogida de datos, recuento y tabla de frecuencias. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Posteriormente podremos visualizar tales frecuencias de forma gráfica con el diagrama estadístico apropiado.

na vez agrupados los datos recolectados, se procede al **recuento** y se organiza la información en una **tabla estadística** o **tabla de frecuencias**. Este paso es clave para resumir y ordenar los datos, facilitando su análisis.

Tabla de Frecuencias

La **tabla de frecuencias** es una forma estructurada de presentar los datos estadísticos, en la que se asigna a cada valor su **frecuencia correspondiente**. A continuación, se describen los principales conceptos asociados a la tabla de frecuencias:

1. **Frecuencia Absoluta (f_i fi)**: Es el **número de veces** que un valor específico aparece en el estudio estadístico.

Ejemplo: Si en un grupo de 50 personas, 10 miden 170 cm, la frecuencia absoluta de 170 cm es 10.

- ✔ La **suma de las frecuencias absolutas** de todos los valores es igual al número total de datos.

$$N = \sum f_i$$

- Frecuencia Relativa (n_i o n_i):** Es el **cociente** entre la frecuencia absoluta de un valor y el número total de datos. Se calcula con la fórmula:

$$n_i = \frac{f_i}{N}$$

Ejemplo: Si la frecuencia absoluta de 170 cm es 10 y hay 50 personas en total, la frecuencia relativa sería $n_i = \frac{10}{50} = 0.2$.

- ✔ La **suma de las frecuencias relativas** es siempre igual a 1.

- Frecuencia Relativa Porcentual (%):** Es la **frecuencia relativa multiplicada por 100**, expresada en porcentaje.

Ejemplo: La frecuencia relativa de 0.2 se multiplica por 100, lo que da un 20%.

- ✔ La **suma de las frecuencias relativas porcentuales** es 100%.

- Frecuencias Acumuladas:** Estas muestran la **suma progresiva** de las frecuencias de todos los valores menores o iguales al valor considerado. Se utiliza para interpretar cuántos datos están por debajo o igual al valor dado. Se dividen en:

- ✔ **Frecuencia Absoluta Acumulada (F_i):** Suma de las frecuencias absolutas hasta un valor determinado.
- ✔ **Frecuencia Relativa Acumulada (N_i):** Suma de las frecuencias relativas hasta un valor determinado.
- ✔ **Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada ($N_i\%$):** Suma de las frecuencias relativas porcentuales hasta un valor determinado.

Para que las **frecuencias acumuladas** tengan sentido, los datos deben estar **ordenados** de menor a mayor.

Visualización Gráfica

Una vez construida la tabla de frecuencias, los datos pueden representarse mediante **diagramas estadísticos** como histogramas, polígonos de frecuencias o diagramas de sectores, para facilitar su interpretación visual.

DATOS X_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa		Frecuencia relativa acumulada	
			Decimal	Porcentual $\%_i = 100 \times n_i$	Decimal N_i	Porcentual $N_i\%$
5	6	6	0,0150	1,5 %	0,0150	1,5 %
6	48	54	0,1200	12 %	0,1350	13,5 %
7	95	149	0,2375	23,75 %	0,3725	37,25 %

8	105	254	0,2625	26,25 %	0,6350	63,50 %
9	87	341	0,2175	21,75 %	0,8525	85,25 %
10	59	400	0,1475	14,75 %	1	100 %
	$N = \sum f_i$ $N = 400$		$\sum n_i = 1$	$\sum \%_i = 100 \%$		

Imagen 2. Tabla de frecuencias con variable cuantitativa. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.



Actividad desplegable

3) El número de veces que han ido al cine en el último mes los alumnos de una clase es:

{2,3,0,1,5,3,2,1,0,0,2,1,2,3,5,0,5,4,1,1,1,2,0,1,2}

Forma la tabla de frecuencias absolutas y relativas, y las acumuladas.

Comprobar

Mostrar retroalimentación

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
0	5	0,20	5	0,20
1	7	0,28	12	0,48
2	6	0,24	18	0,72
3	3	0,12	21	0,84
4	1	0,04	22	0,88
5	3	0,12	25	1
$\sum$	25	1		



Actividad desplegable

4) Se realiza un trabajo en la asignatura de lengua en una clase formada por 40 alumnos. 2 alumnos realizan el trabajo en un folio, 5 en 2 folios, 6 en 3 folios, y el resto en 4 folios. Forma la tabla de frecuencias absolutas y relativas. ¿Crees que el profesor ha recomendado un número determinado de folios?

Comprobar

Mostrar retroalimentación

Variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	2	0,050
2	5	0,125
3	6	0,150
4	27	0,675
Σ	40	1

Es posible que el profesor haya recomendado que el trabajo se realice en 4 folios, ya que el 67,5% lo ha hecho en 4 folios.



Actividad desplegable

5) Los goles que se han marcado en la última jornada de liga han sido en los siguientes minutos de juego:

{20,11,89,3,20,4,2,35,50,29,59,30,90,33,78,54,21,19,60,34,56,63,45,31,26,32,5,78,88,85,34}

Realiza la tabla de frecuencias absolutas y relativas agrupándolos en clase por cuarto de hora.

Comprobar

Mostrar retroalimentación

Clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
[0,15)	5	0,161

[15,30)	6	0,194
[30,45)	7	0,223
[45,60)	5	0,161
[60,75)	2	0,065
[75,90]	6	0,194
Σ	31	1

3.2.1. Gráficas estadísticas

Las gráficas estadísticas permiten visualizar la información contenida en las tablas de manera rápida y sencilla.

Existen muchos tipos de gráficas estadísticas. Unas se emplean con variables cuantitativas y otras con variables cualitativas.

Diagrama de Barras

El **diagrama de barras** es una de las gráficas más comunes y se utiliza para presentar:

- ✔ **Datos cualitativos** (como el color de ojos o profesiones).
- ✔ **Datos cuantitativos discretos** (como el número de hijos o años de estudio).

Características:

- ✔ Se representa en un sistema de **ejes de coordenadas**.
 - ➡ En el **eje de abscisas (x)** se colocan los **valores de la variable** que se estudia (categorías o valores numéricos discretos).
 - ➡ En el **eje de ordenadas (y)** se colocan las **frecuencias** (absolutas, relativas, porcentajes o acumuladas).

Representación:

- ✔ Cada valor o categoría se muestra con una **barra** cuya **altura es proporcional** a la frecuencia correspondiente.
- ✔ Las barras pueden representarse de forma **horizontal** o **vertical**, y es importante que no estén pegadas unas a otras para que el gráfico sea claro (a diferencia del histograma, donde las barras están unidas).

Ejemplo: Distribución de Grupos Sanguíneos

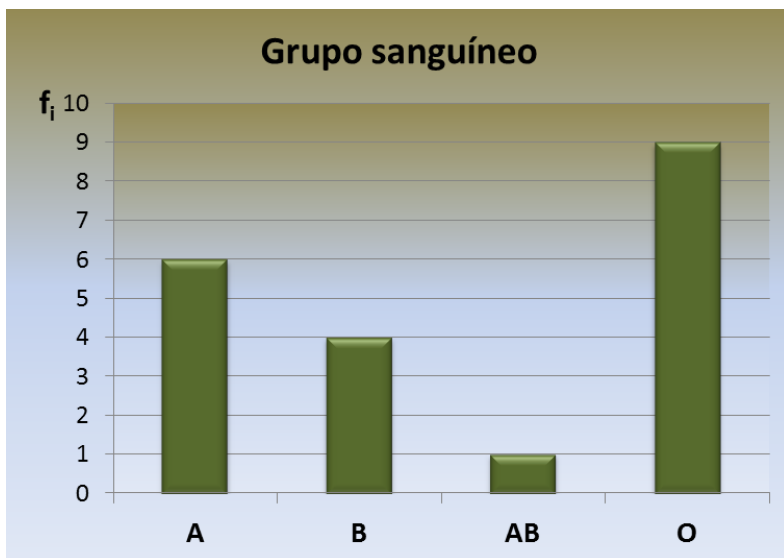
Supongamos que hemos realizado un estudio para analizar la **distribución de los grupos sanguíneos** en un grupo de 20 personas, y obtenemos las siguientes frecuencias absolutas:

- ✔ **Grupo A:** 6 personas
- ✔ **Grupo B:** 4 personas
- ✔ **Grupo AB:** 1 persona
- ✔ **Grupo O:** 9 personas

La suma de todas las frecuencias absolutas es $N = 20$, lo que representa el total de personas encuestadas.

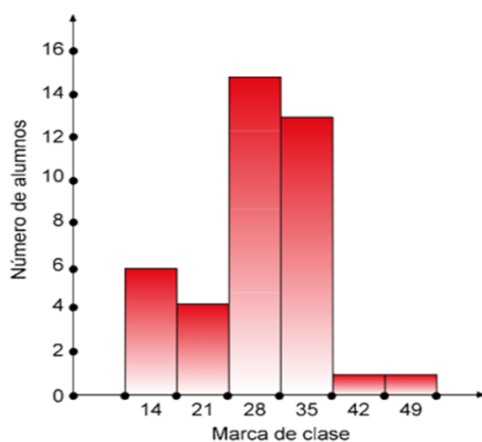
Tabla de Frecuencias:

Grupo Sanguíneo	Frecuencia Absoluta (f_i)	Frecuencia Relativa ($n_i = \frac{f_i}{N}$)	Frecuencia Relativa Porcentual (%)
A	6	$\frac{6}{20} = 0.30$	30%
B	4	$\frac{4}{20} = 0.20$	20%
AB	1	$\frac{1}{20} = 0.05$	5%
O	9	$\frac{9}{20} = 0.45$	45%
Total	20	$\sum n_i = 1.00$	100%



Grupo sanguíneo	f_i
A	6
B	4
AB	1
O	9
	N = 20

Imagen 3. Ejemplo de diagrama de barras (1/2). Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.



Puntuación	Marca de clase x_i	f_i
11-17	14	6
18-24	21	4
25-31	28	15
32-38	35	13
39-45	42	1
46-52	49	1
		N = 40

Imagen 4. Ejemplo de diagrama de barras (2/2). Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida

Polígono de frecuencias

El **polígono de frecuencias** es una representación gráfica que se utiliza para visualizar la distribución de una variable. Se forma uniendo los puntos medios de las clases o intervalos de un histograma o diagrama de barras mediante líneas rectas. Este gráfico es útil para observar de manera clara cómo se distribuyen las frecuencias de los datos y puede utilizarse para cualquier tipo de variable cuantitativa.

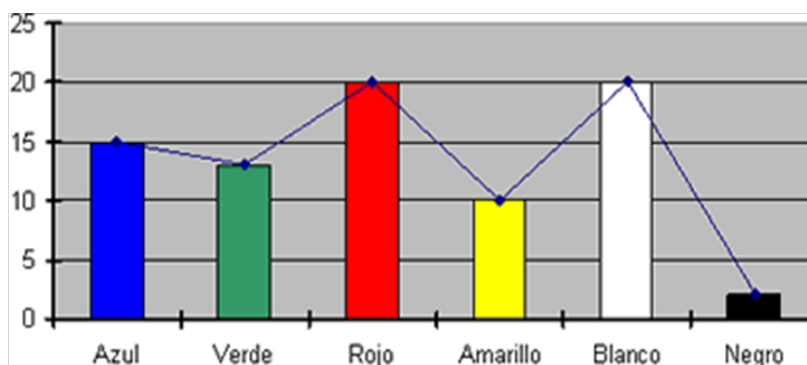
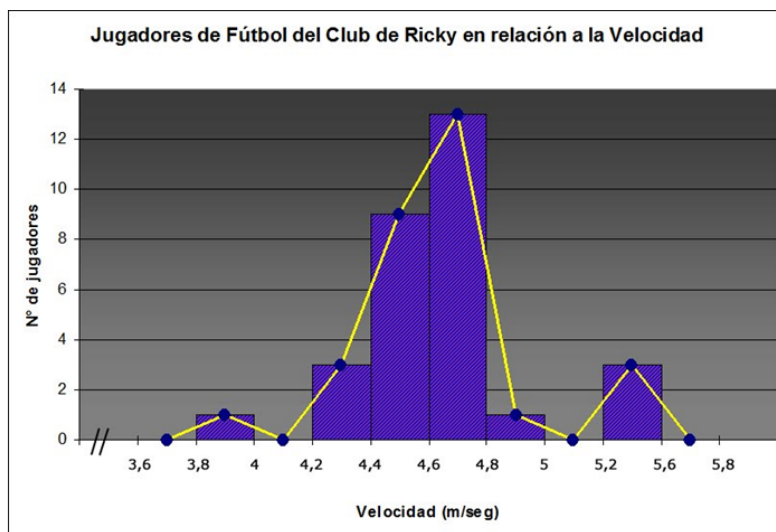
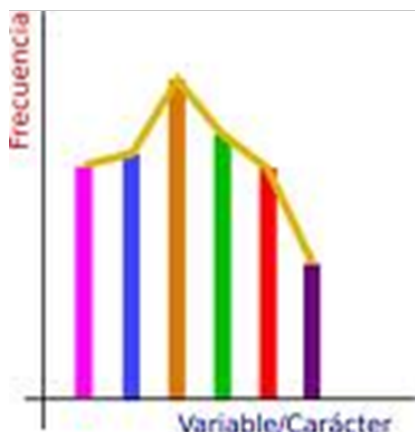


Imagen 5. Ejemplo de polígono de frecuencias. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.

Diagrama de Sectores:

El **diagrama de sectores**, también conocido como **gráfico de pastel** o **gráfico circular**, es una representación visual en la que los **porcentajes** de cada categoría de datos se muestran como sectores de un círculo. **Cada sector es proporcional al porcentaje** que representa del total de la muestra.

Para calcular el tamaño de cada sector en el gráfico, se utiliza la fórmula:

$$\text{Grados} = 360^\circ \times n_i$$

Donde n_i es la **frecuencia relativa** de la categoría.

Ejemplo: Encuesta de Población por Edad

Supongamos que realizamos una encuesta entre personas de diferentes edades y obtenemos las siguientes distribuciones en porcentajes:

- ✓ **12 años:** 9%
- ✓ **13 años:** 21%
- ✓ **14 años:** 19%
- ✓ **15 años:** 15%
- ✓ **16 años:** 15%
- ✓ **18 años:** 18%

Vamos a construir el **diagrama de sectores** y calcular los grados de cada sector utilizando la fórmula:

$$\text{Grados} = 360^\circ \times \text{frecuencia relativa}$$

$$\text{Grados} = 360^\circ \times \text{frecuencia relativa}$$

Cálculos para cada edad:

Edad	Porcentaje (%)	Frecuencia Relativa (n_i/n_i)	Grados en el Diagrama
12 años	9%	0.09	$360^\circ \times 0.09 = 32.4^\circ$
13 años	21%	0.21	$360^\circ \times 0.21 = 75.6^\circ$
14 años	19%	0.19	$360^\circ \times 0.19 = 68.4^\circ$
15 años	15%	0.15	$360^\circ \times 0.15 = 54^\circ$
16 años	15%	0.15	$360^\circ \times 0.15 = 54^\circ$
18 años	18%	0.18	$360^\circ \times 0.18 = 64.8^\circ$
Total	100%	1.00	360°

Interpretación:

- ✓ El **grupo de 13 años** tiene el sector más grande, con **75.6 grados**, representando el 21% de la población.
- ✓ El **grupo de 12 años** tiene el sector más pequeño, con **32.4 grados**, correspondiente al 9% de los datos.
- ✓ Los grupos de **15 y 16 años** tienen el mismo sector, de **54 grados** cada uno, ya que ambos representan el 15% de la población.

Este diagrama de sectores es ideal para comparar visualmente las proporciones de cada grupo de edad en la encuesta.

Población de la encuesta por edad

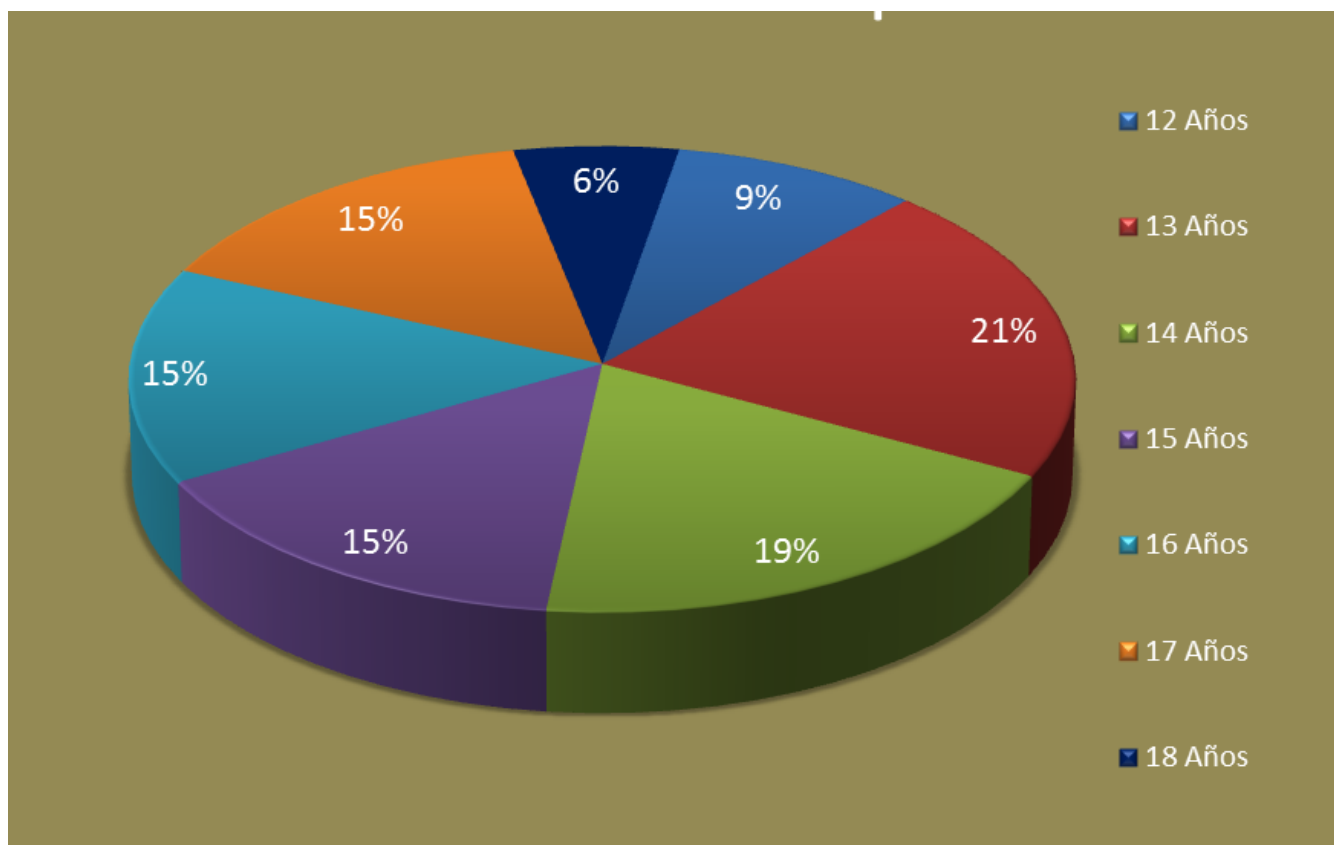


Imagen 6. Ejemplo de diagrama de sectores. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.

Pictograma

Un **pictograma** es una representación gráfica que utiliza imágenes o símbolos simples para transmitir información de manera visual. Estos gráficos son utilizados para facilitar la comprensión de ideas o conceptos sin necesidad de palabras, siendo especialmente útiles en situaciones donde se requiere una comunicación rápida y universal.

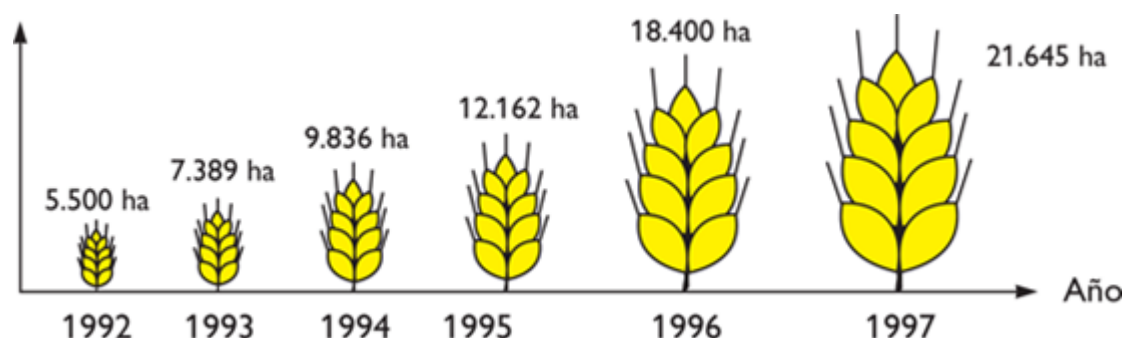


Imagen 7. Ejemplo de pictograma. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.

Pirámide de población

La **pirámide de población** es una representación gráfica que muestra la estructura de una población en términos de edad y sexo. Consiste en dos histogramas colocados de manera horizontal: uno para los **hombres** (generalmente a la izquierda) y otro para las **mujeres** (a la derecha). Las edades están organizadas en intervalos, normalmente de 5 años, desde la base (que corresponde a los grupos más jóvenes) hasta la cima (los grupos de mayor edad).

Este tipo de gráfico es muy útil para analizar:

1. **La estructura demográfica:** Permite observar la distribución por edades y sexos de una población en un momento determinado.
2. **Tendencias históricas:** Ayuda a explicar eventos pasados como guerras, migraciones o pandemias que pueden haber afectado significativamente a ciertos grupos de edad.
3. **Proyecciones futuras:** La pirámide también es útil para anticipar el crecimiento o envejecimiento de una población, con implicaciones en políticas de salud, educación y empleo.

Tipos de pirámides de población

1. **Progresiva (de base ancha):** Característica de países con altas tasas de natalidad y mortalidad. Refleja una población joven y en crecimiento rápido.
2. **Estacionaria:** Con una base que se va estrechando, lo que indica una disminución en las tasas de natalidad y una mayor esperanza de vida. La población crece lentamente.
3. **Regresiva (de base estrecha):** Refleja una baja tasa de natalidad y una población envejecida. Es típica de países con crecimiento poblacional bajo o negativo.

En resumen, la pirámide de población es una herramienta fundamental para entender la dinámica poblacional de una comunidad o país y planificar estrategias en distintos ámbitos, desde la economía hasta la salud pública.

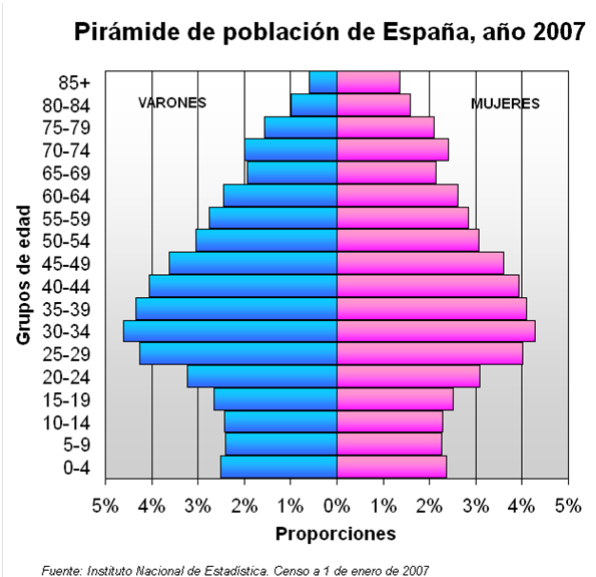
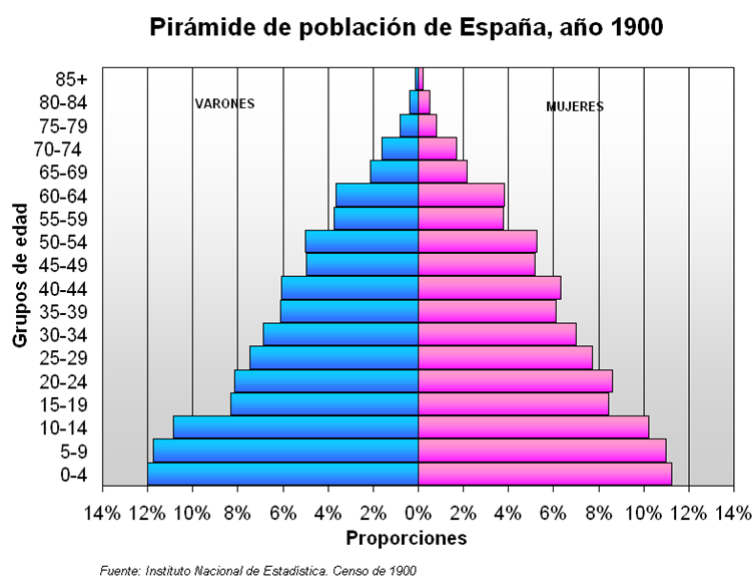


Imagen 8. Ejemplo de pirámide de población. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.

Climograma

Un **climograma** es una gráfica que muestra la distribución mensual de las precipitaciones y las temperaturas a lo largo de un año en una ubicación específica. Esta herramienta es útil para analizar patrones climáticos, ya que permite observar de manera visual cómo varían las condiciones climáticas en un lugar determinado a lo largo del tiempo.



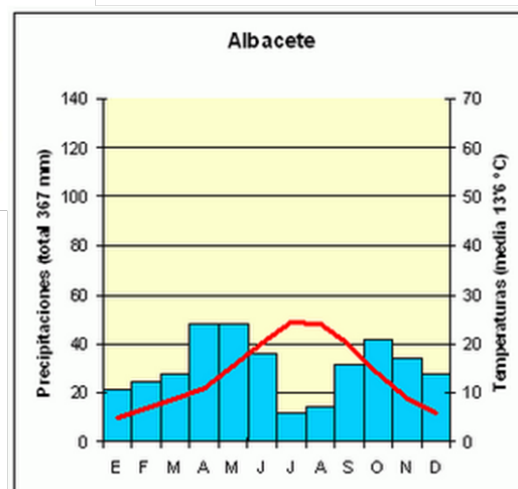
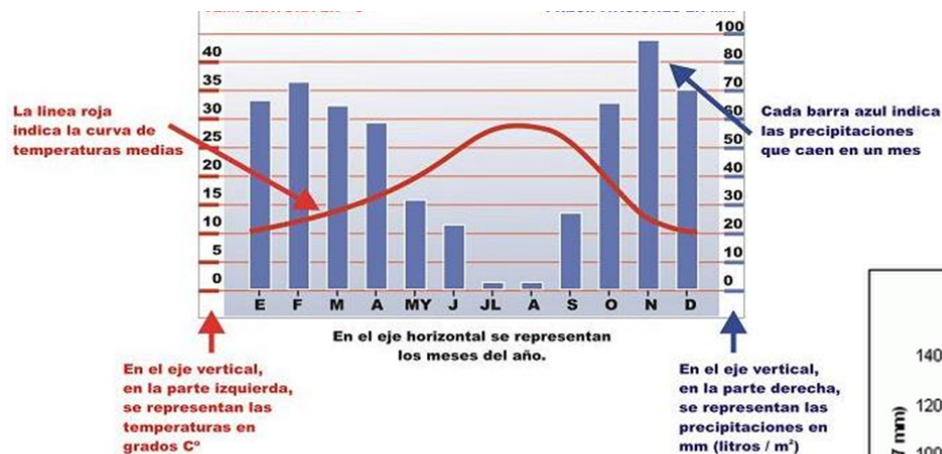


Imagen 9. Ejemplo de climograma. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.



Actividad desplegable

6) Realiza un diagrama de sectores para los siguientes datos:

Autonomía	Nº de centros
Andalucía	30
Asturias	27
Cataluña	43
Galicia	25
Madrid	40
Navarra	15

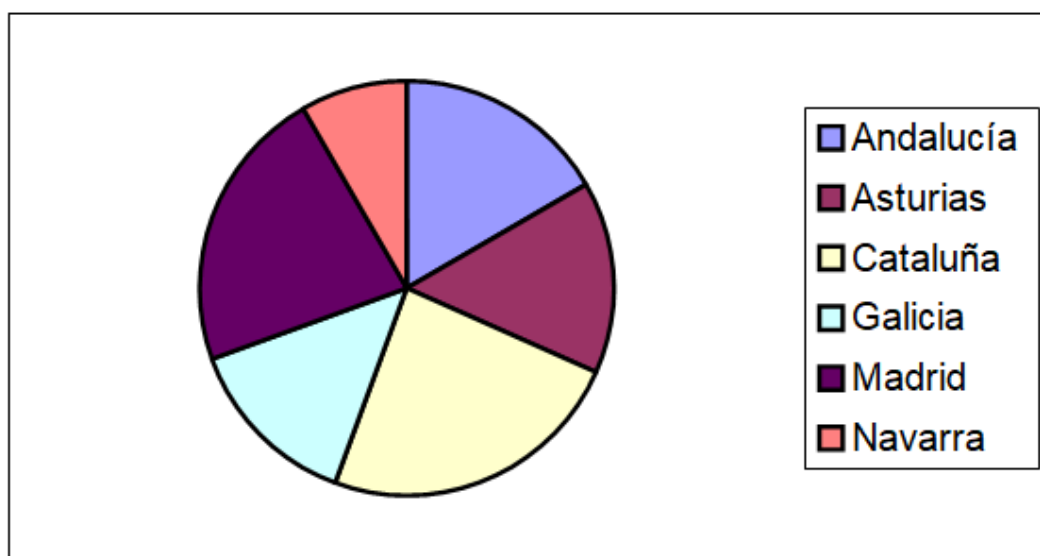
Comprobar

Mostrar retroalimentación

Autonomía	Nº de centros	Porcentaje	Ángulo central
Andalucía	30	16,7 %	60°
Asturias	27	15,0 %	54°
Cataluña	43	23,9 %	86°
Galicia	25	13,9 %	50°
Madrid	40	22,2 %	80°
Navarra	15	8,3 %	30°
Total Σ	180	1	360

El porcentaje de Galicia se ha calculado: $f_i \cdot 100 = (25/180) \cdot 100 = 13,9\%$ El ángulo central correspondiente a Galicia es: $f_i \cdot 360 = (25/180) \cdot 360 = 50^\circ$.

Por tanto, el diagrama de sectores es:



Actividad desplegable

7) El número de veces que han ido al cine durante el último mes los habitantes de un pueblo es:

Nº veces

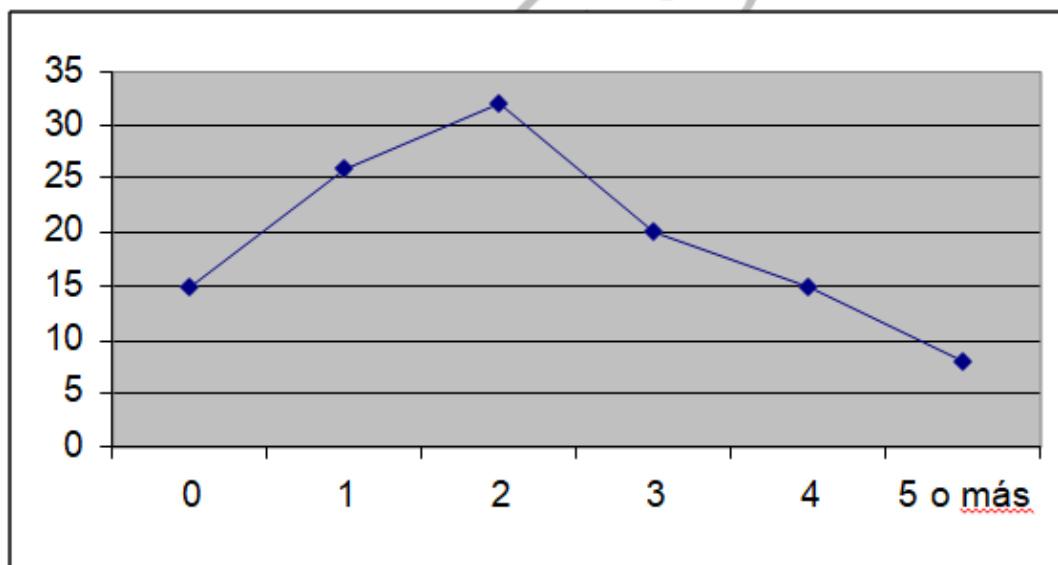
fi

0	15
1	26
2	32
3	20
4	15
5 o más	8

Realiza el polígono de frecuencias para estos datos.

Comprobar

Mostrar retroalimentación



Actividad desplegable

8) En una clase de hemos preguntado a los alumnos por las horas de estudio que dedican a la semana. Estas han sido las respuestas:

16

11

17

12

10

5

1

8

10

14

15	20	3	2	5	12	7	6	3	9
10	8	10	6	16	16	10	3	4	12

1. Ordena los datos en una tabla de frecuencias, agrupándolos en intervalos de la forma que creas más adecuada.
2. Representa gráficamente la distribución.

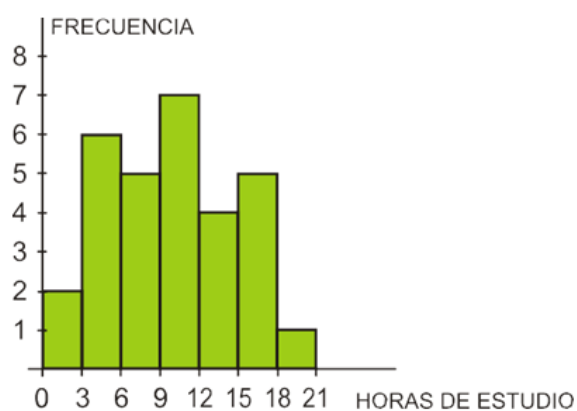
Comprobar

Mostrar retroalimentación

Por una parte, la variable que estamos estudiando (horas de estudio) es continua. Además, entre los datos que tenemos hay una gran variedad. Por tanto, debemos agrupar los datos en intervalos.

El menor valor es 1 y el mayor es 20; su diferencia es $20 - 1 = 19$. Por tanto, podemos tomar 7 intervalos de longitud 3, empezando en 0:

INTERVALO	FRECUENCIA
[0, 3)	2
[3, 6)	6
[6, 9)	5
[9, 12)	7
[12, 15)	4
[15, 18)	5
[18, 21)	1
	30



3.3. Análisis de datos

Para este análisis se utilizan los parámetros estadísticos. Son los siguientes:

a) Medidas de centralización

MEDIA, MEDIANA y MODA

b) Medidas de dispersión

RECORRIDO, DESVIACIÓN MEDIA, VARIANZA, DESVIACIÓN TÍPICA, COEFICIENTE de VARIACIÓN.

Para este análisis se utilizan los siguientes **parámetros estadísticos**. A continuación, definimos cada uno y los aplicamos a un ejemplo con datos de las calificaciones de 5 estudiantes en un examen:

Datos: 6, 8, 7, 9, 10

a) Medidas de centralización:

1. **Media:** Es el promedio aritmético de un conjunto de datos, calculado sumando todos los valores y dividiéndolos por el número total de observaciones.

$$\text{Media} = \frac{6 + 8 + 7 + 9 + 10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

Resultado: La media de las calificaciones es 8.

2. **Mediana:** Es el valor central de un conjunto de datos cuando estos se ordenan de menor a mayor. Si el número de observaciones es impar, es el valor en el medio; si es par, es el promedio de los dos valores centrales.

- Datos ordenados: 6, 7, 8, 9, 10
- La **mediana** es el valor en el medio: **8**

Resultado: La mediana es 8.

3. **Moda:** Es el valor que más veces se repite en un conjunto de datos. Un conjunto de datos puede no tener moda, tener una sola moda (unimodal), o varias modas (multimodal).

- En este caso, no hay valores repetidos.

Resultado: No hay moda.

b) Medidas de dispersión:

1. **Recorrido** (o Rango): Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de un conjunto de datos.

$$\text{Recorrido} = 10 - 6 = 4$$

Resultado: El recorrido es 4.

2. **Desviación media:** Es el promedio de las desviaciones absolutas de cada valor respecto a la media. Se calcula sumando las diferencias absolutas y dividiéndolas entre el número total de observaciones.

$$\text{Desviación media} = \frac{|6 - 8| + |8 - 8| + |7 - 8| + |9 - 8| + |10 - 8|}{5} = \frac{2 + 0 + 1 + 1 + 2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

Resultado: La desviación media es 1.2.

3. **Varianza:** Es el promedio de las desviaciones al cuadrado de cada valor respecto a la media. Mide cuánto se dispersan los datos alrededor de la media.

$$\text{Varianza} = \frac{(6 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (9 - 8)^2 + (10 - 8)^2}{5} = \frac{4 + 0 + 1 + 1 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Resultado: La varianza es 2.

4. **Desviación típica** (o Desviación estándar): Es la raíz cuadrada de la varianza y mide el promedio de dispersión de los datos respecto a la media.

$$\text{Desviación típica} = \sqrt{2} \approx 1.41$$



Ejercicio Resuelto

Un profesor registra las siguientes calificaciones de 6 estudiantes en un examen:

Datos: 5, 7, 8, 9, 6, 7

Con base en estos datos, calcula lo siguiente:

1. **Media**
2. **Mediana**
3. **Moda**
4. **Recorrido**
5. **Desviación media**
6. **Varianza**
7. **Desviación típica**
8. **Coeficiente de variación**

Mostrar retroalimentación

Solución:

Datos ordenados: 5, 6, 7, 7, 8, 9

1. Media:

La media es el promedio de los datos, se calcula sumando todos los valores y dividiéndolos entre el número de observaciones:

$$\text{Media} = \frac{5 + 6 + 7 + 7 + 8 + 9}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

Resultado: La media es 7.

2. Mediana:

La mediana es el valor central. Como el número de datos es par, la mediana será el promedio de los dos valores centrales:

✔ Los dos valores centrales son 7 y 7.

$$\text{Mediana} = \frac{7 + 7}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Mediana=27+7=214=7

Resultado: La mediana es 7.

3. Moda:

La moda es el valor que más veces se repite. En este caso, **7** aparece dos veces, mientras que los demás valores solo aparecen una vez.

Resultado: La moda es 7.

4. Recorrido (o Rango):

El recorrido es la diferencia entre el valor máximo y el mínimo.

$$\text{Recorrido} = 9 - 5 = 4$$

Resultado: El recorrido es 4.

5. Desviación media:

La desviación media se calcula como el promedio de las desviaciones absolutas respecto a la media (que es 7).

$$\text{Desviación media} = \frac{|5 - 7| + |6 - 7| + |7 - 7| + |7 - 7| + |8 - 7| + |9 - 7|}{6} = \frac{2 + 1 + 0 + 0 + 1 + 2}{6} = 1$$

Resultado: La desviación media es 1.

6. Varianza:

La varianza se calcula como el promedio de las desviaciones al cuadrado respecto a la media (7):

$$\text{Varianza} = \frac{(5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (9-7)^2}{6} = \frac{4+1+0+0+1+4}{6}$$

$$\text{Varianza} = 6(5-7)^2 + 6(6-7)^2 + 6(7-7)^2 + 6(7-7)^2 + 6(8-7)^2 + 6(9-7)^2 = 64 + 1 + 0 + 0 + 1 + 4 = 10 \approx 1.67$$

Resultado: La varianza es aproximadamente **1.67**.

7. Desviación típica (o Desviación estándar):

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza.

$$\text{Desviación típica} = \sqrt{1.67} \approx 1.29$$

3.3.1. Medidas de centralización

MEDIA ARITMÉTICA

La **media aritmética** es el valor obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos. Para variables cuantitativas, se puede calcular utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Media} = \frac{\sum x_i}{n}$$

donde x_i son los datos y n es el número total de datos.

Nota: La media aritmética solo se puede calcular para variables cuantitativas.

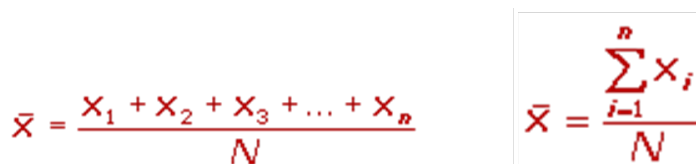

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N}$$
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$$

Imagen 10. Cálculo de media aritmética (1/2). Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida.
Licencia: Desconocida.

Si los **datos** vienen en una tabla de frecuencias, la expresión de la **media** es:

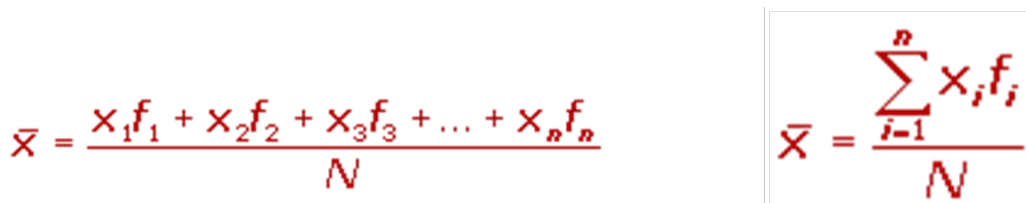

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{N}$$
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{N}$$

Imagen 11. Cálculo de media aritmética (2/2). Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida.
Licencia: Desconocida.

Evidentemente **esta medida sólo se puede hallar para variables cuantitativas**.

MODA

La **moda** es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta y se representa por Mo o Mo . Se puede calcular para cualquier tipo de variable, aunque para variables cuantitativas su utilidad es limitada.

Ejemplo: Dada la serie de datos:

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5

La moda es:

$Mo = 4$

Si hay dos o más valores con la misma frecuencia máxima, la distribución se considera **bimodal** o **multimodal**.

Ejemplo: Dada la serie:

1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9

La moda es:

$Mo = 1, 5, 9$

MEDIANA

La **mediana** es el valor que ocupa la posición central de los datos cuando están ordenados de menor a mayor y se representa por Me . Se puede calcular solo para variables cuantitativas.

Cálculo de la mediana:

1. Ordenar los datos de menor a mayor.
2. Si la serie tiene un número impar de medidas, la mediana es la puntuación central.

✔ Ejemplo:

2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6 $\Rightarrow Me = 5$

3. Si la serie tiene un número par de puntuaciones, la mediana es la media entre las dos puntuaciones centrales.

✔ Ejemplo:

7, 8, 9, 10, 11, 12 $\Rightarrow Me = \frac{9+10}{2} = 9.5$

Ejemplo de cálculo de media:

En un test realizado a un grupo de 42 personas se han obtenido las puntuaciones que muestra la tabla. Calcula la puntuación media.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
15	1	15
25	8	200
35	10	350
45	9	405
55	8	440
65	4	260
75	2	150
	42	1 820

$$\bar{x} = \frac{1820}{42} = 43.33$$

Imagen 12. Ejemplo cálculo de media. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.

Cálculo de la mediana para muchos datos

x_i	f_i	F_i
60	7	7
66	18	25
70	44	69
72	27	96
75	8	104
	N = 104	

Imagen 13. Ejemplo de cálculo mediana con muchos datos. Autor: Desconocido. Fuente: Desconocida. Licencia: Desconocida.

Para calcular la mediana en un conjunto de datos:

1. Dividimos N (el número total de datos) entre dos para encontrar la posición central:

$$\frac{104}{2} = 52$$

2. Buscamos en la columna de frecuencias acumuladas (F_i) el valor correspondiente a 52.
3. El valor o intervalo mediano será:

70



Actividad desplegable

- 9) Las notas de inglés de una clase de 40 alumnos han sido las siguientes:

1	7	9	2	5	4	4	3	7	8
4	5	6	7	6	4	3	1	5	9
2	6	4	6	5	2	2	8	3	6
4	5	2	4	3	5	6	5	2	4

Calcula la nota media.

Comprobar

Mostrar retroalimentación

4.6

3.3.2. Medidas de dispersión

Medidas de Dispersión

Las **medidas de dispersión** son útiles para comparar dos o más distribuciones y determinar cuál de ellas es más o menos dispersa.

Recorrido o Rango

El **recorrido** (o rango) es la diferencia entre los valores extremos de un conjunto de datos, es decir, entre el valor mayor y el valor menor.

$$\text{Recorrido (Rango)} = \text{Valor mayor} - \text{Valor menor}$$

Desviación Media

La **desviación media** es un parámetro que se relaciona con la media. Se define como el promedio de las distancias de los valores de todos los individuos a la media. Esto permite evaluar cuánto varían los datos respecto a la media.

$$DM = \frac{\text{suma de las distancias a } \bar{x}}{N}$$

Para muchos valores $\longrightarrow$ $DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{N}$

Varianza

Sirve para identificar si los datos están cercanos a la media o no, se calcula sumando los valores que se obtienen de elevar al cuadrado la diferencia de cada dato con la media, y dividiendo este valor entre el número de datos, para representar este parámetro se utiliza el símbolo σ^2 .

$$\sigma^2 = \sum \frac{x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2$$

Desviación Típica

La **desviación típica** mide la cantidad de variación o dispersión de los valores en relación a la media. Se calcula tomando la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Esto proporciona un valor que refleja las diferencias entre los datos y la media, permitiendo evaluar cuán dispersos están los valores. Una desviación típica baja indica que los datos están cerca de la media, mientras que una desviación típica alta sugiere una mayor dispersión.

$$\sigma = \sqrt{\sum \frac{x_i^2 \cdot f_i}{N} - x^2}$$

Coeficiente de Variación

El **coeficiente de variación** (CV) es una medida que se utiliza para comparar la dispersión de dos o más distribuciones heterogéneas.

$$CV = \frac{\sigma}{X}$$

El coeficiente de variación permite evaluar la variabilidad relativa de los datos, lo que facilita la comparación entre distribuciones que pueden tener diferentes unidades o escalas.

Cálculo de desviación media para pocos valores:

Distribución 5, 7, 8, 9, 11, 13, 13, 15, 16, 18.

$$\bar{x} = \frac{5+7+8+9+11+13+13+15+16+18}{10} = 11,5$$

Datos	5	7	8	9	11	13	13	15	16	18
Distancia a	6,5	4,5	3,5	2,5	0,5	1,5	1,5	3,5	4,5	6,5

SUMA → 35

$$DM = \frac{\text{suma de las distancias a } \bar{x}}{N} = \frac{35}{10} = 3,5$$

Cálculo de desviación media para muchos valores:

x_i	f_i	$x \cdot f_i$	Distancia a	$f_i \cdot \text{distancia}$
1	5	5	$2,5 - 1 = 1,5$	7,5
2	15	30	$2,5 - 2 = 0,5$	7,5
3	11	33	$3 - 2,5 = 0,5$	5,5

4	4	16	$4 - 2,5 = 1,5$	6
6	1	6	$6 - 2,5 = 3,5$	3,5
	N = 36	$\Sigma = 90$		$\Sigma = 30$

$$\bar{x} = \frac{90}{36} = 2,5$$

$$DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \times f_i}{N} = \frac{30}{36} = 0,83$$

Obtener las medidas de dispersión de la siguiente distribución de notas: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10.

RECORRIDO: $10 - 2 = 8$

MEDIA: $\bar{x} = 6$

DESVIACIÓN MEDIA: $DM = \frac{|2 - 6| + |4 - 6| + |4 - 6| + \dots}{9} = \frac{22}{9} = 2,44$

VARIANZA: $Var = \frac{(2 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + \dots}{9} = \frac{64}{9} = 7,11$

o bien: $Var = \frac{2^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2 + 5^2 + \dots}{9} - 6^2 = \frac{388}{9} - 36 = 7,11$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{\text{varianza}} = \sqrt{7,11} = 2,67$



Actividad desplegable

10) Calcula la varianza y la desviación típica de los siguientes datos: 4, 7, 5, 3, 6.

Comprobar

Mostrar retroalimentación

Varianza = 2

Desviación típica = 1,41.



Actividad desplegable

11) En un examen de matemáticas los 30 alumnos de una clase han obtenido las puntuaciones recogidas en la siguiente tabla:

Calificaciones	Nº alumnos
[0,1)	2
[1,2)	2
[2,3)	3
[3,4)	6
[4,5)	7
[5,6)	6
[6,7)	1
[7,8)	1
[8,9)	1
[9,10)	1

Halla la varianza y la desviación típica.

Comprobar

Mostrar retroalimentación

Varianza = 4,23 Desviación típica = 2,06.

Licencia: licencia propietaria

Tema 6. Estructura de la materia.



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

¿De qué está hecha la materia?

Esta es la pregunta que abordaremos en este tema.

Hace más de 2000 años, se sugirió que la **materia** estaba compuesta por **átomos**. Desde hace menos de dos siglos, se han identificado las tres **partículas subatómicas** que constituyen los átomos: **electrones**, **protones** y **neutrones**.

Para explicar estos descubrimientos, los científicos utilizan **modelos**. Un modelo describe la realidad mediante comparaciones con fenómenos conocidos. En el caso de los átomos, se emplean **modelos atómicos**.

La materia está formada por átomos que se combinan según reglas específicas para formar las diversas **sustancias** que conocemos. Todos los cuerpos son el resultado de estas combinaciones atómicas. Existen numerosas variedades de átomos, y su combinación da lugar a una diversidad de sustancias, desde la **sal** de mesa hasta los componentes de una **pantalla de ordenador**.

Los **químicos** heredaron de los **alquimistas** una compleja terminología. La literatura química puede resultar incomprensible para quienes no dominan los símbolos y términos, como los de la **tabla periódica**.

La unión de átomos, conocida como **enlace químico**, se produce cuando el conjunto resultante es más estable que los átomos individuales.

Al comprender la tabla periódica y los enlaces químicos, se puede obtener valiosa información sobre el comportamiento de **elementos** y **compuestos**. Este es el objetivo de este bloque.



Reflexiona

¿Cómo han evolucionado nuestras ideas sobre la composición de la materia

desde la antigüedad hasta el presente, y qué impacto tienen estos avances en nuestra comprensión de los elementos y compuestos?

Mostrar retroalimentación

La comprensión de la materia ha cambiado significativamente desde la antigüedad, cuando filósofos como **Demócrito** propusieron la existencia de **átomos**. Con el tiempo, se identificaron las partículas subatómicas: **electrones**, **protones** y **neutrones**, lo que llevó al desarrollo de modelos atómicos más precisos. Hoy, estos avances nos permiten entender la **tabla periódica** y los **enlaces químicos**, lo que es crucial para predecir cómo se forman los **compuestos** y su comportamiento en diversas aplicaciones, desde la medicina hasta la tecnología.

1. El átomo

Si partes un **papel** en trocitos muy pequeños y acercas un **bolígrafo** de plástico a los trocitos, no sucede nada. Sin embargo, si frotas el bolígrafo con un **pañó de lana** y luego lo acercas a los trocitos de papel, observarás que los atrae. ¿A qué se debe este fenómeno?

Este fenómeno se debe a la manifestación de **propiedades eléctricas**. En general, la materia no suele mostrar propiedades eléctricas porque se encuentra en estado **neutro**, es decir, contiene el mismo número de **cargas positivas** y **cargas negativas**. Sin embargo, la electricidad está presente en cualquier clase de materia, ya que es una propiedad de los **átomos** que la constituyen.

Estos hechos fueron conocidos por varios científicos en la antigüedad, mucho antes de que se entendiera la composición del átomo.

Toda la materia está formada por partículas muy pequeñas llamadas **átomos**, que a su vez están compuestos por otras partículas aún más pequeñas, denominadas **partículas subatómicas**:

- ✓ **Protón**: Tiene carga eléctrica **positiva** y se encuentra en el **núcleo**.
- ✓ **Neutrón**: No tiene carga eléctrica y se sitúa en el núcleo junto con los protones.
- ✓ **Electrón**: Posee carga eléctrica **negativa** y se encuentra en la **corteza**.

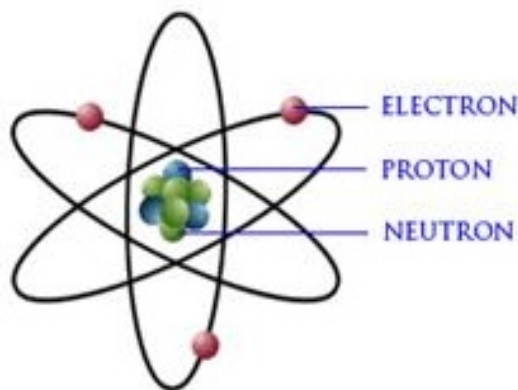


Imagen 1: Partículas subatómicas. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

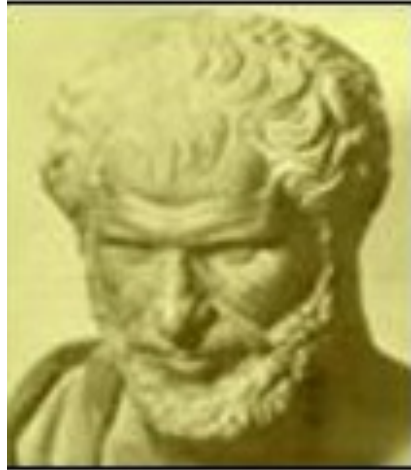
La electricidad es parte esencial de toda la materia, ya que está presente en todos los átomos.

Para llegar al conocimiento actual sobre el átomo, han sido necesarios muchos avances científicos, que podemos resumir en los siguientes cuatro **modelos atómicos**, que veremos a continuación.

1.1. Modelos atómicos

A lo largo de la **historia**, los científicos han intentado explicar cómo está constituida la **materia**, dando lugar a diferentes **modelos atómicos**.

En la antigua **Grecia**, **Demócrito** propuso que la materia estaba formada por pequeñas partículas **indivisibles** llamadas **átomos**. Según él, entre los átomos habría **vacío**.



Demócrito

Imagen 2: Demócrito. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido.
Licencia: Desconocida.

A continuación, exploraremos los diferentes modelos atómicos que han surgido durante los dos últimos siglos.

1.1.1. Modelo atómico de Dalton

En **1808**, **John Dalton** recuperó la teoría atómica de **Demócrito** y propuso que los **átomos** (partículas **indivisibles**) eran los constituyentes últimos de la **materia**, que se combinaban para formar **compuestos**. Este modelo se considera el primer **modelo atómico**, según el cual la materia está formada por estas partículas indivisibles llamadas átomos.

Es importante tener en cuenta que en esa época aún no se conocían los **electrones**, los **protones**, ni mucho menos los **neutrones**.



John Dalton(1766-1844)

Imagen 3: Dalton. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

1.1.2. Modelo atómico de Thomson

En **1897**, los experimentos sobre la **conducción de la electricidad** en **gases** llevaron al descubrimiento de una nueva partícula con carga **negativa**: el **electrón**.

Los **rayos catódicos** estaban formados por electrones que saltan de los átomos del gas que llena el tubo cuando se somete a descargas eléctricas. Esto demostró que los átomos no eran **indivisibles**.

J.J. Thomson propuso entonces su **modelo de átomo**:

Los electrones (pequeñas partículas con carga negativa) se encontraban incrustados en una **nube de carga positiva**. La carga positiva de la nube compensaba exactamente la carga negativa de los electrones, lo que hacía que el átomo fuera eléctricamente **neutro**.

Los **electrones**, diminutas partículas con carga eléctrica **negativa**, están incrustados en una **nube de carga positiva**, de manera similar a cómo están las pasas en un pastel.



J. J. Thomson (1856-1940)

Imagen 4: Thomson. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

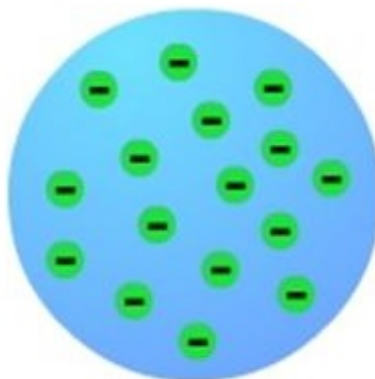


Imagen 5: Modelo de Thomson. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

1.1.3. Modelo atómico de Rutherford

Ernest Rutherford realizó una serie de experimentos de bombardeo de láminas delgadas de metales. En estos experimentos, se hicieron incidir partículas α (partículas con carga **positiva**) sobre una lámina de **oro** muy delgada. Tras atravesar la lámina, las partículas α chocaban contra una pantalla, lo que permitía observar si sufrían alguna desviación al atravesar la lámina. Rutherford observó lo siguiente:

- ✔ La mayor parte de las partículas atravesaban la lámina de oro sin sufrir ninguna desviación (trazo continuo con flecha negra).
- ✔ Muy pocas (aproximadamente una de cada 10,000) se desviaban un ángulo mayor de 10° (trazo a rayas con flechas rojas).
- ✔ En raras ocasiones, las partículas α rebotaban (líneas de puntos con flechas azules).



Imagen 6: Rutherford. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Basándose en los resultados de sus experimentos, Rutherford demostró que los átomos no eran macizos, como se creía, sino que estaban en su mayor parte vacíos y que en su centro había un diminuto **núcleo**. Así, estableció el llamado **modelo atómico de Rutherford** o **modelo atómico nuclear**, también conocido como **modelo planetario**, que se basa en lo siguiente:

- ✔ El átomo está formado por dos partes: **núcleo** y **corteza**.
- ✔ El núcleo es la parte central, de tamaño muy pequeño, donde se encuentra toda la carga positiva y prácticamente toda la masa del átomo. Esta carga positiva del núcleo es la responsable de la desviación de las partículas alfa en el experimento de la lámina de oro.
- ✔ La corteza es casi un espacio vacío, inmenso en relación con las dimensiones del núcleo. Esto explica por qué la mayor parte de las partículas alfa atraviesan la lámina de oro sin desviarse. En esta corteza se encuentran los **electrones**, que tienen una masa muy pequeña y carga **negativa**. Al igual que en un diminuto sistema solar, los electrones giran alrededor del núcleo, similar a como los planetas giran alrededor del Sol. Los electrones están ligados al núcleo por la **atracción eléctrica** entre cargas de signo contrario.

Para comprobar que has entendido lo que has leído, realiza el siguiente ejercicio.

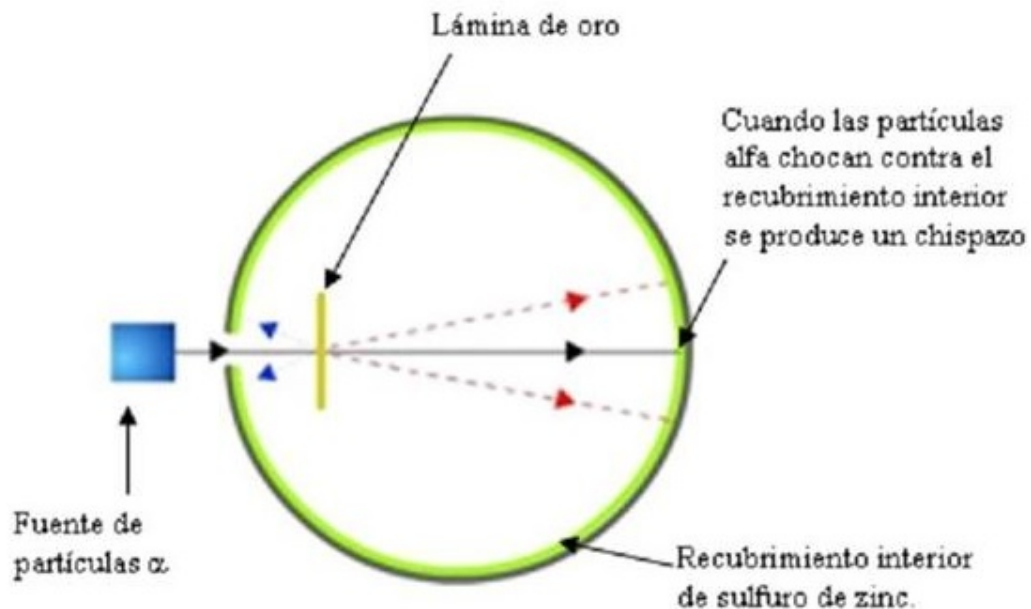


Imagen 7: Experimento de Rutherford. Fuente: materiales virtuales ESPA.

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Con su experimento, **Rutherford** observó lo siguiente:

- ✔ La mayor parte de las partículas atravesaban la lámina de **oro** sin sufrir ninguna desviación (trazo continuo con flecha negra).
- ✔ Muy pocas (aproximadamente una de cada 10,000) se desviaban un ángulo mayor de 10° (trazo a rayas con flechas rojas).
- ✔ En raras ocasiones, las partículas α rebotaban (líneas de puntos con flechas azules).

Basándose en los resultados de sus experimentos, Rutherford demostró que los **átomos** no eran macizos, como se creía, sino que estaban en su mayor parte vacíos y que en su centro había un diminuto **núcleo**. Así, estableció el llamado **modelo atómico de Rutherford**, o **modelo atómico nuclear**, también conocido como **modelo planetario**, que se basa en lo siguiente:

- ✔ El átomo está formado por dos partes: **núcleo** y **corteza**.

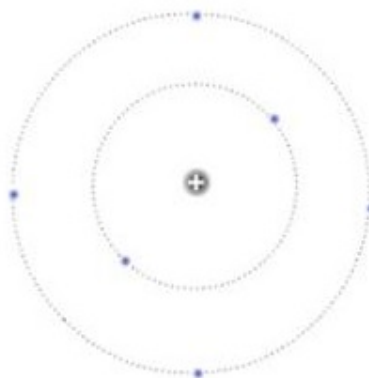


Imagen 8: Modelo de Rutherford. Fuente: materiales virtuales ESPA.
Autor: Desconocido.

- ✓ El **núcleo** es la parte central, de tamaño muy pequeño, donde se encuentra toda la **carga positiva** y prácticamente toda la **masa** del átomo. Esta carga positiva del núcleo, en la experiencia de la lámina de oro, es la responsable de la desviación de las **partículas alfa** (también con carga positiva).
- ✓ La **corteza** es casi un espacio vacío, inmenso en relación con las dimensiones del núcleo. Esto explica por qué la mayor parte de las partículas alfa atraviesan la lámina de oro sin desviarse. En la corteza se encuentran los **electrones**, que tienen una masa muy pequeña y carga **negativa**. Al igual que en un diminuto sistema solar, los electrones giran alrededor del núcleo, igual que los planetas alrededor del Sol. Los electrones están ligados al núcleo por la **atracción eléctrica** entre cargas de signo contrario.

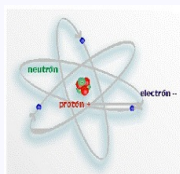


Caso práctico

1) ¿Qué es el átomo? Haz un dibujo indicando sus partes.

SOLUCION

El átomo es la unidad básica de la materia. También se puede definir como la unidad básica de cualquier elemento químico.



2) ¿Qué partículas forman el átomo?

SOLUCION

Las partículas que forman el átomo son:

1. Protones: Tienen carga eléctrica positiva y están en el núcleo del átomo
2. Neutrones: No tienen carga eléctrica y están en el núcleo atómico
3. Electrones: Tienen carga eléctrica negativa y giran alrededor del núcleo.

3) ¿Qué partículas son responsables de los fenómenos eléctricos?

SOLUCION

Las partículas responsables de los fenómenos eléctricos son los electrones.

4) ¿Cómo se carga positivamente un cuerpo? ¿Y negativamente?

SOLUCION

Un cuerpo se carga positivamente si sus átomos pierden electrones y negativamente si se le añaden electrones a los átomos que lo forman.

5) ¿Cuándo hay diferencia de cargas entre dos cuerpos?

SOLUCION

La diferencia de cargas existe cuando uno de los cuerpos tiene carga negativa (tras añadir electrones a sus átomos) y el otro tiene carga positiva (tras perder electrones sus átomos).

6) ¿Cuál de los siguientes gráficos representa el modelo atómico de Thomson?

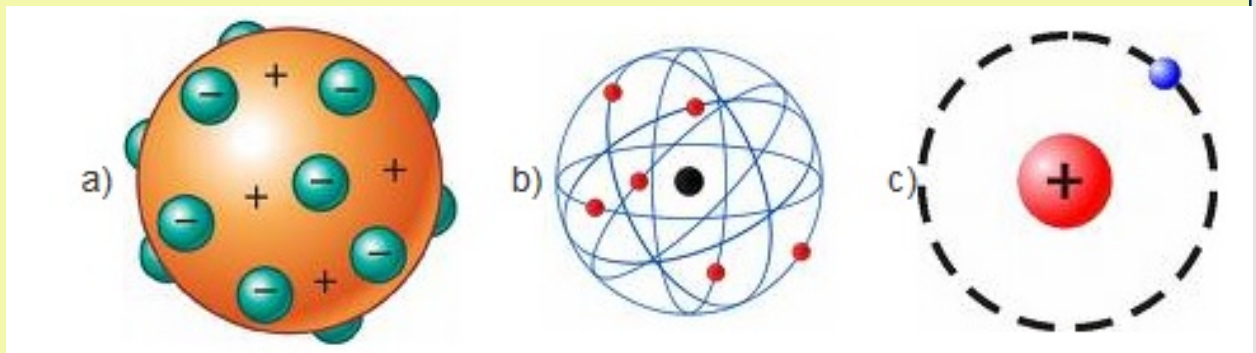


Imagen 9: Modelos atómicos. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

SOLUCION

El modelo de Thomson se corresponde con la imagen "a": los electrones, diminutas partículas con carga eléctrica negativa, están incrustadas en una nube de carga positiva de forma similar a las pasas en un pastel.



Pregunta Verdadero-Falso

7) De las siguientes afirmaciones, di si son verdaderas o falsas

a) Los electrones fueron descubiertos por el científico Thomson

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

b) El modelo de Thomson propone: Los electrones (pequeñas partículas con carga positiva) se encontraban incrustados en una nube de carga negativa

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Es falsa, los electrones son partículas con carga negativa y la nube donde se encuentran incrustados está cargada negativamente.

c) Rutherford bombardeaba la lámina de oro con partículas cargadas negativamente, llamadas partículas alfa, α

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Es falsa, las partículas alfa, están cargadas positivamente.

d) Según el modelo de Rutherford, el núcleo es la parte central, de tamaño muy pequeño, donde se encuentra toda la carga positiva y, prácticamente, toda la masa del átomo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

e) Según el modelo de Rutherford, los electrones con masa muy pequeña y carga negativa, giran alrededor del núcleo

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

1.1.4. Modelo atómico actual

A pesar de que el **modelo atómico de Rutherford** supuso un gran avance, en las primeras décadas del **siglo XX** se desarrollaron otros modelos para intentar explicar algunas **propiedades químicas** de los distintos elementos.

De acuerdo con estos nuevos modelos, alrededor del núcleo hay distintas **capas** o **niveles de energía**, donde se sitúan los **electrones**. Estas capas se representan con letras mayúsculas, comenzando por la "K" y continuando en orden alfabético: K, L, M, N, etc. Cada capa tiene un número máximo de electrones que no se puede superar.

Si llamamos "n" al número de orden de cada una de las capas, empezando por la más cercana al núcleo, los electrones que puede albergar cada capa son:

Capa	n	Nº electrones
K	n = 1	2 electrones
L	n = 2	8 electrones
M	n = 3	18 electrones
N	n = 4	32 electrones

En el **modelo atómico actual**, los electrones de la corteza del átomo se sitúan en capas que van aumentando con el tamaño del átomo, de forma similar a las **capas de una cebolla**.



Reflexiona

¿Cómo crees que el entendimiento de las capas electrónicas y su distribución alrededor del núcleo ha influido en el desarrollo de la química moderna y en la forma en que interpretamos las reacciones químicas?

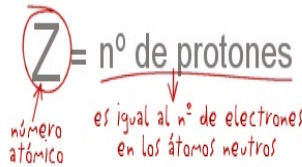
Mostrar retroalimentación

Esta pregunta invita a considerar cómo la comprensión de la estructura atómica ha cambiado la manera en que los científicos abordan la química, desde la predicción de la reactividad de los elementos hasta la creación de nuevos compuestos. La organización de los electrones en capas permite entender fenómenos como la **valencia**, el **enlace químico** y las **propiedades periódicas**, lo que ha sido crucial para el avance en áreas como la **química orgánica**, la **bioquímica** y la **química inorgánica**. Además, invita a pensar en cómo este conocimiento puede ser aplicado en tecnologías modernas, como la farmacología o los materiales avanzados.

1.2. Número atómico y número másico

El **número atómico** es el número de **protones** que posee un determinado átomo en su **núcleo**. Se representa mediante la letra **Z**.

En un átomo en estado normal (eléctricamente neutro), el número atómico coincide también con el número de **electrones** en su **corteza**.



Cada **elemento** queda identificado por su número atómico. Si dos átomos tienen el mismo número atómico, son átomos del mismo elemento. Si, por el contrario, los átomos tienen distinto número atómico, pertenecen a dos elementos diferentes.

El **número másico** es la suma de protones y **neutrones** de un átomo, y se representa con la letra **A**.

Dado que el número de protones es "Z", si llamamos al número de neutrones "N", se cumple la relación:

$$A = Z + N$$

Si conocemos el número atómico (Z) y el número másico (A) de cualquier átomo, podemos averiguar rápidamente el número de protones, neutrones y electrones de dicho átomo. El número de neutrones (N) será la diferencia entre el número másico y el número atómico:

$$N = A - Z$$

Ejemplo: El número atómico (Z) del **aluminio** es 13 y su número másico (A) es 27.

De aquí podemos deducir que en el núcleo de un átomo de aluminio hay 13 protones y $27 - 13 = 14$ neutrones. Además, si este átomo es eléctricamente neutro, tendrá exactamente 13 electrones.

Dado que la masa del electrón es insignificante en comparación con la del protón o el neutrón (unas 2,000 veces menor), la masa de un átomo es prácticamente la suma de las masas de los protones y los neutrones en su núcleo. Por lo tanto, coincidirá con el número másico. Esto lo veremos con más detalle en el próximo cuatrimestre...



Caso práctico

8) ¿Cuántos electrones tienen los siguientes átomos?

ELEMENTO	Nº PROTONES	Nº ATOMICO (Z)
Litio (Li)	3	3
Hierro (Fe)	26	26
Cloro (Cl)	17	17
Plata (Ag)	47	47

SOLUCION

Como el número atómico se corresponde con el numero de protones y también con el de electrones cuando el átomo está en estado neutro, el número de electrones de cada átomo, coincidirá con el de protones.



Caso práctico

Un átomo tiene 21 protones, ¿Cuántas cargas positivas tiene? ¿Cuántas negativas? ¿Cuál es su carga total?

SOLUCION

Si tiene 21 protones, como cada uno posee una carga positiva, el número de cargas positivas es 21.

Puesto que todos los átomos tienen el mismo número de cargas positivas que negativas, tendrá también 21 electrones o cargas negativas.

Como el número de cargas positivas y el de cargas negativas es igual, la suma total de cargas será cero, $21 + (-21) = 0$



Caso práctico

¿Cuál es el número másico de los siguientes átomos? ¿Cuál su número atómico?

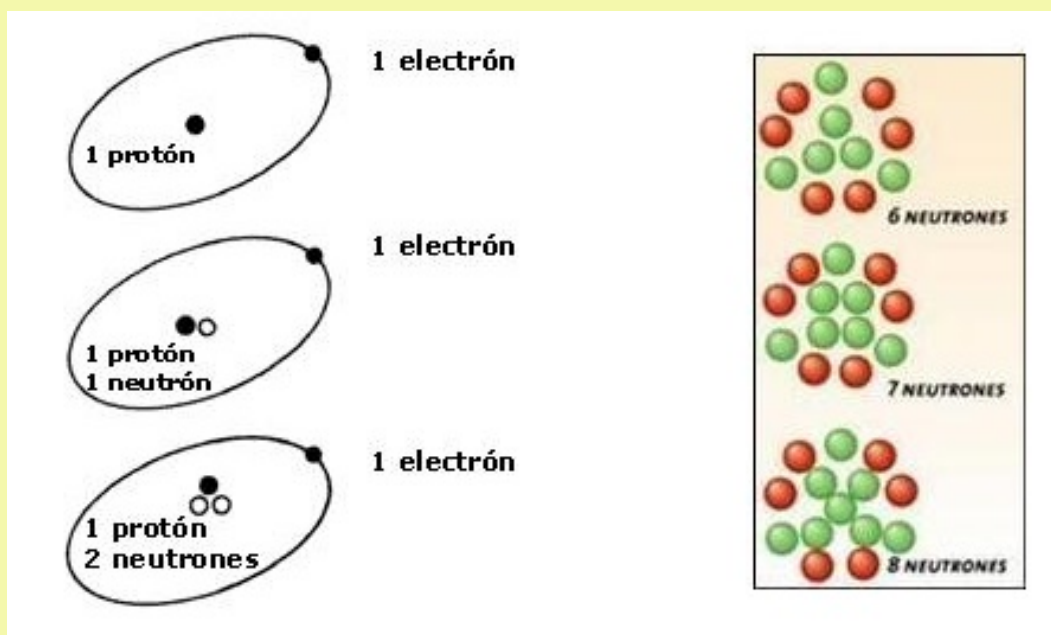


Imagen 10: Ejercicio de número atómico y número másico. Fuente: materiales virtuales ESPA.

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

SOLUCION

Practica y comprueba tus conocimientos: creador de átomos

En el siguiente enlace tienes la oportunidad de practicar la configuración electrónica de diferentes átomos.

Creador de átomos:

<http://estructura.colegiosandiego.com/atmcreador.html>

Construye tu átomo: <http://recursos.cnice.mec.es/quimica/ulloa2/3eso/secuencia5/oa6/pag1/index.html>

1.2.1. Isótopos

Los **átomos** de elementos distintos se diferencian en que tienen un distinto número de **protones** en el núcleo (distinto **Z**).

Los átomos de un mismo elemento no tienen por qué ser exactamente iguales. Aunque todos poseen el mismo número de protones en el núcleo (igual **Z**), pueden tener un distinto número de **neutrones** (distinto **A**).

Como ya hemos mencionado, el número de neutrones de un átomo se calcula así:

$$N = A - Z$$

Los átomos de un mismo elemento (igual **Z**) que tienen un número diferente de neutrones (distinto **A**) se denominan **isótopos**.

Los isótopos son átomos del mismo elemento (mismo número atómico) que tienen un diferente número de neutrones (diferente número másico).

Ejemplo:

El átomo de **carbono** tiene un número atómico $Z = 6$, ya que posee seis protones (y seis electrones, claro). La mayoría de los átomos de carbono tienen normalmente 6 neutrones, pero se han encontrado átomos de carbono con un número de neutrones distinto.

Fíjate en la siguiente tabla:

Átomo	Protones	Neutrones	Electrones	Número atómico (Z)	Número másico (A)
Carbono-12	6	6	6	6	12
Carbono-13	6	7	6	6	13
Carbono-14	6	8	6	6	14

El **carbono-13** es muy importante en medicina, ya que algunas técnicas de diagnóstico lo emplean. El **carbono-14**, como ya sabrás, se utiliza para conocer la antigüedad de los objetos históricos o prehistóricos.

En la siguiente imagen se muestran átomos de **carbono-12**, **carbono-13** y **carbono-14**, con sus correspondientes partículas.

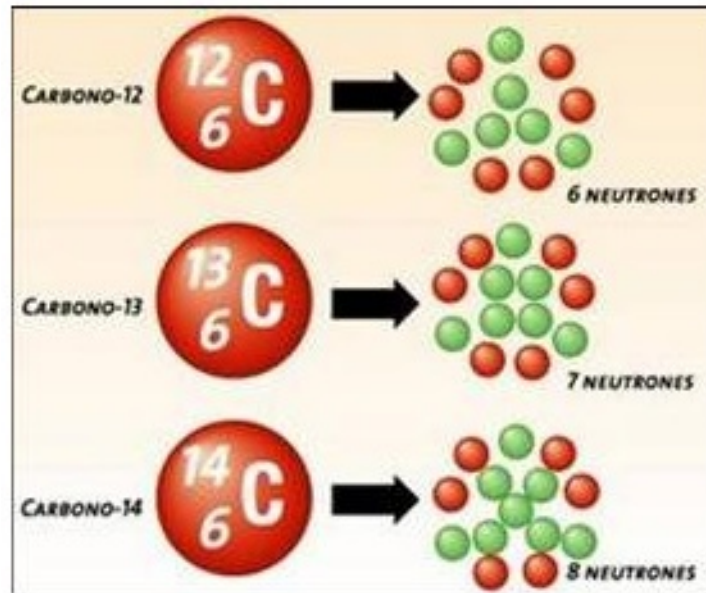


Imagen 11: Isótopos del carbono. Fuente: materiales virtuales ESPA

Todos los **isótopos** de un elemento tienen las mismas **propiedades químicas**, pero se diferencian en que algunos son un poco más **pesados** que otros.

Muchos isótopos pueden **desintegrarse** espontáneamente, emitiendo energía. Estos se conocen como **isótopos radioactivos**.



Reflexiona

¿De qué manera los isótopos, como el carbono-13 y el carbono-14, están transformando la investigación científica y la medicina moderna?

Mostrar retroalimentación

Esta pregunta invita a explorar cómo los isótopos tienen aplicaciones cruciales en áreas como la **medicina** y la **arqueología**. Por ejemplo, el carbono-14 se utiliza en la **datación por radiocarbono**, que permite conocer la antigüedad de objetos históricos y prehistóricos, mientras que el carbono-13 se emplea en técnicas de **diagnóstico médico**, como la **espectroscopía** y en estudios metabólicos. La comprensión de los isótopos no solo avanza nuestra capacidad para investigar el pasado, sino que también mejora la precisión en diagnósticos y tratamientos médicos, resaltando su importancia en la ciencia contemporánea.

1.2.2. Radiactividad

La **radiactividad** es una propiedad de los isótopos que son “**inestables**”. Los núcleos de estos elementos emiten **partículas** y **radiaciones** hasta que se estabilizan.

De esta forma, los núcleos de estos átomos pueden llegar a convertirse en núcleos de otros elementos, que son menos pesados.

Los tipos de radiación que pueden ser emitidos son:

- ✓ **Radiación alfa** (α): Son partículas formadas por dos neutrones y dos protones, equivalentes a núcleos de **helio** (HeHe). Debido a su gran tamaño, son poco penetrantes.
- ✓ **Radiación beta** (β): Son electrones que se desplazan a gran velocidad y tienen mayor poder de penetración que las alfa, ya que su tamaño es mucho menor, pudiendo atravesar láminas de **aluminio** de algunos milímetros de espesor.
- ✓ **Rayos gamma** (γ): Son **ondas electromagnéticas** de gran energía y un gran poder de penetración, al no ser partículas materiales. Para detenerlos se necesitan gruesas capas de **plomo** u **hormigón**.



Símbolo tradicional de la radiactividad



Símbolo aprobado en 2007 para fuentes peligrosas

Imagen 12: Símbolos de radiactividad. Fuente: materiales virtuales ESPA.

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

1.2.3. Isótopos radiactivos

Los **isótopos radiactivos** tienen importantes aplicaciones, especialmente en **medicina**, tanto en técnicas **diagnósticas**—donde se suelen utilizar **rayos gamma**—como con fines **terapéuticos**.

En ambos casos, la cantidad de **radiación** utilizada debe ser controlada para evitar daños en células y tejidos sanos. Sin embargo, en la terapia de enfermedades—para destruir células dañadas—la cantidad de radiación es mayor que en el diagnóstico.

Algunos isótopos radiactivos utilizados para el diagnóstico son el **yodo-123** y el **tecnecio-99**.

El **cobalto-60** y el **yodo-131** son algunos de los más utilizados en la **terapia del cáncer**.

Además, algunos isótopos son útiles en otras aplicaciones, como el **carbono-14**, que permite averiguar la **antigüedad** de restos históricos y, por tanto, es muy utilizado en **arqueología**.



Reflexiona

¿Cómo pueden los isótopos radiactivos contribuir a la medicina personalizada en el futuro?

Mostrar retroalimentación

En la actualidad, la investigación en medicina personalizada está avanzando, y los isótopos radiactivos podrían jugar un papel crucial en este campo. Al permitir la obtención de información precisa sobre el comportamiento biológico de los tejidos y células de un paciente, estos isótopos pueden ayudar a desarrollar tratamientos más específicos y eficaces. Por ejemplo, al utilizar isótopos para rastrear cómo un medicamento se distribuye en el cuerpo, los médicos podrían ajustar las dosis y tratamientos de manera individualizada, minimizando efectos secundarios y maximizando la efectividad. Así, los isótopos radiactivos no solo ofrecen opciones de diagnóstico y tratamiento, sino que también tienen el potencial de transformar la forma en que se brinda la atención médica.

1.3. Configuración electrónica

Se conoce como **configuración electrónica** de un elemento a la **distribución por capas** de los **electrones** de los átomos de dicho elemento.

Para hacer la configuración electrónica de un elemento, hay que tener en cuenta lo siguiente:

- ✓ El **número de electrones** a repartir viene dado por el **número atómico** (Z).
- ✓ El número máximo de electrones de cada capa se puede calcular con la expresión $2n^2$, siendo "n" el número de la capa:

Capa	n	Nº máximo de electrones
K	$n = 1$	$2n^2 = 2 \cdot 1^2 = 2$
L	$n = 2$	$2n^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$
M	$n = 3$	$2n^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$
N	$n = 4$	$2n^2 = 2 \cdot 4^2 = 32$

- ✓ Los átomos de cualquier elemento han de cumplir la **regla del octeto**, según la cual, en su última capa (cualquiera que sea esta), no puede haber más de **ocho electrones**.

Veamos algunos ejemplos:

- ✓ **C (Carbono):** $Z = 6$
Tiene cuatro electrones en su última capa.
- ✓ **P (Fósforo):** $Z = 15$
Tiene cinco electrones en su última capa.
- ✓ **Ar (Argón):** $Z = 18$
Tiene ocho electrones en su última capa.
- ✓ **Fe (Hierro):** $Z = 26$
Tiene dos electrones en su última capa.

Los electrones situados en la última capa se llaman **electrones de valencia**, y a dicha capa se le conoce como **capa de valencia**. De estos electrones dependen las **propiedades químicas** de las sustancias.

C (Carbon) $Z = 6$ Tiene cuatro electrones en su última capa	P (Fósforo) $Z = 15$ Tiene cinco electrones en su última capa	Ar (Argón) $Z = 18$ Tiene ocho electrones en su última capa	Fe (Hierro) $Z = 26$ Tiene dos electrones en su última capa

A los electrones situados en la última capa se les llama **electrones de valencia**, y a dicha capa, **capa de valencia**. De esos electrones dependen las propiedades químicas de las sustancias.



Rellenar huecos

11) ¿Cómo estarán distribuidos los electrones del átomo de aluminio en las diferentes capas?

Capa K: electrones

Capa L: electrones

Capa M: electrones

Enviar



Caso práctico

12) ¿Y los electrones del átomo de Calcio? $Z = 20$

SOLUCION

El número atómico, en un átomo neutro, representa tanto el número de

protones como el de electrones. Por tanto tendremos que situar los 20 electrones del átomo de Ca en las distintas capas.

Es evidente que

K: 2 electrones

L: 8 electrones

En la capa M ($n = 3$) caben hasta 18 electrones, por lo que podríamos pensar en colocar en ella los 10 electrones restantes. Esto no es posible, ya que no puede haber más de 8 electrones en la última capa. Es decir, cuando en la tercera capa llegamos a 8 electrones, hay que empezar a llenar la cuarta.

Por tanto, el resto de capas quedará así:

M: 8 electrones

N: 2 electrones



Caso práctico

13) ¿Cuántos electrones tendrán en su capa de valencia los siguientes átomos neutros?

ÁTOMOS	CAPA K ($n=1$)	CAPA L ($n=2$)	CAPA M ($n=3$)	CAPA N ($n=4$)
Nitrógeno $Z=7$	2	5		
Flúor $Z=9$	2	7		
Fósforo $Z=15$	2	8	5	
Potasio $Z=19$	2	8	8	1

SOLUCION

Si distribuimos los electrones en cada una de las capas, teniendo en cuenta que en cada capa no puede haber más de 8 electrones (regla del octeto), los

electrones de valencia o los electrones situados en la capa de valencia, son respectivamente 5, 7, 5 y 1 para el nitrógeno, flúor, fósforo y potasio.

2. Tabla periódica

La **tabla periódica** o **sistema periódico** de los elementos es una forma de clasificar todos los **elementos químicos** según sus **propiedades** y también según su **configuración electrónica**, ya que ambas están muy relacionadas.

El orden de los elementos en la tabla viene dado por su **número atómico** (Z), que es su número de **protones** o **electrones**. Por lo tanto, es la configuración electrónica de los elementos la que ordena la tabla periódica.

TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

Legend:

- Sin datos
- Antigüedad
- Desconocidos
- Los elementos 113, 115, 117 y 118 han recibido el visto bueno de la División de Química Inorgánica de la IUPAC, el 8 de junio de 2016, para ser nombrados como nihonio (Nh), moscovio (Mc), tennessio (Ts) y oganesón (Og), respectivamente, hasta su próxima aprobación formal por el Consejo de la IUPAC.

Newly Named Elements (Bottom Right):

Número atómico	Nombre	Fecha
113	Nihonio (Nh)	28-02-2016
115	Moscovio (Mc)	28-02-2016
117	Tennessio (Ts)	28-02-2016
118	Oganesón (Og)	28-02-2016

Foro Nuclear
Foro de la Industria Nuclear Española

ISBN: 978-84-7360-876-2 Revisión de Pascale

Imagen 13: Tabla periódica. Fuente: Foro Nuclear. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Tabla periódica interactiva

En el siguiente enlace puedes encontrar una **tabla periódica interactiva** muy completa. Te recomendamos que la visites y la utilices:

<http://www.ptable.com/>

Es recomendable marcar las casillas “**nombre**” y “**electrones**” en la zona superior. Con “nombre”

podrás visualizar el nombre de cada elemento, y al activar “electrones” aparecerá la **configuración electrónica** (distribución en capas) de cada elemento.



Caso práctico

14) Fíjate en la tabla del Sistema Periódico y busca en ella el símbolo del potasio. ¿Cuál es su número atómico? ¿Cuántos electrones tendrá? ¿Cuál es el número que hace referencia al número másico?

19	39,098	1
768	K	
63,7		
6,36		
(Ar)4s ¹		
Potasio		

SOLUCION

Su símbolo es la letra K, su número atómico es 19, por lo tanto un átomo neutro de potasio posee 19 electrones y 19 protones. El número que hace referencia a su número másico es 39,098. Esto significa que la suma de los protones y neutrones es de 39, entonces mayoritariamente encontraremos potasio con 19 protones y 20 neutrones.

15) Fíjate en la tabla del Sistema Periódico y busca en ella el símbolo del azufre. ¿Cuál es su número atómico? ¿Cuántos electrones tendrá? ¿Cuál es el número que hace referencia al número másico?

16	32,064	±2,4,6
444,6	S	
11,9		
2,87		
(Ne)3s ² 3p ⁴		
Azufre		

SOLUCION

Su símbolo es la letra S, su número atómico es 16, por lo tanto un átomo neutro de azufre posee 16 electrones y 16 protones. El número que hace referencia a su número másico es 32,064. Esto significa que la suma de los protones y neutrones es de 32, entonces mayoritariamente encontraremos azufre con 16 protones y 16 neutrones. En este caso el número de neutrones y protones coincide.

Tabla Periódica de los elementos

Tabla Periódica de los elementos																		VIIA (F)	
																		He	
																		H	
																		Li	
																		Be	
																		Na	
																		Mg	
																		K	
																		Ca	
																		Sc	
																		Ti	
																		V	
																		Cr	
																		Mn	
																		Fe	
																		Co	
																		Ni	
																		Cu	
																		Zn	
																		Ga	
																		Ge	
																		As	
																		Se	
																		Br	
																		Kr	
																		Rb	
																		Sr	
																		Y	
																		Zr	
																		Nb	
																		Mo	
																		Tc	
																		Ru	
																		Rh	
																		Pd	
																		Ag	
																		Cd	
																		In	
																		Sn	
																		Sb	
																		Te	
																		I	
																		Xe	
																		Cs	
																		Ba	
																		La	
																		Hf	
																		Ta	
																		W	
																		Re	
																		Os	
																		Ir	
																		Pt	
																		Au	
																		Hg	
																		Tl	
																		Pb	
																		Bi	
																		Po	
																		At	
																		Rn	
																		Fr	
																		Ra	
																		Ac	
																		Unq	
																		Unp	
																		Unh	
																		Uns	
																		Uno	
																		Uue	

Tierras Raras Ligadas (LRLs) (Lanthanides)	89	Ce	90	Th	91	Pa	92	U	93	Np	94	Pu	95	Am	96	Cm	97	Bk	98	Cf	99	Es	100	Fm	101	Md	102	No	103	Lr
	140.12		232.04		231.04		238.03		237.04		244.06		243.06		247.07		247.07		251.08		252.08		257.10		258.10		259.10		260.10	
Tierras Raras Pesadas (TRPs)	90	Th	91	Pa	92	U	93	Np	94	Pu	95	Am	96	Cm	97	Bk	98	Cf	99	Es	100	Fm	101	Md	102	No	103	Lr		
	232.04	232.04	231.04	238.03	237.04	244.06	243.06	247.07	247.07	251.08	247.07	252.08	257.10	258.10	259.10	260.10	261.10	262.10	263.10	264.10	265.10	266.10	267.10	268.10	269.10	270.10	271.10	272.10	273.10	274.10

* Números atómicos de los elementos originales
Peso atómico basado en ¹²C

Metales	No metales	Semimetálicos
Alcalinos	Halogénos	
Alcalinotérreos	Gases nobles	Artificiales

2.1. Símbolos de los elementos

Los **símbolos químicos** son las abreviaturas que se utilizan para identificar los **elementos químicos**, en lugar de sus nombres completos. Algunos elementos comunes y sus símbolos son:

- ✓ **Carbono:** C
- ✓ **Oxígeno:** O
- ✓ **Nitrógeno:** N
- ✓ **Hidrógeno:** H
- ✓ **Cloro:** Cl
- ✓ **Azufre:** S
- ✓ **Magnesio:** Mg
- ✓ **Aluminio:** Al
- ✓ **Cobre:** Cu
- ✓ **Argón:** Ar
- ✓ **Oro:** Au
- ✓ **Hierro:** Fe
- ✓ **Plata:** Ag

La mayoría de los símbolos químicos se derivan de las letras del nombre **latino** del elemento. La primera letra del símbolo se escribe con **mayúscula**, y la segunda (si la hay) con **minúscula**. Los símbolos de algunos elementos conocidos desde la antigüedad proceden normalmente de sus nombres en latín. Por ejemplo, **Cu** de **cuprum** (cobre), **Ag** de **argentum** (plata), **Au** de **aurum** (oro) y **Fe** de **ferrum** (hierro). Este conjunto de símbolos que designa a los elementos químicos es **universal**.



Pregunta de Selección Múltiple

16) ¿Cómo es el símbolo químico del mercurio?

☐ a) Me

☐ b) Mr

☐ c) Hg

☐ d) Hm

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Correcto
4. Incorrecto

17) El símbolo Pt, ¿a qué elemento hace referencia?

☐ a) Plata

☐ b) Platino

☐ c) Potasio

☐ d) Proactinio

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Incorrecto
2. Correcto
3. Incorrecto
4. Incorrecto



Rellenar huecos

18) Escribe el nombre de los siguientes elementos:

a) Cu	
b) Br	
c) Mg	
d) B	
e) O	
f) Ni	
g) Au	
h) Pb	
i) U	
j) Li	

Enviar



Rellenar huecos

19) Escribe el símbolo de los siguientes elementos químicos

a) Flúor:		h) Titanio:	
b) Aluminio:		i) Zinc:	

c) Calcio:	☐	j) Azufre:	☐
d) Neón:	☐	k) Hidrógeno:	☐
e) Silicio:	☐	l) Sodio:	☐
f) Hierro:	☐	m) Carbono:	☐
g) Plata:	☐		

Enviar

2.2. Grupos

Los **grupos** son las **columnas** de la **tabla periódica**. Hay dieciocho grupos, numerados del 1 al 18. Los elementos situados en dos filas fuera de la tabla pertenecen al **grupo 3**.

En un grupo, las **propiedades químicas** son muy similares, ya que todos los elementos del grupo tienen el mismo número de **electrones** en su última o últimas capas.



Pregunta de Elección Múltiple

20) En la tabla periódica los elementos están ordenados:

- ☐ a) De forma alfabética.
- ☐ b) Según sus propiedades.
- ☐ c) Conforme se ha ido descubriendo.
- ☐ d) Según el uso que les damos.

Incorrecto

Correcto. Los elementos se clasifican en el Sistema Periódico según sus propiedades, de hecho, la primera clasificación que hemos visto es en elementos metálicos, situados a la parte izquierda y central del Sistema Periódico y elementos no metales, situados a la parte derecha del mismo.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

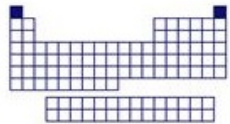
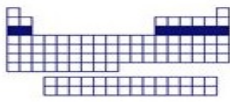
2.3. Periodos

Los **periodos** son las **filas horizontales** de la **tabla periódica**. Hay 7 periodos en total. El periodo en el que se encuentra un elemento coincide con su última **capa electrónica**. Por ejemplo, un elemento con cinco capas electrónicas estará en el **quinto periodo**.

Sin embargo, los periodos no son todos iguales; el número de elementos que contienen va cambiando y aumentando a medida que se baja en la tabla periódica.

- ✓ El **primer periodo** tiene solo dos elementos.
- ✓ El **segundo y tercer periodo** tienen ocho elementos cada uno.
- ✓ El **cuarto y quinto periodo** tienen dieciocho elementos cada uno.
- ✓ El **sexto y séptimo periodo** contienen treinta y dos elementos.

Estos dos últimos periodos incluyen catorce elementos separados, para no alargar demasiado la tabla y facilitar su uso

	El primer periodo tiene dos elementos
	El segundo periodo y el tercer periodo tienen ocho elementos
	El cuarto periodo y el quinto periodo tienen dieciocho elementos
	El sexto periodo y el séptimo tienen treinta y dos elementos



Pregunta Verdadero-Falso

21) Contestar verdadero o falso, según sea:

a) El primer periodo tiene sólo ocho elementos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Es falsa, en el primer periodo solo hay dos elementos, hidrógeno (H) y helio (He). La afirmación

b) Los elementos se distribuyen en filas horizontales, llamadas periodos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

c) El periodo que ocupa un elemento coincide con su primera capa electrónica

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Estaría bien si dijera que el periodo que ocupa un elemento coincide con su última capa electrónica y no la primera como dice.

d) Las columnas de la tabla reciben el nombre de grupos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

e) En un grupo, las propiedades químicas son muy similares

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

f) Todos los elementos del grupo tienen distinto número de electrones en su última capa:

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Debería decir para ser real, que todos los elementos del grupo tienen igual número de electrones en su última capa, por ello es que todos los elementos de un mismo grupo poseen las mismas características y propiedades.

2.4. Metales y no metales

Metales

Los **metales** están situados a la izquierda de la **tabla periódica**, mientras que los **no metales** se encuentran a la derecha.

Según la **regla del octeto**, los átomos tienden a tener en su última capa 8 electrones. Sin embargo, solo unos pocos elementos tienen su configuración electrónica de esta forma: los **gases nobles** o **inertes**, llamados así porque no reaccionan con otros elementos.

Los metales tienen en su última capa pocos electrones. Por ejemplo:

- ✓ El **hierro** tiene en su cuarta capa dos electrones.
- ✓ El **sodio** tiene uno.
- ✓ El **oro** también tiene dos.

Estos elementos tienden a perder esos electrones, quedando cargados positivamente y convirtiéndose en **iones positivos** o **cationes**. A estos elementos se les llama **metales**.

Ejemplos de metales incluyen: **hierro (Fe)**, **oro (Au)**, **cobre (Cu)**, **plomo (Pb)** y **zinc (Zn)**.

No metales

Los **no metales** tienen en su última capa casi 8 electrones, como el **oxígeno**, el **cloro** o el **fósforo**.

Estos elementos tienden a **quitar electrones** de otros átomos hasta adquirir los 8 electrones en su última capa, lo que les otorga **carga negativa** y los convierte en **aniones** o **iones negativos**.

1	1	METALOIDES																NO METALES		2				
1	H																			He				
2	3	4																	5	6	7	8	9	10
	Li	Be																	B	C	N	O	F	Ne
	Litio	Berilio																	Boro	Carbono	Nitrógeno	Oxígeno	Flúor	Neón
3	11	12	METALES																13	14	15	16	17	18
	Na	Mg																	Al	Si	P	S	Cl	Ar
	Sodio	Magnesio																	Aluminio	Silicio	Fósforo	Azufre	Cloro	Argón
4	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr						
	Potasio	Calcio	Escandio	Titanio	Vanadio	Cromo	Manganeso	Hierro	Cobalto	Níquel	Cobre	Cinc	Galio	Germanio	Arsénico	Selenio	Bromo	Criptón						
5	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe						
	Rubidio	Estroncio	Ytrio	Zirconio	Niobio	Volframo	Tecnecio	Rutenio	Rodio	Paladio	Plata	Cadmio	Indio	Estañio	Antimonio	Telurio	Yodo	Xenón						
6	55	56	57	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn						
	Cesio	Bario	Lantano	Hafnio	Tántalo	Volframo	Renio	Osmio	Iridio	Platino	Oro	Mercurio	Talio	Plomo	Bismuto	Polonio	Astato	Radón						
7	87	88	89	104	105	106	107	108	109															
	Fr	Ra	Ac	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt															
	Francio	Radio	Actino	Rutherfordio	Dubnio	Seaborgio	Berio	Hassium	Moscovio															
Lantánidos			6	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71							
				Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu							
				Cerio	Praseodimio	Neodimio	Promecio	Samario	Europio	Gadolinio	Terbio	Dysprosio	Holmio	Erbio	Tulio	Yterbio	Lutecio							
Actínidos			7	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103							
				Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr							
				Torio	Protactinio	Uranio	Neptunio	Plutonio	Americio	Curcio	Berkelio	Californio	Einsteinio	Fermio	Mendelevio	Nobelio	Lavencio							

Imagen 14: metales y no metales. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Principales propiedades de los metales:

- ✓ Casi todos son **sólidos** a temperatura ambiente.
- ✓ Son **buenos conductores** del calor y de la electricidad.

Por otro lado, los **no metales** tienen en su última capa casi 8 electrones, como el **oxígeno**, el **cloro** o el **fósforo**.

Estos elementos tienen tendencia a **quitar electrones** de otros átomos hasta adquirir los 8 electrones en su última capa, lo que les otorga carga negativa y los convierte en **aniones** o **iones negativos**.

Propiedades comunes de los no metales:

- ✓ La mayoría son **líquidos** o **gases** a temperatura ambiente.
- ✓ Son **malos conductores** del calor y de la electricidad.

Ejemplos de no metales incluyen: **cloro (Cl)**, **oxígeno (O)**, **nitrógeno (N)**, **flúor (F)**, **azufre (S)** y **carbono (C)**.

3. Enlace químico. Propiedades de las sustancias

Salvo en el caso de los **gases nobles**, cuyos átomos permanecen normalmente aislados, los átomos de los elementos tienden a **unirse** para formar **moléculas**. De esta manera se construyen todas las sustancias: agua, madera, metales, etc.

Preguntas a considerar:

- ✓ ¿Por qué los átomos tienden a unirse y no permanecen aislados como tales átomos?
- ✓ ¿Por qué un átomo de **cloro** se une a uno de **hidrógeno**, mientras que un átomo de **oxígeno** se combina con dos de hidrógeno, o uno de **nitrógeno** se combina con tres de hidrógeno?
- ✓ ¿Cuál es el **mecanismo** que mantiene unidos los átomos?

La respuesta a todas estas preguntas radica en que los átomos de los elementos tienden a rodearse de **ocho electrones** en su capa o nivel más externo para alcanzar la máxima **estabilidad**. Este comportamiento se conoce como **regla del octeto**.

Para conseguir esa mayor estabilidad, los átomos de los elementos tienden a **ganar, perder o compartir electrones** para alcanzar los ocho electrones en su última capa (o solo dos si su nivel más externo es el primero). Esta mayor estabilidad de las agrupaciones de átomos resultantes es lo que justifica el **enlace químico**.

No todos los enlaces químicos son iguales; hay varias clases de enlace químico, dependiendo de los tipos de átomos que se unen y de si ganan, pierden o comparten electrones para cumplir la regla del octeto.

Los tres tipos de enlace que veremos a continuación son:

- ✓ **Enlace iónico**
- ✓ **Enlace covalente**
- ✓ **Enlace metálico**

3.1. Enlace iónico

Los **metales** tienen tendencia a **perder electrones** porque su última capa tiene muy pocos electrones, mientras que los **no metales** tienden a **capturarlos**.

Cuando un átomo de un metal y uno de un no metal se acercan, el átomo del metal cederá uno o varios electrones al átomo no metálico. El no metal quedará con **carga negativa** y se convertirá en un **anión**, mientras que el átomo de metal, al haber perdido electrones, quedará con **carga positiva** y se convertirá en un **catión**.

Ejemplo: Si un átomo de **flúor** (que tiene 9 electrones: 2-7) se encuentra con un átomo de **sodio** (que tiene 11 electrones: 2-8-1), el sodio cederá su electrón de valencia al flúor. Como resultado, ambos átomos tendrán 8 electrones en su última capa.

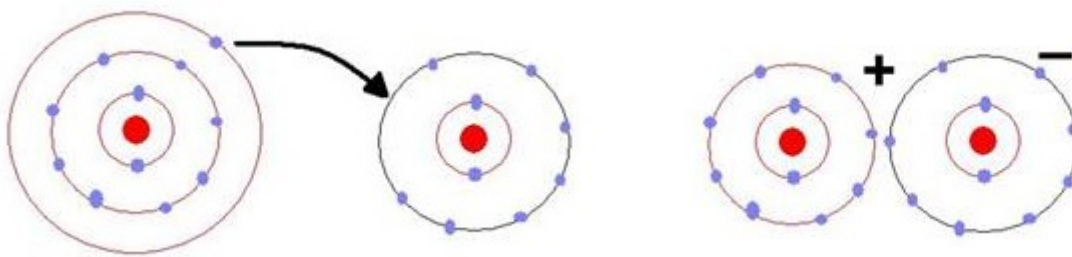


Imagen 15: Enlace iónico. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

El flúor queda cargado negativamente (F^-) y el sodio, positivamente (Na^+).

El proceso fundamental consiste en la **transferencia de electrones entre los átomos (uno da un electrón y el otro lo coge)**, formándose iones de distinto signo que se atraen.

Este proceso tiene lugar en otros muchos átomos de cada elemento, de modo que los iones formados se colocan ordenadamente constituyendo **redes cristalinas**.

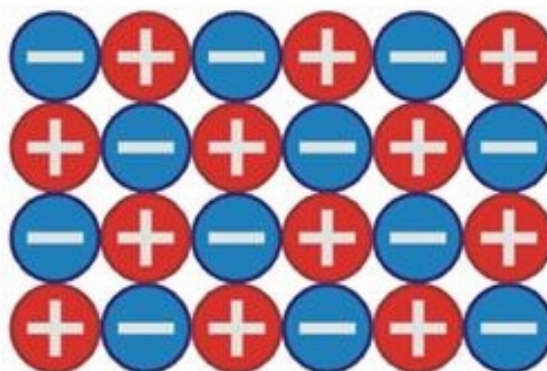


Imagen 16: Cristal iónico. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

El **enlace iónico** tiene lugar entre metales y no metales. La fuerza eléctrica es fuerte y de gran alcance, por lo que las sustancias que se forman mediante enlace iónico serán **duras** y tendrán un **punto de fusión** alto, siendo generalmente **sólidos**. Sin embargo, si se golpean, pueden

romperse con facilidad, ya que al moverse los iones, se enfrentarán a iones de igual carga, que se repelen, rompiendo el cristal. Por esta razón, son sustancias **frágiles**.

Ejemplo Resuelto:

Veamos cómo se realiza el enlace entre el **calcio** y dos átomos de **flúor** para dar la **fluorita** (CaF_2).

1. Átomos y electrones:

Átomo	Capa K	Capa L	Capa M	Capa N	Electrones de valencia
Calcio	2	8	8	2	2
Flúor	2	7			7

El calcio posee **dos electrones de valencia** y, al ser un metal, se convertirá en un **catión** (Ca^{2+} o Ca^{2+}) para llenar su última capa, cediendo esos dos electrones de valencia. Por el contrario, el flúor, siendo un no metal, tiene tendencia a ganar un electrón y convertirse en un **anión** (F^- o F^-), alcanzando así la misma configuración electrónica que el gas noble más próximo, lo que lo hace muy estable.

2. **Fórmula del compuesto:** La fórmula del compuesto CaF_2 indica que con el calcio se unen **dos átomos de flúor**. Esto significa que, para compensar las dos cargas positivas del calcio, necesitamos dos cargas negativas, una de cada uno de los flúor. El calcio cede cada uno de sus electrones a cada uno de los flúor, quedando el calcio con **dos cargas positivas** y cada flúor con **una carga negativa**.



Pregunta Verdadero-Falso

22) Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

Los átomos de los elementos tienden a rodearse de **ocho electrones** en el **nivel más externo** para adquirir la máxima estabilidad

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

Los metales tienen tendencia a ganar electrones, porque su última capa tiene muy pocos electrones, así tienen más

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa, los metales tienen tendencia a perder electrones, ya que en su última capa tienen pocos y estos son muy inestables, por ello se ceden y quedan como cationes, cargados positivamente, con la misma configuración que el gas noble anterior, con la última capa llena.

Los no metales tienen tendencia a capturar electrones para completar su última capa y parecerse al gas noble más próximo

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

El enlace iónico está formado por un metal y un no metal, es decir, por un catión y un anión.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

Las sustancias que se forman mediante enlace iónico serán blandas y con un punto de fusión bajo, serán líquidos

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa, los compuestos iónicos son duros, con puntos de fusión elevados y por tanto son sólidos. La fuerza eléctrica entre cationes y aniones es muy fuerte

3.2. Enlace covalente

Si los **átomos** que se enfrentan son ambos **electronegativos** (no metales), ninguno de los dos cederá electrones. Una manera de adquirir la **configuración** de gas noble en su última capa es permanecer juntos para **compartir electrones**, formando así un **enlace covalente**.

En el enlace covalente, los átomos se unen de dos en dos, compartiendo **dos, cuatro o seis electrones**, recibiendo el nombre de **enlace simple, enlace doble o enlace triple**. Cuanto mayor sea el número de electrones compartidos, mayor será la **fortaleza** del enlace.

Para representar el enlace covalente, se utilizan las llamadas **estructuras de Lewis**. Vamos a ver un ejemplo:

Se escribe el símbolo del elemento y alrededor de él sus **electrones de valencia** (última capa).

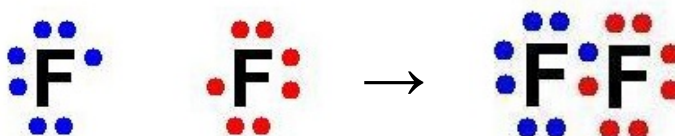


Imagen 17: Enlace covalente. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

En el ejemplo, podemos observar cómo a cada uno de los átomos de **flúor** le falta un electrón para tener 8 en su capa de valencia. Para conseguirlo, comparten una pareja de electrones (procedentes uno de cada átomo), logrando así la estructura de gas noble. Los electrones compartidos son los que forman el enlace.

Algunos ejemplos de enlaces covalentes son **Cl₂**, **O₂** y **N₂**.

Enlace en Cloro

La forma en que se lleva a cabo el enlace en el **cloro** es similar al del flúor, ya que ambos pertenecen al mismo grupo y tienen el mismo número de electrones en su capa de valencia, **7**. Por lo tanto, necesitan compartir un electrón cada uno para tener **8** y alcanzar la estabilidad del gas noble más cercano. Si cada uno de los cloros comparte su último electrón con el otro cloro, ambos quedan rodeados por 8 electrones y unidos por un enlace covalente.

Enlace en Oxígeno

En el caso de la molécula de **oxígeno**, está formada por dos átomos de oxígeno. Como cada uno solo tiene **6 electrones** en su capa de valencia, necesita **2 electrones más** para tener los 8 electrones y lograr una configuración estable. Si cada átomo de oxígeno aporta un par de electrones al enlace, este quedará formado por **4 electrones** (dos pares), y cada uno de los átomos de oxígeno quedará rodeado de 8 electrones, formando así el enlace. Es por ello que el

oxígeno se encuentra normalmente en forma molecular, es decir, como O_2 , porque es más estable compartir electrones que tener la capa de valencia con solo 6 electrones.

Enlace en Nitrógeno

En la molécula de **nitrógeno** ocurre algo similar. Cada átomo de nitrógeno tiene **5 electrones** en su capa de valencia, necesitando **3 electrones más** para alcanzar su estabilidad. Cuando dos átomos de nitrógeno se unen para formar un enlace, cada átomo de nitrógeno aporta **3 electrones** al enlace, que estará formado por **6 electrones** (tres pares). Esto, más los **2 electrones** que le quedan a cada uno de los nitrógenos, hace un total de **8 electrones** alrededor de cada uno de los átomos de nitrógeno.

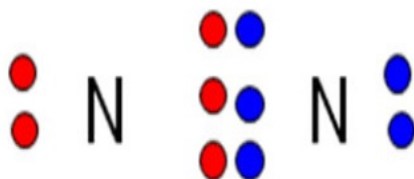
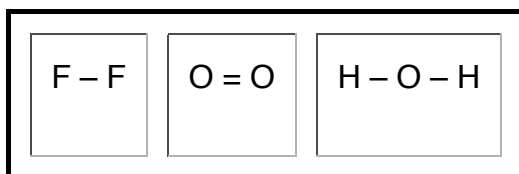


Imagen 18: Enlace del nitrógeno.
Fuente: materiales virtuales
ESPA. Autor: Desconocido.
Licencia: Desconocida.

Para simplificar la escritura, los electrones de enlace (cada par de electrones compartidos) se representan por una raya entre ambos átomos:



El proceso fundamental en el **enlace covalente** es la **compartición de electrones**. Los átomos permanecen juntos para poder compartir estos electrones.

Cuando los átomos se unen mediante este tipo de enlace, se forman nuevas entidades llamadas **moléculas**.

Las moléculas (y las sustancias que estas forman) se representan habitualmente mediante **fórmulas químicas**. En una fórmula química, se escriben los símbolos de los elementos que componen la molécula, añadiendo números que indican el número de átomos de cada elemento involucrado. Así, en los ejemplos anteriores, las fórmulas de cada sustancia serían:

- ✔ **Flúor:** F_2 (dos átomos de flúor)
- ✔ **Oxígeno:** O_2 (dos átomos de oxígeno)
- ✔ **Agua:** H_2O (dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno)

En el enlace covalente, aunque los átomos se unen con fuerza, las moléculas apenas se unen entre sí, lo que permite que se separen con facilidad. Por lo tanto, los compuestos formados por enlace covalente suelen ser **blandos**, y su **punto de fusión** y **ebullición** son bajos. La mayoría de estos compuestos son **gases** a temperatura ambiente.

En el agua, los átomos se unen mediante enlaces simples: $H-O-H$.

En el **dióxido de carbono**, se forman **enlaces dobles** (se comparten dos parejas de electrones): $O = C = O$.

También se dan uniones con **enlaces triples**, como en el **cianuro de hidrógeno**: $H-C \equiv N$.



Pregunta Verdadero-Falso

23) Para entender bien el enlace covalente, identifica cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

El enlace covalente se da entre elementos de la zona derecha de la tabla periódica, entre no metales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

La cesión de electrones de un átomo a otro es propia del enlace covalente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa, en el enlace covalente no se ceden electrones, se comparten.

En el enlace covalente los átomos se unen mediante la formación de iones, uno positivo y uno negativo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa, los átomos en el enlace covalente se unen por la compartición de electrones.

En el enlace covalente cuanto mayor sea el número de electrones compartidos, mayor será la fortaleza del enlace.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

El proceso fundamental en este tipo de enlace es la compartición de electrones.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera

Los compuestos formados por enlace covalente serán duros. La mayoría serán sólidos a temperatura ambiente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa, los compuestos covalentes son blandos y gases normalmente a temperatura ambiente, es debido a que la unión entre moléculas es más débil que entre átomos.

3.3. Enlace metálico

Los **metales**, que tienen pocos electrones en su última capa, tienden a **liberar** esos electrones. Si se encuentran con un átomo de **no metal**, le cederán los electrones sobrantes y formarán un **enlace iónico**.

Si no hay átomos no metálicos presentes, los metales liberan sus electrones y forman una estructura de **cationes**, rodeados por una **nube de electrones** que mantiene unidos a los cationes. Es decir, los electrones son compartidos por todos los núcleos. Cuantos más electrones haya en la nube, es decir, cuanto más a la derecha de la tabla se encuentre el metal, mayor será la **fuerza** del enlace **metálico**.



Imagen 19: Enlace metálico. Fuente: materiales virtuales ESPA. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Los metales serán **duros**, especialmente cuanto más a la derecha de la tabla se sitúe el metal. Como no hay aniones, no se romperán con facilidad, lo que los hace **tenaces**. La existencia de la nube de electrones permite que los metales conduzcan **electricidad**, que es la propiedad más característica de los metales y de los compuestos con enlace metálico: son **buenos conductores** del calor y de la electricidad.



Pregunta Verdadero-Falso

24) Para entender bien el enlace metálico, identifica cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

Los metales tienen tendencia a liberar electrones. Si se encuentran con un átomo de no metal le cederán los electrones sobrantes y formarán un enlace iónico

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

El enlace metálico se da entre metales y no metales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa, el enlace metálico se da entre metales solamente.

El enlace metálico se forma por metales que liberan sus electrones y forman una estructura de cationes, rodeados por una nube de electrones liberados que mantienen unidos los cationes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

En el enlace metálico los electrones son compartidos por todos los núcleos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

La existencia de la nube de electrones hace que sean muy buenos aislantes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falsa ya que los metales debido a la nube de electrones libres una de sus propiedades más característica es que son buenos conductores de la electricidad.



Pregunta de Selección Múltiple

25) De los siguientes ejemplos, ¿Cuáles poseen enlaces metálicos?

☐ a) Un tenedor de acero.

☐ b) Una cuchara de madera.

☐ c) Una botella de plástico.

☐ d) Un hilo de cobre.

☐ e) Un folio de papel.

☐ f) Una bolsa de plástico.

☐ g) Un taburete de aluminio.

☐ h) Una servilleta de papel.

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Correcto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Correcto
5. Incorrecto
6. Incorrecto
7. Correcto
8. Incorrecto

4. Elementos y compuestos importantes

Los **elementos químicos** están formados por un solo tipo de **átomos**, mientras que los **compuestos** se forman por la unión de átomos de varios elementos.

Un ejemplo de elemento es el **hidrógeno** o el **oxígeno**, que se presentan en forma de **moléculas**. Estas moléculas se representan mediante **fórmulas químicas**, donde aparecen los símbolos de los elementos presentes, junto con subíndices que indican el número de átomos de ese elemento que forman parte de la molécula. En los casos mencionados, las fórmulas son: H_2 y O_2 .

Un ejemplo de compuesto es el **agua**, cuya fórmula es H_2O , lo que indica que la molécula de agua está formada por **dos átomos de hidrógeno** y **uno de oxígeno**.



Autoevaluación

Los compuestos están formados por un solo tipo de átomos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. (Los compuestos se forman por la unión de átomos de varios elementos.)

La fórmula química del agua es H_2O , lo que indica que contiene dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadero. (La fórmula H_2O representa efectivamente dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno en la molécula de agua.)

4.1. Átomos y moléculas

Todas las **sustancias** están formadas por **átomos**, pero no todas están formadas por **moléculas**.

Los átomos se representan mediante un **símbolo químico** y sus características son su **número atómico** y su **número másico**, que ya hemos visto en apartados anteriores.

Las moléculas se representan por **fórmulas químicas** y pueden contener un solo elemento o varios. Los átomos se unen mediante **enlaces covalentes** para formar las moléculas.

Veamos algunos **elementos químicos** que tienen gran importancia para los seres vivos:

- ✓ **El oxígeno (O)** interviene en la respiración de todos los seres vivos y hace posible la vida en nuestro planeta.
- ✓ **El carbono (C)** forma parte de todas las células de los seres vivos.
- ✓ **El calcio (Ca)** es fundamental para el desarrollo de los huesos, proporcionando solidez y resistencia.
- ✓ **El sodio (Na)**, el **potasio (K)** y el **cloro (Cl)** son indispensables para el funcionamiento de las **células nerviosas**.
- ✓ **El yodo (I)** regula importantes funciones en los seres vivos. Aunque se necesita en cantidades muy pequeñas, su ausencia puede alterar el funcionamiento de todo el organismo.

Otros elementos importantes son:

- ✓ **El hierro (Fe)**, un metal de gran importancia industrial para la fabricación de diferentes utensilios. También se encuentra en la **hemoglobina** de la sangre.
- ✓ **El aluminio (Al)**, utilizado en la fabricación de utensilios de cocina, así como en **arquitectura** y **aeronáutica**.

4.2. Masa atómica y masa molecular

La **masa atómica** es la masa de un átomo. También se la conoce como **peso atómico**, aunque es más correcto referirse a ella como masa atómica. Coincide aproximadamente con el **número másico** y se mide en **unidades de masa atómica** (u).

1 u es aproximadamente la masa de un **protón** o la de un **neutrón**. La masa de un **electrón** es unas **2000 veces menor**, por lo que no se tiene en cuenta en el cálculo de la masa atómica.

La **masa molecular** es la masa de una molécula y se calcula sumando las masas de todos sus átomos. También se mide en "u".

Ejemplos:

- ✓ **Masa atómica del H:** 1 u (un átomo de hidrógeno tiene 1 protón solamente).
- ✓ **Masa molecular del hidrógeno (H_2):** $2 \cdot 1 = 2$ u.
- ✓ **Masa atómica del O:** 16 u (un átomo de oxígeno tiene 8 protones y 8 neutrones).
- ✓ **Masa molecular del oxígeno (O_2):** $2 \cdot 16 = 32$ u
- ✓ **Masa molecular del agua (H_2O):** $2 \cdot 1 + 16 = 18$ u



Autoevaluación

La masa atómica de un átomo se mide en unidades de masa atómica (u) y coincide aproximadamente con su número atómico.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. (La masa atómica coincide aproximadamente con el número másico, no con el número atómico.)

La masa molecular del agua (H_2O) es 18 u, lo que indica que está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadero. (La fórmula $\text{H}_2\text{OH}_2\text{OH}_2\text{O}$ representa efectivamente dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, y su masa molecular es 18 u.)

4.3. Materia inorgánica

Tradicionalmente, se clasifica la **materia** en **inorgánica** y **orgánica**. Se consideran compuestos inorgánicos aquellos que no son fabricados por los seres vivos, mientras que los compuestos orgánicos sí lo son.

Compuestos inorgánicos más importantes:

- ✓ **Agua** (H_2O): Fundamental para la vida.
- ✓ **Dióxido de carbono** (CO_2): Gas que se origina en todas las combustiones y en la respiración de los seres vivos. Se encuentra en la atmósfera y es captado por las plantas para la **fotosíntesis**. Forma con el agua el **ácido carbónico** (H_2CO_3), presente en todas las bebidas carbónicas.
- ✓ **Agua oxigenada o peróxido de hidrógeno** (H_2O_2): Desinfectante y blanqueante.
- ✓ **Amoníaco** (NH_3): Utilizado para fabricar abonos y como producto de limpieza.
- ✓ **Metano** (CH_4): Principal componente del **gas natural**.
- ✓ **Hidróxido de sodio** ($NaOH$): También conocido como "sosa cáustica". Es un sólido muy corrosivo y peligroso, altamente soluble en agua, y puede causar quemaduras en la piel.
- ✓ **Hidróxido de potasio** (KOH): Conocido como "potasa". Es un sólido muy soluble en agua y peligroso, similar al hidróxido de sodio.
- ✓ **Ácido clorhídrico** (HCl): Un ácido fuerte, muy utilizado en los laboratorios.
- ✓ **Ácido sulfúrico** (H_2SO_4): Líquido muy importante en laboratorios e industria. Origina sales llamadas **sulfatos**.
- ✓ **Cloruro de sodio** ($NaCl$): Es la **sal común**. De él se obtienen los elementos **cloro** y **sodio**.



Debes conocer

Compuestos inorgánicos de uso común en casa:

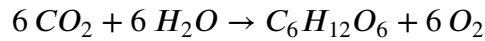
- HCl** (ácido clorhídrico): En disolución, es lo que llamamos **salfuman**.
- I₂** (yodo): En disolución y con otros componentes, se usa como desinfectante de heridas.
- NaCl** (sal común): Usada en cocina.

- d. **Al** (aluminio): En forma de fina lámina, conocido como **papel aluminio**.
- e. **H₂O**: El agua que bebemos.
- f. **H₂O₂**: Agua oxigenada, un desinfectante.
- g. **NH₃**: Amoníaco, utilizado en casa para limpiar.
- h. **NaOH** (sosa o hidróxido de sodio): Usada para hacer jabón casero con el aceite que sobra en la cocina, entre otros usos.
- i. **H₂SO₄**: Ácido sulfúrico, un gran deshidratante, muy peligroso. Las baterías de los coches lo contienen para su buen funcionamiento.
- j. **NaClO** (hipoclorito de sodio): En disolución, es la **lejía** que se usa para la limpieza.

4.4. Materia orgánica

Como **compuestos orgánicos**, podemos destacar los siguientes:

- ✓ **La glucosa** ($C_6H_{12}O_6$), que es sintetizada por los organismos **autótrofos** (como las plantas) durante la **fotosíntesis**, según la reacción:



- ✓ **El almidón**, producido por las células vegetales.
- ✓ **Los ácidos nucleicos** (ADN y ARN), presentes en todas las células y responsables de las **divisiones celulares** y de la **síntesis de proteínas**.
- ✓ **Los aminoácidos**, que forman las proteínas, y los **ácidos grasos**, que también componen los **lípidos**.

Todos ellos tienen fórmulas bastante complejas, razón por la cual no se reproducen aquí.



Reflexiona

¿Cómo influye la estructura química de la glucosa en su función como fuente de energía para los organismos autótrofos y heterótrofos?

Mostrar retroalimentación

La glucosa ($C_6H_{12}O_6$) es una molécula central en la bioquímica de los seres vivos, ya que es una de las principales fuentes de energía. Su estructura química le permite ser fácilmente metabolizada por las células, tanto en organismos autótrofos (que la sintetizan durante la fotosíntesis) como en heterótrofos (que la obtienen a través de la alimentación).

Entender cómo esta estructura se convierte en energía a través de procesos como la **respiración celular** puede revelar la importancia de la glucosa en la cadena alimentaria y su rol en el ciclo de la vida.

Licencia: licencia propietaria

Tema 7. La naturaleza eléctrica de la materia. Cicuitos y operadores electronicos. El ahorro y la eficiencia energetica como base para un desarrollo sostenible energeticamente.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

1. La Naturaleza Eléctrica de la Materia.

La materia que nos rodea, desde los objetos cotidianos hasta los componentes más lejanos del universo, está compuesta por átomos y moléculas que poseen propiedades eléctricas intrínsecas. Comprender la **naturaleza eléctrica de la materia** es fundamental para explicar una amplia gama de fenómenos físicos y químicos, así como para desarrollar tecnologías que aprovechen estas propiedades en beneficio de la sociedad.

En el núcleo de este concepto se encuentra la estructura atómica. Los átomos están formados por partículas subatómicas: **protones** con carga positiva, **neutrones** sin carga eléctrica y **electrones** con carga negativa. La interacción entre estas cargas es la base de los fenómenos eléctricos y magnéticos. Los electrones, al estar en las capas externas del átomo, pueden ser transferidos o compartidos entre átomos, lo que genera enlaces químicos y permite la conductividad eléctrica en ciertos materiales.



[freepik](#). ACT_01 (CC BY-NC-SA)

Las propiedades eléctricas de los materiales determinan su comportamiento como **conductores**, **aislantes** o **semiconductores**. Los conductores, como los metales, permiten el flujo libre de electrones y, por tanto, la corriente eléctrica. Los aislantes, como el plástico o la madera, impiden este flujo. Los semiconductores, como el silicio, tienen propiedades intermedias y son esenciales en la fabricación de componentes electrónicos como transistores y diodos.

El estudio de la naturaleza eléctrica de la materia no solo es esencial para la física y la química, sino que también tiene implicaciones directas en campos como la electrónica, la ingeniería eléctrica y las tecnologías de la información. Al profundizar en este tema, podemos entender cómo manipular las propiedades de los materiales para crear circuitos y dispositivos electrónicos más eficientes, contribuyendo al avance tecnológico y al desarrollo sostenible.

En un mundo cada vez más dependiente de la energía y la tecnología, el conocimiento de cómo la electricidad interactúa con la materia nos permite innovar en la generación, distribución y uso eficiente de la energía. Esto es clave para enfrentar los desafíos energéticos actuales y promover prácticas sostenibles que beneficien al medio ambiente y a las futuras generaciones.



Debes conocer

Estructura Atómica y Carga Eléctrica: Los átomos están formados por protones, neutrones y electrones. La interacción entre estas partículas cargadas es la base de los fenómenos eléctricos y magnéticos.

Clasificación de Materiales: Según sus propiedades eléctricas, los materiales se dividen en conductores (permiten el flujo de electrones), aislantes (impiden el flujo) y semiconductores (tienen propiedades intermedias, esenciales en la electrónica).

Aplicaciones Tecnológicas: El conocimiento de la naturaleza eléctrica de la materia es clave en campos como la electrónica y la ingeniería eléctrica, permitiendo el desarrollo de dispositivos y circuitos eficientes.

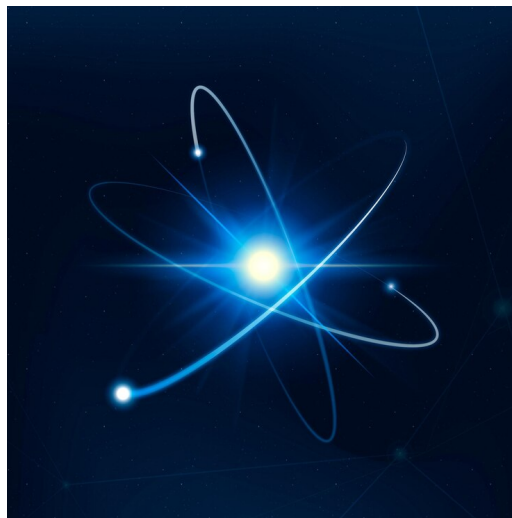
Sostenibilidad e Innovación: Comprender la interacción entre electricidad y materia permite innovar en el uso eficiente de la energía, contribuyendo a enfrentar desafíos energéticos y promoviendo el desarrollo sostenible.

1.1. Estructura Atómica y Carga Eléctrica.

La **estructura atómica** es esencial para entender la naturaleza eléctrica de la materia. Un átomo está compuesto por tres tipos de partículas subatómicas:

- ✓ **Protones:** Partículas con carga eléctrica positiva (+1), ubicadas en el núcleo del átomo.
- ✓ **Neutrones:** Partículas sin carga eléctrica (neutras), también presentes en el núcleo.
- ✓ **Electrones:** Partículas con carga eléctrica negativa (-1), que orbitan alrededor del núcleo en niveles de energía o capas electrónicas.

En un átomo neutro, el número de protones es igual al número de electrones, lo que resulta en una carga eléctrica neta de cero.



[freepik](#). ACT_02 (CC BY-NC-SA)

Iones: Átomos con Carga Eléctrica Neta

Cuando un átomo gana o pierde electrones, se convierte en un **ión**:

- ✓ **Catión:** Si pierde uno o más electrones, adquiere una carga neta positiva.
- ✓ **Anión:** Si gana uno o más electrones, adquiere una carga neta negativa.

Los iones son fundamentales en procesos químicos y en la conducción eléctrica en soluciones.

Conductores, Aislantes y Semiconductores

La capacidad de los materiales para conducir electricidad depende de la movilidad de sus electrones:

- ✓ **Conductores:** Materiales, como los metales, que permiten el flujo libre de electrones debido a sus electrones de valencia débilmente ligados.
- ✓ **Aislantes:** Materiales que impiden el movimiento de electrones, ya que estos están

fuertemente ligados al núcleo (por ejemplo, plástico, vidrio).

- ✓ **Semiconductores:** Materiales con propiedades intermedias; su conductividad puede modificarse mediante impurezas o cambios físicos (silicio, germanio).

Corriente Eléctrica y Ley de Ohm

La **corriente eléctrica** es el flujo ordenado de electrones a través de un conductor, provocado por una diferencia de potencial eléctrico (voltaje):

- ✓ **Ley de Ohm:** Relaciona voltaje (**V**), corriente (**I**) y resistencia (**R**):

$$V = I \cdot R \quad R = V/I$$

- ✓ **Resistencia eléctrica:** Depende del material, la longitud y el área de la sección transversal del conductor.

Importancia en la Tecnología

La comprensión de la estructura atómica y la carga eléctrica es crucial para:

- ✓ **Electrónica:** Desarrollo de dispositivos como transistores y circuitos integrados.
- ✓ **Electricidad:** Generación y distribución de energía eléctrica.
- ✓ **Ciencias:** Avances en química, física y biología relacionadas con procesos eléctricos.



Autoevaluación

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta sobre los iones en la estructura atómica?

- ☐ Un átomo que gana electrones se convierte en un catión, adquiriendo una carga positiva.
- ☐ Un átomo que pierde electrones se convierte en un catión, adquiriendo una carga positiva.
- ☐ Un átomo que pierde electrones se convierte en un anión, adquiriendo una carga negativa.
- ☐ Un átomo que gana electrones se convierte en un anión, adquiriendo una carga positiva.

Incorrecto. Cuando un átomo gana electrones, adquiere una carga neta negativa, convirtiéndose en un anión, no en un catión.

Correcto. Si un átomo pierde electrones, adquiere una carga positiva y se convierte en un catión.

Incorrecto. Un átomo que pierde electrones adquiere carga positiva, convirtiéndose en un catión, no en un anión.

Incorrecto. Cuando un átomo gana electrones, adquiere una carga negativa y se convierte en un anión, no en un catión.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

1.2. Conductores y Aislantes.

Los **conductores y aislantes** son materiales esenciales en electricidad y electrónica. Los conductores permiten el libre flujo de corriente eléctrica, mientras que los aislantes impiden su paso. Esta diferencia es clave para diseñar circuitos seguros y funcionales, ya que el uso adecuado de ambos materiales permite dirigir la electricidad de forma controlada y proteger tanto los dispositivos como a las personas.



[freepik](#). ACT_03 (CC BY-NC-SA)

Conductores

Los **conductores** permiten el libre movimiento de electrones debido a que sus electrones de valencia están débilmente ligados al núcleo. Esto facilita el flujo de corriente eléctrica.

- ✓ **Ejemplos:** Metales como el cobre, aluminio y plata.
- ✓ **Propiedades:** Alta conductividad y baja resistividad, lo que los hace ideales para cables y componentes electrónicos.
- ✓ **Aplicación:** El cobre se usa en cables eléctricos debido a su alta eficiencia en la transmisión de electricidad.

Aislantes

Los **aislantes** impiden el movimiento de electrones porque sus electrones están firmemente ligados a los átomos, haciendo difícil el flujo de corriente.

- ✓ **Ejemplos:** Plásticos, vidrio, y madera.
- ✓ **Propiedades:** Alta resistividad y baja conductividad.
- ✓ **Aplicación:** El plástico recubre los cables eléctricos para evitar fugas de corriente y proteger contra descargas.

Importancia en Tecnología y Seguridad

Los **conductores y aislantes** son clave para controlar el flujo de electricidad en sistemas eléctricos, garantizando seguridad y eficiencia al permitir o bloquear el paso de corriente según sea necesario.

- ✓ **Dispositivos eléctricos:** Los conductores y aislantes se utilizan en el diseño de circuitos para guiar y controlar el flujo de corriente.
- ✓ **Seguridad eléctrica:** Los materiales aislantes protegen contra accidentes eléctricos, garantizando la seguridad en el uso de dispositivos eléctricos.

Conocer estas propiedades es esencial para el diseño y la seguridad en sistemas eléctricos y electrónicos.



Ejercicio Resuelto

Un ingeniero necesita diseñar un cable eléctrico que transporte corriente de forma segura y eficiente para un sistema de iluminación en un edificio. Para ello, debe seleccionar un material conductor adecuado para el núcleo del cable y un material aislante para su recubrimiento. Basándose en las propiedades de los conductores y aislantes, responde lo siguiente:

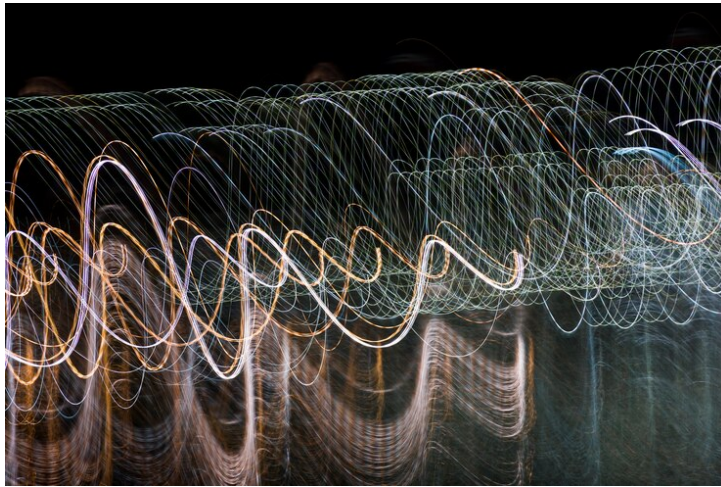
1. ¿Qué material podría utilizar para el conductor y por qué?
2. ¿Qué material podría utilizar para el aislante y por qué?

Mostrar retroalimentación

1. **Material sugerido:** Cobre. **Razón:** El cobre es un excelente conductor de electricidad debido a su alta conductividad y baja resistividad. Estas propiedades permiten que el cobre transporte corriente eléctrica de manera eficiente, minimizando la pérdida de energía en forma de calor. Además, el cobre es maleable y relativamente económico, lo cual lo hace ideal para cables eléctricos en aplicaciones residenciales e industriales.
2. **Material sugerido:** Plástico. **Razón:** El plástico es un buen aislante porque tiene alta resistividad, lo cual impide el paso de la corriente eléctrica. Esto protege contra posibles fugas de corriente y reduce el riesgo de descargas eléctricas al manipular el cable. Además, el plástico es flexible, lo que facilita el recubrimiento del cable y mejora la seguridad general del sistema de iluminación.

1.3. Fenómenos Eléctricos Básicos.

Los **fenómenos eléctricos básicos** son fundamentales para entender cómo interactúan las cargas eléctricas en un sistema. Estos fenómenos incluyen procesos como la electrización, las fuerzas entre cargas, el campo eléctrico y el potencial eléctrico, todos esenciales para comprender el comportamiento de la electricidad. A través de estos conceptos, podemos explicar cómo se generan y distribuyen las cargas en materiales, cómo se transmiten las fuerzas eléctricas y cómo se desarrolla la corriente en los circuitos. El estudio de estos fenómenos básicos es la base de la electricidad y la electrónica, aplicable en tecnologías que van desde simples dispositivos hasta complejas redes de energía.



[freepik](#). ACT_04 (CC BY-NC-SA)

Electrización

La **electrización** ocurre cuando un objeto adquiere carga eléctrica al ganar o perder electrones. Existen tres formas de electrización:

- ✓ **Por frotamiento:** Dos materiales diferentes, al frotarse, intercambian electrones, creando cargas opuestas.
- ✓ **Por contacto:** Al tocar un objeto cargado, otro objeto puede adquirir la misma carga.
- ✓ **Por inducción:** Un objeto cargado induce una distribución de cargas en un objeto cercano sin tocarlo.

Estos mecanismos explican fenómenos cotidianos como la electricidad estática.

Ley de Coulomb

La **ley de Coulomb** describe la fuerza entre dos cargas eléctricas. Esta fuerza es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas:

$$F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

$$F = k r^2 |q_1 \cdot q_2|$$

Las cargas iguales se repelen y las opuestas se atraen, principio básico en la interacción de cargas.

Campo y Potencial Eléctrico

- ✓ **Campo eléctrico:** Es la influencia que una carga genera alrededor de sí misma, capaz de ejercer fuerzas sobre otras cargas en su proximidad.
- ✓ **Potencial eléctrico:** Mide la energía necesaria para mover una carga en un campo eléctrico, y su diferencia genera flujo de corriente en circuitos.

Estos conceptos son clave para el funcionamiento de dispositivos eléctricos y electrónicos, ya que describen cómo se mueven y afectan las cargas en diferentes contextos.



Autoevaluación

Si se frotan dos materiales diferentes, como un peine de plástico y un trozo de tela, ¿qué fenómeno eléctrico ocurre y cuál será el resultado?

- ☐ Electrización por contacto; ambos objetos se cargarán de la misma manera.
- ☐ Electrización por inducción; el peine se carga sin tocar la tela.
- ☐ Electrización por frotamiento; los objetos se cargarán con cargas opuestas.
- ☐ Ley de Coulomb; se producirá una fuerza entre ambos objetos según sus masas.

Incorrecto. En la electrización por contacto, un objeto cargado transfiere su carga a otro al tocarlo, pero en este caso los objetos se cargan al frotarse.

Incorrecto. La electrización por inducción ocurre sin contacto entre objetos; en este caso, hay contacto y frotamiento entre el peine y la tela.

Correcto. Al frotar el peine de plástico contra la tela, se produce una electrización por frotamiento, intercambiando electrones y creando cargas opuestas en ambos objetos.

Incorrecto. La ley de Coulomb describe la fuerza entre dos cargas, pero no explica el proceso de electrización que ocurre en este ejemplo.

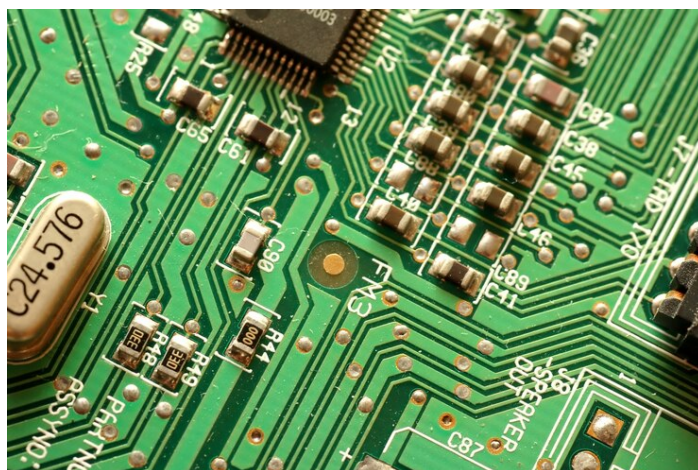
Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

2. Circuitos y Operadores Electrónicos.

Los **circuitos y operadores electrónicos** son componentes esenciales en la tecnología moderna, presentes en dispositivos y sistemas que utilizamos a diario, como computadoras, teléfonos móviles, electrodomésticos y automóviles. Un **circuito** es un camino cerrado por el que fluye la corriente eléctrica, diseñado para cumplir una función específica mediante la combinación de diversos componentes, como resistencias, capacitores, inductores y semiconductores.

Los **operadores electrónicos**, como los amplificadores operacionales, los filtros y los osciladores, son elementos que manipulan la señal eléctrica dentro de un circuito, permitiendo tareas avanzadas como el procesamiento de señales, la amplificación de voltaje y la generación de frecuencias. Estos operadores son cruciales para el funcionamiento de sistemas electrónicos complejos, desde la transmisión de información en telecomunicaciones hasta el control en automatización industrial.



[freepik](#). ACT_05 (CC BY-NC-SA)

El estudio de los circuitos y operadores electrónicos permite entender cómo se controla y aprovecha la electricidad para realizar tareas específicas. Este conocimiento es esencial no solo para el diseño de dispositivos, sino también para optimizar el consumo de energía y mejorar la eficiencia de los sistemas, contribuyendo así a un desarrollo tecnológico sostenible.



Debes conocer

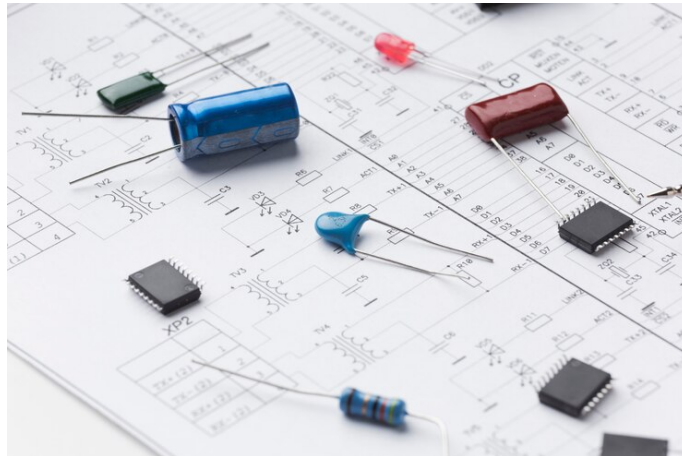
1. **Definición de Circuito:** Un circuito es un camino cerrado por el cual fluye la corriente eléctrica, combinando componentes como resistencias, capacitores e inductores para cumplir funciones específicas en los dispositivos.
2. **Operadores Electrónicos:** Los operadores electrónicos, como amplificadores, filtros y osciladores, son elementos que manipulan señales eléctricas dentro de

los circuitos, permitiendo amplificación, filtrado y generación de frecuencias.

3. **Aplicación Práctica:** Los circuitos y operadores electrónicos son esenciales en tecnologías modernas como computadoras, teléfonos y sistemas industriales, apoyando el procesamiento de información y el control automático.
4. **Impacto en la Eficiencia Energética:** Conocer los circuitos y operadores electrónicos es clave para optimizar el consumo energético y mejorar la eficiencia de los sistemas, impulsando el desarrollo sostenible en tecnología.

2.1. Componentes Básicos de los Circuitos.

Los **componentes básicos de los circuitos** son elementos esenciales que permiten controlar y dirigir el flujo de corriente eléctrica. Componentes como resistencias, capacitores, inductores, diodos y transistores desempeñan funciones clave, desde limitar la corriente hasta almacenar y amplificar señales. Estos elementos forman la base de los circuitos eléctricos y electrónicos, haciendo posible el funcionamiento de dispositivos en aplicaciones domésticas, comerciales e industriales.



[freepik](#). ACT_06 (CC BY-NC-SA)

Resistencias

Las **resistencias** limitan la corriente en un circuito, controlando el voltaje y disipando energía en forma de calor.

- ✓ **Unidad:** Ohmios (Ω).
- ✓ **Aplicaciones:** Regulación de corriente y división de voltaje.
- ✓ **Ley de Ohm:** $V = I \cdot R$ y $P = I^2 \cdot R$.

Capacitores

Los **capacitores** almacenan energía temporalmente en un campo eléctrico y la liberan según la necesidad del circuito.

- ✓ **Unidad:** Faradios (F).
- ✓ **Aplicaciones:** Filtrado de señales, estabilización de voltaje y almacenamiento de energía.

Inductores

Los **inductores** almacenan energía en un campo magnético cuando fluye corriente y la liberan

cuando cambia la corriente.

- ✓ **Unidad:** Henrios (H).
- ✓ **Aplicaciones:** Filtración de alta frecuencia, control de corriente y sintonización en circuitos de radio.

Diodos

Los **diodos** permiten que la corriente fluya en una sola dirección, bloqueándola en sentido contrario.

- ✓ **Aplicaciones:** Rectificación de corriente (CA a CC) y protección de polaridad.
- ✓ **Tipos:** LED, diodos Zener (para regulación), y diodos Schottky (baja caída de voltaje).

Transistores

Los **transistores** amplifican o conmutan señales y son esenciales en circuitos digitales y analógicos.

- ✓ **Tipos:** BJT (transistor bipolar) y MOSFET (transistor de efecto de campo).
- ✓ **Aplicaciones:** Amplificación de señales, control de corriente y construcción de puertas lógicas.

Fuentes de Alimentación

Las **fuentes de alimentación** suministran energía al circuito en forma de corriente continua (CC) o alterna (CA).

- ✓ **Aplicaciones:** Alimentación de dispositivos, carga de baterías y suministro de energía estable.
- ✓ **Tipos:** Baterías, adaptadores y fuentes reguladas.

Estos componentes son fundamentales en el diseño y funcionamiento de circuitos eléctricos y electrónicos, permitiendo realizar funciones clave en dispositivos que van desde aplicaciones domésticas hasta tecnología avanzada en telecomunicaciones y control industrial.



Autoevaluación

Los componentes básicos de los circuitos, como resistencias, capacitores y diodos, permiten controlar y dirigir el flujo de corriente eléctrica, siendo esenciales en dispositivos domésticos e industriales.

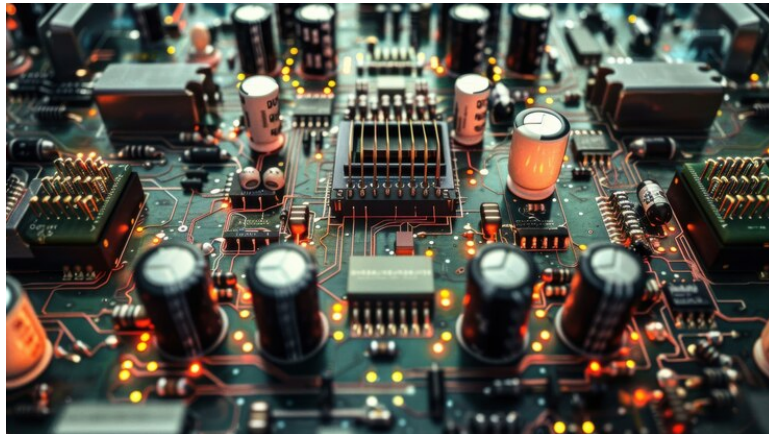
☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los componentes básicos de los circuitos, como resistencias, capacitores, inductores, diodos y transistores, cumplen funciones clave como limitar, almacenar o dirigir la corriente. Gracias a estos elementos, es posible diseñar y operar dispositivos eléctricos y electrónicos en diversas aplicaciones, desde el hogar hasta la industria.

2.2. Operadores Electrónicos Fundamentales.

Los **operadores electrónicos fundamentales** son dispositivos y configuraciones de circuitos que permiten manipular, procesar y modificar señales eléctricas dentro de sistemas electrónicos. Son esenciales para el funcionamiento de aplicaciones que requieren amplificación, filtrado, oscilación y control de señales. Entre los operadores más comunes se encuentran los **amplificadores operacionales**, **filtros electrónicos** y **osciladores**.



[freepik](#). ACT_07 (CC BY-NC-SA)

Amplificadores Operacionales (Op-Amps)

Los **amplificadores operacionales**, conocidos como **Op-Amps**, son circuitos integrados que amplifican la diferencia de voltaje entre dos entradas (entrada inversora y no inversora). Los Op-Amps se utilizan ampliamente debido a su versatilidad y precisión.

- ✓ **Características:** Alta ganancia de voltaje, entrada diferencial y salida de voltaje único.
- ✓ **Aplicaciones:** Amplificación de señales de audio, instrumentación, control de motores y circuitos de procesamiento de señales.
- ✓ **Configuraciones comunes:**
 - ◆ **Amplificador inversor:** La señal se invierte y se amplifica.
 - ◆ **Amplificador no inversor:** Amplifica la señal sin invertirla.
 - ◆ **Seguidor de voltaje:** Igual al voltaje de entrada, pero con baja impedancia de salida, útil para el aislamiento de señales.

Filtros Electrónicos

Los **filtros electrónicos** son circuitos que permiten o bloquean el paso de ciertas frecuencias, manipulando la señal en función de la frecuencia de interés. Pueden ser contruidos con resistencias, capacitores, inductores o amplificadores operacionales.

- ✓ **Tipos de filtros:**
 - ◆ **Pasa bajos:** Permiten el paso de bajas frecuencias y bloquean las altas.

- ◆ **Pasa altos:** Permiten el paso de altas frecuencias y bloquean las bajas.
- ◆ **Pasa banda:** Permiten el paso de un rango específico de frecuencias.
- ◆ **Rechaza banda:** Bloquean un rango específico de frecuencias.
- ✓ **Aplicaciones:** Son muy utilizados en sistemas de audio para eliminar ruido, en radiofrecuencia para seleccionar bandas de frecuencia, y en dispositivos médicos para aislar señales de interés.

Osciladores

Los **osciladores** son circuitos que generan una señal de salida oscilante (como una onda senoidal, cuadrada o triangular) sin necesidad de una señal de entrada continua. Estos circuitos son fundamentales en sistemas que requieren señales periódicas, como en relojes electrónicos y equipos de comunicación.

- ✓ **Tipos de osciladores:**
 - ◆ **Oscilador RC:** Utiliza resistencias y capacitores para generar señales de baja frecuencia.
 - ◆ **Oscilador LC:** Utiliza inductores y capacitores, ideal para señales de alta frecuencia.
 - ◆ **Oscilador de cristal (cristal de cuarzo):** Emite señales de alta estabilidad, común en relojes y dispositivos de precisión.
- ✓ **Aplicaciones:** Generación de frecuencias en sistemas de comunicación, sincronización en relojes electrónicos, modulación de señales, y como base de tiempos en microcontroladores y computadoras.

Estos **operadores electrónicos** permiten amplificar, filtrar y generar señales, funciones esenciales en el procesamiento de información en sistemas electrónicos. Son la base de dispositivos como radios, equipos de comunicación, sistemas de control y una amplia variedad de aplicaciones en electrónica industrial y de consumo.



Ejercicio Resuelto

En un dispositivo de audio, se necesita un operador electrónico que permita amplificar la señal de sonido para que sea escuchada claramente en un altavoz.

Qué componente debería utilizar para amplificar la señal de audio?

Mostrar retroalimentación

Componente sugerido: Amplificador operacional (Op-Amp). **Razón:** El amplificador operacional es ideal para amplificar señales de audio, ya que puede aumentar la señal de sonido sin distorsionarla, permitiendo que sea escuchada claramente en el altavoz.

2.3. Aplicaciones Prácticas.

Los **circuitos y operadores electrónicos** son fundamentales en una amplia variedad de aplicaciones tecnológicas, desde dispositivos de uso cotidiano hasta sistemas industriales avanzados. Gracias a su capacidad para controlar, amplificar y procesar señales eléctricas, estos componentes permiten el funcionamiento de equipos en áreas como comunicaciones, automatización, computación y medicina. Su versatilidad y precisión hacen posible optimizar la eficiencia y el rendimiento en dispositivos electrónicos, mejorando la calidad de vida y facilitando el avance tecnológico en múltiples sectores.



[freepik](#). ACT_08 (CC BY-NC-SA)

A continuación, se detallan algunas aplicaciones clave:

1. Fuentes de Alimentación y Regulación de Voltaje

La estabilidad de energía es esencial para el funcionamiento de dispositivos electrónicos, y las fuentes de alimentación y reguladores de voltaje permiten mantener un suministro constante.

- ✔ **Fuentes de corriente continua:** Utilizadas en dispositivos como laptops y equipos médicos, proporcionando un voltaje estable.
- ✔ **Fuentes conmutadas:** Comunes en televisores y electrodomésticos de bajo consumo.
- ✔ **Reguladores de voltaje:** Protegen los circuitos manteniendo un voltaje constante.

2. Amplificación de Señales

La amplificación es fundamental en sistemas de audio, comunicaciones y medicina, donde es necesario aumentar la señal para su correcto procesamiento.

- ✔ **Audio:** Amplificadores que potencian las señales de sonido en sistemas de altavoces y

auriculares.

- ✔ **Comunicaciones:** Permiten que las señales de radio y televisión lleguen de manera clara a largas distancias.
- ✔ **Dispositivos médicos:** Amplifican señales de ECG y EEG para un diagnóstico preciso.

3. Filtrado de Señales

Los filtros permiten eliminar ruido o seleccionar frecuencias, mejorando la calidad en audio, comunicaciones y equipos de monitoreo.

- ✔ **Filtrado de audio:** Mejora la claridad del sonido en sistemas de audio.
- ✔ **Telecomunicaciones:** Selección de bandas de frecuencia para evitar interferencias.
- ✔ **Medicina:** Aísla señales importantes en equipos de monitoreo.

4. Generación de Señales y Osciladores

Los osciladores son claves para generar señales periódicas, utilizadas en sincronización y telecomunicaciones.

- ✔ **Relojes y computadoras:** Osciladores de cristal que sincronizan los sistemas electrónicos.
- ✔ **Telecomunicaciones:** Generan frecuencias en radio y televisión.
- ✔ **Control de motores:** Utilizan señales PWM para ajustar la velocidad de motores en automatización.

5. Control y Automatización Industrial

Los circuitos permiten automatizar y controlar procesos en la industria, mejorando eficiencia y seguridad.

- ✔ **Control de procesos:** Sistemas de monitoreo y control en plantas de producción.
- ✔ **Automatización de maquinaria:** Control preciso de motores y actuadores para optimizar operaciones.
- ✔ **Robótica:** Uso de circuitos para mover y coordinar robots industriales en líneas de ensamblaje.

6. Sensores y Transductores

Los sensores convierten variaciones físicas en señales eléctricas, siendo cruciales en monitoreo ambiental, salud y automoción.

- ✔ **Ambiental:** Control de temperatura, humedad y luz en sistemas de climatización.
- ✔ **Biométricos:** Monitoreo de signos vitales en dispositivos de salud.
- ✔ **Automotriz:** Sensores que miden velocidad y otros parámetros en vehículos.

7. Computación y Electrónica Digital

Los circuitos electrónicos son la base de la computación y permiten el procesamiento y almacenamiento de datos.

- ✓ **Puertas lógicas:** Usadas en procesadores y memoria, esenciales en sistemas digitales.
- ✓ **Almacenamiento:** Control de escritura y lectura de datos en dispositivos como SSDs y memorias flash.
- ✓ **Microcontroladores:** Componentes clave en dispositivos inteligentes y sistemas de control embebidos.

Estas **aplicaciones prácticas** destacan el papel esencial de los circuitos y operadores electrónicos en la tecnología moderna, desde dispositivos domésticos hasta sistemas industriales avanzados, mejorando la eficiencia y la calidad de vida en múltiples áreas.



Autoevaluación

¿Cuál de las siguientes opciones describe una aplicación práctica de los circuitos en la amplificación de señales?

- ☐ Controlan la temperatura y humedad en sistemas de climatización.
- ☐ Permiten que las señales de radio y televisión lleguen de manera clara a largas distancias.
- ☐ Generan frecuencias utilizadas en relojes y computadoras.
- ☐ Sincronizan sistemas de automatización en plantas industriales.

Incorrecto. Controlar la temperatura y humedad es una función de sensores en sistemas de monitoreo ambiental, no de amplificación de señales.

Correcto. La amplificación de señales es fundamental en telecomunicaciones, permitiendo que las señales de radio y televisión se transmitan a largas distancias de manera clara.

Incorrecto. La generación de frecuencias en relojes y computadoras es una aplicación de osciladores, no de amplificadores de señales.

Incorrecto. La sincronización de sistemas en automatización industrial se relaciona más con el control de procesos y la automatización que con la amplificación de señales.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

3. Ahorro y Eficiencia Energética como Base para un Desarrollo Sostenible.

El **ahorro y la eficiencia energética** son fundamentales para lograr un desarrollo sostenible en un mundo que enfrenta crecientes desafíos ambientales y limitaciones de recursos. La eficiencia energética se refiere al uso optimizado de la energía, de modo que se minimicen las pérdidas y se aproveche al máximo cada recurso energético disponible. Esta práctica es crucial para reducir el consumo de energía sin afectar el nivel de rendimiento y, al mismo tiempo, disminuir las emisiones de gases de efecto invernadero que contribuyen al cambio climático.



[freepik](#). ACT_09 (CC BY-NC-SA)

Un desarrollo sostenible requiere equilibrar las necesidades actuales con la conservación de los recursos para generaciones futuras. Por ello, el ahorro y la eficiencia energética se integran en múltiples sectores, desde la industria y el transporte hasta los hogares y las oficinas. Al adoptar tecnologías y prácticas eficientes (como el uso de energías renovables, iluminación LED, electrodomésticos de bajo consumo y sistemas de automatización) es posible reducir el impacto ambiental, bajar los costos de energía y fomentar un estilo de vida más responsable.

La transición hacia un sistema energético sostenible no solo permite preservar el medio ambiente, sino que también impulsa la innovación, reduce costos operativos y mejora la calidad de vida. Por tanto, el ahorro y la eficiencia energética representan la base de un futuro en el que el crecimiento económico y la sostenibilidad ambiental puedan coexistir.



Debes conocer

Definición de Eficiencia Energética: La eficiencia energética busca optimizar el uso de energía para minimizar pérdidas y aprovechar al máximo los recursos sin comprometer el rendimiento.

Impacto Ambiental: Ahorro y eficiencia energética contribuyen a reducir las emisiones de gases de efecto invernadero, ayudando a mitigar el cambio climático.

Aplicación en Múltiples Sectores: La eficiencia energética es importante en la industria, el transporte, los hogares y las oficinas, donde prácticas como el uso de energías renovables y electrodomésticos de bajo consumo reducen costos y emisiones.

Importancia para el Desarrollo Sostenible: Estas prácticas permiten un equilibrio entre crecimiento económico y conservación de recursos, promoviendo un desarrollo sostenible que beneficia a las futuras generaciones.

3.1. Importancia del Ahorro Energético.

El **ahorro energético** se ha convertido en una prioridad global debido a la creciente demanda de energía y los impactos ambientales asociados a su producción y consumo. Ahorrar energía significa utilizarla de manera eficiente, reduciendo el desperdicio y optimizando los recursos, lo que beneficia al medio ambiente, la economía y la sociedad en general.



[freepik](#). ACT_10 (CC BY-NC-SA)

Los principales beneficios del ahorro energético son:

1. Reducción del Impacto Ambiental

El ahorro de energía disminuye la emisión de gases contaminantes, como el dióxido de carbono (CO_2), que son responsables del calentamiento global. Al reducir el consumo de combustibles fósiles en la producción de energía, disminuyen las emisiones que afectan al clima y a la calidad del aire.

- ✓ **Cambio climático:** Menor consumo energético reduce la huella de carbono global, ayudando a mitigar el cambio climático.
- ✓ **Salud pública:** Reducir la emisión de contaminantes atmosféricos mejora la calidad del aire y reduce la incidencia de enfermedades respiratorias y cardiovasculares.

2. Conservación de Recursos Naturales

El ahorro de energía contribuye a preservar recursos no renovables, como el petróleo, el gas y el carbón, que son limitados. Al reducir la demanda de energía, se disminuye la presión sobre estos recursos y se facilita la transición hacia fuentes de energía renovable y sostenibles.

- ✓ **Energías renovables:** La reducción del consumo energético apoya el desarrollo de energías limpias como la solar y la eólica, promoviendo un sistema energético más sostenible.
- ✓ **Protección de ecosistemas:** Menor demanda de combustibles fósiles reduce las actividades

de extracción, beneficiando la conservación de hábitats naturales y la biodiversidad.

3. Beneficios Económicos

El ahorro energético tiene un impacto económico positivo tanto a nivel individual como industrial. Reducir el consumo de energía implica una disminución en los costos de electricidad y combustible, lo que beneficia a familias y empresas. A nivel nacional, también reduce la dependencia de las importaciones de energía, fortaleciendo la economía.

- ✓ **Ahorro en hogares e industrias:** Menor consumo significa menores facturas de electricidad, gas y otros combustibles.
- ✓ **Eficiencia en la producción:** En el sector industrial, la eficiencia energética permite optimizar procesos, reducir el desperdicio y mejorar la rentabilidad.
- ✓ **Independencia energética:** Los países que reducen su demanda de energía son menos dependientes de la importación de combustibles, lo que fortalece la economía nacional y aumenta la estabilidad.

4. Impulso a la Innovación Tecnológica

La necesidad de ahorrar energía ha promovido el desarrollo de tecnologías más eficientes y sostenibles. Desde electrodomésticos de bajo consumo hasta sistemas de iluminación LED y vehículos eléctricos, estas innovaciones no solo reducen el consumo de energía, sino que también abren oportunidades en el sector de la energía verde.

- ✓ **Nuevas tecnologías:** Tecnologías como la automatización en edificios, los sistemas de control inteligente y los dispositivos de consumo eficiente están diseñados para reducir el uso de energía.
- ✓ **Creación de empleos verdes:** La demanda de tecnologías eficientes crea nuevas oportunidades de empleo en el sector de energías renovables, desarrollo de software de gestión energética y fabricación de dispositivos sostenibles.

5. Mejora de la Calidad de Vida

El ahorro energético también tiene un impacto positivo en la calidad de vida. Las tecnologías eficientes permiten que más personas accedan a servicios esenciales de forma económica, como calefacción, refrigeración e iluminación. Esto contribuye a reducir la pobreza energética, mejorando el confort y el bienestar en hogares, oficinas y espacios públicos.

- ✓ **Accesibilidad:** La eficiencia energética hace que servicios básicos como la electricidad y la climatización sean más asequibles.
- ✓ **Pobreza energética:** Reducir el costo de la energía permite que personas de bajos ingresos tengan acceso a servicios básicos, mejorando su calidad de vida y bienestar.

6. Sostenibilidad y Responsabilidad Social

El ahorro de energía es una práctica de responsabilidad social que promueve un uso consciente y sostenible de los recursos. Al adoptar medidas de ahorro energético, las personas y las empresas contribuyen al bienestar general y al desarrollo sostenible.

- ✔ **Sensibilización social:** El fomento de la eficiencia energética impulsa una cultura de sostenibilidad, incentivando a la sociedad a hacer un uso responsable de los recursos.
- ✔ **Compromiso con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS):** El ahorro energético está directamente relacionado con los ODS, especialmente con el objetivo 7 (energía asequible y no contaminante) y el objetivo 13 (acción por el clima).

En conclusión, el **ahorro energético** es fundamental para reducir el impacto ambiental, conservar recursos naturales, optimizar la economía, impulsar la innovación y mejorar la calidad de vida. La eficiencia energética y el uso racional de la energía son claves para construir un futuro sostenible en el que los recursos puedan satisfacer las necesidades de las generaciones actuales sin comprometer los de las futuras.



Ejercicio Resuelto

¿Un beneficio del ahorro energético es reducir las facturas de electricidad?

Mostrar retroalimentación

Sí, ahorrar energía reduce el consumo, lo que disminuye el costo de las facturas de electricidad, beneficiando a nivel económico tanto a hogares como a empresas.

3.2. Estrategias para la Eficiencia Energética.

Las **estrategias para la eficiencia energética** son clave para reducir el consumo de energía sin comprometer el rendimiento ni el confort. Estas estrategias abarcan desde el uso de tecnologías eficientes, como la iluminación LED y electrodomésticos de bajo consumo, hasta prácticas de ahorro en climatización, transporte y gestión de energía en la industria.



[freepik](#). ACT_11 (CC BY-NC-SA)

1. Optimización de la Iluminación

La iluminación representa una parte importante del consumo energético. Adoptar tecnologías eficientes y maximizar el uso de luz natural puede reducir notablemente este gasto.

- ✔ **Uso de LED:** Las bombillas LED consumen hasta un 80% menos de energía y tienen una vida útil mayor que las incandescentes.
- ✔ **Control de iluminación:** Sensores de movimiento y temporizadores permiten que las luces se enciendan solo cuando son necesarias.
- ✔ **Aprovechamiento de luz natural:** Diseños arquitectónicos que maximizan la luz solar reducen la necesidad de iluminación artificial durante el día.

2. Equipos y Electrodomésticos Eficientes

El uso de electrodomésticos y equipos eficientes reduce significativamente el consumo en hogares y oficinas, además de optimizar el rendimiento.

- ✔ **Electrodomésticos eficientes:** Los equipos con certificaciones como Energy Star están diseñados para consumir menos energía sin perder funcionalidad.
- ✔ **Mantenimiento y desconexión:** Mantener los equipos en buen estado y desconectar aquellos en modo standby evita el “consumo fantasma” de energía.

3. Aislamiento y Climatización Eficiente

La climatización es uno de los principales consumos en edificios. Un buen aislamiento y el uso de sistemas de climatización eficientes son fundamentales para optimizar el consumo.

- ✓ **Aislamiento térmico:** Aislar adecuadamente paredes y ventanas ayuda a mantener la temperatura interior, reduciendo la necesidad de calefacción y refrigeración.
- ✓ **Sistemas de climatización:** Las bombas de calor y los termostatos programables ajustan el consumo de energía según las necesidades de cada espacio.

4. Energías Renovables y Autoconsumo

Las energías renovables permiten a hogares e industrias generar su propia electricidad, reduciendo la dependencia de la red y aprovechando recursos naturales.

- ✓ **Paneles solares y turbinas eólicas:** Facilitan la generación propia de energía, disminuyendo el consumo de fuentes no renovables.
- ✓ **Acumuladores de energía:** Baterías que almacenan la energía renovable generada para su uso cuando sea necesario, maximizando el autoconsumo.

5. Gestión Energética en la Industria

El sector industrial es un gran consumidor de energía; implementar sistemas de gestión energética optimiza el uso de recursos y reduce los costos operativos.

- ✓ **Sistemas de monitoreo:** Herramientas que permiten controlar el consumo en tiempo real, detectando ineficiencias y ajustando el uso de energía.
- ✓ **Automatización:** La automatización de procesos permite ajustar el consumo energético de acuerdo a la demanda, evitando el gasto innecesario.

6. Transporte y Movilidad Sostenible

El transporte es una de las principales fuentes de consumo energético, y adoptar prácticas de movilidad sostenible es fundamental para mejorar la eficiencia en este sector.

- ✓ **Promoción de transporte público y bicicletas:** El uso de transporte compartido o medios alternativos reduce el consumo de combustibles fósiles y las emisiones.
- ✓ **Vehículos eléctricos e híbridos:** Reducen la dependencia de gasolina y diésel, contribuyendo a un menor impacto ambiental.

7. Hábitos de Consumo Responsable

Además de la tecnología, el cambio de hábitos en el consumo energético es clave para lograr un uso

más eficiente y sostenible.

- ✓ **Sensibilización y educación:** Campañas y programas educativos que promuevan prácticas de ahorro energético ayudan a mejorar la cultura de sostenibilidad.
- ✓ **Uso en horarios de baja demanda:** Aprovechar horarios de tarifas reducidas para el uso de electrodomésticos de alto consumo permite reducir costos y mejorar el uso de la red.

Estas **estrategias de eficiencia energética** permiten reducir el consumo de energía, ahorrar costos y minimizar el impacto ambiental. La implementación de estas prácticas es esencial para un desarrollo sostenible que garantice recursos para el futuro.



Ejercicio Resuelto

Explica cómo el uso de tecnologías eficientes, como bombillas LED y electrodomésticos de bajo consumo, contribuye a la sostenibilidad y a la reducción del impacto ambiental en el hogar.

Mostrar retroalimentación

El uso de tecnologías eficientes, como bombillas LED y electrodomésticos de bajo consumo, contribuye a la sostenibilidad y a la reducción del impacto ambiental de varias maneras. Las bombillas LED, por ejemplo, consumen hasta un 80% menos de energía que las incandescentes, lo que reduce significativamente el consumo de electricidad en el hogar. Al reducir la demanda de energía, se disminuye la necesidad de producirla a partir de fuentes como los combustibles fósiles, que emiten gases de efecto invernadero, responsables del cambio climático.

Además, los electrodomésticos de bajo consumo, como aquellos con certificación Energy Star, están diseñados para operar de manera más eficiente, reduciendo el desperdicio de energía. Esto no solo reduce las facturas de electricidad, sino que también contribuye a la conservación de recursos naturales y a la disminución de la huella de carbono del hogar, promoviendo un modelo de vida más sostenible.

3.3. Energías Renovables y Sostenibilidad.

Las **energías renovables** son esenciales para avanzar hacia un modelo de desarrollo sostenible, aprovechando recursos naturales inagotables como el sol, el viento, el agua y el calor de la Tierra. A diferencia de los combustibles fósiles, las energías renovables no generan emisiones contaminantes durante su uso, lo que contribuye a reducir el impacto ambiental y a mitigar el cambio climático. La transición hacia fuentes renovables es fundamental para garantizar un suministro energético seguro y reducir la dependencia de recursos limitados, promoviendo una economía más verde y sostenible.



[freepik](#). ACT_12 (CC BY-NC-SA)

1. Energía Solar

La **energía solar** aprovecha la radiación del sol para generar electricidad o calor, siendo una de las fuentes más accesibles y abundantes.

- ✓ **Paneles fotovoltaicos:** Convierten la luz solar en electricidad, ideal para hogares y empresas.
- ✓ **Sistemas de calentamiento solar:** Utilizan el calor solar para calentar agua, ahorrando energía.
- ✓ **Sostenibilidad:** La energía solar reduce la dependencia de combustibles fósiles y no emite contaminantes durante su uso.

2. Energía Eólica

La **energía eólica** transforma la fuerza del viento en electricidad mediante aerogeneradores, siendo una fuente limpia y eficaz en áreas con vientos constantes.

- ✓ **Aerogeneradores:** Capturan la energía del viento para generar electricidad.
- ✓ **Parques onshore y offshore:** Se ubican en tierra o en el mar, donde el viento es más constante.
- ✓ **Sostenibilidad:** La energía eólica no genera emisiones y ocupa un espacio reducido,

permitiendo usos mixtos del terreno.

3. Energía Hidroeléctrica

La **energía hidroeléctrica** utiliza el movimiento del agua en ríos y embalses para generar electricidad, siendo una de las fuentes renovables más antiguas.

- ✓ **Centrales hidroeléctricas:** Aprovechan la caída de agua para mover turbinas generadoras.
- ✓ **Pequeñas hidroeléctricas:** Alternativas más sostenibles para áreas rurales.
- ✓ **Sostenibilidad:** Es una fuente confiable y limpia, aunque se debe evaluar su impacto ambiental en los ecosistemas acuáticos.

4. Biomasa y Biogás

La **biomasa y el biogás** se obtienen a partir de residuos orgánicos, ayudando también a gestionar los desechos.

- ✓ **Biogás:** Se produce por la descomposición de residuos y puede generar electricidad o calor.
- ✓ **Combustibles de biomasa:** Como pellets y madera, son utilizados para calefacción.
- ✓ **Sostenibilidad:** Estas fuentes compensan el CO₂ emitido al ser renovables y ayudan a gestionar residuos.

5. Energía Geotérmica

La **energía geotérmica** aprovecha el calor interno de la Tierra, siendo una fuente constante y confiable en áreas geológicamente activas.

- ✓ **Centrales geotérmicas:** Utilizan el calor subterráneo para generar electricidad.
- ✓ **Calefacción geotérmica:** Sistemas para climatización residencial y comercial.
- ✓ **Sostenibilidad:** Fuente de bajo impacto y emisiones, especialmente en áreas donde el recurso es abundante.

6. Beneficios de la Diversificación Energética

Diversificar las fuentes de energía mediante renovables crea un sistema energético más sostenible y seguro.

- ✓ **Reducción de la huella de carbono:** La transición a renovables disminuye las emisiones de gases contaminantes.
- ✓ **Desarrollo económico local:** La infraestructura de energías renovables genera empleos y estimula economías locales.
- ✓ **Seguridad energética:** Las renovables, al ser autóctonas, reducen la dependencia de importaciones de energía.

El **uso de energías renovables** es esencial para reducir el impacto ambiental, asegurar un suministro energético estable y apoyar la transición hacia un modelo energético sostenible. La diversificación y adopción de estas fuentes renovables nos acercan a un futuro más ecológico y equilibrado.



Autoevaluación

Las energías renovables, como la energía solar y eólica, dependen de recursos limitados y generan altos niveles de contaminación durante su uso.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las energías renovables como la solar y la eólica dependen de recursos inagotables, como el sol y el viento, y no generan emisiones contaminantes durante su uso. Esto las convierte en opciones sostenibles que ayudan a reducir el impacto ambiental y a disminuir la dependencia de combustibles fósiles.

Licencia: licencia propietaria

Tema 5. El Universo: teorías de formación, estructuras básicas. El sistema Solar e hipótesis del origen de la vida en la Tierra.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

El **Universo** es todo lo que existe, abarcando **materia**, **energía**, **espacio** y **tiempo**. Dentro de este vasto espacio, encontramos miles de millones de **galaxias** que contienen **estrellas**, **planetas** y otros cuerpos celestes. Nuestra galaxia, la **Vía Láctea**, alberga el **Sistema Solar**, donde la **Tierra** ocupa un lugar especial como el único planeta conocido con **vida**.

La **Tierra** está compuesta por diversas capas: la **geosfera**, **hidrosfera** y **atmósfera**, que interactúan para sostener la vida. Además, fenómenos naturales como las **mareas**, los **eclipses** y el movimiento de **rotación** y **traslación** de la Tierra influyen en las condiciones de nuestro planeta.

Las **constelaciones**, los **asteroides** y la **Luna** también desempeñan papeles clave en la **astronomía** y la vida en la **Tierra**.

1. El Universo, estrellas y galaxias

Los antiguos griegos concebían el universo como un sistema en el que la Tierra era el centro. Según esta visión **geocéntrica** (del griego *geo*: Tierra y *kentro*: centro), el Sol, la Luna y las estrellas giraban alrededor de la Tierra. La versión más elaborada de este modelo fue formulada por **Claudio Ptolomeo** en el siglo II d.C., y se convirtió en el paradigma dominante durante siglos.

Modelo Heliocéntrico:

En el siglo XV, **Nicolás Copérnico** revolucionó la visión del cosmos con su propuesta del **modelo heliocéntrico** (del griego *helios*: Sol y *kentro*: centro). En este modelo, el Sol ocupa el centro del universo, y la Tierra, junto con los demás planetas, gira a su alrededor. Copérnico postuló tres hipótesis clave:

1. **El universo es esférico.**
2. **La Tierra es esférica.**
3. **El movimiento de los cuerpos celestes es regular, circular y perpetuo.**

Según Copérnico, los planetas tienen dos tipos de movimiento: uno de rotación alrededor de un eje (por ejemplo, la rotación diaria de la Tierra, que define el día y la noche) y otro de traslación alrededor del Sol, que dura un año.

Aceptación del Modelo Heliocéntrico:

El modelo heliocéntrico no fue aceptado de inmediato. La interpretación literal de la Biblia y las creencias establecidas provocaron resistencia. La controversia se intensificó con **Galileo Galilei**, quien, utilizando el telescopio que él mismo mejoró, observó y corroboró las predicciones del sistema copernicano. Sin embargo, Galileo enfrentó conflictos con la Iglesia y fue forzado a retractarse, a pesar de la evidencia clara que él había presentado.

Avances Posteriores:

El modelo heliocéntrico se amplió con las contribuciones de **Giordano Bruno**, quien propuso un universo infinitamente más grande que el de Copérnico y sugirió que ni la Tierra ni el ser humano ocupaban un lugar privilegiado en él. Según Bruno, existían innumerables sistemas solares y nuestro Sol era solo una estrella más en el cosmos infinito.

Posteriormente, **Johannes Kepler** formuló en 1609 y 1619 un modelo más preciso con órbitas **elípticas** en lugar de circulares, mejorando la exactitud del modelo heliocéntrico.

Finalmente, en 1687, **Isaac Newton** presentó su ley de la gravitación universal, explicando las formas de las órbitas y la fuerza que las mantiene. Hoy en día, la **teoría de la relatividad** permite calcular la posición y el movimiento de cualquier astro del universo desde cualquier punto de referencia. Sin embargo, el heliocentrismo sigue siendo la base para el estudio del universo cercano.



freepik. . El Universo, estrellas y galaxias (CC BY-NC-SA)

¿Qué es Estrella Polar y Alfa-Centauri?

Estrella Polar

Definición:

La **Estrella Polar**, conocida también como **Polaris**, es una estrella ubicada cerca del eje de rotación de la Tierra. Esto hace que se mantenga casi fija en el cielo nocturno, proporcionando una referencia importante para la navegación. Polaris está en la constelación de la Osa Menor y es la estrella más cercana al polo norte celeste, lo que la convierte en un punto de referencia clave en el hemisferio norte para determinar la dirección norte.

Distancia:

La Estrella Polar se encuentra a aproximadamente 300 años luz de la Tierra. Convertida a kilómetros, esta distancia es alrededor de 2.84×10^{15} kilómetros.

Alfa-Centauri

Definición:

Alfa-Centauri es el sistema estelar más cercano al sistema solar, compuesto por tres estrellas: Alfa Centauri A, Alfa Centauri B, y Proxima Centauri. De estas, **Proxima Centauri** es la más cercana a nuestro sistema solar y se encuentra a una distancia de aproximadamente 4.3 años luz. Este sistema estelar se encuentra en la constelación del Centauro y es el objetivo de numerosas investigaciones astrobiológicas debido a su proximidad y potencial habitabilidad de algunos de sus planetas.

Distancia:

Alfa-Centauri está a aproximadamente 4.3 años luz de la Tierra. En kilómetros, esto equivale a aproximadamente 4.07×10^{16} kilómetros.

¿Qué es Geocentrismo y Heliocentrismo?

Geocentrismo

Geocentrismo es la **teoría astronómica** según la cual la **Tierra** ocupa el **centro del universo** y todos los cuerpos celestes, incluidos el **Sol**, la **Luna** y los **planetas**, giran alrededor de ella. Esta teoría postula que los astros están ubicados en **esferas cristalinas** que se mueven en **órbitas concéntricas** alrededor de la Tierra. La forma más desarrollada de esta teoría fue presentada por **Claudio Ptolomeo** en el **siglo II d.C.**, quien elaboró un modelo complejo que se mantuvo dominante durante más de **1,400 años**.

Heliocentrismo

Heliocentrismo es el **modelo astronómico** propuesto por **Nicolás Copérnico** en el **siglo XVI** que establece que el **Sol** se encuentra en el **centro del sistema solar** y que la **Tierra**, junto con los demás **planetas**, gira a su alrededor. Este modelo revolucionó la visión del cosmos al desplazar a la Tierra del **centro del universo**, sugiriendo que el Sol es el punto central al que orbitan los cuerpos celestes. La propuesta de Copérnico fue fundamental para el desarrollo posterior de la **astronomía** y fue confirmada por las observaciones de **Galileo Galilei** y las **leyes planetarias** formuladas por **Johannes Kepler**.



Reflexiona

Si el heliocentrismo hubiera sido aceptado en lugar del geocentrismo desde la antigüedad, ¿cómo habría afectado esto el desarrollo de la astronomía y la ciencia?

Mostrar retroalimentación

La aceptación temprana del heliocentrismo podría haber acelerado el avance en astronomía y tecnología, llevando a una comprensión más precisa del sistema solar y del cosmos. Además, habría podido provocar debates más tempranos sobre la relación entre ciencia y religión, y posiblemente acelerar el desarrollo de herramientas astronómicas y teorías físicas. En resumen, habría transformado la historia de la ciencia, acelerando su progreso y ampliando el conocimiento del universo.



Reflexiona

Si la **Estrella Polar** y **Alfa Centauri** son tan diferentes en distancia y ubicación en el cielo, ¿qué nos pueden enseñar estas estrellas sobre la **estructura** y la **escala del universo**, y cómo estas observaciones han influido en nuestro entendimiento de la **navegación estelar** y la **exploración espacial**?

Mostrar retroalimentación

La **Estrella Polar**, al estar cerca del eje de rotación de la Tierra, ha sido crucial para la **navegación**, proporcionando una guía estable en el hemisferio norte. Por otro lado, **Alfa Centauri**, siendo el sistema estelar más cercano, ha sido fundamental para medir **distancias** en el espacio interestelar. La comparación de estas estrellas ha ayudado a los astrónomos a calibrar **modelos de distancia** y a entender la **estructura galáctica**. Estas observaciones no solo han mejorado la navegación estelar, sino que también han impulsado el desarrollo de tecnologías para la **exploración espacial**, permitiendo una mejor planificación de misiones y una mayor comprensión del cosmos.



Caso práctico

Notación Científica y el Tamaño del Universo

1. La **notación científica** es una herramienta clave para expresar números extremadamente grandes o pequeños de manera más manejable. Esta notación es especialmente útil para describir las vastas dimensiones del universo, ya que las unidades de medida comunes resultan inadecuadas. Por ejemplo, la distancia a la galaxia Andrómeda es de **21 trillones de**

kilómetros, lo que se escribe como 21.000.000.000.000.000.000
21.000.000.000.000.000.000 kilómetros en notación decimal.

Para trabajar con distancias astronómicas en la notación científica, te presentamos las siguientes conversiones de años luz a kilómetros. Utiliza la notación científica para expresar estas distancias:

- a. Alfa-Centauri: 4.3 años-luz =
- b. Estrella Polar: 300 años-luz =

Ejemplo:

Para Alfa-Centauri:

Distancia en kilómetros = 4.3 años-luz $\times$ 9.461×10^{12} km/año-luz

Realiza la multiplicación para obtener el resultado en notación científica.

Respuestas

a) Alfa-Centauri: **$9,461 \cdot 10^{12} \times 4.3 = 4.06823 \cdot 10^{13}$ Km**

Para la Estrella Polar:

Distancia en kilómetros = 300 años-luz $\times$ 9.461×10^{12} km/año-luz

Realiza la multiplicación para obtener el resultado en notación científica.

b) Estrella Polar: **$9,461 \cdot 10^{12} \times 300 = 2.8383 \cdot 10^{15}$ Km**



Caso práctico

2) Define en pocas palabras estos términos:

a) **Geocentrismo:**

b) **Heliocentrismo:**

Respuesta

Geocentrismo

Geocentrismo es la teoría que sostiene que la **Tierra** es el **centro** del

universo y que todos los cuerpos celestes, incluidos el **Sol** y los **planetas**, giran alrededor de ella. Este modelo, promovido por **Claudio Ptolomeo** en el siglo **II d.C.**, dominó la visión astronómica durante más de 1,400 años.

Heliocentrismo

Heliocentrismo es el modelo que coloca al **Sol** en el **centro del sistema solar**, con la **Tierra** y los demás **planetas** orbitando a su alrededor. Propuesto por **Nicolás Copérnico** en el siglo **XVI**, revolucionó la astronomía y fue confirmado por **Galileo Galilei** y **Johannes Kepler**.

1.1. El Universo

Podemos definir el **universo** como la totalidad de lo que existe, incluyendo **materia, energía, espacio y tiempo**. Aunque es vasto y en constante expansión, no es infinito. En lugar de tener materia infinita en infinitas estrellas, el universo está compuesto en su mayor parte por **espacio vacío**. La materia se distribuye en galaxias y otros cuerpos celestes, dejando grandes regiones de vacío entre ellos.

La materia en el universo no se distribuye uniformemente; en su lugar, se agrupa en regiones específicas como **galaxias, cúmulos de galaxias, estrellas y planetas**. Sin embargo, aproximadamente el **90% del universo está compuesto por materia oscura**, que no podemos observar directamente.

A pesar de los avances tecnológicos actuales, la magnitud exacta del universo sigue siendo un misterio, y los científicos continúan investigando para comprender mejor **su extensión y composición**.

¿Dónde está ubicado el planeta Tierra? ¿Qué es la Vía Láctea?

Nuestro planeta, **la Tierra**, es diminuto en comparación con el vasto universo. Formamos parte del **Sistema Solar**, ubicado en un brazo de la **Vía Láctea**, una galaxia que contiene aproximadamente **100.000 millones de estrellas**.

Sin embargo, la **Vía Láctea** es solo una entre **cientos de miles de millones de galaxias** que componen el universo conocido.



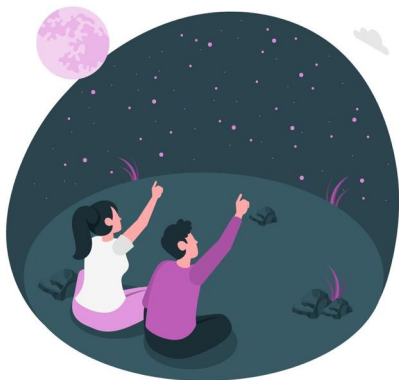
Allexandar. . La galaxia (CC BY-NC-SA)

¿Qué es la Teoría del Big Bang?

La **Teoría del Big Bang** sostiene que el universo se originó a partir de una gran explosión que ocurrió hace unos 13.8 mil millones de años. Según esta teoría, el universo ha estado **expandiéndose continuamente** desde ese evento inicial, con los cuerpos celestes alejándose del centro de la explosión. Toda la materia actual se formó en un breve período de tiempo tras el Big Bang, y no se crea nueva materia, solo se transforma la ya existente.

Medir las vastas distancias del universo puede ser una tarea monumental, ya que las distancias son tan colosales que las unidades convencionales no son suficientes. Por esta razón, utilizamos unidades especiales como el **año luz**, que define la distancia que la luz recorre en un año. La luz viaja a una velocidad de aproximadamente **300.000 kilómetros por segundo**. Para poner esto en perspectiva, en un solo segundo, la luz recorre 300.000 kilómetros.

Si calculamos cuánta distancia recorre la luz en un día, multiplicamos los 300.000 kilómetros por segundo por el número de segundos en un día (86.400), lo que da aproximadamente **25.900 millones de kilómetros**. Al extender esta cifra a un año (365 días), obtenemos una distancia de



unos impresionantes **9.461 billones de kilómetros** o **$9,461.10^{12}$** kilómetros.

Aunque este número es asombrosamente grande, la estrella más cercana a nosotros, **Alfa Centauri**, está a solo **4.3 años luz** de distancia. Por otro lado, la **Estrella Polar** se encuentra a **300 años luz** de distancia.

storyset. . Distancias en el Universo ([CC BY-NC-SA](#))



Reflexiona

Pregunta:

Si la luz de una estrella cercana tarda años en llegar hasta nosotros, ¿cómo afecta esto a nuestra percepción del futuro del universo? Dado que estamos viendo estas estrellas tal como eran en el pasado, ¿qué implicaciones tiene esto para nuestra comprensión del futuro del universo y el posible fin del mundo?

Mostrar retroalimentación

La luz que recibimos de las estrellas nos muestra una imagen del universo tal como era en el pasado, debido al tiempo que tarda en llegar hasta nosotros. Esto significa que nuestra visión del universo está siempre un poco desfasada en el tiempo.

En términos de **futuro del universo**, esta observación nos recuerda que cualquier cambio en el cosmos, como la muerte de una estrella o la formación de una nueva galaxia, ya ha ocurrido o está ocurriendo en un momento diferente al que vemos. Así, mientras observamos el presente del universo, el universo mismo sigue evolucionando en su propio ritmo.

Para **el posible fin del mundo**, esta discrepancia temporal sugiere que nuestra comprensión de eventos futuros distantes está basada en modelos y teorías, no en observaciones directas. Por ejemplo, si una estrella cercana a nosotros estuviera en proceso de explotar como supernova, no sabríamos de inmediato sus efectos en nuestro entorno hasta que la luz de esa explosión llegara a nosotros, años después. Esto implica que, si bien podemos predecir posibles futuros eventos astronómicos, nuestra capacidad para anticipar y prepararnos para estos eventos está limitada por el tiempo que tarda la luz en viajar a través del espacio.

Este desfase también resalta la importancia de la investigación y la observación continua para entender mejor el universo y anticipar posibles

cambios que podrían impactar nuestro futuro. En última instancia, nos recuerda la vastedad y la complejidad del cosmos y la importancia de seguir explorando y aprendiendo para prepararnos para el futuro.



Autoevaluación

¿Qué podemos decir del universo en términos de su contenido y tamaño?

- ☐ El universo es infinito y contiene infinita materia en infinitas estrellas.
- ☐ El universo es finito y está compuesto principalmente por espacio vacío.
- ☐ El universo es infinito pero contiene una cantidad finita de materia.
- ☐ El universo es finito y la materia está distribuida uniformemente.

Incorrecto

Correcto. Aunque el universo es muy grande, no es infinito y está mayoritariamente compuesto por espacio vacío. Si fuera infinito, habría infinita materia en infinitas estrellas, lo cual no es el caso.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cómo se distribuye la materia en el universo?

- ☐ De manera uniforme en todo el espacio.
- ☐ Mayormente concentrada en la masa oscura.
- ☐ En lugares concretos como galaxias, cúmulos de galaxias, estrellas y planetas.
- ☐ En una red homogénea de materia visible.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La materia no se distribuye uniformemente en el universo, sino que se concentra en estructuras específicas como galaxias y cúmulos de galaxias.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué porcentaje del universo está compuesto por masa oscura que no podemos observar?

- ☐ 10%
- ☐ 25%
- ☐ 50%
- ☐ 90%

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Se estima que el 90% del universo está compuesto por masa oscura, una forma de materia que no podemos observar directamente.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Opción correcta

¿Cómo se llama la teoría que explica el origen del universo a partir de una gran explosión inicial?

- ☐ Teoría de la Relatividad.
- ☐ Teoría del Big Crunch.
- ☐ Teoría del Big Bang.
- ☐ Teoría del Universo Estacionario.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La teoría del Big Bang es la teoría científica que explica el origen del universo a partir de una gran explosión inicial.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué unidad de medida se utiliza para describir grandes distancias en el universo, como la distancia entre estrellas?

- ☐ Año luz.
- ☐ Milla.
- ☐ Metro.
- ☐ Kilómetro.

Correcto. Se utiliza el año luz para describir las grandes distancias en el universo. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

1.2. Las constelaciones

Las **constelaciones** son agrupaciones de estrellas que forman patrones o figuras imaginarias en el cielo nocturno. Estos patrones facilitan la identificación y localización de estrellas y otros objetos celestes en la esfera celeste.

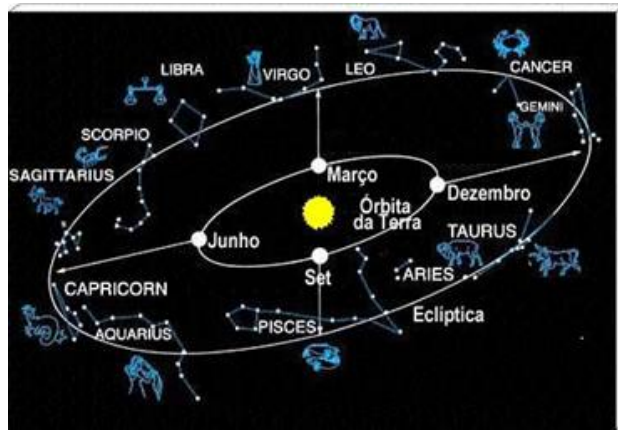
Características principales:

- ✔ **Agrupaciones Estelares:** Las constelaciones son formaciones de estrellas que, desde la perspectiva de la Tierra, parecen formar figuras específicas. Las estrellas dentro de una constelación pueden estar a distancias muy diferentes entre sí.
- ✔ **Historia y Cultura:** Muchas constelaciones reciben nombres derivados de la mitología, la religión o la vida cotidiana, y han sido utilizadas desde tiempos antiguos para la navegación y la orientación nocturna.
- ✔ **Ejemplos Notables:** Entre las constelaciones más conocidas están:
 - ➡ **Osa Mayor:** Incluye el asterismo conocido como el "Gran Carro".
 - ➡ **Zodiaco:** Contiene constelaciones como **Aries**, **Tauro** y **Leo**.
 - ➡ **Orión:** Nombrada en honor al cazador mitológico griego.
 - ➡ **Cáncer:** Representa un cangrejo en la mitología romana.
 - ➡ **Escorpión:** Nombrada por el escorpión mitológico de las leyendas griegas.
- ✔ **Número de Constelaciones:** Hay 88 constelaciones oficialmente reconocidas por la Unión Astronómica Internacional (IAU), que cubren toda la esfera celeste.

Las constelaciones son esenciales para los astrónomos, ya que ayudan a identificar y catalogar estrellas y otros cuerpos celestes, y son una parte fundamental de la observación y el estudio del cielo.

Las **constelaciones** han sido conocidas desde aproximadamente **4000 a.C.** Entre las más famosas se encuentran aquellas que se localizan en el plano de la **órbita de la Tierra** y se superponen al fondo de las **estrellas fijas**. Estas forman lo que se conoce como las **constelaciones del Zodiaco**.

Otra constelación notable es la **Osa Mayor**, visible desde el **hemisferio Norte**. Estas constelaciones no solo ayudan a identificar patrones en el cielo, sino que también permiten ubicar **puntos de referencia** importantes, como los **polos celestes**.



Cnice. Constelaciones del zodíaco ([CC BY-NC-SA](#))

La **constelación de Hydra** es la más extensa de la esfera celeste, abarcando un área considerable y albergando **68 estrellas visibles** a simple vista.

Algunos ejemplos de constelaciones:



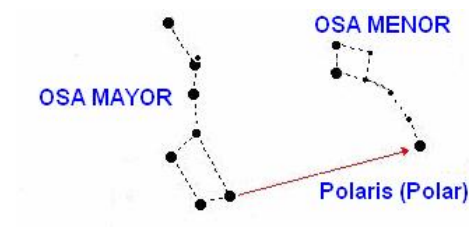
Osa Mayor



Géminis

En el hemisferio norte, una estrella crucial para la navegación nocturna es la **Estrella Polar**. Aquí te explico cómo encontrarla:

1. **Localiza la constelación de la Osa Mayor** en el cielo del hemisferio norte. Esta constelación se caracteriza por su forma de cuchara o carrete.
2. **Identifica las dos estrellas más brillantes de la Osa Mayor**, llamadas **Dubhe** y **Merak**. Estas estrellas forman parte del “cuchara” de la constelación.
3. **Dibuja mentalmente una línea imaginaria** que una Dubhe y Merak. Extiende esta línea aproximadamente **cinco veces** la distancia entre estas dos estrellas.
4. **La línea extendida te llevará a la Estrella Polar**, también conocida como **Polaris**, que se encuentra en la constelación de la **Osa Menor**. Polaris se destaca por su brillo amarillo claro y está casi alineada con el Polo Norte celeste.



Posición Constelaciones

Es importante recordar que la **posición de la Estrella Polar** en el cielo puede cambiar según la estación del año debido a la rotación de la Tierra. Sin embargo, **Polaris** siempre indicará el **norte verdadero** y permanecerá cerca del **Polo Norte celeste**, proporcionando una guía constante para la orientación.



Reflexiona

¿Cómo influye el conocimiento y la identificación de constelaciones en nuestra comprensión y exploración del cosmos en la actualidad?

Mostrar retroalimentación

El conocimiento de las **constelaciones** sigue siendo clave en la **astronomía moderna**. Aunque las constelaciones no afectan físicamente el universo, ayudan a **orientarnos** y **identificar regiones del cielo**. Esto facilita la **exploración espacial** y el **mapeo de nuevas estrellas y galaxias**. Además, refleja nuestra capacidad para **expandir el conocimiento** y **entender nuestro lugar en el cosmos** a medida que avanzamos tecnológicamente.



Autoevaluación

Las constelaciones sirven para localizar más fácilmente la posición de los astros.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las constelaciones son agrupaciones de estrellas que forman figuras en el

cielo nocturno, y se utilizan como referencia para identificar y localizar astros específicos.

Existen un total de 88 constelaciones que aparecen en la esfera celeste.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

En total, hay 88 constelaciones oficialmente reconocidas, cada una con su nombre derivado de figuras religiosas, mitológicas, animales u objetos.

La Osa Mayor es visible desde el hemisferio sur.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La Osa Mayor es una constelación visible principalmente desde el hemisferio norte, no desde el hemisferio sur.

La estrella polar, que señala el polo norte, se encuentra en la constelación de la Osa Mayor.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La estrella polar, también conocida como Polaris, se encuentra en la constelación de la Osa Menor, no en la Osa Mayor. Se puede localizar trazando una línea desde las estrellas Dubhe y Merak de la Osa Mayor.

La posición de las constelaciones en el cielo nocturno varía según la estación del año, pero la estrella polar siempre indica el norte.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La posición de las constelaciones cambia con las estaciones debido al movimiento de la Tierra alrededor del Sol. Sin embargo, Polaris, la estrella polar, permanece en una posición fija y siempre apunta hacia el norte.

1.3. Las estrellas

Las estrellas son gigantescas esferas de gas compuestas principalmente de **hidrógeno** y **helio**. Estas estrellas emiten luz y calor debido a las altísimas **temperaturas** en su interior, donde ocurren **reacciones nucleares**. Estas reacciones fusionan el hidrógeno en helio, liberando una enorme cantidad de energía que es la fuente de su brillo.

Ejemplos de estrellas:

- ✓ **El Sol**: Nuestra estrella más cercana, fundamental para la vida en la Tierra, con una temperatura superficial de aproximadamente 5,500°C.
- ✓ **Sirius**: La estrella más brillante en el cielo nocturno, ubicada a unos 8.6 años luz de la Tierra, con una temperatura superficial de alrededor de 9,900°C.
- ✓ **Betelgeuse**: Una supergigante roja en la constelación de Orión, notable por su tamaño y color rojizo, con una temperatura superficial de aproximadamente 3,500°C.

El Sol es una estrella y el único astro visible en el cielo diurno que no solo ilumina, sino que también calienta nuestro planeta. Las otras estrellas que observamos, excepto el Sol, aparecen como pequeños puntos luminosos en el cielo nocturno debido a sus **enormes distancias** de la Tierra. Aunque parecen fijas en su posición relativa, en realidad, las estrellas se mueven a gran velocidad, pero sus cambios son tan sutiles que solo se pueden percibir a lo largo de muchos siglos.



freepik. . Las estrellas (CC BY-NC-SA)

A simple vista, se pueden observar alrededor de **8,000 estrellas** desde la Tierra, distribuidas aproximadamente por igual en ambos hemisferios.

Sin embargo, solo unas **2,000 estrellas** son visibles al mismo tiempo durante la noche debido a la **neblina atmosférica** y la **luz difusa** del cielo.

Los **astrónomos** estiman que la **Vía Láctea**, nuestra galaxia, contiene **cientos de miles de millones de estrellas**. La estrella más cercana al Sistema Solar es **Alfa Centauro**, ubicada a unos **40 billones de kilómetros** de distancia, y solo es visible desde el hemisferio sur.



Reflexiona

¿Qué impacto tendría en la Tierra y en la vida en nuestro planeta si el Sol se apagara de repente?

Si el Sol se apagara de repente, las consecuencias serían **catastróficas**. En primer lugar, la **temperatura** de la Tierra caería drásticamente, llevándonos a una era de **frío extremo** que haría que la vida, tal como la conocemos, fuera insostenible. La falta de luz solar interrumpiría la **fotosíntesis**, afectando la cadena alimentaria y poniendo en peligro la existencia de plantas y, por ende, animales y humanos. A largo plazo, la **atmósfera** se enfriaría y se condensaría, lo que podría llevar a la formación de **hielos** y un colapso total del ecosistema. La **gravedad** solar también cesaría, alterando las órbitas de los planetas. En resumen, el apago del Sol marcaría el **fin del mundo tal como lo conocemos**, llevando a una extinción masiva y a la desintegración de la vida en la Tierra.



Autoevaluación

¿Cuál es la composición principal de las estrellas?

- ☐ Oxígeno y nitrógeno.
- ☐ Hidrógeno y helio.
- ☐ Carbono y oxígeno.
- ☐ Nitrógeno y carbono.

Incorrecto

Correcto. Las estrellas están compuestas principalmente de hidrógeno y helio. Estos gases son los que permiten que se produzcan las reacciones nucleares en el interior de las estrellas, generando la energía que emiten.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Por qué vemos las estrellas, excepto el Sol, como puntos luminosos muy pequeños?

- ☐ Porque son más pequeñas que la Tierra.
- ☐ Porque están a enormes distancias de nosotros.
- ☐ Porque no tienen suficiente luz.
- ☐ Porque están ocultas por el Sol durante el día.

Incorrecto

Correcto. Las estrellas, aunque son muy grandes, se ven como puntos luminosos muy pequeños porque están a enormes distancias de la Tierra. Esta distancia hace que parezcan fijas en el cielo y que solo se vean como puntos de luz.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuántas estrellas se pueden observar a simple vista desde la Tierra?

- ☐ 1.000.
- ☐ 8.000.
- ☐ 10.000.
- ☐ 100.000.

Incorrecto

Correcto. Desde la Tierra se pueden observar a simple vista unas 8.000 estrellas en total, divididas aproximadamente en 4.000 estrellas visibles en cada hemisferio.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuántas estrellas se pueden ver a la vez durante la noche?

- ☐ 500.
- ☐ 1.000.

☐ 2.000.

☐ 8.000.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Durante la noche no se pueden ver más de 2.000 estrellas al mismo tiempo debido a la neblina atmosférica y la pálida luz del cielo, que ocultan el resto de las estrella

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es la estrella más cercana al Sistema Solar?

☐ Sirio.

☐ Betelgeuse.

☐ Alfa Centauro.

☐ Polaris.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Alfa Centauro es la estrella más cercana al Sistema Solar, situada a unos 40 billones de kilómetros de la Tierra. Es visible solo desde el hemisferio sur.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

1.4. Las galaxias. La Vía Láctea

Las galaxias son vastos conjuntos que incluyen **innumerables estrellas**, **astros** sin luz propia como **planetas y cometas**, y **nebulosas**, que son nubes brillantes de gas y polvo cósmico. Estos sistemas estelares están unidos por la **gravedad** y pueden variar enormemente en tamaño y forma.

Ejemplos:

- ✓ **Vía Láctea:** Es la galaxia en la que se encuentra nuestro sistema solar. Contiene entre **100 y 400 mil millones de estrellas** y tiene una forma de espiral con brazos que se extienden desde un núcleo central.
- ✓ **Andrómeda (M31):** La galaxia más cercana a la Vía Láctea, a unos **2.5 millones de años luz** de distancia. Es una galaxia espiral similar en tamaño y estructura a la nuestra.
- ✓ **Galaxia del Sombrero (M104):** Conocida por su forma de espiral barrada, está situada a unos **28 millones de años luz** de distancia y se caracteriza por un núcleo brillante y un halo de estrellas.

Estas agrupaciones de estrellas y otros cuerpos celestes son fundamentales para entender la estructura y la evolución del **Universo**.

Nuestro Sistema Solar está ubicado en una de las **galaxias** más conocidas: la **Vía Láctea**. Esta galaxia se manifiesta en el cielo nocturno como una **franja blanquecina** que atraviesa el firmamento, una característica que los romanos denominaron “**Camino de Leche**” (del latín *via lactea*). En la Edad Media, también se le conoció como “**Camino de Santiago**” debido a su visibilidad durante los meses de verano, cuando se extiende en dirección este-oeste.

Características de la Vía Láctea:

- ✓ **Tamaño y Estructura:** Es una galaxia espiral grande con un diámetro de aproximadamente **100.000 años luz** y contiene alrededor de **100.000 millones de estrellas**, incluido nuestro **Sol**. La masa total de la galaxia supera las **dos billones de veces** la masa del Sol.
- ✓ **Movimiento del Sistema Solar:** El Sistema Solar completa un giro alrededor del centro de la Vía Láctea cada **225 millones de años**, desplazándose a una velocidad de unos **19 km por segundo**.
- ✓ **Centro de la Galaxia:** El centro de la Vía Láctea es notablemente brillante debido a la alta concentración de estrellas y la presencia de un **agujero negro supermasivo**. A medida que nos alejamos del centro hacia los bordes, la densidad de estrellas disminuye.



Cnice. La Vía Láctea. . La flecha indica la ubicación de nuestro sistema solar
(CC BY-NC-SA)

Nuestro Sistema Solar se encuentra en uno de los **brazos espirales** de la galaxia, en una región

que es más densa en estrellas comparada con los bordes.



Cnice . Las galaxias. La Vía Láctea

En el **Universo** existen **centenares de miles de millones** de **galaxias**, cada una de las cuales puede contener **centenares de miles de millones** de **estrellas** y otros **astros**.



Para saber más

Aquí tienes enlaces actualizados y relevantes sobre geocentrismo, heliocentrismo y temas relacionados con la astronomía:

1. Geocentrismo y Heliocentrismo:

- ✓ [Historia del Geocentrismo y el Heliocentrismo](#) - Un artículo detallado sobre la evolución de las teorías astronómicas.

2. Astronomía General:

- ✓ [Astronomía Educativa - Astronomía en General](#) - Portal con información variada sobre astronomía, incluyendo el Sistema Solar, estrellas y más.
- ✓ [NASA en Español](#) - Recursos en español proporcionados por la NASA.

3. El Universo y la Vía Láctea:

- ✓ [Explorando el Universo - Material Gráfico y Educativo](#) - Información sobre el universo, galaxias, estrellas y más.
- ✓ [La Vía Láctea y el Sistema Solar](#) - Una vista interactiva del sistema solar y la Vía Láctea.

4. Recursos Interactivos y Educación:

- ✓ [La Tierra en el Universo - Recurso Interactivo](#) - Información interactiva sobre el universo y nuestro lugar en él.
- ✓ [Astronomía para Todos - Recursos Educativos](#) - Recursos educativos sobre el universo y el Sistema Solar.

5. Vídeos y Visualizaciones:

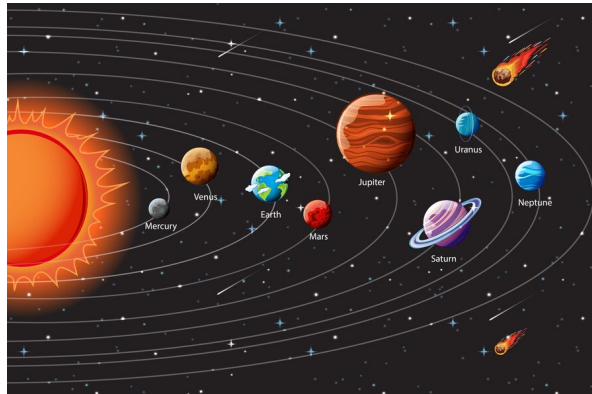
- ✓ [Vídeos sobre el Sistema Solar y el Universo](#) - Canal de YouTube de la NASA con vídeos educativos y documentales.
- ✓ [Viaje Virtual por el Universo](#) - Una herramienta para explorar el universo

en 3D.

Estos recursos te ofrecerán una visión completa y actualizada sobre los temas relacionados con la astronomía y la exploración del cosmos.

2. El Sistema Solar

Entre las **miles de estrellas** que componen nuestra galaxia, se encuentra una estrella de tamaño mediano ubicada en uno de los brazos espirales de la **Vía Láctea: el Sol**. Este sistema estelar es el centro de un conjunto de cuerpos celestes que orbitan a su alrededor, incluyendo **ocho planetas** y otros cuerpos como asteroides y cometas. A este conjunto lo denominamos **Sistema Solar**.



brgfx. El Sistema Solar (CC BY-NC-SA)



Caso práctico

Enumera y describe los principales componentes del Sistema Solar.

Respuesta

El **Sistema Solar** está compuesto por una variedad de cuerpos celestes que orbitan alrededor del **Sol**. Estos componentes incluyen:

1. Planetas (8):

- ✓ Mercurio
- ✓ Venus
- ✓ Tierra
- ✓ Marte
- ✓ Júpiter
- ✓ Saturno
- ✓ Urano
- ✓ Neptuno

2. Planetas enanos (5 reconocidos):

- ✓ Plutón
- ✓ Eris

- ✔ **Haumea**
- ✔ **Makemake**
- ✔ **Ceres**

3. **Satélites naturales** (lunas):

- ✔ **Luna** (de la Tierra)
- ✔ **Fobos y Deimos** (de Marte)
- ✔ **Ío, Europa, Ganimedes y Calisto** (de Júpiter)
- ✔ **Titán, Rhea, Encélado y Mimas** (de Saturno)
- ✔ **Oberón, Titania y Miranda** (de Urano)
- ✔ **Tritón** (de Neptuno)

4. **Asteroides:**

- ✔ Principalmente se encuentran en el **Cinturón de Asteroides**, ubicado entre **Marte** y **Júpiter**.

5. **Cometas:**

- ✔ Cometas de **corta** y **larga** duración, que provienen principalmente de la **Nube de Oort** y el **Cinturón de Kuiper**.

6. **Cinturón de Kuiper:**

- ✔ Región más allá de **Neptuno** que contiene numerosos **planetas enanos** y **objetos transneptunianos**.

7. **Nube de Oort:**

- ✔ Una vasta región esférica que rodea el **Sistema Solar** y es el origen de muchos cometas de **larga duración**.

8. **Materia interplanetaria:**

- ✔ Polvo y gas que llenan el espacio entre los planetas y otros cuerpos celestes.

Estos componentes forman el complejo y diverso **Sistema Solar**, cada uno con sus propias características y dinámicas.



Reflexiona

¿Cómo se formó el Sistema Solar?

Mostrar retroalimentación

El Sistema Solar se formó hace unos **4.6 mil millones de años** a partir de una **nube de gas y polvo** llamada **nebulosa solar**. Esta nube colapsó bajo su propia gravedad, formando un **disco protoplanetario**. En el centro del disco, el Sol se formó por fusión nuclear. Los materiales restantes se agruparon para formar los **planetas, lunas, asteroides y cometas** a través de un proceso de **acreción**.



Reflexiona

¿Cuál es el destino final del Sol y cómo afectará a los planetas del Sistema Solar?

Mostrar retroalimentación

Se prevee que dentro de unos **5 mil millones de años**, el Sol agotará su suministro de hidrógeno y se convertirá en una **gigante roja**. Durante esta fase, el Sol se expandirá, posiblemente engullendo a los planetas más cercanos, como **Mercurio** y **Venus**. Finalmente, el Sol expulsará sus capas exteriores, dejando un **núcleo denso** conocido como **enana blanca**. Los planetas restantes se enfriarán y se convertirán en cuerpos helados y oscuros.



Reflexiona

¿Cómo afectan los movimientos de los planetas al clima de la Tierra?

Mostrar retroalimentación

Los movimientos de los planetas, especialmente la **influencia gravitacional** de la Luna y el Sol, afectan a la **marea** de los océanos y el clima terrestre. La inclinación axial de la Tierra, que varía a lo largo del tiempo, influye en las estaciones del año y en el clima global. Las interacciones gravitacionales con otros planetas también pueden alterar la órbita de la Tierra y afectar el clima a lo largo de períodos geológicos.



Reflexiona

¿Qué es el cinturón de Kuiper y qué cuerpos lo componen?

Mostrar retroalimentación

El **cinturón de Kuiper** es una región del Sistema Solar que se extiende más allá de la órbita de **Neptuno** y está llena de pequeños cuerpos helados y rocosos. Contiene **cometas** de corto período, **planetas enanos** como **Plutón** y **Haumea**, y numerosos **objetos transneptunianos**. Este cinturón es un remanente de la materia que no formó planetas durante la formación del Sistema Solar.

2.1. El Sol

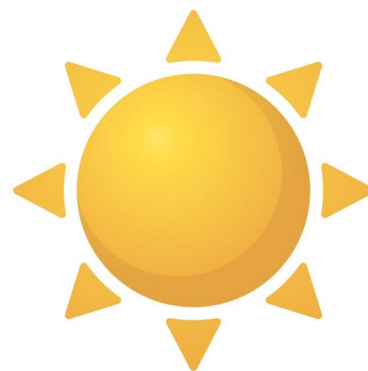
El Sol es la única estrella en nuestro **Sistema Solar**. Se trata de una gigantesca esfera de **gas** caliente compuesta principalmente de **hidrógeno** y **helio**. Es la fuente principal de **luz** y **calor** que permite la vida en la Tierra. Su intensa luminosidad hace que, durante el día, su brillo opaque a otros **cuerpos celestes**, impidiendo su visibilidad desde la superficie terrestre.

El Sol es la estrella más cercana a la Tierra y el cuerpo más grande del **Sistema Solar**. Es una inmensa esfera de **gas** que emite luz y calor, siendo la principal fuente de energía para nuestro planeta. Contiene más del **99%** de toda la materia del Sistema Solar, lo que le confiere una **gravedad** tan poderosa que mantiene a los **planetas** y otros cuerpos celestes en órbita a su alrededor.

Formado hace aproximadamente **4.650 millones de años**, el Sol tiene suficiente **combustible** para seguir brillando por unos **5.000 millones de años más**. Desde la Tierra, solo podemos ver su capa exterior, conocida como la **fotosfera**, que tiene una temperatura de unos **6.000 °C**. Esta capa presenta manchas solares, zonas más frías con temperaturas alrededor de **4.000 °C**.

La **energía solar** se genera en el núcleo del Sol, donde la temperatura alcanza **15.000.000 °C** y la presión es **340.000 veces** la presión atmosférica de la Tierra. En estas condiciones extremas, se producen **reacciones nucleares** que liberan energía, la cual es transportada a través del Sol por **radiación**.

El Sol es el centro de un sistema en el que giran numerosos cuerpos planetarios. Entre los **cuerpos planetarios mayores** se encuentran los **ocho planetas**. Los **cuerpos planetarios menores** incluyen **planetas enanos**, **satélites**, **asteroides**, **cometas** y otros.



juicy_fish. El Sol (CC BY-NC-SA)



Reflexiona

¿Por qué el Sol es esencial para la vida en la Tierra?

Mostrar retroalimentación

El Sol es crucial para la vida en la Tierra porque proporciona la **energía** necesaria para el calentamiento del planeta, el mantenimiento del clima y la fotosíntesis en las plantas. La **luz solar** es fundamental para el crecimiento de las plantas, que a su vez producen oxígeno y alimentos para los seres

vivos. Además, la energía del Sol regula las estaciones y el ciclo del agua.



Autoevaluación

El Sol es la única estrella del Sistema Solar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El Sol es la única estrella del Sistema Solar, pero la afirmación que sería correcta es que el Sol es la única estrella en el Sistema Solar. No hay otras estrellas en el Sistema Solar.

La luz del Sol nos impide ver otros astros en el cielo durante el día.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La luz intensa del Sol durante el día hace que sea difícil ver otros astros como estrellas y planetas debido a la dispersión de la luz en la atmósfera terrestre, que oscurece esos objetos.

El Sol contiene más del 99% de toda la materia del Sistema Solar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Efectivamente, el Sol contiene más del 99% de toda la masa del Sistema Solar, lo que le permite ejercer una fuerte atracción gravitatoria sobre los planetas y otros cuerpos celestes.

El Sol se formó hace 4.650 millones de años y tiene suficiente combustible para 5.000 millones de años más.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El Sol se formó hace aproximadamente 4.650 millones de años y se estima que le queda combustible para alrededor de 5.000 millones de años más antes de pasar a la siguiente etapa de su evolución estelar.

La fotosfera del Sol tiene una temperatura de aproximadamente 15.000.000°C.

☐ Verdadero ☒ Falso

Falso

La fotosfera del Sol, que es la capa visible del Sol, tiene una temperatura de unos 6.000°C. La temperatura de aproximadamente 15.000.000°C se refiere al núcleo del Sol, donde ocurren las reacciones nucleares que producen energía.

2.2. Los planetas

Alrededor del Sol orbitan **ocho planetas**, cada uno con características únicas:

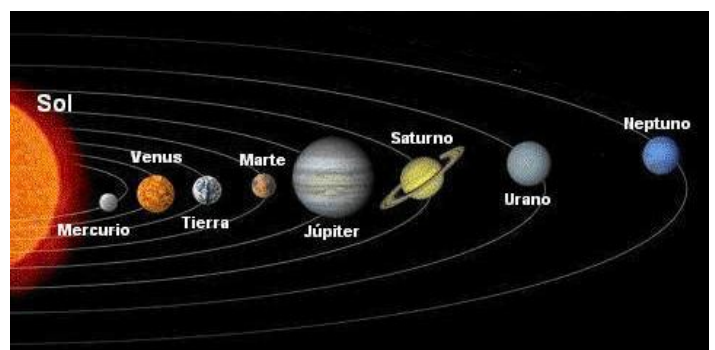
1. **Mercurio**: el planeta más cercano al Sol y el más pequeño del sistema, con temperaturas extremas.
2. **Venus**: similar en tamaño a la Tierra, con una atmósfera densa y temperaturas extremadamente altas.
3. **Tierra**: el único planeta conocido con vida, con una atmósfera rica en oxígeno y agua líquida.
4. **Marte**: conocido como el planeta rojo, con una atmósfera fina y evidencias de agua en el pasado.
5. **Júpiter**: el planeta más grande del sistema solar, con una intensa actividad atmosférica y una gran mancha roja.
6. **Saturno**: famoso por sus impresionantes anillos y una atmósfera compuesta principalmente de hidrógeno y helio.
7. **Urano**: un gigante helado con un eje de rotación extremadamente inclinado y una atmósfera rica en metano.
8. **Neptuno**: el planeta más lejano, conocido por sus vientos intensos y su color azul profundo debido al metano en su atmósfera.

En el **Sistema Solar**, los planetas se dividen en dos categorías principales:

- ✓ **Planetas Interiores (Rocosos)**: Son los planetas más cercanos al Sol y tienen superficies sólidas y rocosas. Incluyen **Mercurio**, **Venus**, **Tierra** y **Marte**.
- ✓ **Planetas Exteriores (Gaseosos)**: Se encuentran más lejos del Sol y están compuestos principalmente de gases como hidrógeno y helio, sin una superficie sólida definida. Incluyen **Júpiter**, **Saturno**, **Urano** y **Neptuno**.

Recientemente, la Unión Astronómica Internacional (IAU) ha clasificado a un nuevo grupo de cuerpos celestes denominados planetas enanos, entre los que se encuentra Plutón.

El **Sistema Solar** está compuesto por una variedad de cuerpos celestes, destacando entre ellos los **ocho planetas principales**, que se dividen en dos grupos según su distancia al Sol: **planetas interiores** y **planetas exteriores**. También se clasifican en **planetas rocosos** y **planetas gaseosos**.



Cnice. . Planetas del Sistema Solar (CC BY-NC-SA)

Planetas Interiores (Rocosos):

✓ **Mercurio:** Es el planeta más cercano al Sol y el segundo más pequeño del Sistema Solar. Sin una atmósfera significativa, el cielo en Mercurio siempre aparece **negro**. Desde su superficie, el Sol se vería **dos veces y media más grande** que desde la Tierra. Mercurio completa una órbita alrededor del Sol en menos de **tres meses**, pero su rotación es lenta, tomando **58,6 días terrestres** para girar una vez sobre su eje. Las temperaturas en Mercurio pueden variar drásticamente, alcanzando hasta **425 °C** en la cara expuesta al Sol y descendiendo a **-170 °C** en las zonas en sombra.

✓ **Venus** es el segundo planeta del Sistema Solar y el más semejante a la Tierra en tamaño, masa, densidad y volumen. Sin embargo, carece de océanos y su atmósfera densa provoca un **efecto invernadero extremo** que eleva la temperatura en su superficie hasta unos **480 °C**. Venus gira muy lentamente sobre su eje y en dirección opuesta a la mayoría de los otros planetas, por lo que el Sol sale por el oeste y se pone por el este. Debido a su rotación lenta, su día dura **243 días terrestres** y su año es de **224,7 días**.

La superficie de Venus está cubierta en su mayoría por **llanuras volcánicas y montañas**, con muchos **volcanes activos**. El 85% del planeta está compuesto por roca volcánica, con cráteres grandes de impactos de meteoritos, ya que los meteoritos pequeños se deshacen en su espesa atmósfera.

Desde la Tierra, **Venus siempre se encuentra en la misma dirección que el Sol**. Por lo tanto, solo es visible durante unas pocas horas antes del amanecer o después del atardecer. Es conocido como el **lucero del alba** (estrella de la mañana) o el **lucero vespertino** (estrella de la tarde). Cuando es visible en el cielo nocturno, es el **objeto más brillante** del firmamento, después de la Luna y el Sol.

✓ **Tierra:** Nuestro hogar, el único planeta conocido con vida, posee una atmósfera rica en **oxígeno y agua líquida**. La Tierra rota en aproximadamente **23,93 horas** y tarda **365,256 días** en orbitar alrededor del Sol.

✓ **Marte:** Conocido como el planeta rojo por sus tonalidades rosadas, Marte tiene una atmósfera **fin**a compuesta principalmente de **dióxido de carbono** y contiene solo un **0,03% de agua**, mucho menos que la Tierra. Marte experimenta grandes variaciones de temperatura y vientos fuertes, y su superficie muestra signos de antiguos ríos y costas. Su día dura **24,62 horas** y su año es de **686,98 días**.

Planetas Exteriores (Gaseosos):

✓ **Júpiter:** El planeta más grande del Sistema Solar, con una masa mayor que la de todos los otros planetas combinados y un volumen mil veces el de la Tierra. Su atmósfera está formada principalmente por **hidrógeno y helio**, con nubes y tormentas, incluida la **Gran Mancha Roja**, una gigantesca tormenta que ha estado activa durante **300 años**. Júpiter rota rápidamente, con un día de solo **9,84 horas**, y tiene **63 lunas conocidas**.

✓ **Saturno:** El segundo planeta más grande del Sistema Solar, famoso por sus anillos visibles desde la Tierra. Saturno tiene una **densidad menor que la del agua** y una atmósfera compuesta de **hidrógeno, helio y metano**. Sus anillos, cuyo origen exacto aún se investiga, son mantenidos por la gravedad de los satélites cercanos y la rotación del planeta. Saturno tiene **33 lunas confirmadas**, y su día dura **10,23 horas**, mientras que su año es de **29,46 años**.

✓ **Urano:** El séptimo planeta desde el Sol y el tercero más grande, descubierto mediante telescopio. Su atmósfera está compuesta por **hidrógeno, metano** y otros hidrocarburos,

que le dan un color azul. Urano está notablemente inclinado, con un eje casi perpendicular a su órbita, lo que resulta en **estaciones extremas**. Su día dura **17,9 horas** y su año es de **84,01 años**.

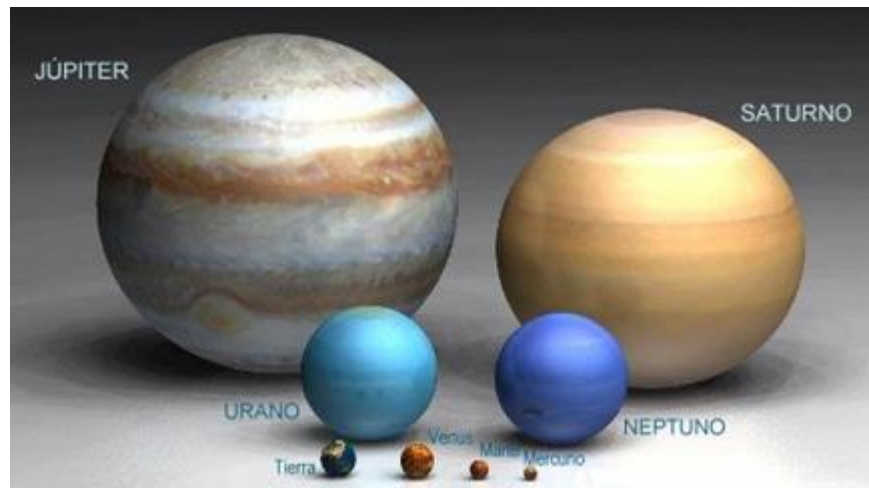
- ✔ **Neptuno:** El planeta más lejano de los gigantes gaseosos, descubierto gracias a predicciones matemáticas. Su atmósfera exterior es de **hidrógeno, helio, vapor de agua y metano**, lo que le da un color azul profundo. En Neptuno se producen los **vientos más rápidos** del Sistema Solar, con velocidades que alcanzan hasta **2.000 km/h**. Su día dura **16,11 horas** y su año es de **164,8 años**. La distancia con Neptuno es tan grande que una nave espacial necesita aproximadamente **12 años** para llegar allí, y las señales tardan más de **4 horas** en regresar a la Tierra.

Datos Claves sobre los Planetas del Sistema Solar:

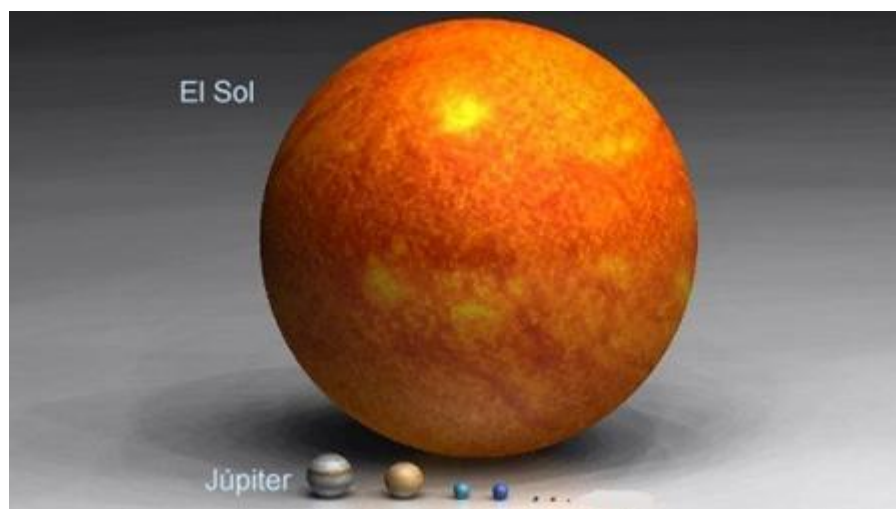
Datos Claves sobre los Planetas del Sistema Solar

Planeta	Radio Ecuatorial	Distancia al Sol (km)	Lunas	Rotación (duración)	Traslación (duración)
Mercurio	2.440 km	57.910.000	0	58,6 días	87,97 días
Venus	6.052 km	108.200.000	0	-243 días	224,7 días
Tierra	6.378 km	149.600.000	1	23,93 horas	365,256 días
Marte	3.397 km	227.940.000	2	24,62 horas	686,98 días
Júpiter	71.492 km	778.330.000	63	9,84 horas	11,86 años
Saturno	60.268 km	1.429.400.000	33	10,23 horas	29,46 años
Urano	25.559 km	2.870.990.000	27	17,9 horas	84,01 años
Neptuno	24.746 km	4.504.300.000	13	16,11 horas	164,8 años
Plutón	1.160 km	5.913.520.000	1	-6,39 días	248,54 años

Cada uno de estos planetas exhibe características únicas que reflejan la **increíble diversidad y complejidad del Sistema Solar**. Desde las **extremas fluctuaciones de temperatura en Mercurio** hasta los **vientos más intensos en Neptuno**, cada planeta ofrece una visión fascinante de los diferentes fenómenos que componen nuestro sistema estelar.



Cnice. *Tamaño relativo de los planetas del Sistema Solar*



Cnice . *Tamaño relativo del Sol con respecto a los planetas*



Cnice. *Júpiter y dos de sus lunas*



Cnice. Anillos de Saturno



Reflexiona

¿Qué hace que Marte sea un planeta de interés para la exploración espacial?

Mostrar retroalimentación

Marte presenta características geológicas que sugieren la presencia pasada de agua y condiciones potencialmente habitables, lo que lo convierte en un objetivo principal para la búsqueda de vida y la exploración futura.



Reflexiona

¿Cuál es la principal diferencia entre los planetas interiores y exteriores del Sistema Solar?

Mostrar retroalimentación

Los **planetas interiores** (rocosos) tienen superficies sólidas y están formados principalmente por rocas y metales, mientras que los **planetas exteriores** (gaseosos) están compuestos principalmente de gases y no tienen una superficie sólida definida.



Reflexiona

¿Por qué Mercurio tiene temperaturas extremas en su superficie?

Mostrar retroalimentación

Mercurio no tiene una atmósfera significativa para retener el calor, lo que causa que las temperaturas fluctúen drásticamente entre el lado expuesto al Sol y el lado en sombra.



Reflexiona

¿Qué hace que Venus sea el planeta más cálido del Sistema Solar?

Mostrar retroalimentación

Venus tiene una atmósfera densa compuesta principalmente de dióxido de carbono, que provoca un efecto invernadero extremo, atrapando el calor y elevando la temperatura en su superficie a unos 480 °C.



Reflexiona

¿Cuál es la característica más distintiva de Júpiter en comparación con los otros planetas del Sistema Solar?

Mostrar retroalimentación

Júpiter es el planeta más grande del Sistema Solar y tiene una atmósfera compleja con la Gran Mancha Roja, una gigantesca tormenta más grande que la Tierra.



Reflexiona

¿Por qué Saturno es conocido por sus anillos?

Mostrar retroalimentación

Saturno es famoso por sus anillos visibles desde la Tierra, que están formados por partículas de hielo y rocas, y son mantenidos por la gravedad de los satélites cercanos y la rotación del planeta.



Reflexiona

¿Qué peculiaridad tiene Urano en su rotación en comparación con otros planetas?

Mostrar retroalimentación

Urano tiene una inclinación axial extrema, casi de 98 grados, lo que hace que sus polos estén casi en el plano de su órbita, causando estaciones extremas.



Reflexiona

¿Por qué Venus rota en sentido opuesto a la mayoría de los planetas?

Mostrar retroalimentación

Venus rota en dirección opuesta a la mayoría de los planetas del Sistema Solar debido a un posible impacto colosal en el pasado que alteró su rotación.



Reflexiona

¿Cómo se descubrió Neptuno?

Mostrar retroalimentación

Neptuno fue descubierto a través de predicciones matemáticas basadas en las perturbaciones en la órbita de Urano, antes de ser observado directamente con telescopios.



Pregunta de Elección Múltiple

El mayor planeta del Sistema solar es:

- ☐ Marte
- ☐ Júpiter
- ☐ Saturno

Sigue intentándolo

Enhorabuena.

Sigue intentándolo.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

¿Cuál de los siguientes planetas es gaseoso?

☐ Venus

☐ Tierra

☐ Urano

Sigue intentándolo

Sigue intentándolo

Enhorabuena.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

2.3. Los asteroides

Los **asteroides** son cuerpos rocosos o metálicos que orbitan alrededor del Sol, y la mayoría se encuentra en el **cinturón de asteroides**, situado entre **Marte** y **Júpiter**. Ejemplos notables incluyen **Ceres**, el mayor asteroide del cinturón, y **Vesta**, otro de los asteroides más grandes y brillantes.

Algunos **asteroides** tienen órbitas que se extienden más allá de **Saturno**, mientras que otros se acercan al **Sol** más que la **Tierra**. Algunos de estos asteroides han impactado la Tierra, y al entrar en la atmósfera, se incendian y se convierten en **meteoritos**.

Los asteroides también se conocen como **planetas menores**. La masa total de todos los asteroides en el Sistema Solar es significativamente menor que la de la **Luna**.

Los asteroides más grandes tienden a ser más esféricos, mientras que aquellos con diámetros menores de 160 km suelen tener formas alargadas e irregulares. La mayoría de ellos tardan entre **5 y 20 horas** en completar una rotación sobre su eje. En la región comprendida entre las órbitas de Marte y Júpiter, conocida como el **cinturón de asteroides**, orbitan más de **18.000 asteroides** en un área de aproximadamente **550 millones de kilómetros**.



Cnice. . Asteroide ([CC BY-NC-SA](#))



Reflexiona

¿Qué papel juegan los asteroides y cometas en el Sistema Solar?

Mostrar retroalimentación

Los **asteroides** son pequeños cuerpos rocosos que se encuentran principalmente en el **cinturón de asteroides** entre Marte y Júpiter. Son restos de la formación temprana del Sistema Solar. Los **cometas** son cuerpos compuestos de hielo, polvo y rocas que tienen órbitas elípticas muy largas, y al acercarse al Sol, desarrollan una **coma** y una **cola** brillante debido a la sublimación del hielo.



Autoevaluación

La mayoría de los asteroides se encuentran en el cinturón principal, que está situado entre Marte y Júpiter.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La mayor parte de los asteroides en el Sistema Solar se encuentran en el cinturón de asteroides, que se localiza entre los planetas Marte y Júpiter.

Cuando un asteroide entra en la atmósfera terrestre, se transforma en un meteorito.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Cuando un asteroide entra en la atmósfera terrestre, se convierte en un meteorito solo si llega a la superficie. Mientras está en la atmósfera, se denomina meteorito. El término "meteoro" se usa para describir el destello brillante que se produce debido a la fricción con la atmósfera.

La masa total de todos los asteroides del Sistema Solar es comparable a la de la Luna.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La masa total de todos los asteroides del Sistema Solar es mucho menor que la de la Luna. A pesar de la gran cantidad de asteroides, su masa combinada es ínfima en comparación con la masa lunar.

La mayoría de los asteroides tardan entre 5 y 20 horas en completar un giro sobre su eje.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La mayoría de los asteroides tienen períodos de rotación que varían de 5 a 20 horas, aunque algunos pueden girar más rápido o más lentamente.

Entre las órbitas de Marte y Júpiter hay una región de aproximadamente 550 millones de kilómetros con más de 18.000 asteroides.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter es una región extensa que contiene más de 18.000 asteroides, cubriendo un área de alrededor de 550 millones de kilómetros.

3. La Luna

La **Luna** es el único **satélite natural** de la Tierra. Con un diámetro de aproximadamente **3.476 km**, es alrededor de una cuarta parte del diámetro de nuestro planeta. La **masa** de la Tierra es **81 veces** mayor que la de la Luna. Su **densidad media** es solo **tres quintas partes** de la densidad terrestre, y su **gravedad** en la superficie es **una sexta parte** de la gravedad de la Tierra.

La **Luna** orbita la **Tierra** a una distancia media de **384.403 km**, viajando a una velocidad de aproximadamente **3.700 km/h**. Completa una órbita elíptica alrededor de la Tierra en **27 días, 7 horas, 43 minutos y 11,5 segundos**.

Para pasar de una fase lunar a la misma fase en el siguiente ciclo, la Luna requiere **29 días, 12 horas, 44 minutos y 2,8 segundos**.

Debido a que su rotación sobre su eje y su órbita alrededor de la Tierra están sincronizadas, siempre muestra la misma cara hacia nuestro planeta. La **cara opuesta**, que nunca vemos desde la Tierra, se conoce como la "**cara oculta de la Luna**".



Cnice.. La luna (CC BY-NC-SA)

Aunque la Luna parece brillante en el cielo, en realidad refleja solo el **7%** de la luz solar que recibe.

La falta de atmósfera en la Luna significa que los **meteoritos** que impactan su superficie crean **cráteres** visibles. Desde la Tierra, observamos zonas brillantes y oscuras en la superficie lunar, conocidas como "**mares**".



Reflexiona

¿Cómo ayuda la Luna a los marineros a navegar en el mar?

Mostrar retroalimentación

La **Luna** es fundamental para la **navegación costera** debido a su influencia en las **mareas**. Los marineros observan las fases lunares para predecir las mareas y ajustar su **planificación de los viajes** y el **calado de las embarcaciones**. Las mareas más altas y bajas se pueden anticipar observando la posición de la Luna y su **fase** en relación con el Sol.



Reflexiona

¿Qué papel juegan las fases de la Luna en la planificación de las rutas de navegación?

Mostrar retroalimentación

Las fases de la Luna afectan la **intensidad de las mareas**, lo que es crucial para **planificar la entrada y salida de puertos** y la navegación en zonas con **variaciones significativas** de marea. Las mareas vivas, que ocurren durante la Luna Nueva y la Luna Llena, pueden ayudar a los marineros a identificar **momentos óptimos** para aprovechar las corrientes y evitar **trampas de mareas** peligrosas.



Autoevaluación

¿Cuál es el diámetro aproximado de la Luna?

- ☐ 3.476 km.
- ☐ 6.371 km.
- ☐ 12.742 km.
- ☐ 1.737 km.

Correcto. El diámetro de la Luna es aproximadamente 3.476 km, que equivale a una cuarta parte del diámetro de la Tierra, que es de unos 12.742 km.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuántas veces es mayor la masa de la Tierra en comparación con la de la Luna?

- ☐ 27.
- ☐ 81.
- ☐ 50.
- ☐ 100.

Incorrecto

Correcto. La masa de la Tierra es 81 veces mayor que la masa de la Luna. Esto se debe a las diferencias en composición y tamaño entre los dos cuerpos celestes.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál es la gravedad en la superficie de la Luna en comparación con la de la Tierra?

- ☐ Un tercio.
- ☐ Un cuarto.
- ☐ Un sexto.
- ☐ Un octavo.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La gravedad en la superficie de la Luna es un sexto de la gravedad en la superficie de la Tierra. Esto afecta a la forma en que los objetos se mueven y se comportan en la Luna en comparación con la Tierra.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuánto tiempo tarda la Luna en completar una órbita alrededor de la Tierra?

- ☐ 29 días, 12 horas, 44 minutos y 2,8 segundos.
- ☐ 27 días, 7 horas, 43 minutos y 11,5 segundos.
- ☐ 30 días.
- ☐ 24 días, 12 horas, 30 minutos.

Incorrecto

Correcto. La Luna tarda aproximadamente 27 días, 7 horas, 43 minutos y 11,5 segundos en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra, lo que es conocido como el período de órbita sideral.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál es la diferencia entre el tiempo que tarda la Luna en completar una órbita alrededor de la Tierra y el tiempo que tarda en cambiar de fase?

- ☐ La diferencia es de 2 días, 5 horas, 1 minuto y 1,3 segundos.

- ☐ La diferencia es de 1 día, 5 horas, 30 minutos y 1 segundo.
- ☐ La diferencia es de 2 días, 6 horas, 1 minuto y 2 segundos.
- ☐ La diferencia es de 2 días, 12 horas, 44 minutos y 2,8 segundos.

Correcto. La Luna tarda 29 días, 12 horas, 44 minutos y 2,8 segundos en pasar de una fase a otra similar (mes lunar), mientras que su órbita alrededor de la Tierra dura 27 días, 7 horas, 43 minutos y 11,5 segundos. La diferencia entre estos dos períodos es aproximadamente 2 días, 5 horas, 1 minuto y 1,3 segundos.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

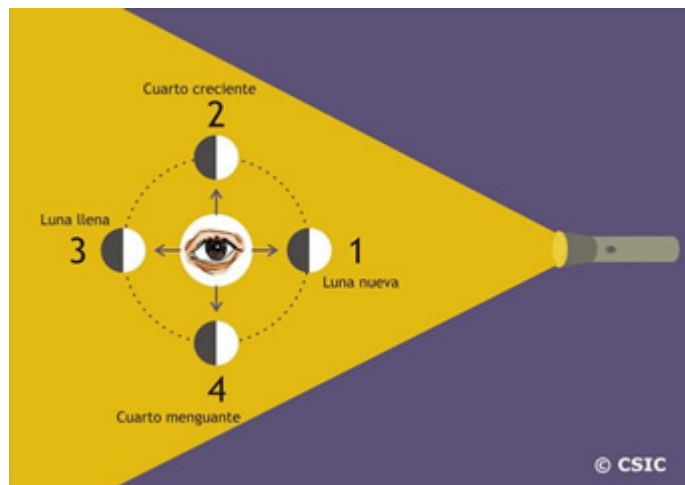
3.1. Fases de la Luna

Dependiendo de la posición relativa de la **Luna** con respecto a la **Tierra** y el **Sol**, su cara visible muestra diferentes grados de iluminación. Esta variación en la cantidad de luz que refleja se conoce como las **fases de la Luna**.

La **Luna Nueva**, o **novilunio**, ocurre cuando la Luna se encuentra entre la Tierra y el Sol, lo que provoca que no la veamos desde la Tierra, ya que su cara iluminada queda opuesta a nuestra vista.

En el **Cuarto Creciente**, la Luna, la Tierra y el Sol forman un ángulo recto, lo que permite observar la mitad de la cara lunar iluminada, durante su período de crecimiento.

La **Luna Llena**, o **plenilunio**, sucede cuando la Tierra está situada entre el Sol y la Luna. En este momento, la cara visible de la Luna recibe la luz solar directamente, haciéndola aparecer completamente iluminada desde la Tierra.



CSIC . Fases de la Luna

Finalmente, en el **Cuarto Menguante**, los tres cuerpos celestes vuelven a formar un ángulo recto, permitiendo observar la otra mitad de la cara lunar.

Dato curioso: La Luna puede parecer engañosa. Cuando muestra la forma de una "D", en realidad está **decreciendo** (menguando), a pesar de que parece que está creciendo. Por otro lado, cuando tiene la forma de una "C", está en **crecimiento** (creciendo), aunque parece que está decreciendo.



Autoevaluación

En la fase de Luna Nueva, la Luna está entre la Tierra y el Sol, por lo que no la vemos desde la Tierra.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

En la fase de Luna Nueva, la Luna está situada entre la Tierra y el Sol. La cara iluminada de la Luna está opuesta a nosotros, por lo que no podemos verla desde la Tierra.

Durante el Cuarto Creciente, la Luna, la Tierra y el Sol forman un ángulo recto, por lo que se observa la mitad de la Luna.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

En la fase de Cuarto Creciente, la Luna, la Tierra y el Sol forman un ángulo recto, lo que permite observar aproximadamente la mitad de la cara iluminada de la Luna.

La fase de Luna Llena ocurre cuando la Luna está entre la Tierra y el Sol, y la vemos completamente iluminada.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La fase de Luna Llena ocurre cuando la Tierra está entre el Sol y la Luna. En esta fase, la cara visible de la Luna está completamente iluminada por el Sol.

En la fase de Cuarto Menguante, los tres cuerpos (Luna, Tierra y Sol) forman un ángulo recto, y se puede observar la otra mitad de la cara lunar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Durante la fase de Cuarto Menguante, la Luna, la Tierra y el Sol también forman un ángulo recto, mostrando la mitad de la cara iluminada de la Luna, pero en la dirección opuesta al Cuarto Creciente.

Cuando la Luna tiene forma de "D", significa que está creciendo, mientras que cuando tiene forma de "C", está decreciendo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Cuando la Luna tiene forma de "D" (en su fase creciente), está creciendo; cuando tiene forma de "C" (en su fase menguante), está decreciendo. La confusión proviene de la apariencia visual de las fases en el hemisferio norte, pero el ciclo es consistente.

3.2. Las mareas

¿Alguna vez te has preguntado por qué las playas cambian tanto de aspecto entre la marea alta y la marea baja?

La respuesta se encuentra en la Luna. Su **atracción gravitatoria** ejerce una influencia significativa sobre la Tierra, provocando el ascenso y descenso periódico de las aguas en lo que conocemos como **mareas**. Si no existiera ningún astro cercano, como la Luna, el nivel del agua no experimentaría estos cambios. Sin embargo, la Luna afecta las mareas de manera que su impacto varía según su posición en su órbita alrededor de la Tierra.

Las **mareas** son el ascenso y descenso periódico de las aguas del mar, causadas por la **atracción gravitatoria** de la Luna y el Sol sobre la Tierra. Este fenómeno se repite en ciclos de aproximadamente 12 horas (mareas semidiurnas) o 24 horas (mareas diurnas). Lo más común es que las mareas sean **mixtas**, es decir, que en la misma costa se experimenten ambos tipos de mareas.

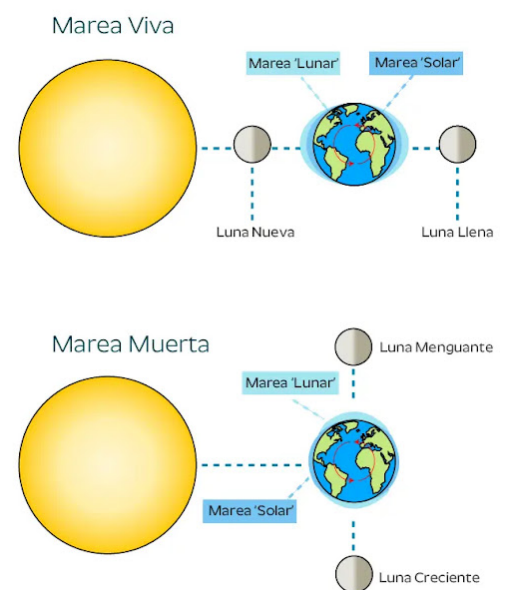
El efecto de las mareas se debe principalmente a la influencia de la Luna. El agua en el lado de la Tierra más cercano a la Luna es atraída con mayor intensidad que el propio planeta, creando una **marea alta**. Simultáneamente, el agua en el lado opuesto es menos atraída que la Tierra, produciendo una segunda **marea alta**. La atracción del Sol también contribuye, aunque con menor intensidad. Las **mareas** resultan de la combinación de estas dos influencias.

Cuando la atracción gravitatoria del Sol se alinea con la de la Luna, durante la Luna Nueva o la Luna Llena, se producen **mareas vivas**, que son más pronunciadas. En contraste, cuando la atracción del Sol y la de la Luna están a 90 grados, se producen **mareas muertas**, que son menos intensas.

El ciclo de las mareas varía ligeramente cada día debido a la órbita de la Luna y la rotación de la Tierra, con un período verdadero determinado por estos factores. Generalmente, la mayoría de los lugares experimentan dos mareas por día, con cada una ocurriendo aproximadamente una hora más tarde cada día.

La **influencia de la Luna** varía con su posición, y esto afecta la altura de las mareas. Cuando la marea está en su punto más alto, se llama **pleamar**; cuando está en su punto más bajo, se llama **bajamar**.

Las mareas tienen un impacto significativo en áreas marinas extensas. En mares cerrados o pequeños, los cambios de marea son mínimos. Sin embargo, en puertos con mareas fuertes, la navegación puede depender del ritmo de las mareas, ya que los barcos pueden entrar solo durante la pleamar y salir durante la bajamar.



Geoplaneta. Marea Viva - Marea Muerta (CC BY-NC-SA)

Para gestionar estas variaciones, se utilizan **tablas de mareas** que predicen los cambios a lo largo del año. Los pescadores, por ejemplo, planifican sus actividades en función de las mareas: algunas pesquerías, como la pesca variada, son más productivas durante la pleamar, mientras que otras, como la pesca del lenguado, se benefician de la bajamar.



Reflexiona

¿Cómo influyen las diferentes fases de la Luna, como la Luna Menguante y la Luna Llena, en la intensidad de las mareas y por qué se producen estos efectos?

Mostrar retroalimentación

La **Luna Llena** produce **mareas vivas** más intensas debido a que la gravedad combinada del Sol y la Luna refuerza el efecto sobre los océanos, resultando en mareas altas más pronunciadas y mareas bajas más profundas.

En cambio, durante la **Luna Menguante**, el efecto combinado de la Luna y el Sol es menor, lo que modera las mareas y resulta en mareas menos extremas. Así, las mareas vivas son menos marcadas y las mareas bajas no son tan profundas.



Reflexiona

¿Cómo pueden las mareas extremas, influenciadas por la Luna, contribuir a desastres naturales?

Mostrar retroalimentación

Las **mareas vivas** provocadas por la Luna Llena o la Luna Nueva pueden exacerbar desastres naturales como las **inundaciones** costeras, especialmente durante tormentas o huracanes. Las mareas altas combinadas con tormentas pueden llevar a **inundaciones severas** y **erosión costera**, aumentando el riesgo para las comunidades costeras y la infraestructura.



Caso práctico

6) Contesta:

- a) ¿Qué son las mareas?
- b) ¿Cómo se producen las fases de la Luna?

Respuesta

a) ***La marea es el ascenso y descenso periódico de las aguas del mar. Se trata de un efecto producido por la atracción gravitatoria de la Luna y del Sol sobre el agua y la Tierra.***

b) ***Como el periodo de rotación y traslación de la Luna es de 28 días siempre muestra la misma cara a la Tierra. Dependiendo de que parte de su superficie esté iluminada por el Sol tendremos Luna llena (100%) Cuarto menguante y Cuarto creciente (50%) o Luna Nueva (0%)***

4. La Tierra

La Tierra es el **planeta rocoso más grande del Sistema Solar**, lo que le permite mantener una **atmósfera densa y protectora**. Esta capa de gases no solo **dispersa la luz solar**, sino que también **regula las temperaturas** al absorber y retener el calor, evitando que la superficie se sobrecaliente durante el día y se enfríe excesivamente durante la noche.

Casi tres cuartas partes de la superficie terrestre están cubiertas de agua, que incluye mares y océanos. Esta **agua desempeña un papel crucial en la regulación de la temperatura del planeta**, ya que absorbe y libera calor, lo que ayuda a moderar el clima. El **agua que se evapora forma nubes** y precipita en forma de lluvia o nieve, contribuyendo a la formación de ríos y lagos. En los polos, donde la energía solar es limitada, el agua se acumula en forma de hielo, con el **casquete polar del sur siendo el más grande y conteniendo la mayor reserva de agua dulce de la Tierra**.

La Tierra es el **tercer planeta desde el Sol** y el **quinto en tamaño**. Gira en una órbita elíptica alrededor del Sol, a unos **150 millones de kilómetros**, completando una vuelta aproximadamente en un año. Al mismo tiempo, rota sobre su propio eje cada día.



Cnice. . Foto de la Tierra tomada por los tripulantes del Apolo 17 en Diciembre de 1972, mientras viajaban hacia la Luna. La masa rojiza es África y la Península Arábiga. Lo blanco son nubes y parte de la cubierta de hielo que recubre la Antártida. (CC BY-NC-SA)

La Tierra no es una esfera perfecta; el **ecuador está engrosado por 21 km**, mientras que el **polo norte está dilatado 10 m** y el **polo sur está hundido unos 31 metros**.

La atmósfera terrestre es rica en oxígeno y tiene **temperaturas moderadas**, agua abundante y una composición química variada. El planeta está compuesto de **rocas y metales**, sólidos en la superficie pero fundidos en el interior. La Tierra, tal como la conocemos, ha cambiado drásticamente desde su formación hace unos **4.500 millones de años**. Inicialmente era una masa de rocas fundidas que, con el tiempo, solidificó su corteza. El agua se acumuló en las zonas más bajas y la atmósfera se formó sobre la corteza sólida.



Caso práctico

¿Cuáles son los principales movimientos de la Tierra y cómo afectan a nuestro planeta?

Respuesta

La Tierra realiza dos movimientos principales que tienen un gran impacto en nuestro planeta:

1. **Rotación:** La Tierra gira sobre su propio eje, completando una vuelta en aproximadamente 24 horas. Este movimiento da lugar al ciclo día-noche y afecta la distribución de la luz solar, creando las diferencias de temperatura y el clima.
2. **Traslación:** La Tierra orbita alrededor del Sol en una órbita elíptica, tardando alrededor de 365,25 días en completar un ciclo. Este movimiento es responsable de las estaciones del año debido a la inclinación del eje terrestre, que varía la intensidad de la luz solar en diferentes épocas del año.



Reflexiona

¿Qué consecuencias tendría para la vida en la Tierra si cesaran los movimientos de rotación y traslación del planeta?

Mostrar retroalimentación

Si la **rotación** de la Tierra cesara, las consecuencias serían drásticas:

- ✔ **Ciclo Día-Noche Extremo:** Un lado del planeta estaría en perpetua luz solar, experimentando temperaturas extremadamente altas, mientras que el otro lado estaría en oscuridad continua, con temperaturas extremadamente bajas. Esto causaría un desequilibrio climático severo, afectando la vida y los ecosistemas.
- ✔ **Cambios en la Gravedad y la Forma del Planeta:** La rotación de la Tierra contribuye al achatamiento en los polos y al ensanchamiento en el ecuador. Sin rotación, la Tierra podría adoptar una forma más esférica, alterando el nivel del mar y potencialmente inundando grandes áreas de tierra.

Si la **traslación** de la Tierra cesara, las implicaciones serían igualmente graves:

- ✔ **Pérdida de Estaciones:** Sin traslación, no habría variación estacional en la intensidad de la luz solar, afectando la agricultura, los ecosistemas y el clima global.
- ✔ **Efectos en la Gravedad Solar:** La falta de movimiento orbital también significaría que la Tierra se desplazaría hacia el Sol, eventualmente chocando con él o acercándose demasiado, lo que podría provocar un calentamiento extremo y la destrucción de la vida.

4.1. Movimientos de rotación y traslación

La Tierra está en constante movimiento, girando alrededor del **centro de nuestra galaxia, la Vía Láctea**, junto con el resto de los planetas y cuerpos del Sistema Solar. Aunque este vasto desplazamiento cósmico es un hecho constante, su impacto en nuestra vida cotidiana es prácticamente imperceptible.

El **movimiento de traslación** y el **movimiento de rotación** son fundamentales para la forma en que experimentamos el tiempo y las estaciones en la Tierra.

1. Movimiento de Traslación: El Año

- ✓ La Tierra se desplaza alrededor del Sol en una órbita elíptica, describiendo una trayectoria de aproximadamente **930 millones de kilómetros** a una distancia media de **150 millones de kilómetros** del Sol. Este movimiento, impulsado por la gravitación, dura **365 días, 5 horas, 57 minutos** (o 365,2422 días), lo que define la duración del año.
- ✓ Debido a la diferencia entre el año calendario (365 días) y el año solar, se añade un día extra cada cuatro años en los **años bisiestos** (29 de febrero) para ajustar el desfase acumulado. Existen excepciones: los años múltiplos de 100 no son bisiestos, a menos que también sean múltiplos de 400 (como 2000 y 2400).
- ✓ En el perihelio, que ocurre a principios de enero, la Tierra está a **142,7 millones de kilómetros** del Sol. En el afelio, a principios de julio, alcanza su máxima distancia de **151,8 millones de kilómetros**. La Tierra viaja a una velocidad media de **29,5 kilómetros por segundo**, recorriendo **106.000 kilómetros por hora** o **2.544.000 kilómetros al día**.



Ehtisham Abid. Movimientos de rotación y traslación (CC BY-NC-SA)

2. Movimiento de Rotación: El Día

- ✓ La Tierra rota sobre su eje, que pasa idealmente por los polos, completando una vuelta cada **24 horas** (o más precisamente, cada **23 horas y 56 minutos**). Esta rotación ocurre en dirección **Oeste-Este**, lo que provoca la alternancia entre el día y la noche.
- ✓ La rotación terrestre genera la sensación de que el cielo gira alrededor del planeta, y es responsable del ciclo de **días y noches** que experimentamos a diario.



Reflexiona

¿Por qué la duración del día no es exactamente 24 horas y cómo se mide el tiempo de rotación?

Mostrar retroalimentación

La duración del **día solar** es aproximadamente 24 horas, pero el tiempo real de rotación (día **sidereal**) es de 23 horas, 56 minutos y 4 segundos. Se mide observando el tiempo que tarda una estrella en volver a la misma posición en el cielo.



Reflexiona

¿Qué efectos tendría en nuestro planeta si la rotación de la Tierra se detuviera repentinamente?

Mostrar retroalimentación

Si la rotación de la Tierra se detuviera repentinamente, la **inercia** de los océanos y la atmósfera provocaría **tsunamis** y **vientos devastadores**. Habrá un cambio drástico en la distribución del **calor**, con un lado expuesto al Sol y el otro en oscuridad perpetua, afectando gravemente el **clima** y los **ecosistemas**.



Reflexiona

¿Cómo influye la posición de la Luna en el ciclo de mareas y qué impacto tiene en las actividades humanas?

Mostrar retroalimentación

La posición de la Luna determina las **mareas**. Las **mareas vivas** ocurren cuando la Luna y el Sol están alineados, provocando mareas más extremas. Las **mareas muertas** suceden cuando están en ángulo recto, siendo menos extremas. Estas variaciones afectan la **navegación**, la **pesca** y las **actividades costeras**.



Autoevaluación

¿Cuál es la duración exacta del año terrestre considerando el movimiento de traslación?

- ☐ 365 días y 6 horas.
- ☐ 365 días, 5 horas y 57 minutos.
- ☐ 365 días y 24 horas.
- ☐ 365 días y 4 horas.

Incorrecto

Correcto. La duración exacta del año terrestre es de 365 días, 5 horas y 57 minutos. Este valor se debe al tiempo que tarda la Tierra en completar una órbita alrededor del Sol. Debido a esta diferencia con los 365 días del calendario, cada 4 años se añade un día adicional en el calendario (29 de febrero) para ajustar la discrepancia.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué es el perihelio?

- ☐ El punto más lejano de la órbita de la Tierra respecto al Sol.

- ☐ El punto medio de la órbita de la Tierra respecto al Sol.
- ☐ El punto más cercano de la órbita de la Tierra respecto al Sol.
- ☐ El momento en que la Tierra está en el equinoccio.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. El perihelio es el punto en la órbita de la Tierra en el cual está más cerca del Sol. Se produce a principios de enero, cuando la distancia entre la Tierra y el Sol es de aproximadamente 142.700.000 kilómetros.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cómo se denomina el movimiento de la Tierra alrededor de su propio eje que causa la alternancia entre día y noche?

- ☐ Movimiento de traslación.
- ☐ Movimiento de precesión.
- ☐ Movimiento de rotación.
- ☐ Movimiento de inclinación.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. El movimiento de rotación es el giro de la Tierra alrededor de su propio eje, el cual provoca la alternancia entre el día y la noche. La Tierra completa una rotación en aproximadamente 24 horas.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es la velocidad promedio de la Tierra al viajar alrededor del Sol?

- ☐ 29,5 kilómetros por minuto.
- ☐ 29,5 kilómetros por hora.
- ☐ 29,5 kilómetros por segundo.
- ☐ 29,5 kilómetros por día.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La velocidad promedio de la Tierra al moverse en su órbita alrededor del Sol es de aproximadamente 29,5 kilómetros por segundo. Esto permite que la Tierra recorra alrededor de 2.544.000 kilómetros en un día.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué evento ocurre a principios de julio en relación con la órbita de la Tierra?

- ☐ La Tierra alcanza el perihelio.
- ☐ La Tierra alcanza el afelio.
- ☐ La Tierra pasa por el equinoccio.
- ☐ La Tierra está en el solsticio de verano.

Incorrecto

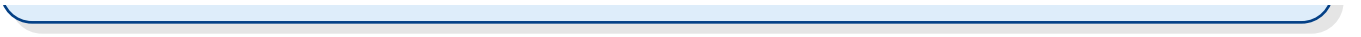
Correcto. A principios de julio, la Tierra alcanza el afelio, que es el punto más lejano en su órbita respecto al Sol. En esta posición, la distancia entre la Tierra y el Sol es de aproximadamente 151.800.000 kilómetros.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto



4.2. Las estaciones

Las estaciones del año se deben a la **inclinación del eje terrestre**. Esta inclinación provoca que, mientras un hemisferio experimenta el verano, el otro vive el invierno. Si el eje de la Tierra no estuviera inclinado, **no habría estaciones** y tanto el día como la noche durarían lo mismo, es decir, 12 horas cada uno durante todo el año. La variación estacional en la duración del día y la temperatura que observamos es una consecuencia directa de esta inclinación y la forma en que la Tierra se mueve alrededor del Sol.

Las estaciones del año —primavera, verano, otoño e invierno— se originan debido a la **inclinación del eje terrestre** y al **movimiento de traslación** de la Tierra alrededor del Sol.

Inclinación del Eje y Estaciones

El **eje de la Tierra** está inclinado a **23,5°** con respecto a su órbita. Esta inclinación provoca que, mientras un hemisferio disfruta del verano, el otro experimenta el invierno. Durante **primavera** y **otoño**, el Sol ilumina casi igual ambos hemisferios.

Solsticios y Equinoccios

Las estaciones se definen por cuatro eventos clave en la órbita terrestre:

- **Solsticio de invierno** (21-22 de diciembre)
- **Equinoccio de primavera** (20-21 de marzo)
- **Solsticio de verano** (21-22 de junio)
- **Equinoccio de otoño** (23-24 de septiembre)

En los **equinoccios**, el eje de rotación es perpendicular a los rayos del Sol, que inciden directamente sobre el ecuador. Durante los **solsticios**, el eje se inclina a 23,5°, haciendo que los rayos solares caigan verticalmente sobre el Trópico de Cáncer (solsticio de verano en el hemisferio norte) o el Trópico de Capricornio (solsticio de verano en el hemisferio sur).

Estaciones del Año y sus Eventos

Evento	Fecha	Hemisferio Norte	Hemisferio Sur	Duración	Inclinación	Definición
Solsticio de Invierno	21-22 de diciembre	Invierno	Verano	89 días	23,5° hacia el sur	Día más corto de año en el hemisferio norte, noche más larga.

Equinoccio de Primavera	20-21 de marzo	Primavera	Otoño	92,9 días	0°	El día y la noche tienen igual duración en ambos hemisferios
Solsticio de Verano	21-22 de junio	Verano	Invierno	93,7 días	23,5° hacia el norte	Día más largo de año en el hemisferio norte, noche más corta.
Equinoccio de Otoño	23-24 de septiembre	Otoño	Primavera	89,6 días	0°	El día y la noche tienen igual duración en ambos hemisferios



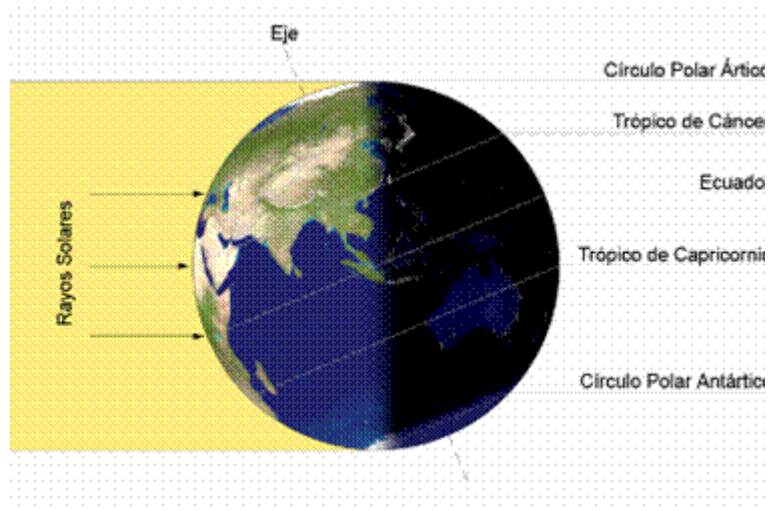
Solsticio y Equinocio (CC BY-NC-SA)

Variación Estacional

Debido a la **excentricidad de la órbita terrestre**, las estaciones no tienen la misma duración. La Tierra viaja a diferentes velocidades a lo largo de su órbita elíptica. Por ejemplo, en el perihelio (principios de enero), la Tierra está más cerca del Sol y recibe un 7% más de calor que en el afelio (principios de julio). Esto contribuye a que el **invierno boreal** sea menos frío que el **invierno austral** y el **verano austral** sea más caluroso que el **verano boreal**.

Efectos de la Inclinación

En el **solsticio de verano**, el Sol incide perpendicularmente sobre el **Trópico de Cáncer** (a **23,5°** al norte del ecuador), lo que produce días muy largos en el hemisferio norte y da lugar al fenómeno conocido como el "**sol de medianoche**" en el **Círculo Polar Ártico**, donde el Sol no se pone durante todo el día. Este mismo proceso se invierte en el **solsticio de invierno**, cuando el Sol está perpendicular al **Trópico de Capricornio** (en el hemisferio sur), creando largos periodos de oscuridad en el **Círculo Polar Antártico**.



Cnice . . . Inclinación de la Tierra ([CC BY-NC-SA](#))

Si observamos la inclinación del eje terrestre, notamos que en verano el Sol parece más alto en el cielo, ya que su trayectoria está más cercana a nuestra vertical. Esto sucede porque la luz solar incide de manera casi perpendicular. A medida que la Tierra se desplaza en su órbita hacia el invierno, la luz se vuelve más oblicua, reduciendo su intensidad. En el solsticio de verano, el Sol incide sobre el **Trópico de Cáncer**, mientras que en el solsticio de invierno lo hace sobre el **Trópico de Capricornio**.

Este cambio en la posición del Sol a lo largo del año es lo que determina las estaciones, con días largos y cálidos en verano y días cortos y fríos en invierno. Además, los extremos polares experimentan fenómenos opuestos: mientras el **Círculo Polar Ártico** disfruta de luz solar continua en verano, el **Círculo Polar Antártico** experimenta completa oscuridad. Seis meses después, los roles se invierten.

Lo mismo puede razonarse en el hemisferio sur y llegaremos al **Trópico de Capricornio** y **Círculo Polar Antártico**. Y entre éste y el Polo Sur disfrutarán de oscuridad completa mientras la Tierra da una vuelta completa ese día.



Reflexiona

¿Cómo afectaría la vida en la Tierra si el eje de inclinación de la Tierra fuera de 0 grados?

Mostrar retroalimentación

Si el eje de inclinación de la Tierra fuera de **0 grados**, no existirían las **estaciones**, y las **temperaturas** serían casi constantes durante todo el año en cada lugar. Además, el **día** y la **noche** tendrían siempre la misma

duración de **12 horas** en todo el planeta.



Reflexiona

¿Por qué los días y las noches tienen la misma duración en los equinoccios?

Mostrar retroalimentación

Durante los **equinoccios**, el Sol se encuentra directamente sobre el **ecuador**, lo que provoca que el **día** y la **noche** tengan la misma duración (aproximadamente **12 horas**) en todos los lugares de la Tierra.



Reflexiona

¿Qué regiones de la Tierra experimentan el fenómeno del "sol de medianoche" y por qué ocurre?

Mostrar retroalimentación

El "**sol de medianoche**" ocurre en las regiones cercanas al **Círculo Polar Ártico** y al **Círculo Polar Antártico** durante sus respectivos **solsticios de verano**. En esas zonas, el Sol no se pone durante **24 horas** debido a la **inclinación de la Tierra**, que permite que el Sol esté visible durante todo el día.



Reflexiona

¿Qué papel juega la inclinación del eje terrestre en la variación de la temperatura a lo largo del año?

Mostrar retroalimentación

La **inclinación del eje terrestre** ($23,5^\circ$) hace que distintas partes del planeta reciban diferentes cantidades de **luz solar** a lo largo del año. Esto provoca los cambios de **temperatura** que caracterizan las estaciones: en **verano**, el hemisferio inclinado hacia el Sol recibe más calor, mientras que en **invierno**, el hemisferio inclinado en dirección opuesta recibe menos.



Para saber más

Para obtener más información sobre las **estaciones del año** en español, te recomiendo visitar las siguientes páginas actualizadas:

1. [NASA: Las Estaciones](#) - Explicación sobre el cambio de estaciones y cómo influye la inclinación de la Tierra.
2. [National Geographic en Español: Las Estaciones](#) - Un artículo que detalla las causas y efectos de las estaciones del año en el planeta.
3. [Meteorología en Red: Qué son las estaciones del año](#) - Información clara y precisa sobre las estaciones y los fenómenos asociados a ellas.



Autoevaluación

La inclinación del eje terrestre es de $23,5^\circ$. Esto significa que en el solsticio de verano el Sol está directamente sobre el ecuador.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El solsticio de verano ocurre cuando el Sol está directamente sobre el Trópico de Cáncer, no sobre el ecuador. La inclinación del eje de la Tierra de $23,5^\circ$ hace que durante el solsticio de verano, el Sol se encuentre en su punto más alto al norte del ecuador.

En los equinoccios, el eje de rotación de la Tierra es perpendicular a los rayos del Sol, lo que resulta en una duración igual del día y la noche en todo el planeta.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

En los equinoccios, el eje de rotación de la Tierra es perpendicular a los rayos solares, lo que provoca que la luz del Sol se distribuya uniformemente sobre el ecuador. Esto resulta en aproximadamente 12 horas de luz diurna y 12 horas de oscuridad en todo el mundo.

Las estaciones del año tienen una duración diferente debido a la excentricidad de la órbita terrestre y la velocidad variable de la Tierra alrededor del Sol.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La órbita elíptica de la Tierra y la velocidad variable a lo largo de esta órbita afectan la duración de las estaciones. Por ejemplo, el invierno boreal tiende a ser menos frío que el invierno austral debido a la mayor cercanía de la Tierra al Sol durante el invierno boreal.

Durante el solsticio de invierno en el hemisferio norte, el Sol se encuentra directamente sobre el Trópico de Capricornio.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Durante el solsticio de invierno en el hemisferio norte, el Sol está directamente sobre el Trópico de Cáncer. El Trópico de Capricornio es el paralelo sobre el cual el Sol se encuentra durante el solsticio de verano en el hemisferio sur.

En los solsticios, la inclinación del eje terrestre hace que los rayos solares caigan verticalmente sobre el ecuador.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En los solsticios, los rayos solares caen verticalmente sobre los Trópicos (Trópico de Cáncer en el solsticio de verano del hemisferio norte y Trópico de Capricornio en el solsticio de invierno del hemisferio norte). El ecuador recibe luz vertical solo durante los equinoccios.

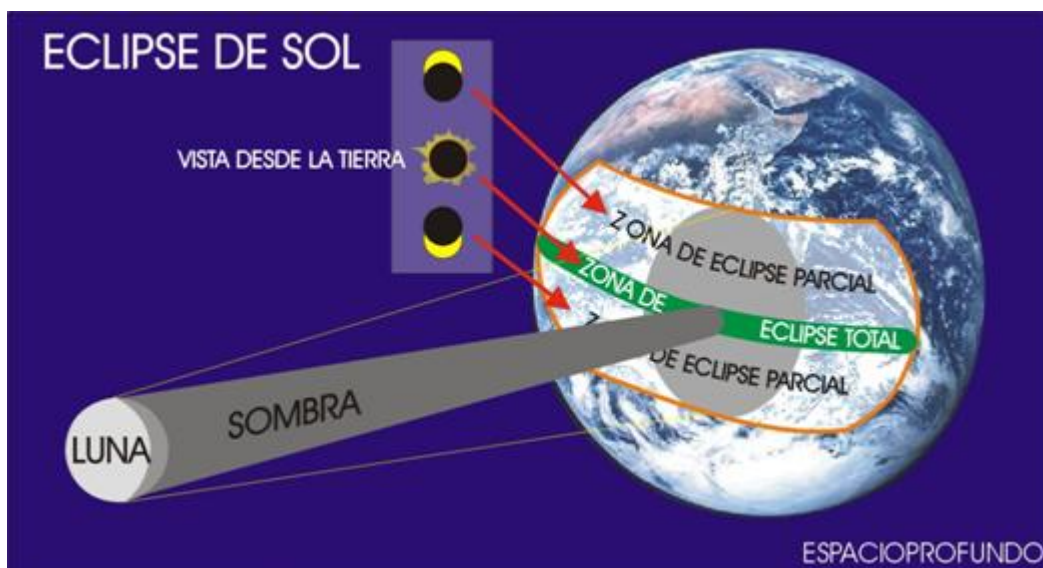
4.3. Los eclipses

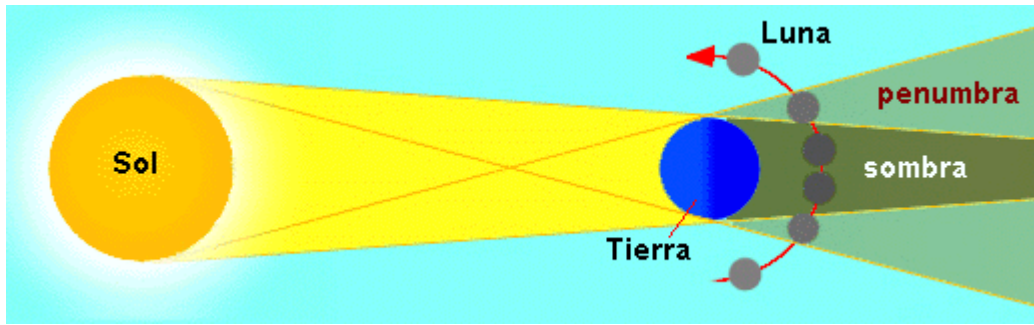
Un **eclipse** ocurre cuando un cuerpo celeste queda temporalmente **oscurecido** por la **interposición** de otro. Dado que los cuerpos celestes están en constante movimiento, en ocasiones uno de ellos proyecta su **sombra** sobre otro, bloqueando parcial o totalmente la luz que lo ilumina y provocando que se vea **oscurecido**.

En el caso de la **Tierra**, la **Luna** y el **Sol**, existen dos tipos de eclipses:

1. **Eclipse de Sol:** Ocurre cuando la **Luna** se interpone entre la **Tierra** y el **Sol**, proyectando su sombra sobre una zona específica de la Tierra. Las personas en esa zona experimentan un oscurecimiento momentáneo, como si fuera de noche, porque la Luna tapa al Sol. Desde la Tierra, el Sol parece estar cubierto por la Luna. Este fenómeno sucede únicamente en una pequeña franja de la Tierra, debido al menor tamaño de la Luna en comparación con el Sol.
2. **Eclipse de Luna:** Se produce cuando la **Luna** entra en el **cono de sombra** que proyecta la **Tierra**. Esto ocurre cuando la Tierra se interpone entre el Sol y la Luna. Durante el eclipse, los habitantes del hemisferio nocturno pueden ver cómo la Luna desaparece total o parcialmente de su vista. Los eclipses de Luna pueden ser:
 - ✔ **Totales:** Cuando la Luna se introduce completamente en la sombra de la Tierra.
 - ✔ **Parciales:** Cuando solo una parte de la Luna se encuentra en la sombra.

Es importante destacar que, a diferencia de los eclipses solares, los **eclipses de Luna** pueden ser observados desde una mayor extensión de la superficie terrestre, ya que la sombra de la Tierra es mucho mayor que la de la Luna.





astrogea . Eclipse de Luna



Caso práctico

Define brevemente los siguientes conceptos:

- a. **Movimiento de traslación**
- b. **Movimiento de rotación**
- c. **Solsticio**
- d. **Equinoccio**
- e. **Eclipse**

Respuesta

- a. **Movimiento de traslación:** Es el desplazamiento de la **Tierra** alrededor del **Sol** en una órbita elíptica, impulsada por la fuerza de **gravitación**, completando el ciclo en aproximadamente **365 días**.
- b. **Movimiento de rotación:** Es el giro de la **Tierra** sobre su propio **eje**, completando una vuelta completa en **24 horas**, lo que genera la alternancia entre el **día** y la **noche**.
- c. **Solsticio:** Ocurre cuando el **eje terrestre** está inclinado a **23,5°**, de modo que los rayos solares inciden directamente sobre el **Trópico de Cáncer** (verano en el hemisferio norte) o el **Trópico de Capricornio** (verano en el hemisferio sur). Marca el día más largo o más corto del año.
- d. **Equinoccio:** Es el momento en que el **eje de la Tierra** es **perpendicular** a los rayos solares, haciendo que estos caigan verticalmente sobre el **ecuador**, resultando en días y noches de igual duración.
- e. **Eclipse:** Es el fenómeno que ocurre cuando un cuerpo celeste queda **oscurecido** por la **interposición** de otro, como un **eclipse solar**, en el que la **Luna** bloquea la luz del **Sol**, o un **eclipse lunar**, en el que la **Tierra** proyecta su sombra sobre la **Luna**.

5. Estructura de la Tierra

La **estructura de la Tierra** se divide en varias capas y esferas que interactúan entre sí para mantener el equilibrio del planeta. Estas esferas incluyen la **hidrosfera**, la **biosfera**, la **geosfera** y la **atmósfera**, y cada una desempeña un papel vital en el sistema terrestre. A continuación se ofrece una breve descripción de cada una:

Hidrosfera

La **hidrosfera** comprende toda el agua presente en la Tierra, tanto en estado líquido como sólido. Esto incluye los **océanos**, **mares**, **ríos**, **lagos**, **acuíferos subterráneos**, así como el **hielo** y la **nieve**. Cubre aproximadamente el **71% de la superficie terrestre** y juega un papel crucial en la **regulación del clima** y el **ciclo del agua**.

Biosfera

La **biosfera** abarca todas las formas de **vida** en la Tierra, desde los **microorganismos** más diminutos hasta los **ecosistemas** más grandes. Se extiende desde las profundidades del **océano** hasta las capas más altas de la **atmósfera** donde puede existir vida. La biosfera es esencial para el **sostenimiento de la vida** y el **reciclaje de nutrientes**.

Geosfera

La **geosfera** es la parte sólida de la Tierra y está formada por tres capas principales:

- ✓ **Corteza:** La capa más externa, compuesta por **rocas** y **minerales**, se divide en **corteza continental** y **corteza oceánica**.
- ✓ **Manto:** Una capa intermedia de **roca sólida** y **viscosa** que se extiende hasta unos **2,900 kilómetros** bajo la superficie.
- ✓ **Núcleo:** Compuesto por un **núcleo externo líquido** y un **núcleo interno sólido**, principalmente de **hierro** y **níquel**, es responsable del **campo magnético terrestre**.



Calameo . Partes de la Tierra

Atmósfera

La **atmósfera** es la capa de **gases** que rodea la Tierra, compuesta principalmente de **nitrógeno** (78%) y **oxígeno** (21%), con trazas de otros gases como **dióxido de carbono**, **argón** y **vapor de agua**. Se divide en varias capas:

- ✓ **Troposfera**: La capa más cercana a la superficie terrestre, donde ocurren la mayoría de los **fenómenos meteorológicos**.
- ✓ **Estratosfera**: Contiene la **capa de ozono**, que protege la Tierra de la **radiación ultravioleta**.
- ✓ **Mesosfera**: Donde se queman la mayoría de los **meteoritos** que entran en la atmósfera.
- ✓ **Termosfera**: Caracterizada por **altas temperaturas**, es donde ocurren las **auroras boreales**.
- ✓ **Exosfera**: La capa más externa, donde la atmósfera se fusiona con el **espacio exterior**.

Interacciones entre las Esferas

- ✓ **Hidrosfera y Atmósfera**: El **ciclo del agua** conecta ambas esferas a través de procesos como la **evaporación**, **condensación** y **precipitación**.
- ✓ **Biosfera y Geosfera**: Los organismos vivos interactúan con el **suelo** y las **rocas**, extrayendo **nutrientes** y contribuyendo a la formación de **suelo fértil**.
- ✓ **Geosfera y Atmósfera**: Los **volcanes** emiten **gases** y **partículas** a la atmósfera, lo que puede influir en el **clima** global.
- ✓ **Hidrosfera y Biosfera**: Los **ecosistemas acuáticos** dependen de la **calidad** y la **cantidad de agua** disponible para su supervivencia.

La **interacción** entre estas esferas es fundamental para el **funcionamiento** del sistema terrestre y para mantener la **vida** en nuestro planeta. Las relaciones entre la **hidrosfera**, **biosfera**, **geosfera** y **atmósfera** permiten el equilibrio dinámico que sostiene la Tierra tal como la conocemos.



Reflexiona

¿Qué pasaría si la atmósfera no tuviera una capa de ozono?

Mostrar retroalimentación

La **capa de ozono** en la **estratosfera** protege a la Tierra de la dañina **radiación ultravioleta**. Sin esta capa, la vida en la Tierra sería mucho más vulnerable a las **mutaciones genéticas** y **cáncer de piel**, entre otros efectos perjudiciales.



Reflexiona

¿Cómo afecta la interacción entre la hidrosfera y la atmósfera al clima global?

Mostrar retroalimentación

La **evaporación del agua** en la hidrosfera, seguida por la **formación de nubes** y **precipitación** en la atmósfera, regula el ciclo del agua y afecta los patrones climáticos en todo el planeta.



Reflexiona

¿Cómo influye la hidrosfera en la regulación de la temperatura de la Tierra?

Mostrar retroalimentación

Los **océanos** y otras masas de agua en la hidrosfera almacenan **calor** y lo distribuyen alrededor del planeta mediante las **corrientes oceánicas**, ayudando a moderar las **temperaturas globales**.



Reflexiona

¿Qué papel juega el núcleo de la geosfera en la vida en la Tierra?

Mostrar retroalimentación

El **núcleo** de la geosfera, especialmente su **movimiento líquido**, genera el **campo magnético terrestre**, que protege a la biosfera y la atmósfera de la radiación solar dañina.



Autoevaluación

La hidrosfera incluye agua en estado sólido como el hielo y la nieve.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La hidrosfera abarca todo el agua en la Tierra, incluyendo formas sólidas como el hielo y la nieve, además de océanos, mares, ríos, etc.

La biosfera se extiende desde las profundidades del océano hasta las capas más altas de la atmósfera.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La biosfera comprende todas las formas de vida en la Tierra y se encuentra en diversos hábitats terrestres y acuáticos, incluyendo altitudes elevadas en la atmósfera.

El manto es una capa viscosa y sólida que se extiende hasta unos 2,900 kilómetros bajo la superficie terrestre.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El manto es viscoso pero no sólido; es parcialmente sólido y parcialmente viscoso. Se extiende desde la corteza hasta unos 2,900 kilómetros de

profundidad.

El núcleo de la Tierra está compuesto principalmente por hierro y níquel.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El núcleo terrestre está compuesto principalmente por hierro y níquel, con un núcleo externo líquido y un núcleo interno sólido.

La estratosfera es la capa de la atmósfera que contiene la mayor parte del vapor de agua.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La estratosfera no contiene una gran cantidad de vapor de agua; es más seca en comparación con la troposfera, que es donde se encuentra la mayor parte del vapor de agua.

5.1. La atmósfera

La **atmósfera** es la **capa de gases** que rodea la **Tierra**, protegiendo al planeta de las **radiaciones cósmicas nocivas** y creando las condiciones necesarias para el **desarrollo de la vida**. Los gases más abundantes en la atmósfera son el **nitrógeno** (78%), el **oxígeno** (21%) y el **dióxido de carbono** (0,033%). Además, contiene pequeñas cantidades de **vapor de agua**, **gases nobles** (como el argón), **hidrógeno** y **ozono**, que desempeñan funciones vitales en la regulación del clima y la protección frente a la **radiación ultravioleta** del Sol.



Conocimiento previo

La densidad de la atmósfera disminuye a medida que vamos ascendiendo en altura. Esto es debido a la acción de la gravedad, que atrae la mayor parte de la masa del aire por su propio peso y por tanto, cuanto más ascendemos más ligero es el aire.

Como consecuencia, también es menor la presión del aire conforme ascendemos, ya que la masa de aire que queda por encima de nosotros es menor.

La **atmósfera** puede alcanzar un espesor de hasta **1,000 km** en algunas zonas y está dividida en **cuatro capas principales**:

1. **Troposfera**: Es la capa más cercana a la Tierra, extendiéndose hasta unos **10 km**. En esta capa ocurren todos los **fenómenos atmosféricos** que conocemos, como el clima y las precipitaciones. La **temperatura disminuye** conforme se asciende, y contiene alrededor del **75% de la masa** de la atmósfera.
2. **Estratosfera**: Llega hasta unos **50 km** de altitud y es donde se encuentra la **mayor concentración de ozono**, esencial para la vida en la Tierra. Este **ozono** filtra las **radiaciones ultravioleta** nocivas del Sol, lo que provoca que la temperatura aumente a medida que se asciende.
3. **Mesosfera**: Esta capa se extiende desde los **50 hasta los 80 km**. Es aquí donde se queman la mayoría de los **meteoritos** que ingresan a la atmósfera, y la temperatura vuelve a descender.
4. **Ionosfera (o termosfera) y exosfera**: Estas son las capas más externas de la atmósfera, comenzando a unos **80 km** y extendiéndose hasta el **espacio exterior**. En la ionosfera, las temperaturas pueden variar entre **100° y 300° C** debido a la **radiación solar**. La exosfera es la transición hacia el espacio y donde se encuentran partículas extremadamente dispersas.

La atmósfera es fundamental para la **vida en la Tierra**, ya que **regula el clima**, **protege de radiaciones nocivas**, y proporciona los **gases esenciales** para la vida, como el **oxígeno** (21%), necesario para la **respiración celular** de los seres vivos. Sin oxígeno, los seres vivos no podrían sobrevivir, ya que es vital en el proceso de obtención de energía. Durante la **respiración**, los

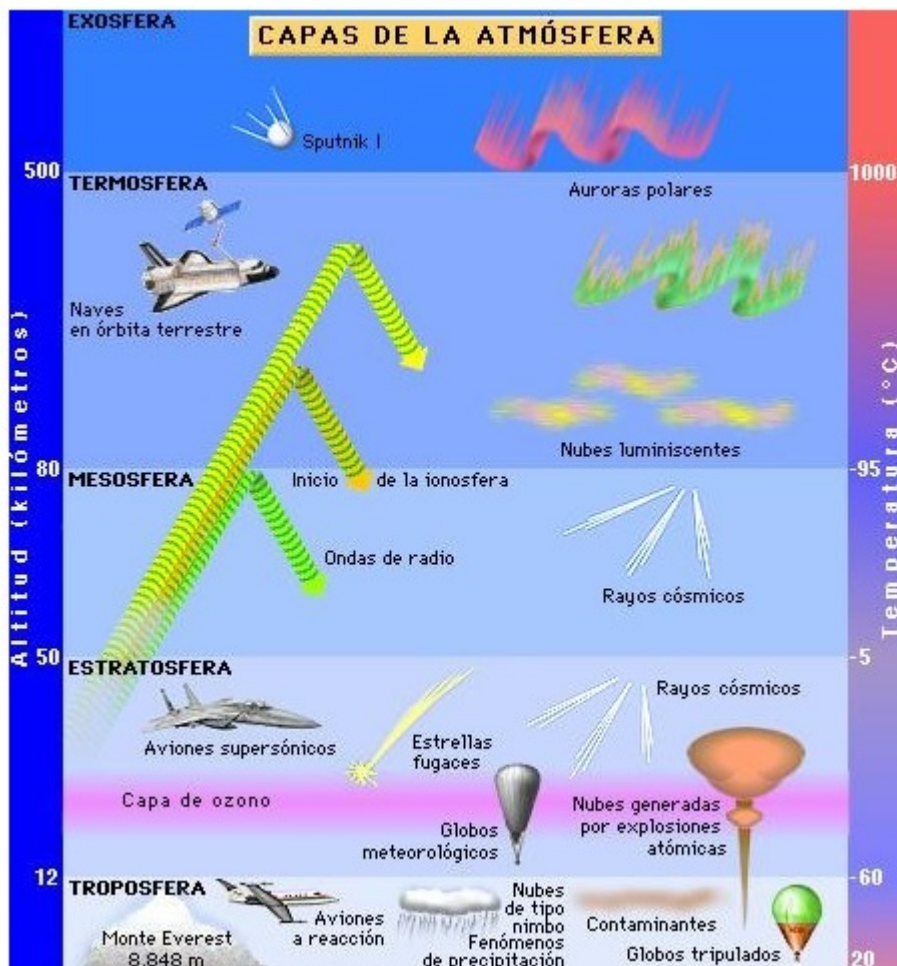
seres vivos consumen oxígeno y liberan **dióxido de carbono (CO₂)**.

Por otro lado, las plantas desempeñan un papel crucial al producir su alimento a través de la **fotosíntesis**, utilizando la **energía del sol**, el **dióxido de carbono** del aire, y el agua y minerales del suelo, liberando **oxígeno** en el proceso. Este ciclo mantiene el **equilibrio de gases** en la atmósfera.

Aunque el **nitrógeno** constituye el **78% de la atmósfera**, no lo utilizamos directamente en la respiración. Los seres vivos lo obtienen principalmente a través de los **alimentos**, ya que las plantas lo extraen del suelo.

El **vapor de agua** presente en la atmósfera es esencial para el **desarrollo de la vida**. Las áreas con mayor **humedad** y vapor de agua, como los **bosques tropicales**, son las que presentan una **mayor biodiversidad**.

La atmósfera es un **recurso natural indispensable** y, aunque se clasifica como **recurso renovable**, su capacidad de renovación depende de la **actividad fotosintética de las plantas**. La **preservación** de la atmósfera es clave para garantizar la continuidad de la vida en la Tierra.



Desconocido. Capas de la Atmósfera



Caso práctico

11) ¿Cuál es la función de cada uno de los gases de la atmósfera?

SOLUCION

- ✔ **Nitrógeno (78%):** Es un gas **inerte** que no participa directamente en los procesos biológicos de los seres vivos. Sin embargo, es esencial en el **ciclo del nitrógeno**, ya que las plantas lo absorben del suelo en forma de compuestos nitrogenados para su crecimiento.
- ✔ **Oxígeno (21%):** Es crucial para la **respiración** de animales y plantas. Los seres vivos lo utilizan para obtener energía a través de la **respiración celular**.
- ✔ **Dióxido de carbono (0.033%):** Aunque presente en pequeñas cantidades, es vital para las **plantas**, ya que lo utilizan en el proceso de **fotosíntesis** para producir oxígeno y alimento.

Cada uno de estos gases tiene un papel esencial para el mantenimiento de la vida y el equilibrio de los ecosistemas en la Tierra.



Caso práctico

9) ¿Cuál es la composición de la atmósfera terrestre?

SOLUCIÓN

Nitrógeno en un 78%, oxígeno en un 21% y en menores cantidades CO₂, vapor de agua, gases nobles hidrógeno y ozono.

10) ¿Dónde será menor la densidad del aire, en la orilla del mar o en la cima de una montaña? ¿Y la presión?

SOLUCIÓN

Tanto la densidad como la presión disminuyen con la altura, con lo cual serán menores en la cima de una montaña.

5.1.1. La contaminación de la atmósfera

El **aire limpio** es naturalmente **transparente**. Sin embargo, cuando a la atmósfera se le añaden contaminantes como el **humo de los coches**, las **emisiones de las fábricas**, o los **residuos de las calefacciones**, el aire se oscurece y pierde su claridad. Este fenómeno provoca que el aire se vuelva **opaco** y lo definimos como **aire contaminado**, afectando la **calidad del aire** y la **salud ambiental**.

Los **gases contaminantes** más comunes en la atmósfera incluyen el **dióxido de azufre**, **dióxido de carbono**, **óxidos de nitrógeno**, **metano** y **ozono**. Estos gases tienen efectos adversos sobre el medio ambiente, como:

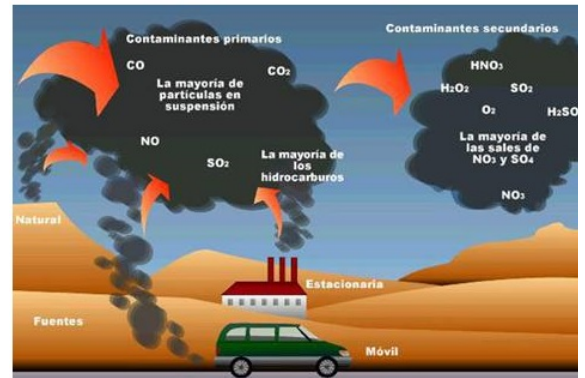
1. **Efecto invernadero:** Gases como el **dióxido de carbono**, el **vapor de agua**, el **ozono** y el **nitrógeno** forman una capa que permite el paso de los rayos solares hacia la superficie terrestre, pero impiden que el calor escape de nuevo al espacio. Esto provoca un **calentamiento de la atmósfera**, conocido como efecto invernadero. La emisión excesiva de gases contaminantes amplifica este efecto, elevando la **temperatura global** y afectando negativamente al **equilibrio climático**. Entre sus consecuencias más graves se encuentran la posible **desaparición de especies**, el **derretimiento de los polos**, y el **aumento del nivel del mar**, que podría inundar **costas y valles**.
2. **Agujero en la capa de ozono:** El **ozono** es un gas vital en la atmósfera que actúa como un **escudo protector** contra las **radiaciones ultravioletas** dañinas del Sol. Sin embargo, el uso intensivo de **clorofluorocarbonos (CFCs)** en **aerosoles**, **refrigerantes** y **fertilizantes** ha destruido parte de esta capa, creando el llamado **agujero de ozono**. Esto permite que más **radiación ultravioleta** llegue a la Tierra, aumentando los riesgos para la salud, como el **cáncer de piel**, y afectando los ecosistemas.

En resumen, la **contaminación atmosférica** es un grave problema que altera la estabilidad climática y afecta tanto a los ecosistemas como a la salud humana. Combatir estas emisiones es esencial para mitigar sus impactos a largo plazo.

¿Qué es el efecto invernadero?

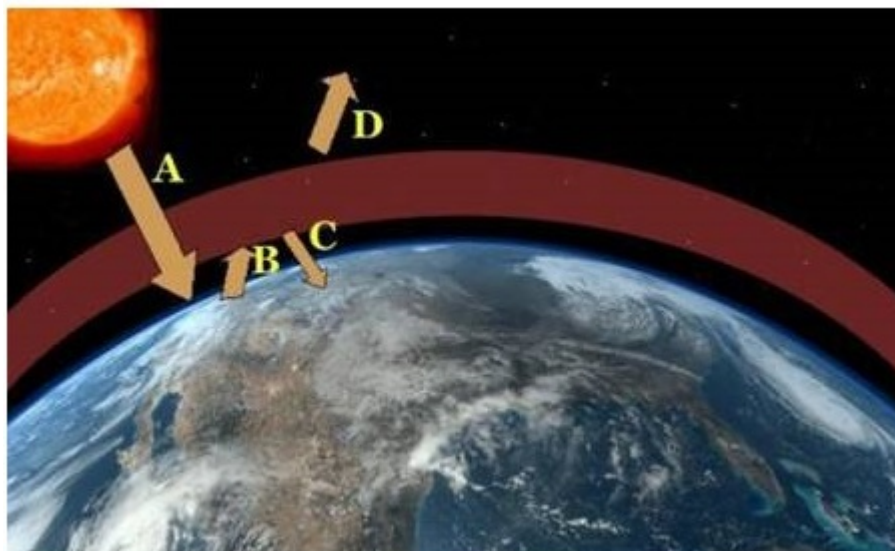
El **efecto invernadero** es un fenómeno natural en el cual ciertos **gases en la atmósfera** (como el dióxido de carbono, el vapor de agua, el metano y el ozono) atrapan parte de la **energía solar** que la Tierra irradia de vuelta al espacio. Esto provoca un **calentamiento** de las capas más cercanas a la superficie terrestre, lo que hace que el planeta mantenga una temperatura adecuada para la vida.

¿Qué causa el Efecto Invernadero?



Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. .
Contaminación atmosférica ([CC BY-NC-SA](#))

La causa principal del efecto invernadero es la presencia de **gases de efecto invernadero** en la atmósfera. Estos gases permiten que los rayos solares atraviesen la atmósfera y calienten la superficie terrestre, pero impiden que el calor se disipe completamente hacia el espacio. Aunque es un fenómeno natural necesario para mantener una temperatura habitable en la Tierra, el **exceso de gases contaminantes** emitidos por actividades humanas, como la **quema de combustibles fósiles**, la **deforestación** y la **industria**, está intensificando el efecto invernadero, lo que está provocando el **calentamiento global**.



Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. *Efecto invernadero*

Si observamos la imagen del Efecto Invernadero:

- A. Absorción de la radiación emitida por el Sol en las capas atmosféricas.
- B. Reflexión de la radiación solar absorbida (aproximadamente un 30%).
- C. Captación de la radiación solar reflejada por los gases invernaderos.
- D. Expulsión de la radiación solar al espacio.

El ciclo formado por los puntos B y C, es el responsable del aumento en la temperatura de las capas más cercanas a la superficie terrestre.

¿Qué es el Agujero de la capa de ozono?

El **Agujero de la capa de ozono** se refiere a la **disminución significativa de la concentración de ozono** en la **estratosfera**, especialmente sobre la región de la **Antártida**. El **ozono** es un gas que forma una capa protectora en la atmósfera y absorbe la mayor parte de las **radiaciones ultravioletas (UV)** emitidas por el Sol, evitando que estas lleguen a la superficie terrestre, donde podrían causar daños graves a los seres vivos.

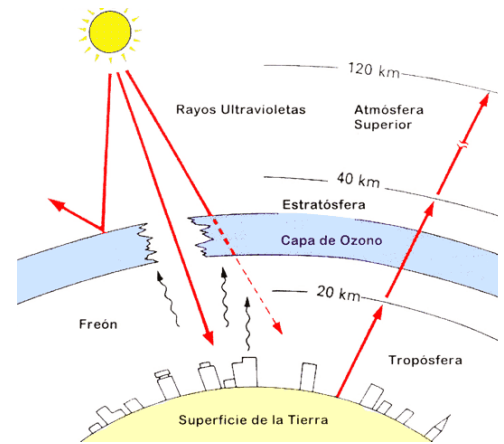
Causa del Agujero de la capa de ozono:

El uso de **compuestos químicos** como los **clorofluorocarbonos (CFCs)**, que se encuentran en aerosoles, refrigerantes y otros productos industriales, ha sido identificado como el principal causante de la destrucción de la capa de ozono. Estos compuestos, cuando llegan a la estratosfera, reaccionan con el ozono y lo descomponen, debilitando su capacidad de filtrar las

radiaciones ultravioletas.

Consecuencias:

La **disminución del ozono** en la atmósfera permite que una mayor cantidad de radiación UV llegue a la superficie de la Tierra, lo que aumenta el riesgo de **cáncer de piel**, **daños en los ojos** (como cataratas), y afecta negativamente a los **ecosistemas marinos y terrestres**, incluyendo daños a las plantas y fitoplancton.



Wikispaces .. Agujero capa ozono ([CC BY-NC-SA](#))



Caso práctico

¿Cuál es el gas responsable del efecto invernadero y como actúa?

SOLUCION

Es el dióxido de carbono (CO_2). Permite que los rayos de sol penetren en la atmósfera pero impide que vuelvan a escapar `produciendo un calentamiento de la atmósfera y un aumento de la temperatura media del planeta.

5.2. La hidrosfera

La **hidrosfera** es la capa de la Tierra compuesta por **agua**, que puede encontrarse en estado **sólido**, **líquido** o **gaseoso**. Esta capa cubre aproximadamente **tres cuartas partes** de la superficie terrestre e incluye océanos, mares, ríos, lagos, glaciares, acuíferos subterráneos y vapor de agua en la atmósfera. La hidrosfera es esencial para la regulación del clima y el sostenimiento de la vida en el planeta.

La mayor parte del agua de la **hidrosfera** se encuentra en estado **líquido**, formando los **océanos** y **mares**, mientras que en las zonas continentales se manifiesta en **ríos**, **lagos** y **corrientes subterráneas**. En estado **sólido**, el agua se localiza en los **casquetes polares** y en las cumbres de las montañas, como **glaciares**. En estado **gaseoso** (vapor de agua), se encuentra en la **atmósfera**, formando **nubes**. Aproximadamente el **95% del agua** terrestre está en los mares y océanos, mientras que solo el **5%** restante se halla en las zonas continentales.

La hidrosfera es, además, el **sustento de la vida** en la Tierra. La vida surgió en los **océanos**, y una proporción significativa de todos los seres vivos es **agua**, representando entre el **60%** y el **75%** del peso corporal de los organismos vivos.

¿Qué es el ciclo del agua?

El **ciclo del agua** o **ciclo hidrológico** es el proceso continuo mediante el cual el **agua** circula a través de la **atmósfera**, la **hidrosfera**, la **litosfera** y la **biosfera**. Este ciclo incluye una serie de etapas clave: **evaporación**, **condensación**, **precipitación** y **escorrentía**, que permiten el movimiento del agua entre el océano, la atmósfera, la tierra y los organismos vivos.

1. **Evaporación:** El agua de los océanos, ríos, lagos y otras superficies líquidas se convierte en vapor debido al calor del Sol.
2. **Condensación:** El vapor de agua se enfría y se condensa, formando **nubes** en la atmósfera.
3. **Precipitación:** Cuando las nubes acumulan suficiente agua, esta cae a la Tierra en forma de **lluvia**, **nieve** o **granizo**.
4. **Escorrentía:** El agua que cae regresa a los océanos, ríos y lagos a través de **corrientes**, infiltrándose en el suelo y alimentando **acuíferos** subterráneos.

Este ciclo es fundamental para la **distribución del agua** en el planeta, regulando el **clima** y proporcionando agua dulce a los ecosistemas y a los seres vivos.

Durante el ciclo, el agua pasa por sus distintos estados; sólido (hielo), líquido (agua) y gaseoso (vapor) tal y como vemos a continuación:

- ✓ El sol, que dirige el ciclo del agua, calienta el agua de los océanos, la cual se **evapora** hacia el aire en forma de vapor de agua.



Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. *Evaporación*

- ✓ Corrientes ascendentes de aire llevan el vapor a las capas superiores de la atmósfera, donde la menor temperatura provoca que el vapor de agua se **condense** y forme las nubes.



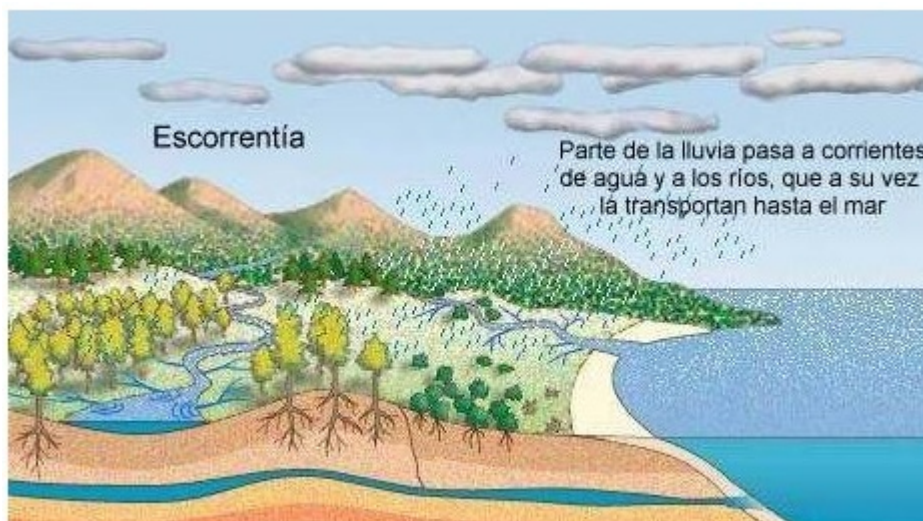
Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. [Condensación](#)

- ✓ Las corrientes de aire mueven las nubes sobre el globo, las partículas de nube colisionan, crecen y caen en forma de **precipitación**. Parte de esta precipitación cae en forma de nieve, y se acumula en capas de hielo y en los glaciares, los cuales pueden almacenar agua congelada por millones de años. En los climas más cálidos, la nieve acumulada se funde y derrite cuando llega la primavera.



Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. *Precipitación*

- ✓ La nieve derretida corre sobre la superficie del terreno como agua de deshielo. La mayor parte de la precipitación cae en los océanos o sobre la tierra, donde, debido a la gravedad, corre sobre la superficie como **escorrentía** superficial. Una parte de esta escorrentía alcanza los ríos en las depresiones del terreno; en la corriente de los ríos el agua se transporta de vuelta a los océanos. El agua de escorrentía y el agua subterránea que brota hacia la superficie, se acumula y almacena en los lagos de agua dulce.



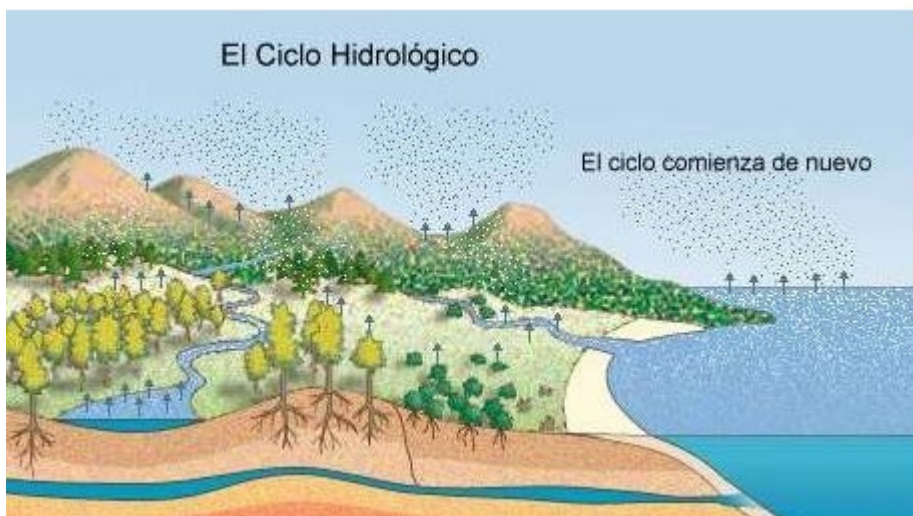
Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. *Escorrentía*

- ✓ No toda el agua de lluvia fluye hacia los ríos, una gran parte es absorbida por el suelo como **infiltración**. Parte de esta agua permanece en las capas superiores del suelo, y vuelve a los cuerpos de agua y a los océanos como descarga de agua subterránea. Otra parte del agua subterránea encuentra aperturas en la superficie terrestre y emerge como manantiales de agua dulce.



Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. *Infiltración*

- ✓ El agua subterránea que se encuentra a poca profundidad, es tomada por las raíces de las plantas y transpirada a través de la superficie de las hojas, regresando a la atmósfera. Otra parte del agua infiltrada alcanza las capas más profundas de suelo y recarga los acuíferos, los cuales almacenan grandes cantidades de agua dulce por largos períodos de tiempo. A lo largo del tiempo, esta agua continua moviéndose, parte de ella retornará a los océanos, donde el ciclo del agua comienza nuevamente.



Elaboración propia usando Materiales Virtuales de ESPA-LOE. *Hidrológico*

Las **aguas procedentes de las precipitaciones** que circulan por la superficie terrestre actúan como un **agente geológico** de gran importancia. A lo largo de su movimiento, estas aguas **arrastran fragmentos de roca**, provocando el **desgaste** de la superficie terrestre, un fenómeno conocido como **erosión**. Este proceso da lugar a la formación de **mesetas, valles, llanuras y deltas** a lo largo de millones de años. Sin embargo, la acción humana, como la **deforestación**, puede **acelerar** drásticamente estos cambios.

La **erosión** se desarrolla en varias etapas impulsadas por la energía del agua en movimiento:

1. En la primera etapa, la **erosión mecánica** es intensa debido a la **alta velocidad** del agua, que arrastra materiales y desgasta la superficie con fuerza.

2. En la segunda etapa, llamada de **transporte**, la erosión mecánica sigue actuando, pero se suma la **erosión química**, que disuelve y desgasta los materiales.
3. Finalmente, ocurre la **sedimentación**, en la cual los materiales transportados se depositan, formando **nuevos suelos** y transformando el paisaje.

Este ciclo natural de erosión y sedimentación es esencial para la **formación del relieve terrestre**, pero puede verse afectado negativamente por la **intervención humana**, alterando el equilibrio natural del ecosistema.



Caso práctico

¿Cómo se encuentra distribuida el agua en la Tierra?

SOLUCION

La mayor parte en los océanos (un 95%), el otro 5% aproximadamente en zonas continentales formando los Polos glaciares y nieves perpetuas, ríos, lagos y aguas subterráneas. Hay también una pequeña parte en forma de vapor de agua formando las nubes.

El **agua** es esencial para la vida en la Tierra, ya que todos los seres vivos dependen de ella para sobrevivir. Por lo tanto, es crucial hacer un **uso responsable y sostenible** de los **recursos hídricos** disponibles. Los seres humanos utilizamos el agua en diversas actividades, como:

- ✓ **Consumo doméstico:** Agua para la alimentación, aseo personal, limpieza, etc.
- ✓ **Consumo público:** Agua empleada en fuentes, parques, limpieza de calles, etc.
- ✓ **Agricultura y ganadería:** Agua para riego y cría de animales.
- ✓ **Uso industrial:** Agua utilizada en la fabricación de productos.
- ✓ **Generación de energía:** Agua usada para la producción de electricidad y movimiento de máquinas.

Después de su uso, el agua puede quedar **contaminada**, lo que requiere un proceso de **tratamiento** para que pueda ser reutilizada. Esto subraya la necesidad de una **gestión sostenible** de los recursos hídricos, permitiendo su disponibilidad para las generaciones futuras sin dañar el **medio ambiente**.

Medidas para un uso sostenible del agua:

Individuales:

- ✓ **Ducharse** en vez de bañarse.
- ✓ Usar **cisternas de media carga**.
- ✓ Reparar el **goteo de grifos**.
- ✓ Utilizar **lavadoras y lavavajillas** a plena carga.

Globales:

- ✓ **Evitar pérdidas** y fugas en sistemas de tuberías.
- ✓ Invertir en la **depuración de aguas residuales**.
- ✓ Prevenir la **sobreexplotación** de acuíferos en la agricultura.
- ✓ Construir **plantas desalinizadoras** para aumentar la disponibilidad de agua.

Estas acciones, tanto a nivel **individual** como **global**, son esenciales para asegurar que el agua siga siendo accesible y que se preserven las reservas naturales para el futuro.



Conocimiento previo

En nuestro planeta, se estima que hay alrededor de **1.400 millones de kilómetros cúbicos de agua**, pero solo el **3%** (aproximadamente **42 millones de km³**) corresponde a **agua dulce**, mientras que el **97%** restante es **agua salada**.

De ese pequeño porcentaje de agua dulce, solo el **0,3%** está disponible para el uso en **ríos y lagos**, lo que resalta la importancia crítica de **conservar** este recurso y **prevenir su contaminación**.



Caso práctico

Explica qué es la erosión provocada por el agua y cuáles son sus etapas.

SOLUCION

La **erosión provocada por el agua** es el proceso mediante el cual el agua desgasta y transporta materiales de la superficie terrestre. Este fenómeno se

produce a lo largo de millones de años, moldeando el paisaje al formar mesetas, valles, llanuras y deltas. El ser humano puede acelerar este proceso mediante actividades como la deforestación.

Las **etapas** de la erosión son:

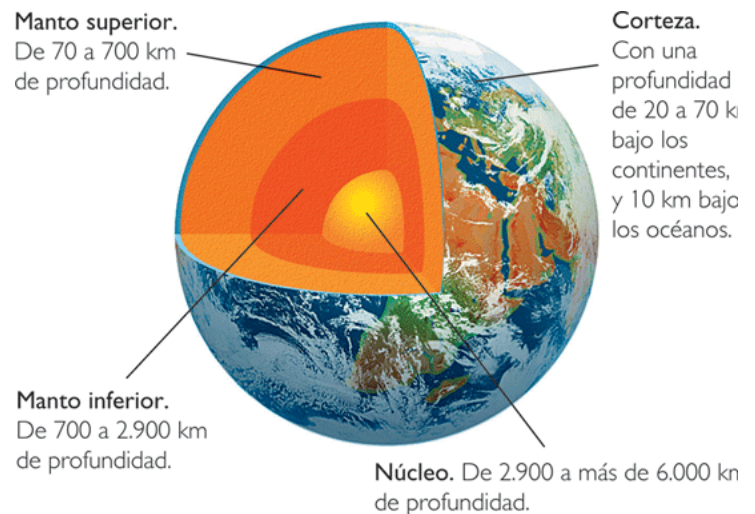
1. **Erosión mecánica:** El agua en movimiento, junto con los materiales que arrastra, provoca un fuerte desgaste debido a la alta velocidad del flujo.
2. **Transporte:** En esta etapa, el agua sigue erosionando, pero también comienza la **erosión química**, donde los minerales se disuelven y son transportados.
3. **Sedimentación:** Finalmente, los materiales transportados se depositan en nuevas áreas, formando suelos y modificando el paisaje.

5.3. La geosfera

La **geosfera** es la capa sólida de la Tierra, compuesta por rocas y minerales. Se distingue por las diversas capas que la forman, como la corteza, el manto y el núcleo, y por el relieve visible en la superficie terrestre, que incluye montañas, valles, llanuras y otras formaciones geológicas. Estas estructuras son fundamentales para la composición y dinámica de nuestro planeta.

El planeta Tierra está compuesto por varias capas, cada una con características distintas. Desde la superficie hacia el interior, encontramos las siguientes:

1. **Corteza o litosfera:** Es la capa más externa, en contacto directo con la atmósfera. Está formada por silicatos ligeros, carbonatos y óxidos. La corteza es más gruesa en los continentes y más delgada en los océanos. Tiene un grosor medio de 30 km, que varía entre 5 km y 70 km. Esta capa es geológicamente activa, ya que aquí se manifiestan procesos internos, como los terremotos y el vulcanismo, y procesos externos, como la erosión, transporte y sedimentación.

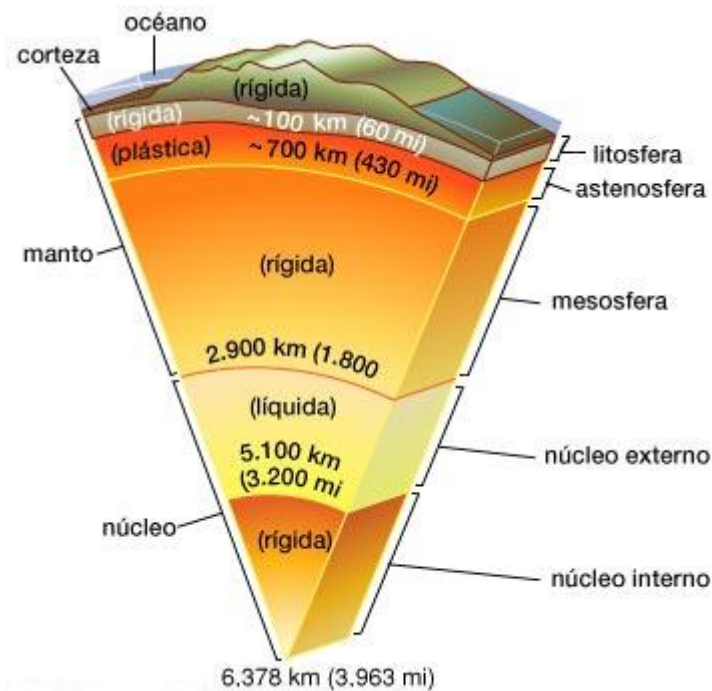


Elaboración propia. Pllanos. Capas de la Tierra (CC BY-NC-SA)

- **Corteza continental:** Parte de la corteza que forma los continentes.
 - **Corteza oceánica:** Parte de la corteza bajo los océanos.
2. **Manto o mesosfera:** Se extiende desde la corteza hasta los 2.900 km de profundidad. Aunque es una capa sólida, entre los 200 y 800 km de profundidad, presenta cierta plasticidad, denominada **astenosfera**, que permite el movimiento de materiales. El manto está formado por silicatos, más densos en el interior. Los movimientos de convección en esta capa (materiales calientes ascienden y los fríos descienden) son responsables del desplazamiento de los continentes, terremotos, formación de islas, cordilleras y vulcanismo.
3. **Núcleo o endosfera:** Es la capa más interna de la Tierra, formada principalmente por metales como hierro y níquel. El núcleo es la fuente del calor interno del planeta, responsable de los procesos geológicos. Se divide en dos partes:
- **Núcleo Externo:** Desde el límite del manto hasta los 5.100 km de profundidad. Se encuentra en estado líquido, formado por hierro, níquel y azufre. Las corrientes del núcleo externo generan el campo magnético terrestre.
 - **Núcleo Interno:** Ocupa el centro de la Tierra y, aunque las temperaturas pueden superar los 6.000°C, la presión es tan alta que este núcleo es sólido. Está compuesto por hierro y níquel, siendo la capa más densa del planeta.

Este modelo de capas muestra cómo la Tierra está en constante movimiento y transformación,

desde los procesos tectónicos hasta los fenómenos de vulcanismo, con un núcleo que actúa como fuente de energía interna.



Geología-up. Capas de la Tierra

Los **agentes o procesos geológicos** son aquellos que modifican, alteran o transforman la superficie del planeta. Se dividen en dos categorías principales: **procesos geológicos internos** y **externos**.

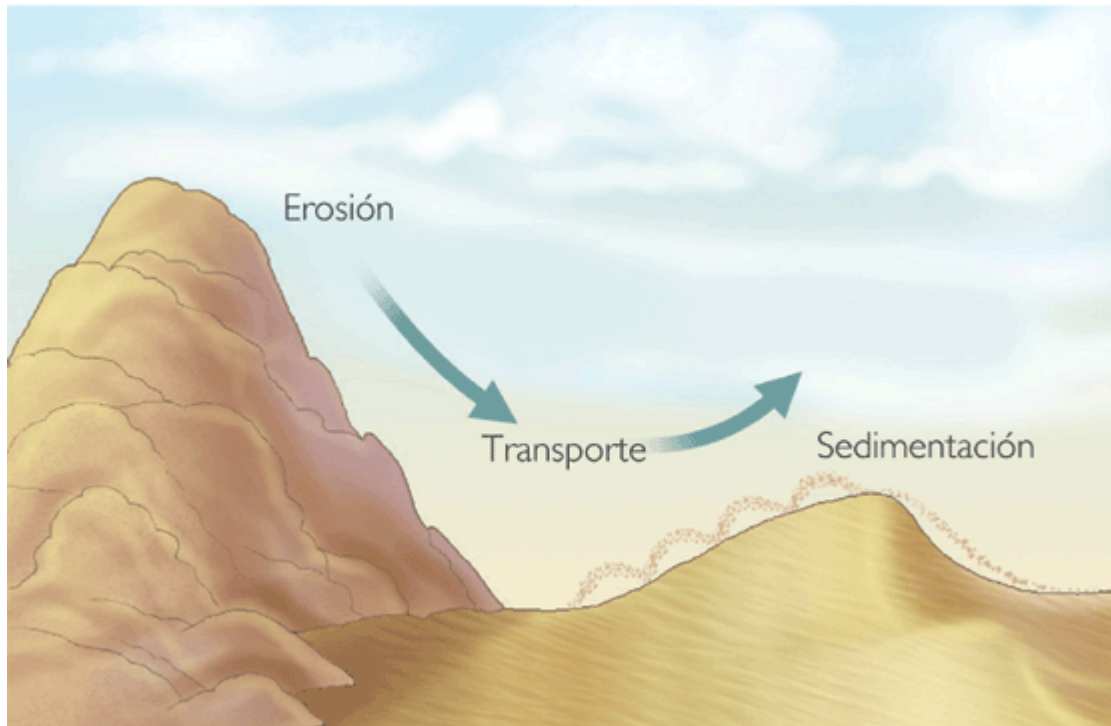
Procesos Geológicos Externos:

Son los que actúan sobre la superficie terrestre, modificando y modelando el terreno. Este proceso consta de cuatro etapas principales:

1. **Meteorización:** Cambios que ocurren en las rocas debido al efecto de los gases presentes en la atmósfera y las variaciones de temperatura. La meteorización puede ser física (fragmentación de la roca) o química (alteración de su composición).
2. **Erosión:** Desgaste de las rocas superficiales provocado por el viento, el agua y otros agentes naturales. Es uno de los principales factores de modelación del paisaje.
3. **Transporte:** Los fragmentos erosionados de las rocas son transportados hacia áreas más bajas por agentes como el agua, el viento o el hielo.
4. **Sedimentación:** Los materiales transportados se depositan en áreas bajas, como valles, deltas y fondos oceánicos, donde se acumulan formando nuevas capas de sedimentos, que

con el tiempo pueden convertirse en rocas sedimentarias.

Estos procesos externos actúan en conjunto, transformando lentamente la superficie terrestre, generando paisajes variados y contribuyendo al ciclo geológico.



Modelados Terrestres. Erosión

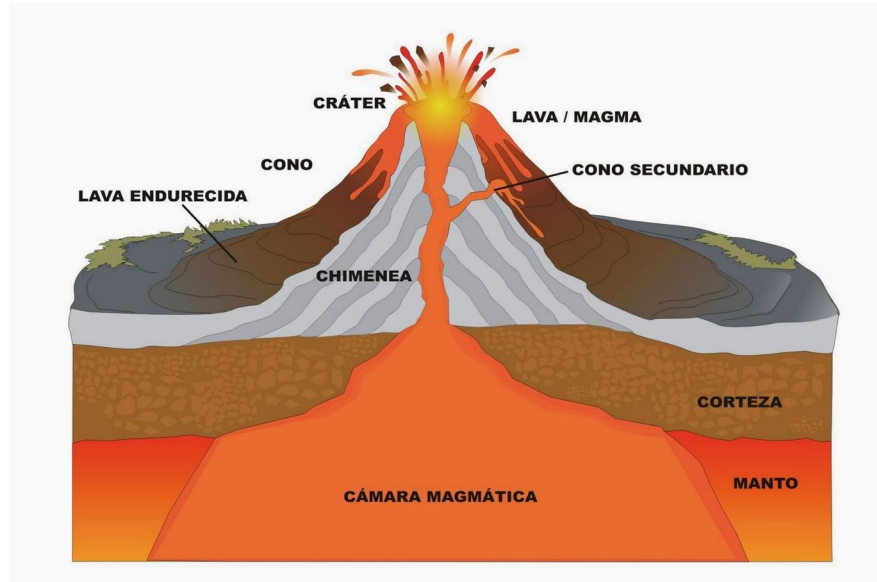
Procesos Geológicos Internos:

Los **procesos geológicos internos** son los responsables de la creación de montañas, valles, islas y otros relieves en la superficie terrestre. Estos procesos se originan debido a las fuerzas internas de la Tierra y están vinculados al movimiento de las **placas tectónicas**.

1. **Placas Tectónicas:** La corteza terrestre está dividida en varios bloques llamados placas tectónicas, que flotan sobre el manto, una capa de material parcialmente fundido. Los movimientos del manto, en un ciclo que dura millones de años, provocan el desplazamiento de estas placas, originando la formación de continentes, océanos y cadenas montañosas. Este proceso está en constante evolución y es el motor de la creación de relieves.
2. **Presiones Internas:** Dentro de la Tierra, las fuerzas internas ejercen presiones tanto horizontales como verticales sobre la corteza terrestre. Estas presiones son tan intensas que pueden fracturar la corteza, levantando materiales del interior hacia la superficie. Esto da lugar a fenómenos como **plegamientos** (doblez en las rocas) y **fallas** (fracturas), que crean las variaciones del relieve terrestre.
3. **Terremotos:** Los terremotos ocurren cuando las placas tectónicas se desplazan bruscamente, liberando energía acumulada en forma de ondas sísmicas. Estos eventos son el resultado directo de las tensiones generadas por el movimiento de las placas.
4. **Volcanes:** Los volcanes son formaciones a través de las cuales el **magma** (roca fundida

bajo la litosfera) escapa hacia la superficie debido a la presión interna. Este magma sale a la superficie a través de grietas formadas por el movimiento de las placas tectónicas. La forma y el tipo de actividad de un volcán están determinados por el tipo de magma y la tectónica del área. La mayoría de la actividad volcánica se concentra en los bordes de contacto entre las placas tectónicas, como el **Cinturón de Fuego del Pacífico**.

Estos procesos internos son fundamentales en la modelación del paisaje terrestre, originando tanto grandes cadenas montañosas como fosas oceánicas profundas, y continúan remodelando la superficie de la Tierra en un ciclo dinámico.



Thinglink. Partes del Volcán

¿Qué son los Terremotos?

El movimiento lento y continuo de las **placas tectónicas** genera una gran cantidad de energía que se acumula en las rocas a lo largo del tiempo. Cuando estas rocas alcanzan su límite de resistencia, se fracturan, liberando de manera abrupta toda la energía acumulada en forma de **ondas sísmicas**, lo que da lugar a un terremoto. Este proceso es lo que sentimos en la superficie como temblores o sacudidas.

Si el epicentro del terremoto se encuentra bajo el mar, se produce un **maremoto** o **tsunami**, lo que puede desencadenar olas gigantescas que se desplazan a gran velocidad, causando devastación en las zonas costeras. Estos fenómenos son especialmente peligrosos debido a la magnitud de la energía que se libera en los océanos y su capacidad para inundar amplias áreas de tierra en cuestión de minutos.



¿Cómo se miden los terremotos?

Los terremotos se miden en **dos aspectos principales**: su **magnitud** y su **intensidad**, que son conceptos distintos.

- ✔ **Intensidad**: Valora los **efectos visibles** del terremoto sobre personas, estructuras y el terreno. Se basa en la **observación** de los daños causados. No se refiere directamente a la energía liberada, sino a cómo se experimenta el terremoto en diferentes lugares.
- ✔ **Magnitud**: Se refiere a la **cantidad de energía liberada** durante el terremoto. Se mide mediante la **escala de Richter**, que es una escala **logarítmica**. Esto significa que cada aumento de un número en la escala representa un terremoto **10 veces más fuerte**. Por ejemplo, un terremoto de magnitud 4 es 100 veces más potente que uno de magnitud 2.

La magnitud no tiene límite superior ni inferior, y los valores se obtienen a partir de datos recogidos con sismógrafos en el lugar del terremoto.

MAGNITUD ESCALA RICHTER	EFFECTOS DEL TERREMOTO
MENOS DE 3,5	GENERALMENTE NO SE SIENTE, PERO ES REGISTRADO
DE 3,5 A 5,5	SE SIENTE, PERO CAUSA DAÑOS MENORES
DE 5,4 A 6,0	OCASIONA DAÑOS LIGEROS A EDIFICIOS
DE 6,1 A 6,9	PUEDE OCASIONAR DAÑOS SEVEROS EN ZONAS MUY POBLADAS
DE 7,0 A 7,9	TERREMOTO MAYOR. CAUSA GRAVES DAÑOS
8 O MAYOR	GRAN TERREMOTO. DESTRUCCIÓN TOTAL A ZONAS CERCANAS

Los seres vivos, y en especial los seres humanos, pueden ser considerados como **agentes geológicos externos** debido a su capacidad para modificar la superficie del planeta. A lo largo de la historia, los humanos han interactuado con el medio ambiente, transformando el paisaje de diversas maneras. Sin embargo, con el **desarrollo tecnológico**, el impacto humano ha aumentado considerablemente, alterando el aspecto del planeta a través de varias actividades:

- ✔ **Agricultura y ganadería**: Para satisfacer las crecientes necesidades alimentarias de una población en aumento, los humanos han transformado vastas extensiones de terreno, **deforestando grandes áreas de bosques**. Esto deja el suelo expuesto y vulnerable a la erosión, lo que provoca una degradación significativa del paisaje.
- ✔ **Explotación de recursos**: La búsqueda constante de **recursos naturales**, como minerales, rocas y combustibles fósiles, ha llevado a la creación de **minas** y **escombreras** que transforman grandes superficies del terreno, dejando cicatrices en el paisaje.

- ✓ **Construcción de infraestructuras:** Desde la antigüedad, con la construcción de **acueductos, pirámides y catedrales**, hasta la actualidad, con **autopistas, aeropuertos y redes ferroviarias**, la humanidad ha modificado significativamente la fisonomía del planeta, alterando su apariencia y su estructura natural.

En conjunto, estas actividades han tenido un impacto profundo en el medio ambiente, y el desafío actual es encontrar formas de mitigar estos efectos y fomentar un desarrollo más sostenible.



Caso práctico

Repasa las capas de la Tierra:

SOLUCION

Corteza o litosfera: Es la capa más externa de la Tierra, en contacto directo con la atmósfera. Está compuesta principalmente por **silicatos ligeros, carbonatos y óxidos**. Esta capa forma la superficie terrestre y es donde ocurren los procesos geológicos que afectan el relieve, como la erosión y la sedimentación.

Manto o mesosfera: Esta capa se extiende desde la **corteza** hasta una profundidad de **2.900 km**. Es una capa sólida, pero entre los **200 km** y los **800 km** de profundidad presenta cierta **plasticidad**, en una región conocida como la **astenosfera**. Está formada principalmente por **silicatos** más densos hacia su interior y más ligeros en el exterior. El movimiento de materiales en esta capa impulsa la tectónica de placas.

Núcleo o endosfera: Es la capa más interna del planeta y está compuesta principalmente de **hierro y níquel**, lo que le otorga una gran densidad. Se divide en dos partes:

- ✓ **Núcleo externo:** Se extiende desde el límite con el manto hasta los **5.100 km** de profundidad. Se encuentra en estado **líquido**, lo que permite el movimiento de materiales que genera el campo magnético terrestre.
- ✓ **Núcleo interno:** Ocupa la región más profunda de la Tierra. Aunque la temperatura en esta zona puede superar los **6.000°C**, se encuentra en estado **sólido** debido a la enorme presión que soporta.



Reflexiona

¿Cuál es la función de la corteza terrestre y por qué es importante para los seres vivos?

Mostrar retroalimentación

La corteza terrestre, también llamada **litosfera**, es la capa más externa del planeta y está formada por rocas y minerales. Es importante porque es el **soporte de la vida**. Aquí se encuentran los suelos donde crecen las plantas, los recursos minerales que el ser humano utiliza y los ecosistemas donde habitan diversos seres vivos. Además, sobre ella ocurren fenómenos geológicos como los terremotos y la actividad volcánica.



Reflexiona

¿Por qué el núcleo externo es importante para el campo magnético de la Tierra?

Mostrar retroalimentación

El núcleo externo está compuesto por hierro y níquel en estado **líquido**. El movimiento de estos metales genera **corrientes eléctricas**, que a su vez producen el **campo magnético terrestre**. Este campo es crucial porque protege al planeta de las **radiaciones solares** y cósmicas, haciendo posible la vida en la Tierra.



Reflexiona

¿Qué procesos se producen en el **manto terrestre** que afectan a la superficie de la Tierra?

Mostrar retroalimentación

En el manto, especialmente en la astenosfera, se producen **corrientes de convección**. Este movimiento de materiales calientes que ascienden y fríos que descienden es responsable del **movimiento de las placas tectónicas**, lo que genera fenómenos como los **terremotos**, la **actividad volcánica** y la formación de **cordilleras** y **valles**.



Reflexiona

¿Qué efectos tiene el **movimiento de las placas tectónicas** sobre la **superficie terrestre**?

Mostrar retroalimentación

El movimiento de las placas tectónicas provoca la **formación de montañas, islas volcánicas, valles y fallas geológicas**. También es responsable de los **terremotos** y **erupciones volcánicas** que modifican el relieve y pueden tener un impacto significativo en la vida y las actividades humanas.



Autoevaluación

El universo es infinito y no tiene un tamaño definido.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque es inmenso, no se considera infinito según la cosmología moderna.

Las constelaciones son agrupaciones de estrellas que realmente están muy cerca unas de otras.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las estrellas de una constelación pueden estar a distancias muy diferentes de la Tierra.

Las estrellas generan su propia luz mediante reacciones nucleares en su interior.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Nuestra galaxia, la Vía Láctea, es una galaxia espiral.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las galaxias están compuestas únicamente de estrellas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

También contienen gas, polvo cósmico y otros cuerpos celestes como planetas y asteroides.

Júpiter es el planeta más grande del sistema solar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los planetas interiores son rocosos y están más cerca del Sol que los planetas exteriores.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Plutón todavía es considerado un planeta en el sistema solar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En 2006, la Unión Astronómica Internacional lo reclasificó como un planeta enano.

Todos los asteroides orbitan exclusivamente entre Marte y Júpiter.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque muchos están en el cinturón de asteroides, algunos tienen órbitas que se acercan a la Tierra o van más allá de Saturno.

Los asteroides también se denominan "planetas menores".

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La luna siempre muestra la misma cara a la Tierra debido a su movimiento de rotación sincrónico.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las mareas son provocadas únicamente por la gravedad del Sol.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las mareas son causadas principalmente por la atracción gravitatoria de la Luna, aunque el Sol también influye.

En un eclipse solar, la Tierra bloquea la luz del Sol hacia la Luna.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En un eclipse solar, es la Luna la que bloquea la luz del Sol hacia la Tierra.

Un eclipse lunar solo ocurre cuando hay luna llena.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La atmósfera está compuesta principalmente por oxígeno.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Está compuesta principalmente por nitrógeno (78%) y solo un 21% de oxígeno.

La estratosfera es la capa de la atmósfera donde se encuentra la capa de ozono.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La mayor parte del agua en la hidrosfera se encuentra en estado sólido.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La mayor parte del agua está en estado líquido en los océanos.

El ciclo del agua es fundamental para la regulación del clima terrestre.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La corteza terrestre es más gruesa bajo los océanos que bajo los continentes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La corteza oceánica es más delgada que la continental.

El núcleo terrestre está formado principalmente por hierro y níquel.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero



Reflexiona

¿Cómo influyen la vastedad y complejidad del **Universo**, con sus galaxias, estrellas y fenómenos naturales, en la delicada interconexión de los elementos que hacen posible la **vida** en la **Tierra**, y qué nos revela esto sobre nuestro lugar en el cosmos?

Mostrar retroalimentación

La vastedad y complejidad del **Universo** nos recuerdan que somos parte de un sistema mucho más grande e intrincado. Desde las innumerables **galaxias** que albergan **estrellas** y **planetas**, hasta los fenómenos naturales como las **mareas**, **eclipses** y los movimientos de **rotación** y **traslación** de la **Tierra**, todo está interconectado de manera precisa.

Estos elementos no solo influyen en las condiciones que permiten la **vida** en la Tierra, como el equilibrio entre la **atmósfera**, la **geosfera** y la **hidrosfera**, sino que también nos hacen reflexionar sobre la fragilidad y singularidad de

nuestro planeta dentro del inmenso cosmos. La interacción de fuerzas cósmicas, como la influencia de la **Luna** en las mareas o los ciclos de las **constelaciones**, revela que nuestra existencia está profundamente ligada a procesos universales. Esto nos invita a considerar nuestro lugar en el Universo no solo como habitantes de la **Tierra**, sino como parte de un sistema cósmico mucho más amplio y misterioso, del que apenas hemos comenzado a comprender.

Licencia: licencia propietaria

Tema 9. Rocas y minerales. Procesos geológicos internos y externos, sus riesgos naturales. Formación del relieve y paisaje.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

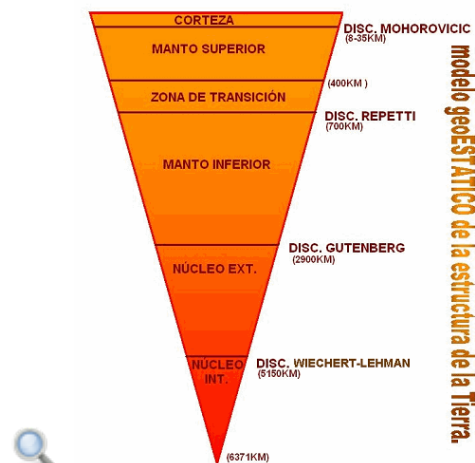
Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

1.- Definición y estructura.

La **geosfera** es el subsistema que comprende la parte sólida de la Tierra, la corteza, el manto y el núcleo, con zonas que debido a la presión y temperatura se presentan como fluidos. Es la base del resto de los subsistemas terrestres: atmósfera, hidrosfera y biosfera, con los cuales interacciona. Por otro lado es la fuente de recursos energéticos (carbón, petróleo, gas natural, uranio) y minerales (rocas y minerales).

La estructura interna de la geosfera presenta capas con diferente composición química y comportamiento físico y plástico, que principalmente se estudian aplicando el  método sísmico y permiten realizar diferentes modelos: Modelo geoestático y geodinámico.

Modelo geoestático: se basa en las variaciones de la velocidad de propagación de las ondas sísmicas al variar la composición química y densidad de las rocas que atraviesan, la separación entre zonas de diferentes características se denominan  discontinuidades y permiten diferenciar las siguientes capas: corteza, manto y núcleo.

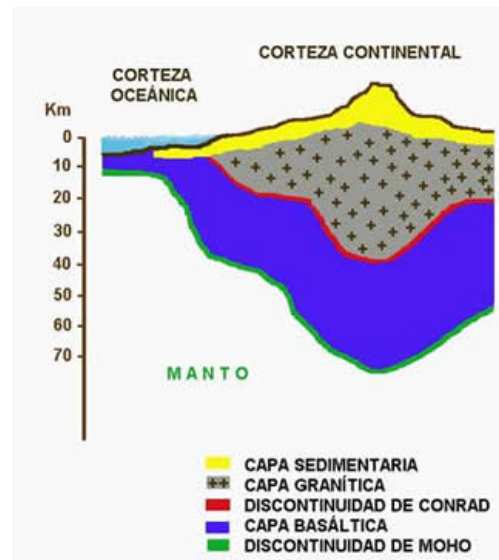


Elaboración propia. Modelo geoestático (CC BY-NC-SA)

- ✓ **Corteza:** es la capa superficial, su espesor varía de aproximadamente 12 Km en las zonas oceánicas a unos 70 Km en las continentales. en ella se diferencian diversas zonas:
 - Capa **sedimentaria** formada por sedimentos procedentes de los procesos erosivos, presente en las zonas continentales y en las oceánicas próximas a la costa.
 - Capa **granítica** formada principalmente por granitos y presente únicamente en la corteza continental. Separada de la capa basáltica por la **discontinuidad de Conrad**.
 - Capa **basáltica** constituida por basaltos y formando parte tanto de la corteza continental como de la oceánica.
- ✓ **Manto:** capa intermedia entre la corteza y el núcleo, separada de la corteza por la discontinuidad de Mohorovicic (abreviadamente se conoce como **discontinuidad de Moho**) y llega hasta los 2900 Km de profundidad, donde la **discontinuidad de Gutenberg** la separa del núcleo. Está compuesta principalmente por silicatos de aluminio y magnesio.
 - En el manto se pueden distinguir dos zonas, el **manto superior o externo** y el **manto**

inferior o interno, separados por la **discontinuidad de Repettí** que se localiza a unos 700 Km.

- ✓ **Núcleo:** es la capa más profunda, separada del manto por la discontinuidad de Gutenberg, llega hasta el centro del planeta a unos 6371 Km de profundidad, compuesto principalmente por hierro y níquel, alcanzando temperaturas de unos 5000 °C. Se pueden distinguir dos zonas, el **núcleo externo** en estado fluido y el **núcleo interno** sólido. Ambos están separados por la **discontinuidad de Weichert - Lehman**, situada alrededor de 5100 Km.

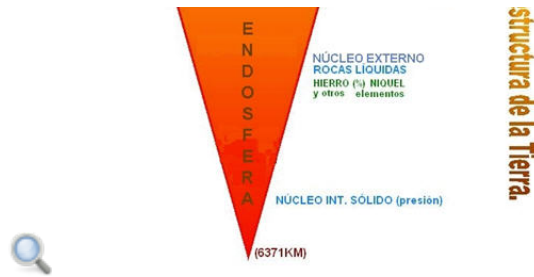


Cidead. Corteza continental ([CC BY-NC-SA](#))

Modelo geodinámico, por su comportamiento plástico, está formado por:

- ✓ **Litosfera:** zona superficial de unos 100 Km de espesor, comprende la corteza y parte del manto superior, tiene comportamiento plástico y está dividida en varias subunidades denominadas placas litosféricas que intervienen en los procesos dinámicos de la superficie del planeta.
- ✓ **Astenosfera:** situada debajo de la litosfera, en la zona del manto superior, su naturaleza es fluida y en ella se producen corrientes de convección responsables del movimiento de las placas litosféricas y los procesos corticales.
- ✓ **Mesosfera:** comprende parte del manto superior y todo el manto inferior, hasta los 2900 Km, su espesor es variable según los autores y se separa de la capa más interna, la endosfera, por una zona, la **Capa D** o de transición, donde se generan corrientes ascendentes que llegan a la superficie originando zonas volcánicas denominados puntos calientes.
- ✓ **Endosfera:** coincide con el núcleo, la parte externa es fluida y en ella se producen movimientos y corrientes, la parte interna es sólida, cristalina y muy densa.





Modelo geostático ([CC BY-NC-SA](#))



Para saber más

Enlace para saber más sobre la estructura de cada capa:

 [Estructura y generalidades de cada capa](#)



Recomendación

En el siguiente enlace puedes profundizar más sobre estos modelos:

 [Modelos](#)



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ La discontinuidad de separa la corteza del manto.
- ✓ La capa plástica situada debajo de la litosfera y que permite el desplazamiento de las placas, se llama .
- ✓ La discontinuidad de Repetti separa el del .
- ✓ En la corteza continental se diferencian 3 capas: sedimentaria, y basáltica, estas dos últimas separadas por la discontinuidad de .

Enviar

2.- Principales procesos geológicos internos.

Los **volcanes y terremotos** son los **procesos geológicos internos** más conocidos.

Los **procesos geológicos externos** son aquellos que tienen lugar en la superficie terrestre. Fundamentalmente son cuatro: meteorización, erosión, además transporte y por último sedimentación. Los procesos geológicos externos son movidos por la energía solar y la gravedad. Los ríos erosionan gracias a que el Sol evapora el agua de los océanos y la precipita sobre los continentes.

Los **procesos geológicos internos** se producen por el calor interno de la Tierra, la energía geotérmica, que procede fundamentalmente de:

- ✓ El **calor residual** o remanente del proceso de formación, el impacto de partículas y cuerpos estelares que se van agregando y concentrando al formarse la Tierra.
- ✓ Las radiaciones emitidas por los **elementos radiactivos** en los procesos de desintegración nuclear de elementos como el uranio, plutonio, torio, potasio.

La manifestación de este calor interno es la existencia del  **gradiente geotérmico**, que consiste en el aumento de temperatura con la profundidad, en las capas superficiales es:

Gradiente geotérmico = 1°C cada 33 metros de profundidad

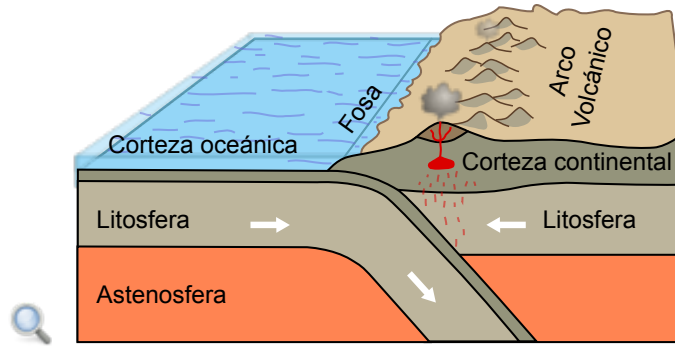
En zonas más profundas la influencia de la presión y temperatura hacen que este gradiente varíe y se reduzca notablemente, alcanzándose en el núcleo interno temperaturas de alrededor de 5.500 °C.

Este calor interno hace posibles las corrientes de convección, corrientes de materiales a gran temperatura que ascienden y llegan a la superficie provocando el movimiento de las placas litosféricas y todos los procesos asociados a ellas.

De forma resumida, el siguiente cuadro muestra los principales **tipos de contactos entre placas**, las zonas características que se forman, los procesos asociados y ejemplos de zonas donde se producen:

[Procesos geológicos internos](#)

El  **magma** emerge por las  **dorsales oceánicas**, a través del  **rift**, se enfría y forma litosfera oceánica, se desplaza a ambos lados hasta las zonas de  **subducción** donde estas placas oceánicas se deslizan por debajo de otras placas (continentales u oceánicas), formándose una hendiduras profundas, las  **fosas oceánicas** (alcanzan casi 13.000 metros de profundidad), por las que el material retorna a la zona interna de la Tierra.



Freepik. Procesos geológicos internos ([CC BY-NC-SA](#))

Por otro lado, si el contacto se produce entre placas continentales, se produce una zona de obducción, con plegamientos y formación de una cordillera intracontinental, por ejemplo el choque entre la India y Asia, formándose la cordillera del Himalaya.



Cidead. Procesos geológicos internos ([CC BY-NC-SA](#))

Si el contacto es lateral o de fricción, las placas interaccionan y **producen fallas transformantes** con intensos terremotos, como ocurre en la Falla de San Andrés, en San Francisco, por el contacto lateral entre la península de California y el continente.

Además de la intensa actividad en los límites de las placas, se producen fenómenos volcánicos en zonas del interior de las placas, en los denominados Puntos Calientes, por el afloramiento de magma procedente de zonas profundas del manto. El ejemplo más característico de esta actividad es el archipiélago de Hawai, en el interior de la placa del Pacífico, al desplazarse esta placa sobre el punto caliente van formándose sucesivas islas volcánicas que van perdiendo actividad al alejarse.

En todas estas zonas debido al calor interno de la Tierra, a las fuertes presiones, al aumento de temperatura por la fricción entre placas, presencia de magmas, fluidos, elementos radiactivos, etc. tienen lugar otros procesos geológicos internos como el magmatismo que provocan la fusión de las rocas y el metamorfismo que consiste en cambios de composición y disposición de los minerales de las rocas, pero siempre en estado sólido.



Para saber más

Enlace para saber más sobre las placas tectónicas:



Recomendación

En el siguiente enlace puedes ver los procesos geológicos:

 [Procesos geológicos](#)



Autoevaluación

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

El calor interno de la Tierra se debe principalmente al impacto de un meteorito de gran tamaño en el Mesozoico, hace unos 65 millones de años

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las zonas de subducción se producen por el choque de dos placas oceánicas y la formación de cordilleras intracontinentales

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los puntos calientes son zonas situadas en el interior de las placas, donde afloran magmas de zonas profundas del manto y que presentan una intensa actividad volcánica

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ Los contactos de separación se producen en las , el magma sale a través del y forma litosfera oceánica.
- ✓ Las zonas de se forman por el choque de placas continentales.
- ✓ Las zonas de se producen por el choque entre placas oceánicas o entre una oceánica y una continental.
- ✓ Las son profundas hendiduras marinas que se forman al introducirse una placa por debajo de otra en las zonas de subducción.

Enviar

3.- Principales procesos geológicos externos.

La parte superficial de la Geosfera está en contacto e interacciona con los demás subsistemas de la Tierra, las formaciones originadas por los procesos geológicos internos son alteradas por los diferentes agentes geológicos externos, principalmente hielo, agua, viento, atmósfera y seres vivos. La acción de estos agentes constituye los procesos geológicos externos: meteorización, erosión, transporte y sedimentación, y el resultado es el modelado del relieve.

✓ **Meteorización:** Es la alteración de las rocas por la acción de la atmósfera, el agua o los seres vivos, in situ, sin producirse desplazamiento. Se pueden distinguir 2 tipos:

➡ **Mecánica o física:** la alteración de las rocas se produce sin cambiar su composición química, por la acción de diferentes agentes geológicos y destacan los siguientes procesos:



👉 **Gelifracción:** las rocas se fragmentan por la acción del hielo, el agua entra en las fisuras y grietas de las rocas, cuando baja la temperatura y se congela, aumenta de volumen y presiona sobre la roca, ejerciendo un efecto cuña que termina resquebrajándola y rompiéndola. Los fragmentos arrancados se acumulan en las laderas de las montañas y forman unos depósitos llamados 👉 pedrizas o canchales.



freepik. Procesos geológicos externos (CC BY-NC-SA)

- **Efecto de sales minerales:** es un proceso similar al anterior, que ocurre en zonas costeras, el agua cargada de sales se introduce en las grietas de las rocas y al evaporarse y formarse cristales de sal, ejercen el efecto cuña que termina rompiendo las rocas.
- **Variaciones de temperatura:** se produce por los cambios de temperatura de las rocas que provocan dilataciones y contracciones que finalizan con la fragmentación o rotura. Se producen en ambientes con variaciones notables de temperatura, como por ejemplo los desiertos, donde las altas temperaturas durante el día, contrastan con el frío nocturno.
- **Descompresión:** es la rotura de las rocas por la formación de grietas o 👉 diaclasas que se produce al aflorar al exterior las rocas formadas en el interior de la litosfera, debido a la descompresión y enfriamiento.
- **Acción de los seres vivos:** principalmente la acción de las raíces de las plantas y los animales excavadores alteran las rocas y producen su fragmentación.
- **Química:** la alteración de las rocas se produce por reacciones químicas, cambiando su composición química, por la acción principalmente del agua. Se pueden diferenciar los siguientes procesos:
- **Oxidación:** reacciones de los componentes de las rocas con el oxígeno disuelto en el agua, formándose óxidos.
- **Hidrólisis:** fragmentación de las rocas por reacciones de sus componentes con el agua.
- **Disolución:** el agua disuelve minerales salinos y las rocas se alteran.
- **Carbonatación:** Se produce por la acción del agua y el dióxido de carbono sobre las rocas calizas. Las rocas calizas están formadas por carbonato cálcico que es

insoluble en agua, pero con la presencia de CO_2 se forma Bicarbonato cálcico, que es soluble en agua y por lo tanto el agua se lo va llevando y desgastando las rocas. Este proceso da lugar al  modelado cárstico.

- **Acción de los seres vivos:** se origina por la acción de algunas sustancias producidas por bacterias, hongos o líquenes, principalmente de tipo ácido que alteran las rocas.

✓ **Erosión:** es la alteración de las rocas por el arranque, puesta en movimiento y traslado de fragmentos de rocas resultantes de la meteorización. Los conceptos meteorización y erosión se refieren a procesos similares, diferenciándose en que la erosión implica desplazamiento y transporte de los materiales.

✓ **Transporte:** es el traslado de los materiales producidos por la meteorización y erosión por la acción de agentes geológicos como la gravedad, el agua, el mar, el hielo o el viento. Las partículas pueden ser transportadas de diferentes formas:

- **Flotación:** transporte de materiales ligeros en la superficie del agua.
- **Disolución:** transporte de sales procedentes de la meteorización química.
- **Suspensión:** desplazamiento de partículas no disueltas en el seno de un fluido (aire o agua).
- **Saltación:** desplazamiento mediante saltos producidos por torbellinos.
- **Reptación o Rodadura:** desplazamiento de partículas de bastante tamaño por arrastre o rodando al no tener el agente de transporte fuerza suficiente para levantar los materiales.

✓ **Sedimentación:** consiste en el depósito de los materiales erosionados y transportados por los agentes geológicos, que se produce en las zonas denominadas cuencas de sedimentación.

Dependiendo del agente geológico la sedimentación puede ser selectiva y ordenada por el tamaño de las partículas como ocurre con el agua o el viento, o mezclados como en el caso de los depósitos glaciares.

Dependiendo del agente geológico la sedimentación puede ser selectiva y ordenada por el tamaño de las partículas como ocurre con el agua o el viento, o mezclados como en el caso de los **depósitos glaciares** que es el acumulado a partir del hielo glacial o que se deriva, de alguna forma, de la existencia de un glaciar.



Recomendación

En el siguiente enlace puedes ver el proceso de un glaciar:

 [Procesos glaciares](#)



Para saber más

Enlace para saber más sobre la erosión:

 [Información sobre erosión y sus tipos.](#)



Actividad desplegable

Indica el tipo de meteorización de los siguientes procesos:

1. Carbonatación:
2. Descompresión:
3. Acción de los seres vivos:

Comprobar



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

1. La es la alteración mecánica de las rocas por efecto de la congelación del agua en las grietas y origina unos depósitos llamados o pedrizas.
2. La es el transporte por arrastre de partículas de gran tamaño.
3. La es la alteración de las rocas in situ, mientras que la implica desplazamiento de materiales.

Enviar

4.- Riesgos geológicos.

Riesgo es toda condición, proceso o evento que puede causar heridas, enfermedades, muertes, pérdidas económicas al ser humano, a sus bienes o actividades, o bien daños al medio ambiente.

Los **riegos geológicos** pueden clasificarse en: naturales, mixtos e inducidos.

✓ Naturales:

➡ Relacionados con procesos de la geodinámica interna:

- **Volcanes y Terremotos**, por su importancia son analizados detalladamente en esta unidad.
- 🏠 **Diapiros**: se producen por el ascenso de materiales salinos debido a diferencias de densidad, provoca alteración de la superficie, oquedades y hundimientos del terreno que implican riesgos para construcciones, edificios, viviendas o ciudades.

➡ Relacionados con procesos de la geodinámica externa:

- **Movimientos de ladera**: desplazamiento del terreno a favor de la gravedad, provocan inestabilidad y se pueden producir por intensas precipitaciones, terremotos, erupciones volcánicas, deshielo, etc. Provocan inestabilidad, desprendimientos, avalanchas o aludes y llevan asociados riesgos importantes, que a veces ocasionan catástrofes y pérdidas de vidas humanas.
- 🏠 **Subsidencias**: son hundimientos lentos y progresivos del terreno, denominándose 🏠 colapsos si el hundimiento es brusco. Provocan hundimiento de cuevas, galerías y oquedades de zonas yesíferas o kársticas, que pueden afectar a cimentación de edificios, construcciones, etc.
- 🏠 **Dunas**: depósitos de arenaformados por la acción geológica del viento en zonas desérticas o litorales, que al desplazarse pueden enterrar viviendas, cultivos, etc.
- **Inundaciones o avenidas**: se producen por lluvias, huracanes, fusión de nieve o hielo, tsunamis, rotura de presas, obstrucción de la desembocadura de cauces

✓ Mixtos:

➡ Relacionados con la alteración de la dinámica erosión-sedimentación:

- **Colmatación de estuarios, puertos o embalses**: provocados por la alteración de procesos de sedimentación o depósito de materiales.
- **Alteración de la dinámica costera**: sobre todo por la alteración de los procesos de erosión y sedimentación, provoca derrumbe de acantilados, cambios en las playas, marismas, etc.
- **Alteración de 🏠 deltas**: los deltas son ecosistemas muy sensibles y de equilibrio frágil, formados por el depósito de sedimentos fluviales y mantenido por las relaciones entre esos depósitos y la erosión de los sedimentos por parte del mar. Alteraciones de esta dinámica por construcción de embalses, trasvases, deforestación, etc., pueden provocar cambios muy importantes en los deltas o incluso su desaparición.

✓ Inducidos:

- ➡ Relacionados con la intervención humana en el medio geológico: la acción humana intensifica algunos de los riesgos naturales de las formaciones geológicas, alterando las condiciones naturales de los recursos y causando importantes problemas ambientales, como por ejemplo:

- **Contaminación** de aguas y suelos por vertidos.
- **Sobreexplotación** y salinización de acuíferos.
- **Agotamiento** de recursos.
- **Subsidencias** y **colapsos**, como hemos visto anteriormente son hundimientos del terreno, que pueden ser provocados por la acción humana al extraer agua de los acuíferos, petróleo, sales y otros minerales de zonas de acumulación.
- **Deslizamientos de tierras** por realización de taludes, sobre todo al construir infraestructuras como carreteras, vías de ferrocarril, etc.
- **Explosiones de grisú** en minas de carbón, el grisú es una mezcla de gases (metano, etano, CO₂, nitrógeno, argón, helio e hidrógeno) que se generan en los procesos de formación del carbón y se acumula junto a este, durante la extracción se pueden provocar explosiones, solo si el gas está en una concentración explosiva (entre 5 y 15 %), por debajo no explota y por encima solo arde. Pueden causar catástrofes, derrumbes de galerías y víctimas. Se evita mediante ventilación de las galerías y evitando las fuentes de inflamación del gas.
- **Rotura de presas de embalses** (presa de Tous, 1982) y **balsas de decantación mineras** (Aznalcóllar-Doñana, 1998), por problemas en la construcción, acumulación excesiva de sedimentos, superar la capacidad de almacenamiento de agua, errores de dimensionamiento, fallos estructurales, etc. Las roturas provocan riadas catastróficas, inundaciones repentinas, etc.



Rotura de la presa de la balsa que contenía los residuos tóxicos en la mina de Aznalcóllar, el día del vertido.

Cidead. Rotura y vertido contaminante de la presa de Aznalcóllar, en el entorno del Parque Nacional de Doñana (CC BY-NC-SA)



Cidead. Rotura y vertido contaminante de la presa de Aznalcóllar, en el entorno del Parque Nacional de Doñana (CC BY-NC-SA)



Autoevaluación

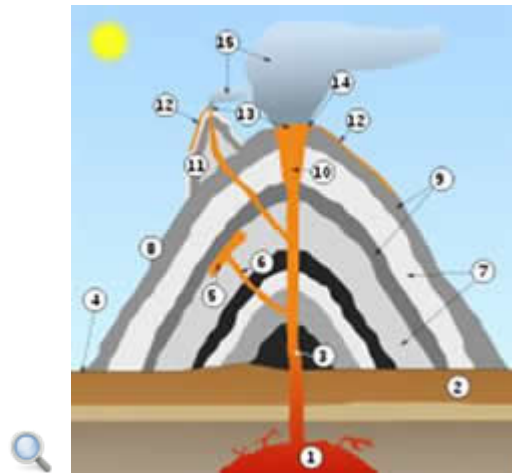
Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ La mezcla de gases que se producen asociados al carbón se llama y provoca alto riesgo de accidentes por su explosión, que solo se produce en un intervalo de concentración entre y por ciento.
- ✓ Los son hundimientos bruscos del terreno en zonas yesíferas o calizas.
- ✓ El ascenso de materiales salinos por diferencias de densidad y que provoca elevaciones o hundimiento del terreno se denomina .

Enviar

5.- Riesgos volcánicos.

Los volcanes son estructuras geológicas formadas por la salida de magma al exterior, procedente del interior de la Tierra, los materiales se acumulan, solidifican y forman los edificios volcánicos, en los que se pueden distinguir las siguientes partes:



Elaboración propia ACATUR NOVA. Partes de un volcán ([CC BY-NC-SA](#))

Corte transversal de un volcán

- | | |
|--|--|
| 1. 📍 Cámara magmática | 9. Capas de lava emitida por el volcán (Coladas) |
| 2. Roca | 10. Garganta |
| 3. 📍 Chimenea principal | 11. 📍 Cono secundario |
| 4. Base | 12. Flujo de lava |
| 5. Depósito de lava | 13. Ventiladero |
| 6. Fisura | 14. 📍 Cráter |
| 7. Capas de ceniza emitida por el volcán | 15. Nube de ceniza |
| 8. 📍 Cono volcánico. | |

Existen zonas que pueden presentar manifestaciones de menor envergadura, **vulcanismo atenuado**, debido a la presencia de focos de magma reducidos o por estar alejadas del volcán, como por ejemplo:

- ✓ **Fumarolas:** emisiones de gases a través de fisuras o grietas del terreno, si los gases desprendidos contienen azufre se denominan **solfatras**.
- ✓ **Geysers:** erupción periódica de agua y vapor a alta temperatura.
- ✓ **Aguas termales:** afloramientos de agua a cierta temperatura, con alto contenido en minerales.

Los volcanes entran en actividad en episodios más o menos violentos o **erupciones**, arrojando los siguientes materiales:

- ✓ **Productos gaseosos:** principalmente vapor de agua, sulfuro de hidrógeno y dióxido de carbono, tienen especial importancia en la producción de explosiones durante la erupción.
- ✓ **Productos líquidos:** se denominan **lavas** y son materiales fundidos, parecidos al magma,

pero con pocos gases, en función de su composición y riqueza en sílice presentan mayor o menor fluidez, las lavas básicas pobres en sílice son más fluidas, tardan más tiempo en solidificar y se extienden más en el terreno, las lavas ácidas ricas en sílice son muy viscosas, se consolidan incluso antes de salir al exterior y provocan erupciones violentas.

✔ **Productos sólidos o piroclastos:** se clasifican y diferencian según su tamaño en:

- ➡ **Cenizas:** partículas muy pequeñas de menos de 2 mm de diámetro.
- ➡ **Lapilli:** partículas intermedias, entre 2 y 64 mm.
- ➡ **Bombas volcánicas:** rocas que van de 64 mm a grandes dimensiones.

En función de los diferentes materiales arrojados por el volcán, sus características y propiedades, se pueden distinguir diversos tipos de volcanes:

- ✔ **Hawaiano:** magma muy fluido, el gas se dispersa y las erupciones no son violentas, se forman coladas de lava muy extensas. Son relativamente poco peligrosos y permiten su observación y explotación como recurso turístico y estudio científico. Un ejemplo de este tipo son los volcanes de las Islas Hawai como el Kilauea.
- ✔ **Estromboliano:** magma menos fluido, gases abundantes, explosiones intermedias y coladas relativamente extensas. El ejemplo típico es el volcán Estrómboli en Italia.
- ✔ **Peleano:** magma muy viscoso, abundantes gases que provocan violentas explosiones, la lava se consolida en el cráter y origina columnas sólidas o 🏠 domos, que al desmoronarse durante la erupción provocan avalanchas de materiales ardientes, llamadas nubes ardientes o **caudales piroclásticos**, que alcanzan gran velocidad y que ocasionan grandes catástrofes. El nombre se debe al volcán Mont Pelée de la isla de Martinica, en el Caribe, que en 1902 arrasó la ciudad de Saint Pierre causando más de 30.000 víctimas.



Freepik. Volcanes hawaiano y peleano (CC BY-NC-SA)



Freepik. Volcanes hawaiano y peleano (CC BY-NC-SA)

Entre estos tipos pueden diferenciarse varios volcanes con características intermedias.

Erupciones y volcanes conocidos y destacables son por ejemplo el **Vesubio** en Italia cuya erupción sepultó la ciudad de Pompeya o el **Krakatoa** en Indonesia que destruyó la isla donde se encontraba y ocasionó varios 🏠 Tsunamis que provocaron un gran número de víctimas (más de 36.000 muertos).

✔ **Riesgos:** Los volcanes tienen una serie de riesgos asociados, entre los que destacan:

- ➡ **Coladas de lava:** en volcanes con lavas fluidas pueden sepultar aldeas, poblaciones, cultivos, carreteras, etc.
- ➡ **Lluvias piroclásticas:** cenizas y lapilli pueden llegar a sepultar viviendas o ciudades causando gran número de víctimas.
- ➡ Nubes ardientes o **caudales piroclásticos:** avalanchas de grandes bloques y materiales ardientes formados en erupciones de tipo peleano principalmente, alcanzan

gran velocidad (más de 160 Km/h) y ocasionan grandes catástrofes.

- ➡  **Lahares o flujos de lodo:** se forman al derretirse los glaciares o nieve acumulada en los conos volcánicos, produce riadas de ceniza y barro que sepultan ciudades, en 1985 el volcán Nevado del Ruíz en Colombia entró en erupción, derritió el hielo de su cumbre y sepultó la ciudad de Armero, causando más de 24.000 víctimas.
- ➡ **Tsunamis:** olas gigantes causadas por el hundimiento de islas volcánicas (también se forman por maremotos), las ocasionadas por el Krakatoa por ejemplo, produjeron más de 36.000 muertos.
- ➡ **Movimientos de ladera** y desprendimientos del terreno.
- ➡ **Emisiones de gases** tóxicos y venenosos.
- ➡ **Cambios climáticos:** las emisiones de cenizas y CO₂ que se mantienen durante años en la atmósfera inciden en el efecto albedo (disminución de temperatura) y en el efecto invernadero (incremento de temperatura) respectivamente, variando el efecto global en función del tiempo de permanencia y de las proporciones emitidas de cada uno.

✓ **Medidas de Predicción:** Predecir la erupción de volcanes es difícil, pero las aplicaciones tecnológicas han permitido tomar algunas medidas y salvar cientos de miles de vidas humanas en algunas erupciones recientes, por ejemplo en 1991 en Filipinas se pudo predecir con suficiente antelación la erupción principal del volcán Pinatubo y evacuar poblaciones, salvando a más de 90.000 personas.

➡ Entre estas medidas predictivas destacan:

- Registro histórico con datos de frecuencia e intensidad de las erupciones.
- Elaborar mapas de peligrosidad y riesgo.
- Análisis de precursores volcánicos:
 - ✖ Aumento de pequeños temblores.
 - ✖ Aumento de temperatura del volcán.
 - ✖ Cambios en la forma, pendiente y topografía.
 - ✖ Mediciones con láser o satélite que evalúan cambios de las paredes y edificios volcánicos.
 - ✖ Variaciones del potencial eléctrico, gravedad o magnetismo de las rocas.
 - ✖ Emisiones de gases.

✓ **Medidas Preventivas:**

➡ Entre las medidas que se pueden tomar para evitar algunas de las consecuencias de las erupciones volcánicas, podemos destacar:

- Ordenación del territorio, para evitar construcciones en lugares de riesgo.
- Construcción de diques para desviar coladas de lava, canales para dirigir caudales piroclásticos y riadas de cenizas.
- Edificios con refuerzos para resistir lluvias de cenizas o piroclastos.
- Construcción de refugios incombustibles.
- Programas de protección civil, con información alertas y simulacros y planes de evacuación.

✓ **Zonas de Riesgo:**

- ➡ Las zonas de riesgo volcánico a nivel mundial coinciden con las zonas de límites de las placas tectónicas, principalmente el cinturón de fuego del Pacífico (Japón, Sudeste Asiático, Norteamérica, Hawai, Centroamérica, Chile, etc.) y zonas del cinturón

mediterráneo.

- ➡ En España existe una zona volcánica activa, las Islas Canarias, con varios volcanes como el Teide, Timanfaya, San Juan, etc., la última erupción ocurrió en 1971, en el volcán Teneguía en la Isla de La Palma.



Freepik. Volcán Teneguía de la isla de La Palma ([CC BY-NC-SA](#))



Freepik. Volcán Teneguía de la isla de La Palma ([CC BY-NC-SA](#))

Además existen varias **zonas inactivas**, entre las que destacan:

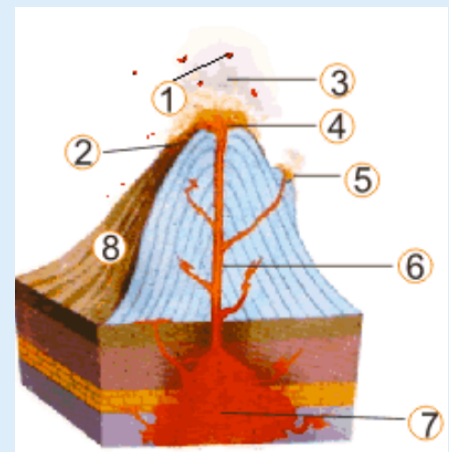
- ✔ El Campo de Calatrava en Ciudad Real.
- ✔ El Cabo de Gata y la Isla de Alborán en Almería.
- ✔ Las Islas Columbretes en Castellón.
- ✔ La zona de la Garrotxa, en Olot (Girona).



Autoevaluación

Rellena los espacios en blanco:

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.



Elaboración propia. Partes de un volcán ([CC BY-NC-SA](#))

Enviar



Para saber más

Enlace para saber más sobre los volcanes:



[Volcanes](#)



Autoevaluación

Indica si es verdadero o falso:

Los volcanes más peligrosos son los que principalmente emiten lavas fluidas a gran temperatura

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los caudales piroclásticos son riadas de lava fluida y provocan escasas víctimas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Lapilli es el nombre que se da a las partículas emitidas por el volcán, de menor tamaño que las cenizas, típica de los volcanes italianos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los Tsunamis pueden producirse por movimientos sísmicos o por erupciones volcánicas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ Las riadas de barro y lodo provocadas por el derretimiento de nieve o hielo de cumbres volcánicas se denominan .

✓ La última erupción volcánica en España se produjo en el volcán en 1971

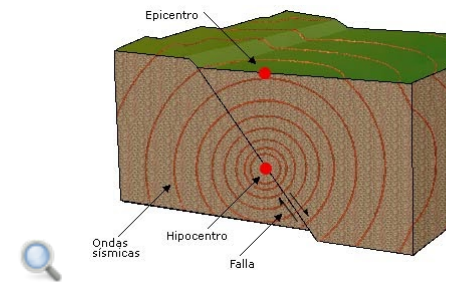
✓ Los volcanes de tipo se caracterizan por lavas viscosas que se consolidan en el cráter y forman elevaciones llamadas .

Enviar

6.- Riesgos sísmicos.

Los **terremotos o movimientos sísmicos** se producen por las tensiones producidas en las diversas capas de la Tierra, fundamentalmente por los contactos entre las placas litosféricas, en las zonas de subducción, obducción, dorsales, fallas transformantes y zonas de tensión intraplacas.

La **energía** se libera en zonas de hasta 700 Km de profundidad denominadas **hipocentro** o **foco sísmico**, las vibraciones y ondas sísmicas primarias (ondas P o longitudinales) o secundarias (ondas S o transversales) generadas se transmiten hasta la superficie, donde producen ondas superficiales (ondas Love o Raleigh) que deforman la superficie y ocasionan los movimientos del terreno. La zona de la superficie perpendicular al hipocentro, donde las ondas llegan antes y con más intensidad, se denomina **epicentro**.

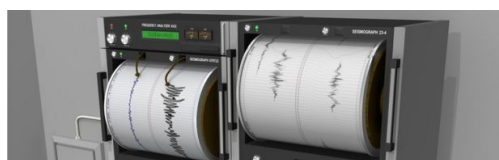


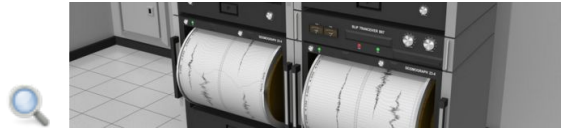
Elaboración propia. Ondas sísmicas (CC BY-NC-SA)

La **intensidad de los terremotos** se mide en aparatos denominados **sismógrafos**, que permiten determinar sus características y localización, la magnitud mide la energía liberada y se cuantifica mediante la **escala de Richter**, la intensidad mide los daños causados que se valoran con una **escala de Mercalli** modificada (**M.S.K.**). De esta forma se obtienen datos de la potencia del movimiento sísmico y de los daños causados que varían mucho en función de la zona afectada y las características de ciudades, edificaciones, materiales de construcción, medidas de sismorresistencia, etc.

✓ Riesgos:

- Los movimientos sísmicos conllevan una serie de riesgos asociados, entre los que destacan:
 - Vibración del suelo o terreno.
 - Daños, desplome y destrucción de edificios
 - Movimientos de tierra, inestabilidad de laderas con deslizamientos, avalanchas o corrimientos de tierra.
 - Roturas de presas y conducciones de agua y gas que provocan inundaciones e incendios.
 - **Licuefacción**, que es la alteración producida por las ondas sísmicas en terrenos sedimentarios poco consolidados como arenas o limos que varían su fluidez o consistencia.
 - Tsunamis, olas gigantes provocadas por un maremoto y Seiches, grandes olas en aguas continentales.
 - Alteración de acuíferos y cauces fluviales superficiales.





Freepik. Sismógrafo (CC BY-NC-SA)

✓ Medidas de Predicción:

Predecir los terremotos es muy difícil, pero se pueden hacer aproximaciones que permiten tomar algunas medidas e intentar reducir los riesgos, entre ellas destacan:

- Mapas de peligrosidad que representan las zonas con alta probabilidad de ocurrencia de terremotos como fallas activas, límites de placas litosféricas, etc.
- Registro histórico con datos que permiten establecer ritmos de actividad y calma.
- Precursores sísmicos que son fenómenos físicos o químicos que preceden a los movimientos sísmicos y permiten predecirlos, entre ellos destacan:
 - Aumento de pequeños terremotos de baja intensidad.
 - Formación de grietas.
 - Cambios en la velocidad de propagación de las ondas sísmicas.
 - Elevaciones del terreno y cambios de la pendiente.
 - Variaciones de la resistividad eléctrica y conductividad de las rocas.
 - Aumento de la emisión de gases, radón, etc.
 - Variaciones del campo magnético.
 - Variaciones del nivel freático de los acuíferos.
 - Alteraciones del comportamiento de animales.

✓ Medidas Preventivas:

- Normas de construcciones sismorresistentes: principalmente se centran en evitar o reducir los efectos del derrumbe de edificios causados por los terremotos y son entre otras:
 - No modificar la topografía del terreno.
 - Evita hacinamiento de viviendas y edificios.
 - Dejar espacios amplios entre edificios. Que impidan derrumbes en cadena.
 - Edificios simétricos, altos y rígidos, dificultando la caída.
 - Contrafuertes de acero.
 - Cimentación con caucho para absorber vibraciones.
- Elaboración de mapas de riesgo.
- Medidas de ordenación del territorio, para evitar grandes aglomeraciones en zonas de riesgo.
- Medidas de protección civil, información, educación, alertas y planes y simulacros de evacuación.

✓ Zonas de Riesgo:

- Las zonas de riesgo sísmico a nivel mundial coinciden con las zonas de límites de las placas tectónicas, principalmente Japón y el Sudeste Asiático, la Falla de San Andrés en California y zonas del cinturón mediterráneo y Oriente próximo.
- En España los terremotos se producen por las tensiones originadas por el contacto entre la placa Euroasiática con la Africana y afectan sobre todo a:
 - Sur y Sureste peninsular, principalmente Granada, Almería y Murcia.

- Noreste, coincidiendo con la zona de Pirineos.
- Noroeste, en la zona de Galicia y Zamora.



Para saber más

Enlace para saber más sobre la escala sismológica de Mercalli:

 [Sismológica de Mercalli](#)

Enlace para saber más sobre la escala sismológica de Richter:

 [Sismológica de Richter](#)



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ La zona del en Castilla - La Mancha es una de las zonas volcánicas inactivas que existen en España.
- ✓ La escala de mide la energía liberada en un terremoto o magnitud, mientras que los efectos se valoran mediante la escala de .
- ✓ La alteración producida por las ondas sísmicas en terrenos sedimentarios poco consolidados como arenas o limos que varían su fluidez o consistencia, se denomina .

Enviar



Autoevaluación

Indica si es verdadero o falso:

Las zonas de mayor riesgo sísmico se localizan en las zonas de contacto entre placas litosféricas

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El origen o foco del terremoto en el interior de la corteza se llama epicentro

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La escala de Mercalli evalúa los desperfectos causados por un terremoto de forma muy objetiva y precisa

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

7.- Recursos de la geosfera y sus reservas.

Como vimos en la unidad 1,  Recurso natural es todo aquello que el ser humano obtiene de la Naturaleza para satisfacer sus necesidades básicas y otras necesidades fruto de sus apetencias o deseos.

Se considera **recurso** la cantidad total existente en el planeta, mientras que la cantidad de ese recurso cuya explotación es posible con la tecnología actual y económicamente rentable se denomina  reserva.

Si nos centramos en la Geosfera, los recursos que obtenemos directamente de este subsistema terrestre son principalmente las rocas y minerales, los combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural), combustibles nucleares (uranio y plutonio) y la energía geotérmica.

Indirectamente y relacionados con otros subsistemas como la atmósfera, hidrosfera o biosfera, se pueden considerar otros recursos energéticos como la energía solar, eólica, biomasa, hidráulica, etc.

Otros recursos como el agua se han analizado en unidades anteriores y aquellos relacionados con las interfases, como recursos de la zona litoral o del suelo se abordarán en la unidad correspondiente a estos elementos.

El principal problema de los recursos minerales y energéticos es que son recursos **no renovables**, que se agotan, y el propio concepto de reserva hace que las previsiones sean poco exactas, fundamentalmente por las mejoras tecnológicas para detección, extracción y explotación, incluso el precio del mercado hace que la estimación de las reservas varíe.

Las **reservas de petróleo** podrían perdurar unos 40 años, aunque parece ser que nuevas localizaciones y fuentes de producción como alquitranes y pizarras bituminosas podrían prolongar este intervalo. Se localizan principalmente en los países de Oriente Medio (Arabia Saudita, Kuwait, Irak, Irán, Emiratos Árabes), Canadá, Estados Unidos, Venezuela, Nigeria, Libia, Rusia o Kazajstán.

Las **reservas de gas natural**, estimadas para 60 años, y que se concentran en los países de Oriente Medio y de Europa del Este.

Las **reservas de Carbón** fluctúan según las fuentes, entre 100 y 250 años, siempre teniendo en cuenta el ritmo de consumo, que puede alterarse con las economías emergentes, sobre todo China. Se localizan principalmente Estados Unidos, Rusia y China.



Freepik. *Explotación de Carbón* ([CC BY-NC-SA](#))



Freepik. *Explotación de Petróleo*

8.- Recursos Minerales.

La sociedad humana utiliza desde tiempo inmemorial multitud de **recursos minerales** que obtiene de la geosfera, a partir de zonas donde se acumulan, denominadas 🗑️ yacimientos.



Freepik. Mina a cielo abierto de Río Tinto, Huelva ([CC BY-NC-SA](#))

En los yacimientos se extrae el mineral, diferenciando:

- ✔ **Mena:** es el mineral de interés económico, debe ser abundante y de explotación rentable.
- ✔ **Ganga:** integrado por el resto de rocas o minerales, que no son aprovechables o sin interés comercial, o cuya explotación no resulta rentable.

Los yacimientos pueden clasificarse por la finalidad de su explotación en:

- ✔ **Metálicos:** dedicados a la extracción de metales.
- ✔ **No metálicos:** explotaciones de minerales de uso industrial, combustibles fósiles o rocas en canteras para construcción, uso ornamental o uso industrial.

Por su origen se diferencian:

- ✔ **Endógenos:** minerales formados por procesos internos, magmáticos o metamórficos.
- ✔ **Exógenos:** minerales formados por procesos externos de tipo sedimentario.



Freepik. Extracción de bauxita e impacto provocado ([CC BY-NC-SA](#))

¿Cuáles son los principales minerales de interés

económico?

Entre los minerales de interés económico destacan:

- ✓ **Aluminio:** es el mineral más abundante en la corteza, se obtiene a partir de la 🏔️ bauxita, que abunda en los suelos tropicales de 🏞️ lateritas.
Es un material ligero, maleable, resistente a la corrosión, reciclable, por lo que se utiliza en la construcción, vehículos, aviones, cables eléctricos, botes de bebidas, papel de aluminio de uso alimentario, etc.
- Entre los inconvenientes de su extracción y uso, destacan la alteración y destrucción de bosques, selvas y ecosistemas tropicales y ecuatoriales donde abunda, el gran consumo de energía empleado en los procesos de obtención y fabricación, que se intenta paliar empleando energías alternativas o renovables y promoviendo el reciclado, el proceso de producción de aluminio partiendo de aluminio reciclado consume un 95 % menos de energía que el obtenido a partir de la bauxita y evita importantes impactos ambientales.
- ✓ **Hierro:** es el segundo mineral por su abundancia en la corteza, se obtiene a partir de diferentes minerales como la magnetita, hematites, limonita o siderita.
Se utiliza en la construcción e industria, se mezcla con carbono para producir el acero, y con cromo y níquel para obtener acero inoxidable.
- ✓ **Cobre:** Se extrae en minas a cielo abierto de gran impacto ambiental, a partir de calcopirita, cuprita, malaquita y azurita. Se emplea en diversas industrias, para fabricar cables eléctricos, y para fabricar latón (aleación de cobre y cinc) o bronce (aleación de cobre y estaño).
- ✓ **Manganeso** (industria del acero y pinturas), **Cromo** (fabricación de acero, pinturas y ladrillos refractarios), **Titanio** (aviones, pinturas, prótesis), **Plomo** (tuberías, vidrieras, baterías y carburantes), **Cinc** (fabricar latón, galvanizado de hierro y acero), **Estaño** (aviones, soldadura, producir bronce), **Plata** (fotografía, joyería, monedas), **Oro** (joyería, monedas), **Mercurio** (termómetros, papeleras o plásticos).
- ✓ Minerales utilizados como fertilizantes: **fósforo, nitrógeno y potasio**.
- ✓ Rocas empleadas en la construcción: bloques de **piedra** (construcción de viviendas, puentes, carreteras, ornamental, etc.), **arenas y gravas** (causan importantes impactos ambientales en su extracción de ríos y cuencas sedimentarias), **cemento** (mezcla de caliza y arcilla, utilizado para hacer hormigón y argamasa), **yeso** (se emplea como argamasa y para enlucir paredes), **arcillas** (elaboración de ladrillos, tejas, baldosas, etc.), **Vidrio** (mezcla de arena de cuarzo, sosa y cal, se utiliza para fabricar cristales de viviendas).



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ La aleación de cobre y cinc constituye el [] y la de cobre y estaño el [] .
- ✓ El aluminio se extrae principalmente a partir de la [] que abunda en suelos lateríticos.
- ✓ Al realizar la explotación de una mina de mineral, se diferencia el material de interés comercial o [] y las rocas acompañantes sin interés o cuya extracción no es económicamente rentable o []

Enviar

8.1. Rocas y minerales.

Las rocas y minerales son componentes esenciales de la corteza terrestre y se diferencian en su formación y composición.

Minerales

Los minerales son sustancias sólidas, inorgánicas y naturales, con una composición química definida y una estructura cristalina ordenada. Cada mineral tiene propiedades específicas que lo distinguen, como su color, dureza, brillo y densidad. Algunos ejemplos de minerales son:



freepik. Roca y mineral (CC BY-NC-SA)

- ✔ **Cuarzo:** Uno de los minerales más comunes, presente en muchas rocas.
- ✔ **Mica:** Mineral de estructura laminar que se encuentra en rocas ígneas y metamórficas.
- ✔ **Hematita:** Mineral de hierro de color rojo a negro.
- ✔ **Pirita:** También conocida como "el oro de los tontos" por su brillo y color similar al oro.
- ✔ **Feldespato:** Mineral muy abundante que forma gran parte de la corteza terrestre.

Rocas

Las rocas son agregados de minerales y se clasifican según su origen en tres grandes grupos:

1. **Ígneas:** Formadas a partir del enfriamiento y solidificación del magma o lava. Pueden ser:
 - ✔ **Intrusivas** (como el granito), que se enfrían lentamente bajo la superficie.
 - ✔ **Extrusivas** (como el basalto), que se enfrían rápidamente en la superficie.
2. **Sedimentarias:** Formadas por la compactación de sedimentos (como arena, arcilla o restos orgánicos). Ejemplos incluyen:
 - ✔ **Arenisca:** Compuesta principalmente de cuarzo.
 - ✔ **Caliza:** Rica en carbonato de calcio y a menudo contiene fósiles.
 - ✔ **Conglomerado:** Formada por fragmentos grandes de otras rocas.
3. **Metamórficas:** Formadas cuando una roca preexistente se transforma bajo alta presión y temperatura sin llegar a fundirse. Ejemplos son:
 - ✔ **Mármol:** Resultante del metamorfismo de la caliza.
 - ✔ **Esquisto:** Tiene una textura laminada y se forma a partir de rocas sedimentarias o ígneas.

Propiedades Distintivas

- ✔ **Dureza:** Evaluada en la escala de Mohs, que clasifica los minerales del 1 (talco) al 10 (diamante).

- ✔ **Color y raya:** La raya es el color del polvo del mineral, que puede diferir de su color exterior.
- ✔ **Brillo:** Puede ser metálico, vítreo, sedoso, etc.
- ✔ **Fractura y exfoliación:** Describe cómo se rompen los minerales. La exfoliación es cuando se rompen en superficies lisas, y la fractura cuando se rompen de forma irregular.

Importancia de las Rocas y Minerales

Los minerales son fundamentales en la fabricación de materiales como metales, plásticos, y productos electrónicos, mientras que las rocas se utilizan en construcción, arte y arquitectura.

Tabla Ampliada de Rocas y Minerales

Tipo	Nombre	Clasificación	Lugar Común de Enfoque
Roca Ígnea	Granito	Ígnea Intrusiva	Montañas y zonas profundas de la corteza terrestre
Roca Ígnea	Basalto	Ígnea Extrusiva	Fondos oceánicos, islas volcánicas
Roca Ígnea	Riolita	Ígnea Extrusiva	Volcanes continentales
Roca Ígnea	Diorita	Ígnea Intrusiva	Zonas de subducción, montañas
Roca Ígnea	Andesita	Ígnea Extrusiva	Bordes de placas tectónicas, zonas volcánicas
Roca Ígnea	Obsidiana	Ígnea Extrusiva (Vítrea)	Áreas volcánicas
Roca Sedimentaria	Arenisca	Sedimentaria Clástica	Desiertos, ríos, deltas
Roca Sedimentaria	Caliza	Sedimentaria Orgánica	Fondos marinos, áreas ricas en fósiles
Roca Sedimentaria	Conglomerado	Sedimentaria Clástica	Ríos y zonas de alta energía
Roca Sedimentaria	Arcilla	Sedimentaria Clástica	Fondos de lagos, ríos tranquilos
Roca Sedimentaria	Yeso	Sedimentaria Química	Lagunas de evaporación y cuencas cerradas
Roca Metamórfica	Mármol	Metamórfica	Zonas de alta presión en montañas calcáreas

Tipo	Nombre	Clasificación	Lugar Común de Enfoque
Roca Metamórfica	Esquisto	Metamórfica	Zonas de alta presión y temperatura
Roca Metamórfica	Gneis	Metamórfica	Regiones montañosas, formación de placas tectónicas
Roca Metamórfica	Cuarcita	Metamórfica	Zonas de metamorfismo de arenisca
Roca Metamórfica	Pizarra	Metamórfica	Formaciones de barro y arcilla sometidas a presión
Mineral	Cuarzo	Silicato	Prácticamente en todas las rocas terrestres
Mineral	Mica	Silicato	Rocas ígneas y metamórficas
Mineral	Hematita	Óxido de Hierro	Depósitos minerales de hierro, rocas sedimentarias
Mineral	Pirita	Sulfuro de Hierro	Zonas de rocas ígneas y metamórficas
Mineral	Feldespato	Silicato	Abundante en rocas ígneas como el granito
Mineral	Magnetita	Óxido de Hierro	Depósitos de hierro, rocas ígneas y metamórficas
Mineral	Talco	Silicato de Magnesio	Rocas metamórficas como el esquisto
Mineral	Calcita	Carbonato de Calcio	Rocas sedimentarias, como la caliza
Mineral	Halita	Sal Gema	Depósitos evaporíticos, salares
Mineral	Azufre	Elemento Nativo	Zonas volcánicas, fuentes termales
Mineral	Galena	Sulfuro de Plomo	Depósitos de minerales de plomo, rocas sedimentarias
Mineral	Espato de Islandia	Variante de Calcita	Depósitos de calcita pura, formación de cavernas



Recomendación

En el siguiente enlace puedes ver un documento para ampliar conocimientos sobre rocas y minerales:

 [Rocas y minerales](#)



Actividad desplegable

Lea y complete cada elemento con su lugar de origen típico, indicando también si es una roca o un mineral.

1. (Roca Ígnea Intrusiva) - **Montañas y zonas profundas de la corteza terrestre**
2. (Mineral, Óxido de Hierro) - **Depósitos minerales de hierro, rocas sedimentarias**
3. (Roca Sedimentaria Clástica) - **Desiertos, ríos, deltas**
4. (Roca Metamórfica) - **Zonas de alta presión en montañas calcáreas**
5. (Mineral, Sulfuro de Hierro) - **Zonas de rocas ígneas y metamórficas**
6. (Roca Ígnea Extrusiva) - **Fondos oceánicos, islas volcánicas**
7. (Roca Sedimentaria Orgánica) - **Fondos marinos, áreas ricas en fósiles**
8. (Roca Metamórfica) - **Zonas de alta presión y temperatura**
9. (Mineral, Silicato) - **Prácticamente en todas las rocas terrestres**
10. (Roca Ígnea Extrusiva Vítreo) - **Áreas volcánicas**

Comprobar

Mostrar retroalimentación

1. **Granito** (Roca Ígnea Intrusiva) - **Montañas y zonas profundas de la corteza terrestre**
2. **Hematita** (Mineral, Óxido de Hierro) - **Depósitos minerales de hierro, rocas sedimentarias**
3. **Arenisca** (Roca Sedimentaria Clástica) - **Desiertos, ríos, deltas**
4. **Mármol** (Roca Metamórfica) - **Zonas de alta presión en montañas calcáreas**

5. Pirita (Mineral, Sulfuro de Hierro) - **Zonas de rocas ígneas y metamórficas**
6. Basalto (Roca Ígnea Extrusiva) - **Fondos oceánicos, islas volcánicas**
7. Caliza (Roca Sedimentaria Orgánica) - **Fondos marinos, áreas ricas en fósiles**
8. Esquisto (Roca Metamórfica) - **Zonas de alta presión y temperatura**
9. Cuarzo (Mineral, Silicato) - **Prácticamente en todas las rocas terrestres**
10. Obsidiana (Roca Ígnea Extrusiva Vítreo) - **Áreas volcánicas**

9.- Recursos energéticos renovables y no renovables.



Freepik. Central nuclear, producción de energía eléctrica con recursos no renovables (CC BY-NC-SA)

Entre los recursos naturales que el ser humano obtiene de la geosfera para producir energía podemos encontrar:

- ✔ **Recursos energéticos no renovables:** se encuentran en la Tierra en unas cantidades concretas, ya que su formación depende de procesos de larga duración (incluso millones de años), como son los combustibles fósiles (carbón, petróleo, gas natural) o minerales (uranio, plutonio), por lo tanto su **disponibilidad y duración es limitada**.

Además se consideran energías "**sucias**" puesto que generan una gran cantidad de contaminantes, residuos y problemas ambientales, al producirse en un escaso número de países (países productores) originan una **gran dependencia económica** de los países usuarios.

Sin embargo, su **bajo coste, alta capacidad energética y gran producción** las hacen actualmente difíciles de sustituir.

- ✔ **Recursos energéticos renovables:** son recursos que **no se agotan**, independientemente de lo que se utilicen, como por ejemplo el sol (energía solar), el viento (energía eólica), el agua (energía hidroeléctrica, mareomotriz), etc.

Se consideran energías "**limpias**", ya que los problemas ambientales que ocasionan son de menor impacto que otras fuentes de energía. Además tienen la ventaja de ser "**🌱 autóctonas**", los estados se autoabastecen, disminuyendo la dependencia económica de otros países. Favorecen la **diversificación** de las fuentes de energía.



Freepik. Parque eólico, generación de energía eléctrica con recursos renovables (CC BY-NC-SA)

Como inconvenientes destacan, en general, que son **intermitentes, difíciles de acumular** y que deben respetar la **tasa de regeneración** del recurso.

- ✔ **Recursos energéticos potencialmente renovables:** cuando se consumen, pero son repuestos por los procesos naturales en un tiempo relativamente corto, su agotamiento dependerá de la relación entre la velocidad de formación y de explotación, por ejemplo la utilización de biomasa para obtener energía eléctrica o biocombustibles y las aplicaciones de la energía geotérmica.

Plantación de caña de azúcar para la producción de biocombustibles©Fuente: Wikimedia Commons

Las fuentes de **energía renovables o alternativas** se caracterizan por Su aprovechamiento provoca una afección muy baja al medioambiente. No se generan residuos. Son fuentes de energía ilimitadas, por ello también se las conoce como fuentes de energía inagotables, ya que no se agotan con su consumo.

En el siguiente gráfico se pueden observar los porcentajes de las diferentes fuentes de energía utilizadas en la producción de electricidad en España.



Diferencias entre energía renovable y no renovable

Energía renovable o alternativa	Energía no renovable o convencional
✔ Energía solar. La radiación solar se puede aprovechar para producir electricidad o calor. Se trata de <i>energía solar fotovoltaica</i> cuando la radiación solar que incide en unos módulos diseñados para tal fin generan energía eléctrica por efecto fotovoltaico. Se trata de <i>energía solar térmica</i> cuando se utiliza la radiación solar directa concentrada para el calentamiento de un fluido. ✔ Energía hidráulica. Si el agua retenida en embalses o pantanos a gran altura se deja caer hasta un nivel inferior, esta energía se convierte en energía cinética y, posteriormente, mediante una central hidroeléctrica, se transforma en electricidad. ✔ Energía del mar. El mar también puede ser utilizado como fuente de energía para producir electricidad. Cuando se aprovecha el movimiento de las olas, se	✔ El petróleo. Este líquido viscoso de color verde, amarillo, marrón o negro está constituido por distintos hidrocarburos (compuestos formados por átomos de carbono e hidrógeno en cantidades variables). La formación del petróleo comenzó hace millones de años, cuando la Tierra era un planeta cubierto de agua. Con el paso del tiempo, los procesos geológicos y la acción bacteriana sobre la materia orgánica acumulada en el fondo del mar dio lugar a esta mezcla de hidrocarburos. ✔ El gas natural. Esta fuente de energía fósil consiste en una mezcla de hidrocarburos. Al igual que el petróleo, su existencia se debe a la acción bacteriana de miles de años bajo tierra. ✔ El carbón. Roca formada por carbono y otras sustancias. En el año 1990 suministraba más del 27% de la energía

denomina *energía undimotriz*, cuando se aprovechan las mareas es energía. También se pueden aprovechar las corrientes marinas, la térmica oceánica y de ósmosis para generar energía.

- ✔ **Energía eólica.** Es la energía cinética contenida en las masas de aire en la atmósfera. A través de los 'molinos de viento' estratégicamente ubicados a lo largo de la geografía española, es posible transformar esta energía en electricidad.
- ✔ **Biomasa.** La materia orgánica también puede aprovecharse como fuente de energía. Existen varias materias orgánicas que se pueden aprovechar como biomasa, por lo que se trata de una fuente de energía muy heterogénea.
- ✔ **Geotermia.** Bajo la superficie de la Tierra existe un gran volumen de energía en forma de calor que puede aprovecharse tanto para producir energía eléctrica (en yacimientos de alta temperatura, superiores a 100-150 grados centígrados) o energía térmica.

comercial de todo el mundo.

- ✔ La **energía nuclear** de fisión se obtiene al bombardear, con neutrones a gran velocidad, los átomos de ciertas sustancias. La sustancia más usada es el uranio-235, aunque también se usan el uranio-233 y el plutonio-239.



Para saber más

Enlace para saber más sobre los recursos naturales:

 [Recursos Naturales](#)

 [Tipos de energías](#)



Recomendación

En el siguiente enlace puedes ver la importancia que tiene Rusia con las energías, siendo uno de los principales problemas en la guerra de Ucrania:



Autoevaluación

Indica el tipo de cada una de las siguientes fuentes energéticas (pueden ser varias las respuestas correctas y para indicarlal separalas con una coma):

No renovable, Renovable, Convencional,
Alternativa

✓ Energía hidráulica:

✓ Energía atómica de centrales nucleares:

✓ Energía solar fotovoltaica:

✓ Gas natural:

Enviar

10.- Fuentes de energía convencionales: combustibles fósiles, energía nuclear, hidroeléctrica.



Cidead. Central térmica (CC BY-NC-SA)

Las fuentes de energía utilizadas actualmente son principalmente no renovables, basadas en la utilización de los combustibles fósiles y la energía nuclear, proporcionando alrededor del 86 % de la energía consumida a nivel mundial. Además el ser humano ha aprovechado tradicionalmente la energía del agua en las centrales hidroeléctricas.

✔ Combustibles fósiles:

La utilización de carbón, petróleo y gas natural se realiza principalmente en las 🏭 centrales térmicas de producción de energía eléctrica. La combustión produce vapor de agua, que pone en funcionamiento las turbinas que mediante un alternador transforman la energía mecánica en energía eléctrica. Actualmente se utilizan nuevas técnicas para mejorar el rendimiento de las instalaciones, como las 🏭 centrales de ciclo combinado, en ellas se utilizan turbinas de gas que producen electricidad y el calor generado en esa turbina se utiliza para producir vapor de agua que mueve una segunda turbina de vapor y genera más electricidad.

Las principales razones que justifican su utilización se basan en su alta producción y rendimiento, que hacen impensable dejar de utilizarlas hasta no disponer de otras fuentes o recursos que puedan sustituirla.



Freepik. Central nuclear (CC BY-NC-SA)

Por otro lado, los inconvenientes de su utilización son numerosos y de gran importancia:

- ◆ Son recursos no renovables, que al ritmo actual de utilización se agotarán en relativamente poco tiempo
- ◆ Generan graves problemas ambientales, contaminación de la atmósfera, incremento de efecto invernadero, lluvias ácidas, smog, impactos en la extracción (minas a cielo abierto, plataformas petrolíferas) y transporte (mareas negras), etc.
- ◆ La dependencia de los países productores genera problemas económicos, sociales y políticos de difícil solución.

✓ **Energía nuclear:**

La utilización de la energía nuclear se basa en el aprovechamiento del calor producido en reacciones atómicas de fisión, para generar vapor de agua que mueve turbinas y producen energía eléctrica. Principalmente se utilizan Uranio-235 y Plutonio-239.

Su utilización es muy discutida, por un lado el bajo coste de su producción y su rendimiento y por otro los grandes problemas asociados: costes de construcción y mantenimiento, accidentes y escapes de radiactividad, y los residuos generados.

✓ **Energía hidroeléctrica:**

Se basa en la transformación de la energía potencial del agua de los cursos fluviales retenida y almacenada en los embalses, en energía eléctrica, aprovechando el desnivel y la caída del agua desde la presa hasta la central situada a menor altura. El agua cae a gran velocidad y mueve las turbinas, que mediante un generador realiza la transformación energética.



Pixabay. Central hidroeléctrica (CC BY-NC-SA)

Es una energía de bajo coste de producción y mantenimiento, no produce contaminantes, permite regular el caudal de los ríos evitando crecidas, inundaciones y otros riesgos, y el uso del agua para abastecimiento urbano y diferentes actividades (agrícolas, ganaderas, industriales, transporte, ocio, etc.).

Sin embargo, tiene sus inconvenientes, principalmente relacionados con los impactos producidos en su construcción, inundación y destrucción de ecosistemas y especies, alteración de los cursos fluviales, variación de los procesos erosivos y de sedimentación, colmatación del embalse, contaminación térmica del agua, eutrofización, modificación del nivel freático, etc.

Una alternativa para reducir algunos de estos inconvenientes es la instalación de centrales de reducidas dimensiones para abastecer pequeñas poblaciones o núcleos,

denominadas **minicentrales hidroeléctricas**.



Para saber más

Enlace para saber más sobre las energías no renovables:

 [Energías no Renovables](#)



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ Las instalaciones donde se obtiene energía eléctrica a partir de combustibles fósiles se llaman .
- ✓ Las centrales que aprovechan el calor generado de los procesos de generación de energía, para mover una segunda turbina y aumentar el rendimiento energético se denominan centrales de .
- ✓ En las centrales nucleares se utilizan como combustibles isótopos radiactivos de y .
- ✓ Las centrales provocan contaminación térmica por descenso de temperatura.

Enviar

11.- Energías alternativas: solar, eólica, biomasa, biocombustibles, geotérmica.

Ante los problemas provocados por las **energías no renovables**, se buscan otras fuentes de energía, **energías alternativas**, que reduzcan o eliminen los inconvenientes sobre todo la disponibilidad y los problemas de contaminación, potenciando las energías renovables y de bajo impacto ambiental.



Cidead. Central fotovoltaica de la Puebla de Montalbán, Toledo ([CC BY-NC-SA](#))

Entre estas **fuentes de energía** destacan:

✔ **Energía solar térmica:** utiliza el calor del Sol para producir electricidad, concentrando los rayos solares sobre un dispositivo, se almacena el calor en un fluido y posteriormente se transforma en energía eléctrica. Estos dispositivos también se emplean en calefacción y para calentar agua sanitaria de uso domiciliario, reduciendo el consumo energético.

✔ **Energía solar fotovoltaica:** utiliza directamente la luz solar transformándola en electricidad, aprovechando las propiedades del silicio que absorbe la radiación solar y genera una corriente de electrones que posteriormente se transforman en corriente eléctrica.

Es una energía no contaminante, de bajo mantenimiento, que permite el suministro eléctrico de zonas o instalaciones alejadas del circuito convencional, pero se debe mejorar su rendimiento y productividad para conseguir mayor eficiencia energética. Además presenta algunos inconvenientes, como la necesidad de grandes espacios para su instalación, el impacto visual y la variabilidad en la producción que depende de la insolación.



Cidead. Aerogenerador de energía eólica ([CC BY-NC-SA](#))

Actualmente se está impulsando mucho en nuestro país, subvencionando las instalaciones y proliferando las pequeñas centrales solares.

- ✓ **Energía eólica:** aprovecha la energía cinética del viento, transformándola en energía eléctrica en unos equipos llamados 🌀 aerogeneradores (molinos) que al girar sus hélices hacen rotar un alternador produciendo energía eléctrica.

Es una energía alternativa, limpia, que no emite contaminación, aunque presenta inconvenientes como su impacto visual, impacto de sus instalaciones y accesos, impacto sobre las aves, molestias por ruido y producción muy intermitente con gran dependencia del régimen de vientos.

- ✓ **Biocombustibles:** se trata de la obtención de combustibles alternativos a los combustibles fósiles, que reducen su utilización y la dependencia económica de los países productores. Entre ellos destacan:



Biogás: es una mezcla de metano y dióxido de carbono, producido por fermentación bacteriana a partir de residuos, se extrae por un sistema de tuberías distribuidas por los vertederos de basuras y de lodos de depuradoras de agua (generalmente se emplea en el autoabastecimiento energético de la planta depuradora).



Bioetanol: obtenido por fermentación y destilación, a partir de cereales, remolacha, caña de azúcar, maíz, etc. Su utilización ha provocado polémica debido a especulaciones sobre los cultivos y la incidencia en los precios de cereales utilizados en la alimentación humana y en piensos para el ganado. También está relacionado con la destrucción de bosques y selva amazónica para la implantación de cultivos.



Biodiesel: producidos a partir de semillas oleaginosas como el girasol, la colza o la soja. Se utiliza directamente en motores especiales o mezclado con diesel en motores convencionales. Es interesante la obtención de biodiesel a partir del reciclado de aceites vegetales de uso doméstico, que se recogen en restaurantes, cocinas industriales o por aportación de ciudadanos, además de la incidencia en los combustibles fósiles se reducen diversos efectos negativos de eliminar los residuos de aceites por las tuberías y colectores (contaminación del agua, problemas en depuradoras, proliferación de animales, etc.).



[Cidead](#). Planta de biodiesel a partir de reciclado de aceites de uso doméstico de Santa Olalla, Toledo (CC BY-NC-SA)



[Cidead](#). Central energética a partir de biomasa de Villarta de San Juan, Ciudad Real (CC BY-NC-SA)



Energía de la  Biomasa: es una fuente de energía alternativa renovable o potencialmente renovable, poco contaminante y que puede emplear subproductos o residuos de diversas actividades, por lo que se aprovechan y eliminan. Entre los productos más utilizados destacan los forestales (leña, madera, serrín, piñas, etc.), desechos agrícolas (paja, sarmientos, huesos de aceituna, cáscara de almendras, etc.) o ganaderos (excrementos,  purines), residuos sólidos urbanos (papel, cartón, etc.), lodos de depuradoras de aguas residuales, etc.

- ✓ **Energía Geotérmica:** utiliza el calor interno de la Tierra, en zonas volcánicas, dorsales oceánicas o zonas cercanas a cámaras magmáticas en general. El calor se puede utilizar directamente para calentar agua que se utiliza en agua de uso doméstico, calefacciones de casas o invernaderos. También se emplea para generar vapor que mueve turbinas y mediante un generador realiza la transformación a electricidad. Es una fuente de energía alternativa, aunque en muchos casos no renovable por agotamiento de las fuentes de calor.

- ✓ **Otras fuentes de energía:** en zonas muy concretas se utilizan diferentes fuentes de energía como son la **mareomotriz** (aprovecha las subidas y bajadas del nivel del mar con las mareas), **energía de las olas** (utiliza la fuerza de las olas) o la energía de **fusión del hidrógeno** que se encuentra en fase de desarrollo y tiene muchísimas ventajas como utilizar un combustible inagotable, no produce residuos, no tiene riesgos de accidentes.



[Cidead](#). Central de energía geotérmica en Islandia ([CC BY-NC-SA](#))



Para saber más

Enlace para saber más sobre las energías alternativas:

 [Energías Alternativas](#)



Autoevaluación

Completa los espacios en blanco con la palabra adecuada en cada caso:

- ✓ Los son los equipos utilizados para aprovechar la energía eólica.
- ✓ La energía solar se emplea principalmente para generar electricidad, mientras que la energía solar se utiliza

para sistemas de calefacción y agua caliente.

- ✓ La energía utiliza el calor interno de la Tierra para generar electricidad y sistemas de calefacción.
- ✓ La utilización de purines, leña o residuos agrícolas para generar energía eléctrica, son ejemplos de la utilización de la como recurso energético alternativo.

Enviar

12.- Impactos ambientales derivados de la explotación de los recursos.

La intensa utilización de los recursos procedentes de la geosfera provoca importantes **impactos ambientales**, algunos de ellos ya descritos en esta unidad y en unidades anteriores.

A modo de resumen podemos citar:

- ✓ Alteración del relieve y las unidades geomorfológicas.
- ✓ Impacto visual y alteración del paisaje.
- ✓ Generación de ruidos por explosiones, motores y maquinaria.
- ✓ Alteración de cursos fluviales y acuíferos.
- ✓ Contaminación atmosférica.
- ✓ Contaminación de aguas.
- ✓ Contaminación del suelo.
- ✓ Impacto sobre la flora y la fauna, disminución de la biodiversidad.
- ✓ Impacto socioeconómico y cultural.
- ✓ Riesgo de accidentes en instalaciones nucleares.
- ✓ Enfermedades derivadas de la contaminación radiactiva, atmosférica o de aguas.
- ✓ Producción de residuos.



Para saber más

Enlace para saber más sobre el impacto ambiental:

 [Impacto Ambiental](#)

Licencia: licencia propietaria