

Tema 1: Números Naturales y Enteros. Operaciones Básicas.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

ESTUDIO DE LOS NÚMEROS

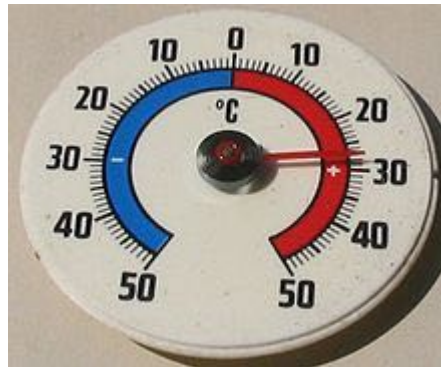


¿Te has detenido a pensar cuántas veces utilizas los **números** a lo largo del día?

Si reflexionas un momento, verás que son muchas más de las que te imaginas: cuando consultas la **hora** en tu reloj, cuando llamas a un amigo o familiar, cuando observas el **precio** en el escaparate de una tienda, o al recibir una **factura**... ¡y estos son solo algunos ejemplos! Los números que más usamos son los llamados **números naturales**, los cuales nos permiten **contar** y realizar diversas **operaciones**.

Sin embargo, los números naturales, aunque útiles para muchas situaciones cotidianas, **no siempre son suficientes** para describir la realidad. Por ejemplo, ¿cómo expresaríamos una **temperatura extremadamente baja**, como menos de cero grados? Para eso, necesitamos un conjunto más amplio de números: los **números enteros**, que pueden ser tanto **positivos** como **negativos**.

En esta primera unidad, nos enfocaremos en el estudio de los **números naturales y enteros**, así como en sus **propiedades** y las **operaciones básicas** que podemos realizar con ellos.



Aplicaciones de los números enteros en la vida diaria

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

¿Qué diferencias principales hay entre los números naturales y enteros?

1. Números naturales:

- ✔ Son los números que usamos para contar (1, 2, 3, 4...).
- ✔ No incluyen el 0 ni los números negativos.

✔ **Ejemplos:** 1, 2, 5, 10.

2. Números enteros:

- ✔ Incluyen los números naturales, el 0, y los números negativos.
- ✔ Representan tanto cantidades positivas como negativas.
- ✔ **Ejemplos:** -3, -1, 0, 4, 7.

Resumen: Los números naturales son un subconjunto de los números enteros, pero los enteros incluyen también al 0 y a los negativos.

1. LOS NÚMEROS NATURALES

Los **números naturales** son el punto de partida fundamental en el estudio de las matemáticas. Utilizados principalmente para **contar** y **ordenar**, estos números nos permiten entender conceptos básicos que son esenciales en nuestra vida cotidiana y en áreas más avanzadas de las matemáticas.

El conjunto de los números naturales se denota por la letra **N** y está formado por números como **0, 1, 2, 3, 4, ...**, que continúan indefinidamente. Dependiendo del contexto, el número **0** puede o no ser considerado parte de los números naturales, pero en general, se acepta como el primer número natural, representando la ausencia de cantidad.

Importancia del Estudio de los Números Naturales

El estudio de los números naturales es esencial por varias razones:

1. **Base de las matemáticas:** Los números naturales son el primer concepto numérico que aprendemos, y a partir de ellos se desarrollan otros conjuntos numéricos como los enteros, racionales y reales.
2. **Aplicaciones prácticas:** Los utilizamos en actividades cotidianas como contar objetos, medir cantidades y clasificar o hacer comparaciones.
3. **Operaciones básicas:** Con los números naturales realizamos operaciones fundamentales como la **suma**, **resta**, **multiplicación** y, en ciertos casos, la **división**.

Conceptos Clave en el Estudio de los Números Naturales

1. **Conteo:** Los números naturales permiten contar elementos de un conjunto, como en la frase "tengo 5 libros".
2. **Orden:** Los números naturales también nos ayudan a establecer un orden en una secuencia, como primero, segundo, tercero, etc.
3. **Propiedades:** Los números naturales tienen propiedades importantes como la **cerradura**, la **conmutatividad** y la **asociatividad** en las operaciones de suma y multiplicación.

Objetivos del Estudio

Al estudiar los números naturales, buscamos:

- ✓ Comprender cómo funcionan las operaciones básicas con números naturales.
- ✓ Aplicar los números naturales para resolver problemas de conteo y comparación.
- ✓ Desarrollar habilidades de razonamiento lógico mediante el uso de números y sus propiedades.



Reflexiona

¿Por qué crees que los números naturales son tan importantes en nuestra vida diaria?

Mostrar retroalimentación

Los números naturales son esenciales porque los utilizamos para contar objetos, medir cantidades y ordenar elementos. Desde saber cuántos productos compramos hasta determinar el orden de llegada en una carrera, los números naturales son fundamentales para estructurar nuestro entorno de manera comprensible. Además, son la base de las operaciones matemáticas que aplicamos diariamente, como la suma y la multiplicación.



Reflexiona

¿Por qué crees que el número 0 es considerado un número natural, y cuál es su importancia?

Mostrar retroalimentación

El número **0** es considerado un número natural porque representa la ausencia de cantidad o la falta de un objeto. Es fundamental en matemáticas ya que introduce el concepto del "nada", lo cual es clave para operaciones como la resta. Sin el cero, no podríamos expresar situaciones en las que no hay elementos presentes o realizar operaciones como $5 - 5 = 0$.

1.1. Concepto de número natural

Los **números naturales** son el conjunto de números que utilizamos habitualmente para **contar objetos** y **ordenar elementos**. El conjunto de todos los números naturales se simboliza con una **N** mayúscula ($\mathbb{N}$), y estos son los números que utilizamos para contar y ordenar:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}.$$

Estos números son infinitos y se dividen en dos tipos: el **cero** (que representa la ausencia de elementos) y los números positivos (que se utilizan para contar y ordenar). Los números naturales juegan un papel fundamental en la vida cotidiana y en las matemáticas, ya que con ellos podemos realizar operaciones básicas como la **suma**, la **resta**, la **multiplicación** y, en algunos casos, la **división**.

Entre los números naturales hay uno **muy especial**. Vamos a verlo con un ejemplo: Asómate a la puerta de tu casa. ¿Cuántos “osos azules” hay paseando por la calle? Seguramente ninguno. Si ves alguno, tal vez sea hora de visitar al oftalmólogo. Este número especial es el **0 (cero)**, y lo usamos cuando no hay nada que contar.

Características de los Números Naturales

- ✓ **Comienzan desde el 0 o 1**, dependiendo de la definición adoptada.
- ✓ Se utilizan para contar objetos y para ordenar secuencias.
- ✓ Son infinitos y **no incluyen números negativos** ni fraccionarios.
- ✓ Se pueden utilizar para operaciones como sumar y multiplicar, y siempre dan como resultado otro número natural.

Ejemplos de Números Naturales en la Vida Cotidiana

1. Contar elementos:

Si tienes 3 manzanas y compras 2 más, ahora tendrás **5 manzanas**. Aquí utilizamos los números naturales para contar la cantidad de objetos.

2. Ordenar posiciones:

En una carrera, si llegas en la **primera** posición y tu amigo llega en la **segunda**, estamos utilizando números naturales para establecer el orden de llegada.

3. Operaciones básicas:

- ✓ **Suma:** Si tienes **7** libros y te regalan **3** más, tendrás **$7 + 3 = 10$** libros.
- ✓ **Resta:** Si tienes **12** caramelos y comes **5**, te quedarán **$12 - 5 = 7$** caramelos.
- ✓ **Multiplicación:** Si compras **4** cajas de lápices, y cada caja tiene **6** lápices, tendrás en total **$4 \times 6 = 24$** lápices.

Ejemplos en Notación Matemática

1. **Contar:** 1, 2, 3, 4, 5, ...
2. **Suma de naturales:** $2 + 3 = 5$

3. Comparación de naturales: $8 > 6$

Los números naturales son esenciales no solo en nuestra vida diaria, sino también en el desarrollo de conceptos matemáticos más avanzados.

Números naturales:

- ✓ Son los números que usamos para contar (1, 2, 3, 4...).
- ✓ No incluyen el 0 ni los números negativos.
- ✓ **Ejemplos:** 1, 2, 5, 10.



Autoevaluación

Los números naturales pueden ser fraccionarios o decimales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los números naturales no incluyen fracciones ni decimales. Son solo los números enteros positivos y el cero.

El conjunto de números naturales se simboliza con una “ene” minúscula, n.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El conjunto de números naturales se simboliza con una “ene” mayúscula, N.

Podemos utilizar los números naturales para identificar cosas, como el número de teléfono o el número de una casa.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los números naturales también se utilizan para identificar cosas, como el número de teléfono, el número de casa, o el número de identificación personal (DNI).

Los números naturales incluyen los números negativos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los números naturales no incluyen los números negativos. Los números naturales son aquellos que empiezan desde el 0 y continúan hacia el infinito en la dirección positiva: 0, 1, 2, 3,...

Los números naturales son aquellos que utilizamos para contar y ordenar objetos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los números naturales se utilizan principalmente para contar objetos (uno, dos, tres,...) y para ordenarlos (primero, segundo, tercero,...).

1.2. El sistema de numeración decimal

El sistema de numeración que utilizamos hoy en día es el **sistema decimal**, introducido en Europa por los árabes en el siglo XI. Este sistema tiene su origen en la India, donde comenzó a desarrollarse alrededor del siglo VI a.C.

¿Por qué se llama **sistema decimal**? Quizás la respuesta esté en nuestras propias manos: tenemos **diez dedos**, y seguramente todos hemos usado los dedos para contar en algún momento. Es probable que por esa razón, nuestro sistema numérico utilice **10 símbolos**, que son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Cuando reunimos **diez unidades**, las agrupamos en un grupo mayor llamado **decena**.

Cuando acumulamos **diez decenas**, formamos otro grupo llamado **centena**, que equivale a **cien unidades**.

Y así sucesivamente: cada vez que alcanzamos diez unidades de un orden, formamos una unidad del **orden inmediato superior**. A continuación, te presentamos un cuadro con las **clases**, **órdenes** y ejemplos de cómo se expresan:

Clase	Orden	Ejemplo	Cómo se expresa
Billones	15°, 14°, 13°	1.000.000.000.000.000	Un billón
Miles de millones	12°, 11°, 10°	1.000.000.000.000	Un billón de mil millones
Millones	9°, 8°, 7°	1.000.000.000	Mil millones
Millares	6°, 5°, 4°	1.000.000	Un millón
Unidades	3°, 2°, 1°	1.000	Mil
		100	Cien
		10	Diez
		1	Uno

Ejemplos prácticos:

1. **Número 4.368:**
Este número se compone de:

- ✔ 4 unidades de millar (mil)
- ✔ 3 centenas (trescientos)
- ✔ 6 decenas (sesenta)

✔ 8 unidades (ocho)

Por lo tanto, se leería como: **Cuatro mil trescientos sesenta y ocho.**

2. **Número 49.807.621:**

✔ 49 millones (millones)

✔ 807 mil (millares)

✔ 621 unidades (unidades)

Se leería como: **Cuarenta y nueve millones, ochocientos siete mil seiscientos veintiuno.**

¿Cómo leer un número largo?

Para leer un número largo, se separan las cifras en grupos de **tres** comenzando por la derecha. Después, se lee cada grupo por su clase. Por ejemplo, para el número **2.135.784.902**:

1. Separamos en grupos: **2.135.784.902**.

2. Se lee de izquierda a derecha: **Dos mil ciento treinta y cinco millones, setecientos ochenta y cuatro mil novecientos dos.**

Tabla de clases y órdenes:

Centena Billón	Decena Billón	Unidad Billón	Centena Millar Millón	Decena Millar Millón	Unidad Millar Millón
1.000.000.000.000	100.000.000.000	10.000.000.000	1.000.000.000	100.000.000	10.000.000



Caso práctico

Actividad 1: Escribe los siguientes números en cifras

- Dos mil ocho.
- Seiscientos mil cuatrocientos treinta y dos.
- Diez mil cinco.
- Doce millones, trescientos quince mil doscientos uno.
- Ciento diez millones, doscientos mil nueve.
- Trescientos cinco mil veintidós.

Mostrar retroalimentación

- a. 2.008
- b. 600.432
- c. 10.005
- d. 12.315.201
- e. 110.200.009
- f. 305.022

Actividad 2: Escribe con palabras los siguientes números

- a. 435.207.756
- b. 16.503.203
- c. 335.698
- d. 200.014

Mostrar retroalimentación

- a. Cuatrocientos treinta y cinco millones, doscientos siete mil setecientos cincuenta y seis
- b. Dieciséis millones, quinientos tres mil doscientos tres
- c. Trescientos treinta y cinco mil seiscientos noventa y ocho
- d. Doscientos mil catorce

1.2.1. Comparación de números naturales

Si dos números tienen el mismo número de cifras, se deben comparar de izquierda a derecha. El número con la primera cifra mayor es el más grande. Si las primeras cifras son iguales, se compara la siguiente, y así sucesivamente hasta encontrar una diferencia.

Por ejemplo, si comparamos los números **4.692** y **4.685**, ambos tienen **4** unidades de millar y **6** centenas. Sin embargo, al comparar las decenas, vemos que el primero tiene **9** decenas, mientras que el segundo tiene **8**, por lo que **4.692** es mayor.

Además, si un número tiene más cifras que otro, automáticamente será mayor. Para expresar matemáticamente que un número es mayor que otro, utilizamos el símbolo $>$. De manera similar, el símbolo $<$ indica que un número es menor.

Veamos algunos ejemplos:

- ✓ **2.567** es mayor que **384**, y se escribe: **$2.567 > 384$** .
- ✓ **4.685** es menor que **4.692**, y se escribe: **$4.685 < 4.692$** .

Recuerda que la punta del símbolo siempre señala hacia el número menor, mientras que la abertura apunta hacia el número mayor. Por ejemplo:

- ✓ **$384 < 2.567$**
- ✓ **$4.692 > 4.685$**

Este método sencillo te permite comparar y ordenar números con facilidad.



Rellenar huecos

Actividad 1. Completa con los signos $>$, $<$:

a) 5605 5506 b) 646 664 c) 5010 5001 d) 6304 6403

Enviar



Rellenar huecos

Actividad 2. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

a) 56.505 b) 78.549 c) 45.693 d) 54.956

< < <

Averiguar la puntuación

Mostrar/Eliminar las respuestas



Autoevaluación

¿Cuál fue uno de los primeros métodos utilizados por el hombre para contar antes de la invención de los números?

- ☐ Códigos binarios
- ☐ Nudos de cuerdas
- ☐ Cálculos computacionales
- ☐ Pizarras digitales

Incorrecto

Correcto. Los nudos de cuerdas fueron uno de los métodos utilizados por las civilizaciones antiguas para contar y llevar registros. Este método es conocido como el sistema Quipu, utilizado por los Incas.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

4. Incorrecto

¿En qué región del mundo se encontraron los primeros vestigios de números que consistían en grabados de señales en forma de cuñas sobre pequeños tableros de arcilla?

- ☐ Egipto
- ☐ Mesopotamia
- ☐ China
- ☐ Grecia

Incorrecto

Correcto. Los primeros vestigios de números con señales en forma de cuñas fueron encontrados en Mesopotamia, datando alrededor del año 4000 a. C. Este sistema utilizaba un palito aguzado para hacer marcas sobre arcilla.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué objeto se utilizaba para hacer marcas en los tableros de arcilla en Mesopotamia?

- ☐ Pluma de ave
- ☐ Pincel de pelo

☐ Palito aguzado

☐ Tiza

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. En Mesopotamia, se utilizaba un palito aguzado para hacer marcas en los tableros de arcilla, creando así los primeros vestigios de números conocidos.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál de los siguientes métodos NO se usaba para contar antes de la invención de los números modernos?

☐ Piedras contables

☐ Marcas en la arena

☐ Algoritmos de cálculo

☐ Hueso de Ishango

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Antes de la invención de los números modernos, no se utilizaban algoritmos de cálculo como los conocemos hoy. En cambio, se empleaban métodos como piedras, palitos, nudos y marcas en la arena.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué material era comúnmente usado para grabar los primeros símbolos numéricos en Mesopotamia?

- ☐ Madera
- ☐ Piedra
- ☐ Arcilla
- ☐ Metal

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Los primeros símbolos numéricos en Mesopotamia se grababan en pequeños tableros de arcilla utilizando un palito aguzado. Este método es fundamental para entender la evolución de la escritura numérica.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

2. LOS NÚMEROS ENTEROS



Autoevaluación

¿Cuál es el origen de los números enteros negativos?

- ☐ Fueron inventados en el siglo XVIII por matemáticos europeos.
- ☐ Surgieron como resultado natural de las operaciones de suma y resta.
- ☐ Se originaron en China durante la dinastía Han.
- ☐ Fueron descubiertos por primera vez por los griegos antiguos.

Incorrecto

Correcto. Los números enteros negativos son el resultado natural de las operaciones de suma y resta y su empleo se remonta a la antigüedad con diversas notaciones.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Por qué se les llama "números enteros"?

- ☐ Porque siempre representaban una cantidad de unidades no divisibles.
- ☐ Porque incluyen fracciones y decimales.
- ☐ Porque fueron descubiertos íntegramente en Europa.
- ☐ Porque siempre han sido positivos.

Correcto. El nombre de "enteros" se justifica porque estos números, tanto positivos como negativos, representaban una cantidad de unidades no divisibles, como personas, por ejemplo.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuándo comenzaron a tener aceptación los números enteros negativos en trabajos científicos europeos?

- ☐ En el siglo XV.
- ☐ En el siglo XVI.
- ☐ En el siglo XVII.
- ☐ En el siglo XVIII.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Los números enteros negativos comenzaron a tener aceptación en trabajos científicos europeos en el siglo XVII, aunque matemáticos italianos del Renacimiento ya los habían advertido en sus estudios previos.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué matemáticos italianos del Renacimiento advirtieron el uso de los números enteros negativos?

- ☐ Fibonacci y Galileo.
- ☐ Tartaglia y Cardano.
- ☐ Da Vinci y Petrarca.
- ☐ Vieta y Descartes.

Incorrecto

Correcto. Matemáticos italianos del Renacimiento como Tartaglia y Cardano advirtieron el uso de los números enteros negativos en sus trabajos acerca de la solución de ecuaciones de tercer grado.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Quiénes ya conocían la regla de los signos antes de que los números enteros negativos fueran aceptados en Europa?

- ☐ Matemáticos chinos.
- ☐ Matemáticos árabes.
- ☐ Matemáticos de la India.
- ☐ Matemáticos griegos.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La regla de los signos ya era conocida por los matemáticos de la India antes de que los números enteros negativos fueran aceptados en Europa.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

2.1. Concepto de Número Entero

En el apartado anterior, hemos definido el concepto de **número natural**, pero hay muchas situaciones de la vida cotidiana que no se pueden representar solo con ellos. Veamos algunos ejemplos:

- ✓ Cuando en invierno decimos que la temperatura en un lugar es de **7 grados bajo cero**.
- ✓ Si tenemos **2.000 euros en el banco** y nos cobran un recibo de **3.000 euros**.
- ✓ Al referirnos a un personaje que nació en el **año 546 antes de Cristo**.
- ✓ Para indicar el **nivel por debajo del mar** o los **sótanos de un edificio**.

Para expresar estas situaciones, los números naturales no son suficientes. Necesitamos una referencia, que es el **cero**, y una forma de contar tanto hacia el lado positivo como hacia el negativo. A partir de esa referencia (el cero), los números que se encuentran a ambos lados son los números naturales precedidos por el signo **+** o **-**.

A este conjunto de números, que incluye los números **negativos**, el **cero** y los **positivos**, se les llama **números enteros**, y se representan con la letra **Z**:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

- ✓ Los **números enteros positivos** se forman colocando el signo **+** delante de los números naturales.
- ✓ Los **números enteros negativos** se obtienen colocando el signo **-** delante de los números naturales.

Es importante notar que los números enteros **no son naturales**; por ejemplo, no existen “-2 peras”. Los números enteros fueron creados para referirse a situaciones en las que se marca un **origen** (el valor 0), que genera una distinción entre **antes y después**, **arriba y abajo**, o **ganancia y pérdida**.

Números enteros:

- ✓ Incluyen los números naturales, el 0, y los números negativos.
- ✓ Representan tanto cantidades positivas como negativas.
- ✓ **Ejemplos:** -3, -1, 0, 4, 7.



Rellenar huecos

Ayúdate del esquema del ascensor y completa indicando si sube o baja y el número de plantas:

- Planta 4
- Planta 3
- Planta 2

- d. Planta 1
- e. Planta baja 0
- f. Planta -1
- g. Planta -2
- h. Planta -3
- i. Planta -4

- a. De la planta -1 a la planta -3 el ascensor plantas.
- b. De la planta 3 a la planta 0 el ascensor plantas.
- c. De la planta -3 a la planta -2 el ascensor planta.
- d. De la planta -2 a la planta 2 el ascensor plantas.
- e. De la planta 4 a la planta -2 el ascensor plantas.

Enviar



Rellenar huecos

Expresa numéricamente estos hechos:

- a. Estar situado a 310 m sobre el nivel del mar: ()
- b. Perder 400 euros: ()
- c. Ocho grados bajo cero: ()
- d. Ganar 300 euros: ()
- e. El año 370 a. C.: ()
- f. Diecisiete grados sobre cero: ()
- g. Bucear a 11 metros de profundidad: ()

Enviar

2.2. Representación de los números enteros en la recta numérica

Para **representar los números enteros** en una **recta numérica**, seguimos estos pasos:

1. **Trazamos una línea recta** y colocamos en el centro el número **0**, que actúa como punto de referencia. El **cero** divide la recta en dos **semirrectas**.
2. **Dividimos cada semirrecta** en partes iguales para ubicar los números de manera equidistante.
3. **Colocamos los números enteros**: los **números positivos** a la derecha del **0** y los **números negativos** a la izquierda del **0**.

De esta manera, la recta numérica quedaría como sigue:



En la representación de la **recta numérica** de los números enteros, podemos visualizar los números desde **-9 hasta 9**, con los números negativos a la izquierda y los positivos a la derecha. Los números negativos podrían estar resaltados en rojo y los positivos en violeta, aunque se sobreentiende que esta recta es infinita en ambos sentidos e incluye **todos los números enteros**.



Caso práctico

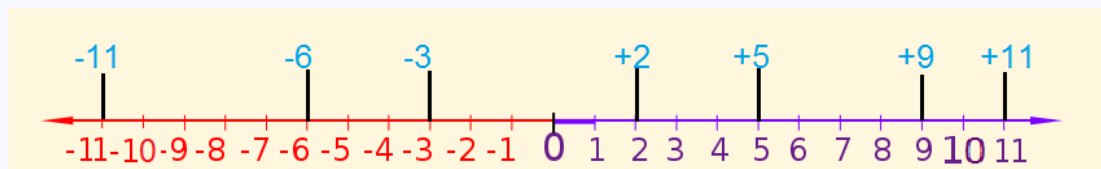
Realiza el siguiente ejercicio: **Coloca los siguientes números enteros en una recta numérica**: -3, +2, +5, +9, -6, +11, -11.

Para hacerlo correctamente, sigue estos pasos:

1. Dibuja una recta numérica.
2. Coloca el **0** en el centro.
3. Ubica los números **positivos** (+2, +5, +9, +11) a la derecha del 0.
4. Coloca los números **negativos** (-3, -6, -11) a la izquierda del 0.

Asegúrate de distribuir los números equidistantemente en la recta, respetando su posición relativa.

Mostrar retroalimentación



2.3. Valor absoluto de un número entero

Los números **-6** y **+6** se encuentran a la misma distancia del cero. Esto ocurre porque ambos números están formados por el mismo valor numérico, el **6**, aunque con diferente signo. A este valor se le llama **valor absoluto** de **+6** y **-6**.

El **valor absoluto** de un número entero es el **número natural** que se obtiene al ignorar su signo, es decir, siempre es positivo. El símbolo que se utiliza para representar el valor absoluto es el número escrito entre barras verticales.

Ejemplos:

$$|+10| = 10$$

$$|-5| = 5$$

El valor absoluto refleja la **distancia de un número al cero** en la recta numérica, sin importar si el número es positivo o negativo.



Caso práctico

Actividad 1 Responde a estas preguntas: a) Si el valor absoluto de un número es 4, ¿qué número puede ser?

b) Si el valor absoluto de un número es 5 y sabes que está a la izquierda del 0, ¿qué número es?

c) ¿Qué número tiene valor absoluto 7 y está situado entre -6 y -8?

Mostrar retroalimentación

Responde a las siguientes preguntas:

a) Si el valor absoluto de un número es 4, ¿qué posibles números pueden ser?

Respuesta: Los números pueden ser **+4** o **-4**, ya que ambos tienen un valor absoluto de 4.

b) Si el valor absoluto de un número es 5 y sabes que está a la izquierda del 0, ¿qué número es?

Respuesta: El número es **-5**, porque un valor absoluto de 5 que está a la izquierda del 0 debe ser negativo.

c) ¿Qué número tiene valor absoluto 7 y está situado entre -6 y -8?

Respuesta: El número es **-7**, ya que tiene un valor absoluto de 7 y se encuentra entre -6 y -8 en la recta numérica.

2.4. Comparación y ordenación de números enteros

Para comparar dos números enteros, la forma más sencilla es ubicarlos en la recta numérica. El número que se encuentra más a la **derecha** es siempre el mayor.

De esta forma, podemos observar lo siguiente:

- ✓ **Cualquier número entero positivo** es mayor que cualquier número entero negativo.
Ejemplos:
 $+2 > -4$
 $-5 < +5$
- ✓ El **0** es menor que cualquier número positivo y mayor que cualquier número negativo.
Ejemplos:
 $0 < +3$
 $-5 < 0$
- ✓ Entre dos números enteros **positivos**, el mayor es el que tiene el mayor valor absoluto. Recuerda que el **valor absoluto** es el número sin el signo.
Ejemplos:
 $+7 > +4$
 $+3 < +5$
- ✓ Entre dos números enteros **negativos**, el mayor es el que tiene **menor valor absoluto** (es decir, cuanto más cerca esté de 0).
Ejemplos:
 $-4 > -7$ (porque 4 es menor que 7)
 $-6 < -3$ (porque 3 es menor que 6)



Caso práctico

1. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

- a. +6, -10, 0, -5, +4, +3
- b. +4, -7, +2, -8, -6, +8

2. Escribe en cada caso los signos $>$ o $<$, según corresponda:

- a. -4 ____ -3
- b. -2 ____ $+6$
- c. 0 ____ -8
- d. $+6$ ____ $+5$

Mostrar retroalimentación

1. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

- a) $+6, -10, 0, -5, +4, +3$ Respuesta: $-10, -5, 0, +3, +4, +6$
- b) $+4, -7, +2, -8, -6, +8$ Respuesta: $-8, -7, -6, +2, +4, +8$

2. Escribe el signo correcto ($>$ o $<$) en cada caso:

- a. -4 ____ -3 Respuesta: $-4 < -3$
- b. -2 ____ $+6$ Respuesta: $-2 < +6$
- c. 0 ____ -8 Respuesta: $0 > -8$
- d. $+6$ ____ $+5$ Respuesta: $+6 > +5$

2.5. Opuesto de un número entero

Observa que 4 y -4 se encuentran a la misma distancia de 0. Son simétricos respecto al 0. Tienen el mismo valor absoluto, pero distinto signo. $Op(4) = -4$ $Op(-4) = 4$

Aquellos números que se encuentran a la misma distancia del cero se les llaman números opuestos.

En conclusión, podemos decir que el opuesto de un número entero es aquel que tiene el mismo valor absoluto pero distinto signo.



Rellenar huecos

Escribe los opuestos de los siguientes números:

a) $Op(+4) =$

b) $Op(-6) =$

c) $Op(-5) =$

d) $Op(3) =$

e) $Op(0) =$

f) $Op(-8) =$

Enviar

3. SUMA Y RESTA DE NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS. PROPIEDADES.

Los **números naturales** son aquellos que utilizamos para **contar** y **ordenar**, como 0, 1, 2, 3, ... En esta sección aprenderemos a realizar las **operaciones básicas** de **suma** y **resta** con estos números, entendiendo cómo funcionan y cómo se aplican en diferentes situaciones.

$$\begin{array}{cc} \textcircled{+} + \textcircled{+} = \textcircled{+} & \textcircled{+} + \textcircled{-} = \\ \textcircled{-} + \textcircled{-} = \textcircled{-} & \textcircled{+} + \textcircled{-} = \end{array}$$

Suma de números enteros. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Suma_de_n%C3%BAmeros_enteros). Autor: Desconocido. Licencia: Dominio pút

Suma de Números Enteros

Definición:

Propiedades de la Suma:

Resta de Números Enteros

Definición:

Propiedades de la Resta:



Ejercicio Resuelto

Ejercicios Prácticos

Suma de Números Naturales:

1. $12+7=?$
2. $25+19=?$

Resta de Números Naturales:

1. $15-8=?$
2. $50-23=?$

Suma de Números Enteros:

1. $-4 + 9 = ?$
2. $-7 + (-3) = ?$

Resta de Números Enteros:

1. $5 - (-3) = ?$
2. $-8 - 4 = ?$

Mostrar retroalimentación

Ejercicios Prácticos con Solución

Suma de Números Naturales:

1. $12 + 7 = 19$
2. $25 + 19 = 44$

Resta de Números Naturales:

1. $15 - 8 = 7$
2. $50 - 23 = 27$

Suma de Números Enteros:

1. $-4 + 9 = 5$
2. $-7 + (-3) = -10$

Resta de Números Enteros:

1. $5 - (-3) = 5 + 3 = 85$
2. $-8 - 4 = -12$



Autoevaluación

Restar un número entero positivo es lo mismo que sumar su valor negativo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Restar un número positivo es equivalente a sumar su opuesto. Por ejemplo,

$a - b$ es lo mismo que $a + (-b)$.

La suma de tres números naturales puede ser negativa.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los números naturales son todos positivos o cero, por lo tanto, su suma nunca puede ser negativa.

La propiedad distributiva se cumple para la suma y la multiplicación de números enteros.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La propiedad distributiva establece que $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$, lo cual se cumple para cualquier número entero a , b y c .

La propiedad asociativa se cumple para la resta de números enteros.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La propiedad asociativa no se cumple para la resta. Es decir, $(a - b) - c \neq a - (b - c)$.

La resta de dos números naturales siempre da un número natural.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La resta de dos números naturales no siempre da un número natural. Por ejemplo, $3 - 5 = -2$, que no es un número natural.

3.1. Suma de Números Naturales

Sumar consiste en combinar varias cantidades en una sola, lo que permite obtener un total. Esta operación matemática también se conoce como **adición**.

Seguro que en tu vida has hecho muchísimas sumas: cuando calculas lo que te has gastado el fin de semana, cuando calculas los kilómetros que debes recorrer para llegar a un determinado lugar,...

Vamos a ver cómo se realiza la suma: $257 + 386$

$\begin{array}{r} \text{c. d. u.} \\ 257 \\ + 386 \\ \hline \end{array}$	Primero colocamos los números en columna de forma que coincidan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas...	
$\begin{array}{r} 1 \\ 257 \\ + 386 \\ \hline 3 \end{array}$	Empieza sumando la columna de las unidades: $7 + 6 = 13$	En la práctica decimos $7 + 6$ son 13. Escribo el 3 y me llevo 1
$\begin{array}{r} 11 \\ 257 \\ + 386 \\ \hline 43 \end{array}$	Este número(13) es mayor que 10, por lo tanto escribes el 3 debajo de la columna de las unidades y el 1 (es la llevada) lo escribes encima de la siguiente columna. Ahora sumas la siguiente columna, sin olvidarte de la llevada: $1 + 5 + 8 = 14$ Este número también tiene llevada. Escribes el 4 debajo de la columna de las decenas y el 1 escríbelo encima de la siguiente columna.	Decimos: $1 + 5 + 8$ son 14. Escribo 4 y me llevo 1
$\begin{array}{r} 11 \\ 257 \\ + 386 \\ \hline 643 \end{array}$	Ahora solo queda sumar la última columna: $1 + 2 + 3 = 6$ Solo te queda escribir ese número debajo de su columna: Y el resultado de la suma es 643.	Decimos: $1 + 2 + 3$ son 6. Escribo el 6 y hemos terminado.

Los números que se combinan en una suma se llaman **sumandos**. En el ejemplo anterior, los sumandos son **257** y **386**. El resultado de esta operación se llama **suma** o **total**. Para representar la adición utilizamos el signo "+", que se lee como "**más**".



Rellenar huecos

Realiza las siguientes sumas:

a) $6570 + 167 + 8658 =$

b) $563132 + 54006 + 66707 =$

c) $4657 + 506 + 568 + 70 =$

Enviar

3.1.1. Propiedades de la suma.

Las propiedades de la suma (conmutativa y asociativa) son fundamentales en matemáticas, ya que simplifican los cálculos, facilitan la comprensión de conceptos más avanzados y permiten realizar operaciones de manera más eficiente. A continuación, se destacan algunos puntos clave sobre la importancia de estas propiedades:

a) Propiedad Conmutativa

La **propiedad conmutativa** de la suma establece que el orden de los sumandos no afecta el resultado:

$$a + b = b + a$$

Ejemplo 1: Si sumamos $4 + 6$ o $6 + 4$, obtenemos el mismo resultado:

$$4 + 6 = 10 \quad \text{y} \quad 6 + 4 = 10$$

Ejemplo 2: Si sumamos $12 + 9$ o $9 + 12$, el resultado es el mismo:

$$12 + 9 = 21 \quad \text{y} \quad 9 + 12 = 21$$

b) Propiedad Asociativa

La **propiedad asociativa** de la suma nos permite agrupar los sumandos de manera distinta sin que esto cambie el resultado:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Ejemplo 1: Supongamos que queremos sumar $37 + 30 + 20$. Podemos agrupar los sumandos de esta manera:

$$(37 + 30) + 20 = 67 + 20 = 87$$

O podemos agruparlo de forma distinta y obtendremos el mismo resultado:

$$37 + (30 + 20) = 37 + 50 = 87$$

Ejemplo 2: Si queremos sumar $15 + 5 + 10$, podemos agruparlo de estas dos formas:

$$(15 + 5) + 10 = 20 + 10 = 30$$

$$15 + (5 + 10) = 15 + 15 = 30$$

c) Combinación de la Propiedad Conmutativa y Asociativa

Podemos combinar ambas propiedades para simplificar los cálculos. Reordenamos los sumandos con la **propiedad conmutativa** y luego agrupamos con la **propiedad asociativa**.

Ejemplo: Si necesitamos sumar $20 + 43 + 50$, primero aplicamos la **propiedad conmutativa** para reordenar los números de forma más conveniente:

$$20 + 43 + 50 = 20 + 50 + 43$$

Luego, aplicamos la **propiedad asociativa** y agrupamos los primeros dos sumandos para facilitar la suma:

$$(20 + 50) + 43 = 70 + 43 = 113$$

Resumen de las Propiedades:

- ✓ **Propiedad conmutativa:** El orden de los sumandos no altera el resultado.
- ✓ **Propiedad asociativa:** Podemos agrupar los sumandos de diferentes maneras para facilitar los cálculos.
- ✓ **Combinación de ambas propiedades:** Reordenamos los sumandos para simplificar los cálculos y luego agrupamos estratégicamente.

Estas propiedades nos ayudan a hacer cálculos mentales más rápidos y eficientes.



Autoevaluación

La propiedad conmutativa de la suma afirma que el orden de los sumandos no altera el resultado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La propiedad conmutativa establece que en una suma, el orden en el que se suman los números no afecta el resultado. Por ejemplo, $4 + 6 = 6 + 4$, ambos suman 10.

La propiedad asociativa de la suma nos permite cambiar el grupo de los sumandos sin alterar el resultado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La propiedad asociativa indica que cuando sumamos tres o más números, podemos agruparlos de diferentes maneras sin cambiar el resultado. Por ejemplo, $(37 + 30) + 20 = 37 + (30 + 20)$.

Según la propiedad conmutativa, el cálculo $6 + 4$ es diferente a $4 + 6$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La propiedad conmutativa asegura que $6 + 4$ es igual a $4 + 6$. Ambos suman el mismo total, que es 10.

Si aplicamos la propiedad asociativa, podemos sumar $37 + (30 + 20)$ de forma diferente a $(37 + 30) + 20$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La propiedad asociativa nos permite agrupar los sumandos de manera diferente sin cambiar el resultado final. Por lo tanto, $37 + (30 + 20)$ y $(37 + 30) + 20$ siempre darán el mismo resultado, que es 87.

En la propiedad conmutativa, podemos cambiar el orden de los sumandos en una suma para hacer los cálculos más fáciles.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La propiedad conmutativa permite reordenar los sumandos para facilitar el cálculo. Por ejemplo, cambiar $20 + 43 + 50$ a $20 + 50 + 43$ puede simplificar el proceso de suma.

3.2. Resta de números naturales

Restar es quitar una cantidad a otra. Es la operación inversa a la suma. Esta operación también recibe el nombre de sustracción. Para indicar esta operación se utiliza el signo menos (-).

En la vida diaria, realizamos muchas **restas** sin darnos cuenta. Por ejemplo, si compras algo que cuesta **14 euros** y pagas con un billete de **20 euros**, debes hacer una resta para saber cuánto te deben devolver. En este caso, sería:

$$20 - 14 = 6 \text{ euros.}$$

Términos de la resta:

En una resta, los términos se denominan de la siguiente manera:

$$a - b = c$$

- ✓ **a:** Minuendo
- ✓ **b:** Sustraendo
- ✓ **c:** Diferencia

En la resta de **números naturales**, el **minuendo** debe ser mayor que el **sustraendo** para que el resultado sea positivo.

Cómo comprobar si una resta está bien hecha:

Para verificar que una resta es correcta, se puede sumar la **diferencia** al **sustraendo**. Si el resultado es igual al **minuendo**, la resta está bien hecha.

Ejemplo:

- ✓ **Operación:** $97 - 50 = 47$
- ✓ **Comprobación:** $50 + 47 = 97$

Ejemplo de una resta:

Veamos cómo se realiza la siguiente resta:

$$958 - 671$$

c. d. u. 9 5 8 6 7 1	Primero colocamos el minuendo y el sustraendo en columna de forma que coincidan las unidades con las unidades, las decenas con las	En la práctica:
----------------------------	--	-----------------

	decenas...	
$\begin{array}{r} 958 \\ 671 \\ \hline 7 \end{array}$	Comenzamos restando las unidades: a 8 unidades le quitamos 1 unidad y nos quedan 7 unidades. Continuamos con las decenas: a 5 decenas no le podemos quitar 7 decenas.	De 1 a 8 van 7. Colocamos el 7 debajo de las unidades.
$\begin{array}{r} 8^{15}8 \\ 671 \\ \hline 87 \end{array}$	Tomamos una centena y la transformamos en 10 decenas, con lo que tenemos 15 decenas. A 15 decenas le quitamos 7 decenas y nos quedan 8 decenas.	Mentalmente se pone un 1 delante del 5. Del 7 al 15 van 8 y me llevo 1. Colocamos el 8 debajo de las decenas.
$\begin{array}{r} 8^{15}8 \\ 671 \\ \hline 287 \end{array}$	Ahora sólo nos quedan 8 centenas (pues hemos quitado antes una) y al restarle 6, nos quedan 2.	
$\begin{array}{r} 9^{15}8 \\ 6^{+1}71 \\ \hline 287 \end{array}$		En vez de quitar una centena al 9, se la sumamos al 6. Por tanto, dejamos las 9 centenas como estaban al principio. Decimos: 6 y 1 que nos llevamos son 7. De 7 a 9 van 2.



Rellenar huecos

Realiza las siguientes restas:

a) $528 - 324 =$

b) $11929 - 8974 =$

Enviar



Rellenar huecos

Calcula el término de la resta que falta en cada caso:

a) $935670 - \boxed{} = 513265$

b) $\boxed{} - 543271 = 895023$

c) $456799 - 375832 = \boxed{}$

Enviar

3.3. Suma de números enteros

¿Quieres saber cómo sumar números enteros? Existen dos casos principales:

1. Suma de números enteros con el mismo signo.
2. Suma de números enteros con distinto signo.
3. Suma de varios números enteros con distinto signo

1. Suma de números enteros con el mismo signo

Supongamos que estamos en la **segunda planta** de unos grandes almacenes. Si subimos tres plantas más, ¿en qué planta estaremos?

La respuesta es en la **quinta planta**. La operación que realizamos es una suma de números enteros:

$$(+2) + (+3) = (+5)$$

También se puede escribir simplemente como:

$$2 + 3 = 5$$

Ahora, si estamos en el **primer sótano** y bajamos dos plantas más, ¿en qué planta estaremos? Aquí también realizamos una suma de números enteros:

$$(-1) + (-2) = (-3)$$

Es decir, hemos llegado al **tercer sótano**. Esta operación se puede escribir también como:

$$-1 - 2 = -3$$

Regla para sumar números enteros con el mismo signo:

- ✔ Suma sus valores absolutos y coloca el mismo signo que los sumandos.

Observa que:

- ✔ La suma de dos números negativos da como resultado otro número negativo.
- ✔ La suma de dos números positivos da como resultado otro número positivo.

Ejemplos:

$$\text{a) } (+5) + (+7) = +12$$

$$\text{b) } (-3) + (-6) = -9$$

2. Suma de números enteros con distinto signo

Si estamos en la **cuarta planta** y bajamos dos plantas, ¿dónde estaremos?

$$(+4) + (-2) = +2$$

Aquí, hemos realizado una resta:

$$4 - 2 = 2$$

Si estamos en el **primer sótano** y subimos tres plantas, ¿dónde estaremos?

$$(-1) + (+3) = +2$$

Esta también es una resta:

$$-1 + 3 = 2$$

Si bajamos tres plantas desde la **segunda planta**, llegamos al **primer sótano**:

$$(+2) + (-3) = -1$$

Aquí se realizó la resta:

$$2 - 3 = -1$$

Regla para sumar números enteros con distinto signo:

- ✔ **Resta los valores absolutos** y coloca el signo del número que tenga **mayor valor absoluto**.

Ejemplos:

- ✔ $(-7) + (+12) = +5$ porque el mayor valor absoluto es positivo (12).
- ✔ $11 + (-16) = -5$ porque el mayor valor absoluto es negativo (16).

3. Suma de varios números enteros con

distinto signo

Si tenemos que sumar varios números enteros con distintos signos, seguiremos estos pasos:

1. **Sumar por separado** los números positivos y los números negativos.
2. Luego, sumar los resultados obtenidos.

Ejemplo:

Vamos a calcular el resultado de esta suma:

$$(+4) + (-2) + (+3) + (+5) + (-6)$$

Primero, sumamos los positivos:

$$4 + 3 + 5 = 12$$

Luego, sumamos los negativos:

$$-2 + (-6) = -8$$

Finalmente, sumamos los resultados:

$$(+12) + (-8) = +4$$



Actividad

Para **sumar números enteros con el mismo signo**, simplemente se suman sus **valores absolutos** y se asigna el **mismo signo** que tienen los sumandos.

Ten en cuenta lo siguiente:

- ✓ La **suma de dos números negativos** siempre da como resultado otro número **negativo**.
- ✓ La **suma de dos números positivos** siempre da como resultado otro número **positivo**.

Para **sumar números enteros con distinto signo**, se **restan** sus valores absolutos y se asigna el signo del número con el **mayor valor absoluto**.

3.4. Resta de números enteros

Adrián debe a su hermano Carlos **420 euros**, lo que podemos expresar matemáticamente diciendo que Adrián tiene **-420 euros**.

También debe a su hermano Raúl **60 euros**, que se escribe como **-60 euros**. ¿Cuánto debe en total Adrián? Para saberlo, sumamos ambas deudas:

$$-420 + (-60) = -480 \text{ euros}$$

Ahora, su hermano Raúl le ha perdonado su parte de la deuda, es decir, los **60 euros**. Para calcular cuánto debe Adrián ahora, restamos esa cantidad del total de la deuda:

$$-480 - (-60) = -480 + 60 = -420 \text{ euros}$$

Cómo restar números enteros

Antes de explicar cómo restar dos números enteros, recordemos los términos que aparecen en una resta. Por ejemplo, en la operación **-3 - 5**, a **-3** se le llama **minuendo** y a **5** se le llama **sustraendo**.

Para restar dos números enteros, lo que hacemos es **sumar al minuendo el opuesto del sustraendo**. De esta forma, una resta de números enteros se convierte en una suma.

¿Qué pasa cuando hay paréntesis?

Cuando se resta un número entero que está dentro de un paréntesis, se **cambia el signo** de ese número. Es importante notar que el signo (-) puede tener dos significados:

- ✓ Puede indicar que un número es **negativo** (signo de número). Ejemplo: **-8**.
- ✓ Puede indicar una **resta** (signo de operación). Por ejemplo, en **14 - (-6)**, el primer signo menos indica una **resta** (operación), mientras que el segundo signo menos indica que el número **6** es negativo.

En la primera unidad vimos que los paréntesis nos indican qué operaciones debemos realizar primero. Veamos cómo hacer la operación **7 + (5 - 16)**:

1. Primero, realizamos la operación dentro del paréntesis.
2. Si hay un **signo +** delante del paréntesis, no cambiamos el signo del resultado obtenido dentro del paréntesis.
3. Si hay un **signo -** delante del paréntesis, cambiamos el signo del resultado obtenido en el paréntesis.

Lo mismo ocurre si hay corchetes.

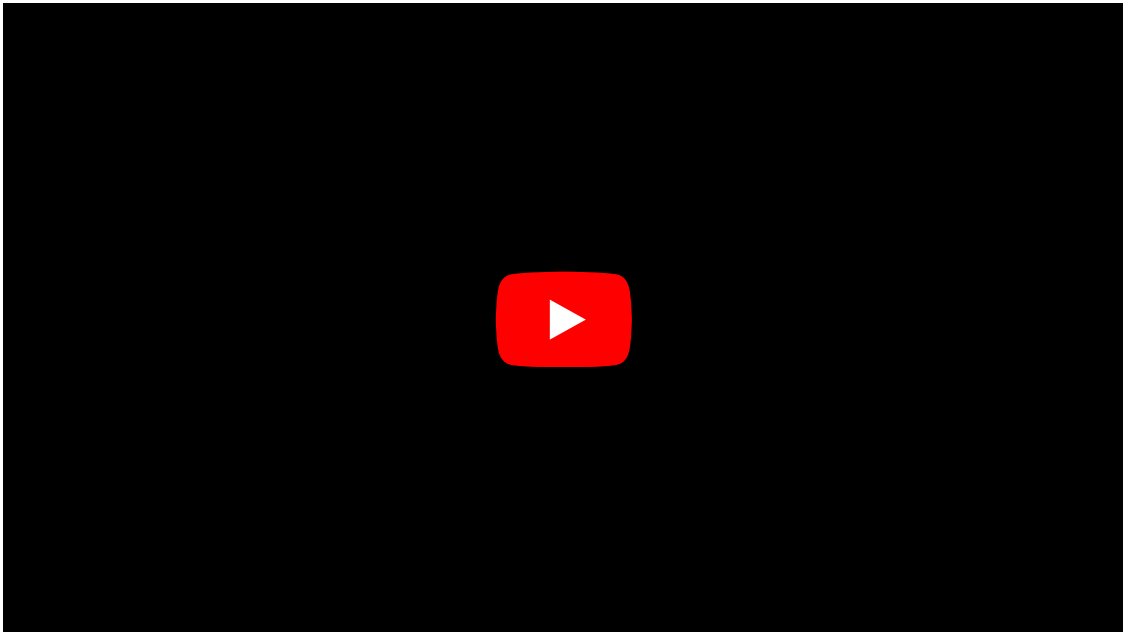
Ejemplo 1:

$$7 + (5 - 16) = 7 + (-11) = 7 - 11 = -4$$

Ejemplo 2 (con signo menos delante del paréntesis):

$$7 - (5-16) = 7 - (-11) = 7 + 11 = +18$$

Antes de pasar al siguiente apartado sobre la multiplicación, te recomendamos ver el siguiente video, que es un divertido cortometraje animado que resume muy bien todo lo que hemos aprendido hasta ahora, incluyendo **números naturales**, **números enteros**, así como la **suma y resta** de estos números.



Vídeo nº 1: [Los Números Naturales y Enteros](#). Fuente: Youtube Autores: Ángel y José Luis González Fernández



Rellenar huecos

Calcula las siguientes restas:

• $(-5) - (+7) =$

• $(+4) - (-6) =$

• $(-3) - (-7) =$

• $(+4) - (+2) =$

• $(+4) - (+6) =$

Enviar

- $(-5) - (+7) = (-5) + (-7) = -12$
- $(+4) - (-6) = (+4) + (+6) = +10$
- $(-3) - (-7) = (-3) + (+7) = +4$
- $(+4) - (+2) = (+4) + (-2) = +2$
- $(+4) - (+6) = (+4) + (-6) = -2$



Rellenar huecos

Resuelve estas restas:

a) $12 - 5 =$

b) $12 - (-5) =$

c) $-12 - 5 =$

d) $-12 - (-5) =$

Enviar

a) $12 - 5 = 7$

b) $12 - (-5) = 12 + 5 = 17$

c) $-12 - 5 = -17$

d) $-12 - (-5) = -12 + 5 = -7$



Rellenar huecos

Realiza estas operaciones:

a) $(+6) - (-2) + (-5) - (+4) =$

b) $(-5) - (-5) - (+7) + (-6) =$

c) $(-1) - (-10) + (+5) - (+7) =$

d) $14 - (12 + 2) =$

e) $17 - (-9 - 14) =$

f) $-14 + (6 - 13) =$

g) $2 + (7 - 3) - (8 - 4) =$

h) $-1 - (2 - 5) + (7 - 4) =$

Enviar

a) $(+6) - (-2) + (-5) - (+4) = 6 + 2 - 5 - 4 = 8 - 9 = -1$

b) $(-5) - (-5) - (+7) + (-6) = -5 + 5 - 7 - 6 = 5 - 18 = -13$

c) $(-1) - (-10) + (+5) - (+7) = -1 + 10 + 5 - 7 = 15 - 8 = 7$

d) $14 - (12 + 2) = 14 - 14 = 0$

e) $17 - (-9 - 14) = 17 - (-23) = 17 + 23 = 40$

f) $-14 + (6 - 13) = -14 + (-7) = -21$

g) $2 + (7 - 3) - (8 - 4) = 2 + 4 - 4 = 2$

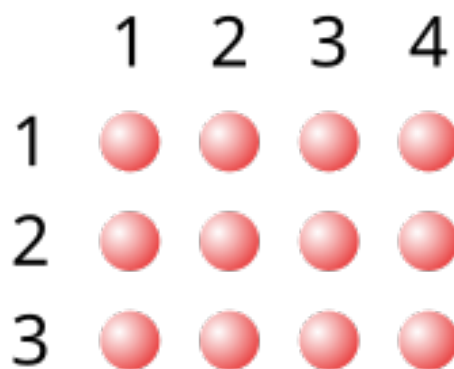
h) $-1 - (2 - 5) + (7 - 4) = -1 - (-3) + 3 = -1 + 3 + 3 = 5$

4. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS

La **multiplicación** es una operación matemática fundamental que nos permite **repetir una suma** de manera más eficiente. En lugar de sumar un número varias veces, la multiplicación agrupa ese proceso en un solo paso. Por ejemplo, multiplicar **4 por 3** significa sumar **4** un total de **3 veces**:

$$4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 12$$

Es una forma rápida y sencilla de realizar sumas repetitivas.



Concepto de la Multiplicación. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Doce elementos pueden ser ordenados en tres filas de cuatro, o cuatro columnas de tres. $3 * 4 = 12 = 4 * 3$

Notación

La multiplicación se representa con el símbolo "×" o "*". Por ejemplo:

✔ $4 \times 3 = 12$

✔ $7 * 5 = 35$

Conceptos Clave

1. **Factor:** Cada número que se multiplica es llamado factor. En la expresión 4×3 , los números 4 y 3 son factores.
2. **Producto:** El resultado de la multiplicación es conocido como el producto. En 4×3 , el producto es 12.
3. **Multiplicando:** Es el número que se repite en la operación. En 4×3 , 4 es el multiplicando.
4. **Multiplicador:** Es el número por el cual se multiplica el multiplicando. En 4×3 , 3 es el multiplicador.

Propiedades de la Multiplicación

1. **Conmutativa:** El orden de los factores no cambia el producto. Por ejemplo, $4 \times 3 = 3 \times 4$.
2. **Asociativa:** Cuando multiplicas tres o más números, el producto es el mismo sin importar cómo agrupes los números. Por ejemplo, $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$.
3. **Distributiva:** La multiplicación se distribuye sobre la suma. Por ejemplo, $2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4)$.

Ejemplos Prácticos

- ✓ **Multiplicación Básica:** $6 \times 7 = 42$. Esto significa que si tienes 6 grupos de 7 objetos cada uno, tendrás un total de 42 objetos.
- ✓ **Aplicación en Problemas Reales:** Si cada paquete de una tienda contiene 8 libros y tienes 5 paquetes, para saber cuántos libros tienes en total, multiplicas 8 por 5, obteniendo 40 libros.

Estrategias para Multiplicar

1. **Tabla de Multiplicar:** Usar la tabla de multiplicar para encontrar productos rápidamente.
2. **Descomposición:** Descomponer números para hacer la multiplicación más fácil. Por ejemplo, 15×4 se puede descomponer en $(10 \times 4) + (5 \times 4) = 40 + 20 = 60$.
3. **Método de la Cruz:** Utilizado en problemas de multiplicación de números grandes, consiste en descomponer y recomponer los números en base a sus dígitos.

Multiplicación de Números Decimales

Cuando multiplicas números decimales, cuentas los lugares decimales en ambos números y el producto tendrá tantos lugares decimales como la suma de los lugares decimales en los números originales. Por ejemplo, $2.5 \times 1.4 = 3.50$.

Multiplicación de Fracciones

Para multiplicar fracciones, multiplicas el numerador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción, y el denominador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción. Por ejemplo, $(2/3) \times (4/5) = 8/15$.



Autoevaluación

¿Cuál es el resultado de $(13 \times 17) - (12 \times 15)$?

- ☐ 19
- ☐ 21
- ☐ 33
- ☐ 45

Incorrecto

Incorrecto

Primero, multiplica 13 por 17 para obtener 221. Luego, multiplica 12 por 15 para obtener 180. Finalmente, resta 180 de 221 para obtener 41.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

Si $x \times 7 \times 4 = 224$, ¿cuál es el valor de x ?

- ☐ 8
- ☐ 9
- ☐ 10
- ☒ 12

Primero, simplifica la ecuación dividiendo 224 entre 7 para obtener 32. Luego, divide 32 entre 4 para obtener 8, que es el valor de x .

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál es el resultado de $(25 \times 14) \div (5 \times 2)$?

- ☐ 70
- ☐ 60
- ☐ 50
- ☐ 80

Primero, multiplica 25 por 14 para obtener 350. Luego, multiplica 5 por 2 para obtener 10. Divide 350 entre 10 para obtener 35.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué resultado obtienes al multiplicar $18 \times (7 + 3)$ y restar $9 \times (4 - 2)$?

- ☐ 180
- ☐ 190
- ☐ 200
- ☐ 210

Primero, calcula la expresión dentro del paréntesis: $7 + 3 = 10$ y $4 - 2 = 2$. Luego, multiplica $18 \times 10 = 180$ y $9 \times 2 = 18$. Finalmente, resta 18 de 180 para obtener 162.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál es el valor de $\frac{(21 \times 19)}{7}$?

- ☐ 57
- ☐ 66
- ☐ 57
- ☐ 76

Incorrecto

Incorrecto

Primero, multiplica 21 por 19 para obtener 399. Luego, divide 399 entre 7 para obtener 57.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

4.1. Multiplicación de Números Naturales

La **multiplicación** es una herramienta que utilizamos frecuentemente en la vida cotidiana, especialmente en situaciones donde necesitamos sumar repetidamente el mismo valor.

Por ejemplo, si vamos a comprar **5 barras de pan** y cada una cuesta **80 céntimos**, podríamos sumar **80 + 80 + 80 + 80 + 80**, pero lo más eficiente es multiplicar:

$$5 \times 80 = 400 \text{ céntimos (o 4 euros).}$$

Por lo tanto, cuando tenemos una **suma repetida del mismo valor**, la multiplicación es la mejor opción.

- ✓ El número que se repite, en este caso **80**, se llama **multiplicando**.
- ✓ La cantidad de veces que se repite, en este caso **5**, se llama **multiplicador**.
- ✓ Tanto el **multiplicando** como el **multiplicador** se conocen como **factores**, y el resultado se llama **producto**.
- ✓ El símbolo que utilizamos para la multiplicación es **"x"** o **"·"**, y se lee como "por".

En una calculadora, usamos la tecla **"·"** para realizar multiplicaciones, mientras que en un ordenador, se suele utilizar el símbolo **"*"**.

Ejemplo de multiplicación:

Vamos a realizar la multiplicación de **326 × 45**.

c. d. u. 3 2 6 x 4 5	
3 2 6 x 5 1 8 3 0	Primero, multiplicamos 326 por 5
3 2 6 x 4 5 1 8 3 0 1 3 0 4	Luego, multiplicamos 326 por 4 y colocamos el resultado debajo de las decenas.
3 2 6 x 4 5 1 8 3 0 1 3 0 4 1 4 8 7 0	Por último, sumamos los resultados obtenidos.



Rellenar huecos

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $2306 \times 305 =$

b) $7650 \times 400 =$

c) $3785 \times 501 =$

Enviar



Rellenar huecos

Completa las siguientes expresiones:

a) $425 \times 100 =$

b) $632 \times$ $= 6320$

c) $\times 1000 = 35000$

Enviar

4.1.1. Propiedades de la multiplicación

Propiedades de la multiplicación

a) Propiedad conmutativa:

El orden de los factores no altera el producto: $a \cdot b = b \cdot a$ Es decir; da lo mismo multiplicar $3 \cdot 4$, que $4 \cdot 3$, pues el resultado da 12 en ambos casos.

b) Propiedad asociativa:

Para multiplicar dos o más factores se pueden asociar dos de ellos y el resultado no varía: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Si tienes que multiplicar un producto de tres factores, como $5 \cdot 7 \cdot 2$, se pueden multiplicar dos cualesquiera de ellos y el resultado multiplicarlo por el tercero. En este caso es muy fácil multiplicar $5 \cdot 2 = 10$, y luego, $10 \cdot 7 = 70$. La notación matemática sería: $(5 \cdot 2) \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$

c) Propiedad distributiva:

Vamos a realizar las siguientes operaciones de dos formas diferentes:

$$5 \times (4 + 3)$$

$$1^a) 5 \times (4 + 3) = 5 \times 7 = 35$$

$$2^a) 5 \times (4 + 3) = 5 \times 4 + 5 \times 3 = 20 + 15 = 35$$

En general:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Esta propiedad también se puede aplicar si en vez de una suma tenemos una resta: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

La operación inversa a la distributiva es sacar factor común:

Ejemplos resueltos Sacar factor común:

$$a) 5 \times 4 + 5 \times 3 = 5 \times (4 + 3)$$

$$b) 3 \times 7 - 3 \times 2 = 3 \times (7 - 2)$$

$$c) 4 \times 7 - 4 \times 3 + 5 \times 4 = 4 \times (7 - 3 + 5)$$

$$d) 3 \cdot a + 5 \cdot a = (3 + 5) \cdot a = 8 \cdot a$$

4.1.2. Casos particulares de la multiplicación

- a. **Multiplicación de un número por la unidad seguida de ceros:** Para multiplicar cualquier número por la unidad seguida de ceros, se escribe este número y se añaden tantos ceros como lleve la unidad. $34 \times 1000 = 34000$ $10000 \times 15 = 150000$ En algunos casos el producto de dos números se hace más fácilmente, si uno de los factores se descompone en una suma de dos sumandos uno de los cuales es la unidad seguida de ceros: $15 \times 102 = 15 \times (100 + 2) = (15 \times 100) + (15 \times 2) = 1500 + 30 = 1530$ Hemos aplicado el producto de la unidad seguida de ceros y la propiedad distributiva.
- b. **Multiplicación de números que terminan en cero:** Para multiplicar dos o más números seguidos de ceros se multiplican dichos números, prescindiendo de los ceros, y se añade a ese producto tantos ceros como haya en los dos factores: $400 \times 30 = 12000$ $2700 \times 60 = 162000$



Ejercicio Resuelto

Ejercicio:

1. **Multiplicación por una unidad seguida de ceros:** Calcula 82×1000
2. **Descomposición para facilitar la multiplicación:** Usa la propiedad distributiva para resolver 23×105 descomponiendo el 105 como $100 + 5$
3. **Multiplicación de números que terminan en ceros:** Calcula 400×70

Mostrar retroalimentación

1. Multiplicación por una unidad seguida de ceros:

$$82 \times 1000$$

Solución: Solo tienes que escribir el número 82 y añadirle los tres ceros del 1000.

$$82 \times 1000 = 82000$$

2. Descomposición para facilitar la

multiplicación:

Solución: Descomponemos el 105 como $100 + 5$, y aplicamos la propiedad distributiva.

$$23 \times 105 = 23 \times (100 + 5) = (23 \times 100) + (23 \times 5)$$

Resolvemos cada parte:

$$23 \times 100 = 2300$$

$$23 \times 5 = 115$$

Sumamos los resultados:

$$2300 + 115 = 2415$$

Resultado: $23 \times 105 = 2415$

3. Multiplicación de números que terminan en ceros:

$$400 \times 70$$

Solución: Primero multiplicamos los números sin los ceros:

$$4 \times 7 = 28$$

Luego, contamos los ceros: hay 3 ceros en total (dos de 400 y uno de 70).
Añadimos estos tres ceros al resultado:

$$28 \text{ seguido de 3 ceros} = 28000$$

Resultado: $400 \times 70 = 28000$



Caso práctico

Saca factor común:

a) $3 \cdot b + 5 \cdot b - 2 \cdot b$

b) $6x^4 + 3x^4 + 2x^4$

c) $6 \cdot a + 6 \cdot b$

d) $2 \cdot a + 2 \cdot c$

Mostrar retroalimentación

$$3 \cdot b + 5 \cdot b - 2 \cdot b = (3 + 5 - 2) \cdot b,$$

$$6 \times 4 + 3 \times 4 + 2 \times 4 = (6 + 3 + 2) \times 4$$

$$6 \cdot a + 6 \cdot b = 6 \cdot (a + b)$$

$$2 \cdot a + 2 \cdot c = 2 \cdot (a + c)$$

4.2. Multiplicación Números Enteros

Supuesto 1: Aumento de Temperatura

Hoy, a las seis de la mañana, la temperatura era de **5 °C**. Cada hora, la temperatura sube **2 °C**.
¿Qué temperatura habrá a las diez de la mañana?

Entre las seis y las diez han pasado **4 horas**, por lo que el incremento total será de:

$$4 \times 2 = 8 \text{ °C.}$$

Por lo tanto, la temperatura a las diez será:

$$5 + 8 = 13 \text{ °C.}$$

Las operaciones realizadas son una multiplicación y una suma de números enteros:

$$(+4) \times (+2) = +8 \text{ °C}$$

$$(+5) + (+8) = +13 \text{ °C}$$

Supuesto 2: Disminución de Temperatura

Si la temperatura hubiera **bajado 2 °C por hora**, la disminución total sería de:

$$4 \times (-2) = -8 \text{ °C.}$$

Por lo tanto, la nueva temperatura sería:

$$5 + (-8) = -3 \text{ °C.}$$

Las operaciones a realizar son:

$$(+4) \times (-2) = -8 \text{ °C}$$

$$(+5) + (-8) = -3 \text{ °C}$$

Supuesto 3: Retrocediendo en el Tiempo con Aumento

Si son las diez de la mañana y sabemos que durante las últimas **4 horas** la temperatura ha subido **2 °C por hora**, podemos calcular que hace cuatro horas la temperatura era **8 °C menos**:

$$(-4) \times (+2) = -8 \text{ °C.}$$

La temperatura hace cuatro horas era:

$$5 + (-8) = -3 \text{ °C.}$$

Supuesto 4: Retrocediendo en el Tiempo con

Disminución

Si la temperatura ha estado **bajando 2 °C por hora** durante las últimas **4 horas**, podemos deducir que hace cuatro horas la temperatura era **8 °C mayor** que ahora:

$$(-4) \times (-2) = +8\text{ °C}.$$

Por lo tanto, la temperatura hace cuatro horas era:

$$5 + (+8) = 13\text{ °C}.$$

Regla de los Signos en la Multiplicación

Para multiplicar dos números enteros, primero se multiplican sus **valores absolutos**. El signo del resultado depende de los signos de los factores:

- ✔ Si ambos números tienen el **mismo signo**, el resultado es **positivo**.
- ✔ Si los números tienen **signos opuestos**, el resultado es **negativo**.

Esto se conoce como la **regla de los signos**:

$$(+) \times (+) = (+)$$

$$(-) \times (-) = (+)$$

$$(+) \times (-) = (-)$$

$$(-) \times (+) = (-)$$

Ejemplos:

- ✔ $(+5) \times (+3) = +15$
- ✔ $(-5) \times (-3) = +15$
- ✔ $(+5) \times (-3) = -15$



Actividad

ECUERDA

Regla de los signos en la multiplicación:

- ✔ $(+) \times (+) = (+)$
- ✔ $(-) \times (-) = (+)$

✓ $(+) \times (-) = (-)$

✓ $(-) \times (+) = (-)$

Cuando multiplicas dos números enteros:

✓ Si los signos son **iguales**, el resultado es **positivo**.

✓ Si los signos son **diferentes**, el resultado es **negativo**.



Rellenar huecos

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-4) \cdot (+2) =$

b) $(+3) \cdot (+7) =$

c) $(+3) \cdot (-5) =$

d) $(-5) \cdot (-12) =$

e) $2 \cdot (-3) =$

f) $4 \cdot (-5) \cdot 2 =$

g) $3 \cdot (-3) \cdot (-7) =$

h) $(-2) \cdot (-5) \cdot (-9) =$

[Averiguar la puntuación](#)

[Mostrar/Eliminar las respuestas](#)



Rellenar huecos

Realiza estas operaciones:

a) $3 \cdot (-3) + 4 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-5) =$

b) $-2 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 - 2)] =$

c) $17 - 9 \cdot 2 - (-5) \cdot (-4) =$

d) $2 \cdot (6 + 4) - (1 - 8) + (-1) \cdot (6 + 1) - 1 =$

[Averiguar la puntuación](#)[Mostrar retroalimentación](#)[Mostrar/Eliminar las respuestas](#)

a) $3 \cdot (-3) + 4 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-5) = -9 - 8 + 20 = 20 - 17 = 3$

b) $-2 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 - 2)] = -2 \cdot [-6 + 5 \cdot (-6)] = -2 \cdot (-6 - 30) = -2 \cdot (-36) = 72$

c) $17 - 9 \cdot 2 - (-5) \cdot (-4) = 17 - 18 - (+20) = 17 - 18 - 20 = 17 - 38 = -21$

d) $2 \cdot (6 + 4) - (1 - 8) + (-1) \cdot (6 + 1) - 1 = 2 \cdot 10 - (-7) + (-1) \cdot 7 - 1 = 20 + 7 - 7 - 1 = 19$

5. CONCEPTO DE RAÍZ Y POTENCIA

La **potencia** es una operación matemática que permite expresar la **multiplicación repetida** de un número por sí mismo de manera simplificada.

Se define como:

$$a^n$$

donde:

- ✓ a es la **base**.
- ✓ n es el **exponente**.

Ejemplo: Si tienes 3^4 , esto significa que estás multiplicando 3 por sí mismo cuatro veces:

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

Propiedades importantes de las potencias:

1. **Producto de potencias con la misma base:** $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. **Cociente de potencias con la misma base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \times n}$
4. **Potencia de un producto:** $(ab)^n = a^n \times b^n$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Raíz

La **raíz** es la operación inversa de la potencia. Se utiliza para encontrar el número que, elevado a una determinada potencia, da como resultado el número original. Se denota con el símbolo de la raíz cuadrada ($\sqrt{}$) o con una raíz en general ($\sqrt[n]{}$).

La raíz cuadrada de un número xx se denota como:

$$\sqrt{x}$$



Autoevaluación

¿Qué resultado se obtiene al elevar 3 a la potencia de 4 (3^4)?

- ☐ 12
- ☐ 81
- ☐ 27
- ☐ 64

Incorrecto

Correcto. 3^4 significa 3 multiplicado por sí mismo 4 veces: $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$. El exponente indica cuántas veces se multiplica la base por sí misma.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál es la expresión equivalente a $\sqrt{49} \times \sqrt{16}$?

- ☐ $\sqrt{784}$
- ☐ 21
- ☐ 32

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

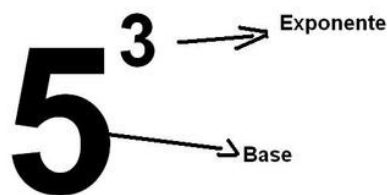
1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

5.1. Potencias

Si tenemos que multiplicar el mismo número varias veces, recurrimos a la **potenciación**.

En la potenciación se parte de dos números: base y exponente. Se trata de hallar otro número llamado potencia. Potencia es el resultado de multiplicar la base por sí misma tantas veces como indica el exponente.

Ejemplo: $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$. Se lee: 5 elevado a 3 igual a 125.



base ^{exponente} = potencia

- ✓ **Base:** es el número que se multiplica por sí mismo.
- ✓ **Exponente:** indica cuántas veces se multiplica la base.
- ✓ **Potencia:** es el resultado de la multiplicación repetida.

Las potencias con **exponente 2** se llaman **cuadrados**, y las de **exponente 3** se denominan **cubos**. El resultado de una potencia con exponente 2 se conoce como un **cuadrado perfecto**. Por ejemplo, **49** es un cuadrado perfecto porque:

$$7^2 = 49$$



Autoevaluación

¿Qué resultado obtenemos al elevar 3 al cubo?

- ☐ 6
- ☐ 9
- ☐ 27

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Elevar 3 al cubo significa multiplicar 3 por sí mismo tres veces: $3 \times 3 \times 3 = 27$. Por lo tanto, el resultado es 27.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es la base y el exponente en la expresión 9^2 ?

- Base: 9, Exponente: 2
- Base: 2, Exponente: 9
- Base: 2, Exponente: 9
- Base: 9, Exponente: 1

Correcto. En la expresión 9^2 , el número 9 es la base y el 2 es el exponente. La base es el número que se multiplica, y el exponente indica cuántas veces se multiplica la base por sí misma.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál de los siguientes números es un cuadrado perfecto?

- ☐ 25
- ☐ 27
- ☐ 30
- ☐ 40

Correcto. Un cuadrado perfecto es el resultado de elevar un número entero al cuadrado. En este caso, $5^2 = 25$, así que 25 es un cuadrado perfecto. Los otros números no son cuadrados perfectos.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Si $2^x = 32$, ¿cuál es el valor de x ?

- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 7

Incorrecto

Correcto. Para resolver $2^x = 32$, necesitas encontrar el exponente que hace que 2 multiplicado por sí mismo varias veces dé 32. En este caso, $2^5 = 32$. Así que $x = 5$.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

5.2. Raíces cuadradas

Hemos visto en el apartado anterior, que el cuadrado de un número es el resultado de multiplicar ese número por sí mismo.

Ejemplo: $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$

Calcular la raíz cuadrada de un número es hacer la operación contraria a su cuadrado, es decir es hallar otro número que al ser multiplicado por sí mismo da como resultado el número primero.

Ejemplo: $\sqrt{64} = 8$

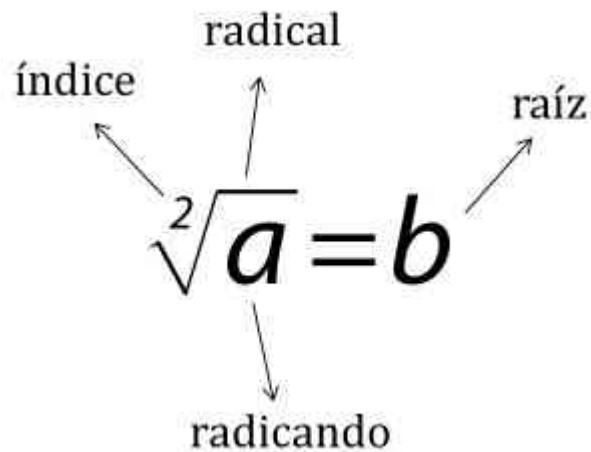
Llamamos cuadrado perfecto al número cuya raíz cuadrada es un número entero.

Algunos cuadrados perfectos o raíces cuadradas exactas son:

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$

Las partes de que consta una raíz cuadrada son:

1. Radical: es el símbolo que indica que es una raíz cuadrada.
2. Radicando: Es el número del que se obtiene la raíz cuadrada.
3. Raíz: Es propiamente la raíz cuadrada del radicando; es decir el resultado.
4. Resto: Es lo que sobra del proceso para resolver la raíz cuadrada.



¿Cómo calcular la Raíz cuadrada?

Pasos a seguir

1. En el radicando señalamos grupos de dos cifras empezando por la derecha.
2. Calculamos mentalmente la raíz cuadrada del primer grupo de la izquierda, sin que sobrepase. La operación de hacer el cuadrado de esa cifra la colocamos en una línea a la derecha.
3. Restamos ese cuadrado del primer grupo de cifras.
4. Si la resta ha sido posible colocamos la cifra arriba, en la raíz.
5. Bajamos del radicando las dos cifras siguientes y las colocamos a la derecha del resto actual.
6. Abajo, a la derecha, en una nueva línea, ponemos el doble de la raíz actual.
7. Para calcular la nueva cifra de la raíz cogemos aparte el número de abajo izquierda, le quitamos la cifra de la derecha y le dividimos por el que hemos puesto a la derecha.
8. La cifra así obtenida la juntamos a las de abajo derecha y multiplicamos todo ello por esa cifra. El producto resultante no debe ser mayor que el número del resto actual, si fuese mayor habría que probar con una cifra una unidad menor que la anterior.
9. Lo colocamos a la izquierda y lo restamos.
10. Si la resta ha sido posible colocamos arriba, en la raíz la cifra por la que habíamos multiplicado.
11. Si el radicando tiene más grupos de dos cifras, se baja el siguiente grupo de cifras y se continúa el proceso de la misma manera hasta el final.
12. Doble de la raíz actual .

Veamos un ejemplo:

$$\begin{array}{r} \sqrt{8\ 92\ 24} \quad \boxed{298} \\ - 4 \quad \quad \quad \boxed{49 \times 9 = 441} \\ \hline 492 \quad \quad \quad \boxed{588 \times 8 = 4704} \\ 441 \\ \hline 512\ 4 \\ 4704 \\ \hline 420 \end{array}$$

El resto de cualquier raíz cuadrada nunca puede ser mayor que el doble de la raíz.

Para comprobar que hemos hecho bien la raíz cuadrada existe una prueba que consiste en multiplicar la raíz obtenida por sí misma, sumarle el resto y debemos obtener el radicando. Es decir:

$$(298 \times 298) + 420 = 89224$$

- ✓ Si quisiéramos calcular con mayor precisión y exactitud el resultado podríamos sacar cifras decimales. Para ello pondríamos una coma en la raíz e iríamos añadiendo en el radicando grupos de dos ceros hasta donde quisiéramos precisar.
- ✓ En el caso de que tuviéramos que calcular la raíz cuadrada con cifras decimales, se sigue el mismo procedimiento que para los números naturales, con alguna pequeña modificación.
- ✓ Se señalan grupos de dos cifras contando desde la coma, en la parte entera y en la parte decimal.
- ✓ Se obtiene la raíz cuadrada de la parte entera siguiendo los mismos pasos que si fuese un número natural.
- ✓ Terminada la parte entera, se pone coma en la raíz.
- ✓ Se bajan las dos cifras decimales siguientes. En caso de que el radicando no tenga cifras decimales o tenga solamente una se ponen ceros hasta completar dos cifras.
- ✓ Se continúa el mismo proceso que si se tratase de la parte entera. Se da por terminada la operación cuando se hayan bajado todas las cifras decimales del radicando.



Rellenar huecos

Escribe en forma de potencia siguiendo el patrón siguiente (base elevado a exponente. Ej.: 7 elevado a 2):

a) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = \square$ elevado a $\square$

b) $10 \cdot 10 = \square$ elevado a 2

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \square$ elevado a $\square$

d) $a \cdot a \cdot a \cdot a = \square$ elevado a $\square$

e) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$ elevado a

f) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$ elevado a

Enviar

- a) 6^5
- b) 10^2
- c) 2^7
- d) a^4
- e) 7^4
- f) 4^3



Rellenar huecos

Expresa y calcula:

a) $4^2 =$

b) $6^3 =$

c) $5^4 =$

d) $2^5 =$

Averiguar la puntuación

Mostrar/Eliminar las respuestas



Rellenar huecos

Calcula las siguientes raíces cuadradas:

$$\sqrt{1225}$$

Solución :

$$\sqrt{1444}$$

Solución :

$$\sqrt{2401}$$

Solución :

$$\sqrt{3844}$$

Solución :

Averiguar la puntuación

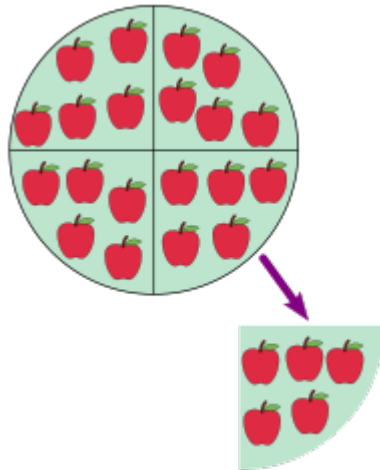
Mostrar retroalimentación

Mostrar/Eliminar las respuestas

$$\sqrt{1225}$$

6. DIVISIÓN DE NÚMEROS

La **división** es una de las operaciones fundamentales en aritmética, junto con la **suma**, **resta**, y **multiplicación**. Su propósito es **repartir** un número en partes iguales o determinar **cuántas veces un número está contenido en otro**. A continuación, exploraremos el concepto y los diferentes métodos para realizar divisiones de números.



$$20 \div 4 = 5$$

División. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org). Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Conceptos Básicos

1. **Dividendo:** Es el número que se va a dividir.
2. **Divisor:** Es el número por el cual se va a dividir el dividendo.
3. **Cociente:** Es el resultado de la división.
4. **Residuo:** Es lo que queda después de hacer la división si no es exacta.

Por ejemplo, en la división $20 \div 6$:

- ✓ **Dividendo:** 20
- ✓ **Divisor:** 6
- ✓ **Cociente:** 3 (porque 6 cabe 3 veces en 20)
- ✓ **Residuo:** 2 (porque $20 - (6 \times 3) = 2$)

Métodos de División

1. División Exacta

- ✓ Cuando el residuo es 0, decimos que la división es exacta. Por ejemplo, $15 \div 3 = 5$, ya que 15 dividido por 3 es 5 y no hay residuo.

2. División con Residuo

- ✓ Cuando el residuo no es 0, decimos que la división no es exacta. Por ejemplo, $20 \div 6 = 3$ con un residuo de 2. Esto se puede escribir como $20 = 6 \times 3 + 2$.

3. División Larga

- ✓ Este método es útil para dividir números grandes. Consiste en dividir paso a paso, restar y bajar dígitos hasta obtener el cociente y el residuo.

Ejemplo: Para dividir $456 \div 12$:

- ✓ Se toma el primer dígito (4) y se verifica cuántas veces cabe 12 en él. Como 12 no cabe en 4, se toma los primeros dos dígitos (45). 12 cabe en 45 tres veces ($12 \times 3 = 36$).
- ✓ Se resta 36 de 45, obteniendo 9. Se baja el siguiente dígito (6) para obtener 96.
- ✓ 12 cabe en 96 ocho veces ($12 \times 8 = 96$). Se resta 96 de 96, obteniendo 0.
- ✓ El cociente es 38 y el residuo es 0.

4. División por Decimales

- ✓ Para dividir con números decimales, se convierte el divisor en un número entero multiplicándolo por 10, 100, etc., según sea necesario. Luego, se divide normalmente.

Ejemplo: Para dividir $7.2 \div 0.4$:

- ✓ Multiplicamos el divisor por 10 para obtener 4 ($0.4 \times 10 = 4$).
- ✓ Multiplicamos el dividendo por 10 para obtener 72 ($7.2 \times 10 = 72$).
- ✓ Ahora dividimos $72 \div 4 = 18$.

Propiedades de la División

1. División por 1:

- ✓ Cualquier número dividido por 1 es el mismo número. Ejemplo: $8 \div 1 = 8$.

2. División por sí mismo:

- ✓ Cualquier número dividido por sí mismo (excepto el 0) es 1. Ejemplo: $9 \div 9 = 1$.

3. División por 0:

- ✓ No se puede dividir un número entre 0, ya que no tiene sentido matemático.

Aplicaciones de la División

- ✓ **Problemas de Reparto:** Dividir una cantidad de objetos entre un número de personas.
- ✓ **Cálculo de Proporciones:** Encontrar partes proporcionales en recetas o mezclas.
- ✓ **Problemas de Tiempo:** Determinar la cantidad de tiempo que se puede dividir en intervalos iguales.



Ejercicio Resuelto

Ejercicios Prácticos

1. División Simple:

- ✓ $72 \div 8 = ?$
- ✓ $144 \div 12 = ?$

2. Problemas con Residuo:

✓ $85 \div 7 = ?$

✓ $56 \div 9 = ?$

3. División con Decimales:

✓ $5.4 \div 0.6 = ?$

✓ $8.7 \div 1.5 = ?$

Mostrar retroalimentación

División Simple:

1. $72 \div 8 = 9$

2. $144 \div 12 = 12$

Problemas con Residuo:

1. $85 \div 7 = 12$

2. $56 \div 9 = 65$

División con Decimales:

1. $5.4 \div 0.6 = 9$

2. $8.7 \div 1.5 = 5.8$



Autoevaluación

"La división de un número entero entre 0 siempre resulta en un número entero."

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La división entre 0 no está definida en matemáticas, ya que no hay ningún número que se pueda multiplicar por 0 para obtener un número distinto de 0. Por lo tanto, no se puede dividir por 0.

"Dividir un número entero por 1 siempre da como resultado el mismo número entero."

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Dividir un número por 1 no cambia el valor del número. Por ejemplo, 7 dividido por 1 es 7.

"La división de dos números negativos siempre resulta en un número positivo."

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Cuando divides dos números negativos, los signos negativos se cancelan entre sí, resultando en un número positivo. Por ejemplo, $(-8) \div (-4) = 2$.

"El resultado de la división de un número decimal por otro número decimal puede ser un número entero."

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Es posible que el resultado de la división de dos números decimales sea un número entero. Por ejemplo, $0.6 \div 0.3 = 2$.

"Cuando dividimos un número entero positivo por un número entero negativo, el resultado siempre es negativo."

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Dividir un número entero positivo entre un número entero negativo da como resultado un número negativo. Por ejemplo, $9 \div (-3) = -3$.

6.1. División de Números Naturales

La **división** es una operación que utilizamos frecuentemente en la vida cotidiana, especialmente cuando se trata de **repartir** o distribuir algo en partes iguales.

Por ejemplo, si tenemos **84 huevos** y queremos empaquetarlos en cajas de **12 huevos por docena**, necesitamos calcular cuántas docenas obtendremos. Para ello, realizamos la división:

Buscamos un número que, al multiplicarlo por **12**, nos dé **84**. En este caso, la división sería:

$$84 \div 12 = 7$$

Por lo tanto, tendremos **7 docenas** de huevos.

Los términos de la división:

1. **Dividendo.**
2. **Divisor.**
3. **Cociente.**
4. **Resto.**

Ejemplo:

- ✓ **Dividendo:** 23 (número total de elementos a repartir)
- ✓ **Divisor:** 5 (número de grupos en los que se reparte el dividendo)
- ✓ **Cociente:** 4 (número de elementos que pertenecen a cada grupo)
- ✓ **Resto:** 3 (elementos que quedan sin agrupar después de la división)

$$\begin{array}{r} 23 \quad 5 \\ -20 \quad 4 \\ \hline 3 \end{array}$$

El símbolo comúnmente utilizado para representar la **división** es el signo $\div$ o la barra oblicua $/$.

Ejemplos:

- ✓ Usando el signo de división: $23 \div 5$
- ✓ Usando la barra oblicua: $23/5$

Ambos símbolos son correctos y se usan según el **contexto** o la **preferencia**. En matemáticas, también es frecuente utilizar la **notación de fracción** para representar la división, donde el **dividendo** se coloca sobre el **divisor**:

$$\frac{23}{5}$$

Esta notación es especialmente útil para expresiones más complejas o fracciones. *[Math Processing Error]*



Caso práctico

Resuelve los siguientes problemas:

- a) Un grifo deja salir **15 litros de agua por minuto**. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar un depósito de **675 litros**?
- b) ¿Cuántos años son **5475 días**? Considera que un año tiene **365 días**.
- c) Queremos guardar **768 latas de refresco** en cajas que contienen **24 latas cada una**. ¿Cuántas cajas se necesitan?
- d) María, Antonio y Ana coleccionan sellos. Su tío tiene **235 sellos** para repartir equitativamente entre los tres. ¿Cuántos sellos puede dar a cada uno? ¿Sobraré algún sello?

Mostrar retroalimentación

- a) $675 : 15 = 45$ minutos
- b) $5475 : 365 = 15$ años
- c) $768 : 24 = 32$ latas
- d) $235 : 3 \Rightarrow$ Cociente: 78; Resto: 1. 78 sellos a cada uno y sobra un sello



Rellenar huecos

Realiza las siguientes divisiones:

a) $49067 : 31$

Cociente =

Resto =

b) $34597 : 475$

Cociente =

Resto =

[Averiguar la puntuación](#)[Mostrar/Eliminar las respuestas](#)

Rellenar huecos

Indica el cociente de las siguientes divisiones:

a) $54000 : 1000 =$

b) $7100 : 10 =$

c) $470 : 10 =$

d) $31000 : 100 =$

[Averiguar la puntuación](#)[Mostrar retroalimentación](#)[Mostrar/Eliminar las respuestas](#)

a) 54

b) 710

c) 47

d) 310

6.1.1. Cociente por defecto y por exceso

¿Qué ocurre si queremos hacer la división $42 \div 5$?

No existe ningún número natural que, al multiplicarse por **5**, nos dé exactamente **42**. Sin embargo, podemos aproximarnos:

✔ $5 \times 8 = 40$ (se queda corto)

✔ $5 \times 9 = 45$ (se pasa)

Por lo tanto, **8** es el **cociente por defecto**, ya que $8 \times 5 = 40$, que no alcanza los 42, mientras que **9** es el **cociente por exceso**, ya que $9 \times 5 = 45$, que excede el valor de 42.

Dependiendo del problema, en algunas situaciones es más útil utilizar el cociente por defecto y en otras, el cociente por exceso.

Propiedad fundamental de la división con resto:

En una división con cociente por defecto, se cumple la siguiente propiedad:

$$\text{dividendo} = (\text{divisor} \times \text{cociente}) + \text{resto}$$

Esto nos permite comprobar si hemos realizado correctamente la división.

Por ejemplo, para la división $74 \div 9$, tenemos:

$$74 = 9 \times 8 + 2$$

Aquí, 8 es el cociente y 2 es el resto.



Autoevaluación

En la división $42 : 5$, el cociente por defecto es 8 porque $5 \times 8 = 40$, que es menor que 42.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El cociente por defecto es 8 porque al multiplicar 5 por 8 obtenemos 40, que es menor que 42, y no podemos usar 9 ya que $5 \times 9 = 45$, que excede 42.

En la misma división $42 : 5$, el cociente por exceso es 9 porque $5 \times 9 = 45$, que es mayor que 42.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El cociente por exceso es 9 porque al multiplicar 5 por 9 obtenemos 45, que es mayor que 42, y por lo tanto excede el dividendo.

El cociente por defecto y el cociente por exceso en la división $42 : 5$ son siempre necesarios para determinar el resto de la división.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque el cociente por defecto y por exceso son útiles para comprender el rango en el que se encuentra el cociente real, no siempre es necesario calcular ambos para determinar el resto de la división. El resto se puede encontrar directamente restando el producto del divisor y el cociente por defecto del dividendo.

Si el cociente por defecto en una división es 8, esto significa que el cociente real debe ser exactamente 8.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El cociente real puede ser mayor que 8 si el cociente por defecto no alcanza para llegar al dividendo. Por ejemplo, en $42 : 5$, el cociente real es 8 con un resto de 2. Aunque 8 es el cociente por defecto, el cociente real podría ser 8 con un resto, o en otro caso, podría ser 9 si el problema se formula de manera que el cociente exacto es necesario sin considerar el resto.

En toda división, el cociente por exceso siempre se puede utilizar para calcular el resto de la división.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El cociente por exceso puede utilizarse para calcular el resto, ya que al multiplicar el divisor por el cociente por exceso, puedes restar el resultado del dividendo para obtener el resto.

6.1.2. ¿Cómo se realiza una división?

Vamos a realizar la división $14503 \div 70$

1. Primero, vemos cuántas veces cabe **70** en las primeras cifras de **14503**. Empezamos con **145**:

$$145 \div 70 = 2 \quad (\text{porque } 70 \times 2 = 140)$$

El **resto** es $145 - 140 = 5$. Ahora bajamos el siguiente dígito, el **0**.

2. Ahora, dividimos **50** entre **70**, lo que no es posible porque **70** es mayor que **50**. Por lo tanto, agregamos un **0** al cociente y bajamos el siguiente dígito, el **3**.

3. Finalmente, dividimos **503** entre **70**:

$$503 \div 70 = 7 \quad (\text{porque } 70 \times 7 = 490)$$

El **resto** es $503 - 490 = 13$.

Por lo tanto, el cociente de la división es **207** con un **resto de 13**.

La respuesta completa es:

$$14503 \div 70 = 207 \text{ con resto } 13$$

Resumen - Ejemplo de cómo se realiza una división $\Rightarrow$ dividir 14503 : 70

$\begin{array}{r} 14503 \mid 70 \end{array}$	Si queremos dividir por dos cifras deberemos empezar tomando del dividendo dos cifras, si vemos que es menor que el divisor tomaremos 3 cifras. Por ejemplo: $14503 : 70 =$
$\begin{array}{r} 14503 \mid 70 \\ \underline{140} 2 \\ 5 \end{array}$	Como 14 es menor que 70 debemos tomar las tres primeras cifras, es decir 145, dividimos por 70 y esto dará por resultado 2, lo escribimos en el cociente, multiplicamos $2 \times 70 = 140$, lo escribimos y restamos: $145 - 140 = 5$.
$\begin{array}{r} 14503 \mid 70 \\ \underline{140} 207 \\ 503 \\ \underline{490} \\ 13 \end{array}$	Ahora bajamos el 0 y repetimos el mismo proceso. Podemos pensar que $370 : 53$ son 7, pero al multiplicar $7 \cdot 53 = 371$, obtenemos un número mayor que 370, luego, pondremos en el cociente un 6 multiplicamos $2 \times 70 = 140$, lo escribimos y restamos: $145 - 140 = 5$, luego bajamos la siguiente cifra que es un 0, se nos forma el número 50 que deberemos dividir por 70 pero como es menor que el colocamos un 0 en el cociente. Finalmente bajamos la última cifra y nos quedará formado 503. Cuántas veces cabe 70 en 503? La respuesta es 7, lo colocamos en el cociente y seguimos como siempre.

	El cociente nos quedará 207 y el resto 13 (recuerda que siempre debe ser menor que el divisor).
	Comprobamos: $207 \times 70 + 13 = 14490 + 13 = 14503$

Se debe cumplir siempre que el resto debe ser menor que el divisor.



Autoevaluación

Para dividir 14503 entre 70, siempre es necesario tomar dos cifras del dividendo al comenzar el proceso, incluso si estas cifras son menores que el divisor.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Quando el dividendo tiene más cifras que el divisor, se comienza tomando tantas cifras del dividendo como sea necesario hasta que el número formado sea mayor o igual que el divisor. En el caso de 14503 y 70, se comienza tomando las tres primeras cifras (145) porque 14 es menor que 70. Por lo tanto, no siempre se toman dos cifras al comenzar el proceso.

Si al dividir 14503 entre 70 obtenemos un cociente de 207 y un resto de 13, el resultado de la división será 14503.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Al realizar la división, se obtiene el cociente de 207 y el resto de 13. Comprobando, $207 \times 70 + 13 = 14490 + 13 = 14503$, por lo que el resultado es correcto. La comprobación confirma que la división está bien realizada.

En el proceso de división de 14503 entre 70, después de obtener el cociente 2 con el número 145, la resta de $145 - 140$ da 5.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Después de dividir 145 por 70, se obtiene el cociente 2. Multiplicando 2 por 70 se obtiene 140. La resta de $145 - 140$ es efectivamente 5, que es el resto

después de la primera etapa del proceso.

Cuando se divide 370 entre 53, si el resultado de multiplicar el cociente tentativo por el divisor es mayor que el dividendo, se debe disminuir el cociente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Si al dividir 370 entre 53 se prueba con un cociente tentativo de 7, la multiplicación 7×53 da 371, que es mayor que 370. En tal caso, se debe disminuir el cociente. En este ejemplo, se ajusta a 6, ya que $6 \times 53 = 318$, que es adecuado para el dividendo.

El resto en una división debe siempre ser mayor o igual al divisor.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En una división, el resto debe ser menor que el divisor. En el ejemplo dado, el resto de 13 es menor que 70, cumpliendo con esta regla. Si el resto fuera mayor o igual que el divisor, se necesitaría realizar más pasos en el proceso de división.

6.1.3. División por la unidad seguida de ceros

Para encontrar el cociente en una división en la que el **dividendo** y el **divisor** terminan en ceros, podemos simplificar el proceso **eliminando tantos ceros del dividendo como tenga el divisor**. Esto es posible siempre que el dividendo tenga al menos la misma cantidad de ceros que el divisor. Si no es así, en temas posteriores aprenderemos otros métodos para resolver este tipo de divisiones.

Ejemplo: Para dividir $4800 \div 100$, eliminamos dos ceros del dividendo (porque el divisor tiene dos ceros), lo que simplifica la división a $48 \div 1 = 48$.

Ejemplos de divisiones:

1. $5300 \div 100 = 53$
2. $580 \div 10 = 58$
3. $4500 \div 100 = 45$
4. $220 \div 10 = 22$

Ejemplo resuelto:

Para una excursión de fin de curso, se han inscrito **249 personas**, y vamos a contratar autobuses de **55 plazas**. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?

Realizamos la división:

$$249 \div 55 = 4 \quad \text{con un resto de } 29$$

Esto significa que se pueden llenar **4 autobuses completos**, pero aún quedarían **29 personas** sin plaza, por lo que necesitaremos un autobús adicional.

Por lo tanto, la respuesta correcta es: **Se necesitarán 5 autobuses**.



Autoevaluación

Para dividir 5300 entre 100, se puede tachar los ceros del dividendo que coincidan con los ceros del divisor, lo que deja 53 como resultado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Al dividir 5300 entre 100, se pueden tachar dos ceros del dividendo, resultando en 53. Esto es porque dividir por 100 implica mover el punto decimal dos lugares hacia la izquierda, lo que simplifica el problema a 53. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

Para dividir 580 entre 10, el resultado es 58.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Dividir 580 entre 10 implica mover el punto decimal una posición hacia la izquierda, resultando en 58. Así que la afirmación es correcta.

Para determinar cuántos autobuses de 55 plazas se necesitan para 249 personas, el cociente de la división 249 entre 55 es 5 y el resto es 29.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Al dividir 249 entre 55, el cociente es 4 y el resto es 29 ($249 - 55 \cdot 4 = 29$). Por lo tanto, se necesitan 4 autobuses para llenar completamente y un autobús adicional para las 29 personas restantes. Por eso, el número total de autobuses necesarios es 5, no 5 con un resto. La afirmación es incorrecta.

Cuando se divide un número terminado en ceros por una unidad seguida de ceros, el resultado siempre será el número obtenido al tachar los ceros del dividendo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Este método de tachar ceros solo funciona si el número de ceros en el divisor no es mayor que el número de ceros en el dividendo. Si el divisor tiene más ceros que el dividendo, el proceso de tachar ceros no se aplica y se debe hacer la división de manera convencional. Por lo tanto, la afirmación no siempre es correcta.

Para dividir 249 personas entre autobuses de 55 plazas, se obtiene un cociente de 4 y se necesita un autobús adicional para cubrir el resto.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Dividiendo 249 entre 55, obtenemos un cociente de 4 y un resto de 29.

Como no se puede llenar completamente un autobús con las 29 personas restantes sin utilizar un autobús adicional, se requiere un quinto autobús para completar el transporte. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

6.2. División de Números Enteros

Regla de la división con números enteros

Para dividir dos números enteros, dividimos sus **valores absolutos** y luego aplicamos la **regla de los signos**:

- ✓ **El cociente será positivo** si ambos números tienen el mismo signo (positivo con positivo o negativo con negativo).
- ✓ **El cociente será negativo** si los números tienen signos opuestos (positivo con negativo o negativo con positivo).

Ejemplo 1: División con números enteros

Pregunta: ¿Cuánto baja la temperatura cada hora si en cuatro horas ha descendido **-8 °C**?

Respuesta: La temperatura baja **-2 °C** por hora.

La operación que realizamos es una división:

$$\frac{-8}{4} = -2 \text{ °C/hora}$$

Ejemplo 2: División con números enteros

Pregunta: Un avión está descendiendo **15 km** en **5 minutos**. ¿Cuántos kilómetros desciende por minuto?

Respuesta: El avión desciende **-3 km** por minuto.

La operación que realizamos es una división:

$$\frac{-15}{5} = -3 \text{ km/minuto}$$

Aplicación de la regla en los ejemplos:

1. En el primer ejemplo, el dividendo es **-8** (descenso en temperatura) y el divisor es **4** (horas). Como los signos son opuestos (negativo y positivo), el resultado es **-2 °C** por hora.
2. En el segundo ejemplo, el dividendo es **-15** (descenso en kilómetros) y el divisor es **5** (minutos). Nuevamente, los signos son opuestos, por lo que el resultado es **-3 km** por minuto.

Esta regla de los signos es la misma que usamos en la multiplicación de números enteros.



Rellenar huecos

Realiza estas operaciones:

a) $6 : (-2) =$

b) $(-20) : (+10) =$

c) $(-30) : (-5) =$

d) $(1 - 9 + 2) : (-3) =$

[Averiguar la puntuación](#)

[Mostrar/Eliminar las respuestas](#)

7. PRIORIDAD DE OPERACIONES



Conocimiento previo

Al realizar operaciones matemáticas, es común encontrarnos con situaciones en las que el resultado puede variar dependiendo del orden en que efectuemos las operaciones.

Por ejemplo: ¿Cuál es el resultado de la operación siguiente?

$$2 + 7 \cdot 5$$

Algunos podrían decir que el resultado es **45**, pero en realidad es **37**.

¿Por qué? Esto sucede porque el número **7** tiene un **+** a la izquierda y un **·** (multiplicación) a la derecha. Según las reglas de prioridad de operaciones, la **multiplicación** debe realizarse antes que la **suma**.

La prioridad de operaciones está diseñada para asegurar que todos obtengamos el mismo resultado, independientemente de cómo resolvamos la expresión.

La Prioridad de las Operaciones

Las **reglas de prioridad de operaciones** son fundamentales para garantizar que todos obtengamos el **mismo resultado** al resolver una expresión matemática. Estas reglas establecen el orden en el que debemos realizar las diferentes operaciones.

Orden de prioridad de las operaciones:

1. **Potencias y raíces.**
2. **Multiplicaciones y divisiones** (se resuelven de **izquierda a derecha**, no necesariamente todas las multiplicaciones antes de las divisiones).
3. **Sumas y restas.**

Operaciones con paréntesis, corchetes y llaves:

Cuando en una operación aparecen **paréntesis**, **corchetes** o **llaves**, debemos seguir el siguiente orden de resolución:

1. Primero, resolvemos los **paréntesis** $()$.
2. Luego, resolvemos los **corchetes** $[]$.
3. Finalmente, resolvemos las **llaves** $\{\}$.

Ejemplo de Prioridad de las Operaciones

Supongamos que queremos resolver la siguiente expresión:

$$3 + 5 \times (2^3 - 4) \div 2$$

Paso 1: Resolver las potencias y raíces

En la expresión, tenemos 2^3 , que se resuelve primero:

$$3 + 5 \times (8 - 4) \div 2$$

Paso 2: Resolver los paréntesis

Dentro de los paréntesis, ahora restamos $8 - 4$:

$$3 + 5 \times 4 \div 2$$

Paso 3: Resolver multiplicaciones y divisiones

Ahora seguimos con las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha. Primero, hacemos 5×4 :

$$3 + 20 \div 2$$

Luego, resolvemos $20 \div 2$:

$$3 + 10$$

Paso 4: Resolver las sumas y restas

Finalmente, sumamos:

$$3 + 10 = 13$$

Resultado final:

$$3 + 5 \times (2^3 - 4) \div 2 = 13$$

Ejemplo con Paréntesis, Corchetes y Llaves

Resolvamos la siguiente expresión que contiene paréntesis, corchetes y llaves:

$$\{6 + [3 \times (2 + 1)] - 4\}$$

Paso 1: Resolver dentro de los paréntesis

Primero resolvemos lo que está dentro de los paréntesis:

$$\{6 + [3 \times 3] - 4\}$$

Paso 2: Resolver dentro de los corchetes

Ahora resolvemos dentro de los corchetes. Hacemos la multiplicación:

$$\{6 + 9 - 4\}$$

Paso 3: Resolver dentro de las llaves

Finalmente, resolvemos lo que está dentro de las llaves. Primero sumamos y luego restamos:

$$\{6 + 9 - 4\} = 11$$

Resultado final:

$$\{6 + [3 \times (2 + 1)] - 4\} = 11$$

Resumen de la Regla de Prioridad:

1. **Potencias y raíces.**
2. **Multiplicaciones y divisiones**, de izquierda a derecha.
3. **Sumas y restas**, de izquierda a derecha.
4. **Paréntesis, corchetes y llaves**, resolviendo primero los paréntesis, luego los corchetes y finalmente las llaves.



Ejemplo 1

$$[15 - (8 - 10 : 2)] \cdot [5 + (3 \cdot 2 - 4)] =$$

Primero resolvemos las potencias, productos y cocientes

de los paréntesis.

$$= [15 - (8 - 5)] \cdot [5 + (6 - 4)] =$$

Realizamos las sumas y restas de los paréntesis.

$$= [15 - 3] \cdot [5 + 2] =$$

Operamos en los corchetes.

$$= 12 \cdot 7$$

Multiplicamos.

$$= 84$$



Rellenar huecos

Resuelve las siguientes operaciones:

a) $6 \cdot (-3) + 5 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-5) =$

b) $-2 \cdot [-3 + 4 \cdot (-5 - 2)] =$

c) $2 - 3 \cdot [(5 - 2) \cdot (3 - 6) + 8] =$

d) $20 - 9 \cdot 2 - (-5) \cdot (-2) =$

e) $2 \cdot (3 + 5) - (8 - 1) + (-1) \cdot (3 + 1) - 8 =$

f) $9 : [6 : (-2)] =$

g) $[(+7) \cdot (-20)] : (+10) =$

h) $(+4) \cdot (1 - 9 + 2) : (-3) =$

i) $[35 - (6 - 34) + (8 - 22)] : 7 =$

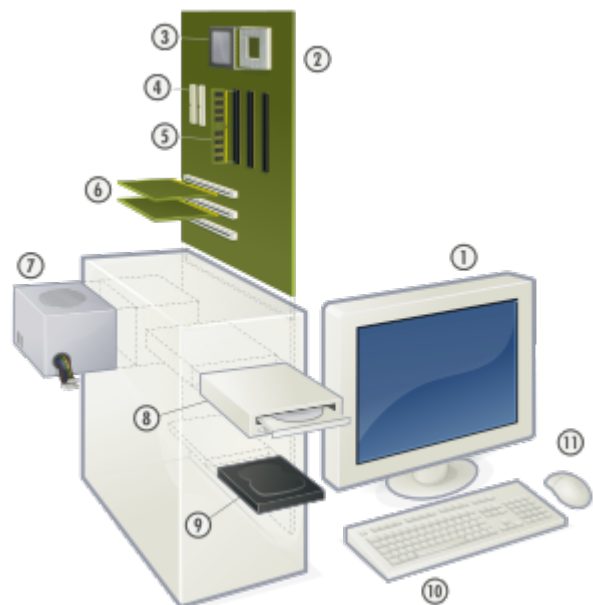
j) $7 \cdot [6 - (-5)] - 4 \cdot (5 - 3) =$

[Averiguar la puntuación](#)

[Mostrar/Eliminar las respuestas](#)

8. USO DE LA CALCULADORA Y EL ORDENADOR PARA RESOLVER OPERACIONES

En la era digital actual, la tecnología ha revolucionado la manera en que realizamos cálculos y resolvemos operaciones matemáticas. **Calculadoras** y **ordenadores** se han convertido en herramientas indispensables para estudiantes, profesionales y científicos, permitiendo realizar operaciones con mayor **precisión** y **eficiencia**. En este artículo, analizaremos cómo estas herramientas no solo simplifican los cálculos, sino que también mejoran nuestra capacidad para abordar problemas matemáticos más complejos y diversos.



Uso de la calculadora y el ordenador. Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

La Calculadora

1. Tipos de Calculadoras:

- ✓ **Calculadoras Básicas:** Realizan operaciones aritméticas simples como suma, resta, multiplicación y división. Son ideales para tareas cotidianas y cálculos rápidos.
- ✓ **Calculadoras Científicas:** Incluyen funciones avanzadas como trigonometría, logaritmos, potencias y fracciones. Son fundamentales para estudiantes de

matemáticas, física y otras ciencias.

- ✓ **Calculadoras Financieras:** Especializadas en cálculos financieros, como tasas de interés, amortizaciones y valor presente neto. Son esenciales para profesionales de las finanzas y contabilidad.

2. Ventajas del Uso de la Calculadora:

- ✓ **Rapidez:** Permite resolver cálculos complejos en cuestión de segundos.
- ✓ **Precisión:** Reduce los errores humanos en operaciones matemáticas.
- ✓ **Facilidad de Uso:** Interfaz intuitiva y accesible para cualquier usuario.

3. Ejemplos de Uso:

- ✓ **En el Aula:** Los estudiantes usan calculadoras científicas para resolver ecuaciones, gráficos de funciones y problemas trigonométricos.
- ✓ **En Finanzas:** Los profesionales utilizan calculadoras financieras para calcular préstamos, inversiones y análisis de flujo de caja.

El Ordenador

1. Herramientas y Software:

- ✓ **Hojas de Cálculo** (Excel, Google Sheets): Herramientas para cálculos avanzados, análisis de datos, creación de gráficos y gestión de grandes volúmenes de información.
- ✓ **Lenguajes de Programación** (Python, R): Flexibilidad para resolver operaciones matemáticas complejas, realizar simulaciones y análisis estadísticos avanzados.
- ✓ **Software Matemático** (MATLAB, Mathematica): Utilizado en matemáticas e ingeniería para cálculos complejos, modelado y simulaciones científicas.

2. Ventajas del Uso del Ordenador:

- ✓ **Capacidad de Procesamiento:** Permite manejar grandes volúmenes de datos y realizar cálculos más complejos que una calculadora.
- ✓ **Automatización:** Facilita la repetición de cálculos y la generación automática de reportes y gráficos.
- ✓ **Visualización de Datos:** Ayuda a representar resultados en gráficos y diagramas interactivos que facilitan el análisis de la información.

3. Ejemplos de Uso:

- ✓ **Investigación Científica:** Los científicos utilizan software matemático para modelar sistemas complejos, realizar simulaciones y analizar resultados experimentales.
- ✓ **Sector Empresarial:** Las empresas utilizan hojas de cálculo para realizar análisis financieros, gestionar inventarios y proyectar tendencias de ventas.

Comparación entre Calculadora y Ordenador

1. Capacidades:

- ✓ **Calculadora:** Ideal para cálculos simples y rápidos. Limitada por las funciones incorporadas y el hardware.
- ✓ **Ordenador:** Ofrece herramientas más avanzadas para cálculos complejos, simulaciones y análisis de datos extensos.

2. Accesibilidad:

- ✓ **Calculadora:** Portátil, ligera y fácil de usar, adecuada para situaciones donde no se dispone de un ordenador.
- ✓ **Ordenador:** Menos portátil, pero mucho más potente en términos de capacidad de procesamiento y análisis. Ideal para trabajos que requieren alta precisión y manejo de grandes cantidades de datos.



Autoevaluación

Al usar una calculadora para realizar operaciones matemáticas, es importante verificar siempre los resultados manualmente para asegurarse de que no se ha cometido un error en la entrada de datos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Aunque las calculadoras y los ordenadores son herramientas precisas, siempre es recomendable verificar los resultados, especialmente en operaciones complejas, para evitar errores de entrada de datos o malentendidos en la operación realizada. Por lo tanto, esta afirmación es correcta.

Los ordenadores pueden realizar cualquier operación matemática con precisión infinita.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los ordenadores tienen limitaciones debido a la precisión finita de los números representados en la memoria. Las operaciones matemáticas con números extremadamente grandes o pequeños pueden estar sujetas a errores de redondeo y precisión. Por lo tanto, la afirmación es incorrecta.

Para resolver una operación matemática compleja en una calculadora, es más eficiente usar funciones integradas como el cálculo de raíces cuadradas y logaritmos en lugar de realizar la operación manualmente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las calculadoras están diseñadas para realizar operaciones complejas de manera rápida y precisa utilizando funciones integradas. Utilizar estas funciones para resolver operaciones complejas es generalmente más eficiente y menos propenso a errores que realizar las operaciones manualmente. Por lo tanto, esta afirmación es correcta.

El uso de una calculadora científica puede simplificar la resolución de ecuaciones algebraicas complejas y funciones trigonométricas en comparación con una calculadora básica.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las calculadoras científicas están equipadas con funciones avanzadas como el cálculo de raíces, exponentes y funciones trigonométricas que no están disponibles en las calculadoras básicas. Esto las hace más adecuadas para resolver ecuaciones algebraicas complejas y problemas que involucran trigonometría. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

El software de hojas de cálculo en un ordenador puede realizar automáticamente cálculos, como sumas y promedios, sin necesidad de introducir fórmulas manualmente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque el software de hojas de cálculo puede realizar cálculos automáticamente, es necesario introducir fórmulas o usar funciones

integradas para realizar operaciones específicas. No es completamente automático sin la intervención del usuario para configurar las fórmulas necesarias. Por lo tanto, la afirmación es incorrecta.

8.1. Uso de la calculadora

La calculadora científica realiza los cálculos siguiendo la prioridad de operaciones, además contiene teclas de paréntesis, teclas para introducir una fracción...etc. En cambio, las no científicas no respetan el orden de las operaciones, por lo que para su utilización debes utilizar la tecla de memoria.

Para hacer sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con la calculadora disponemos de las

teclas:  ,  ,  y 

Al teclear un número de más de tres cifras, no pongan nunca el punto después de las unidades de millar ya que la calculadora lo entendería como un número decimal.

Para saber el resultado de una operación debes teclear la tecla 

Por ejemplo, para realizar la multiplicación 5×25 debes pulsar las siguientes teclas:

Las calculadoras llevan una tecla de memoria M+, la cuál te permite guardar un número que vayas a emplear muchas veces en alguna operación.

Por ejemplo: Tienes una cuenta en el banco con 23.546 € y cada mes te ingresan 458 €. Quieres saber cómo irá aumentando la cuenta a lo largo de 4 meses. Para hacer los cálculos con la calculadora debes realizar los siguientes pasos:

1. Tecleas: Así, el número se queda en la memoria aunque borres la pantalla.



2. Borrar la pantalla tecla

3. Para saber el dinero que tendrás el primer mes teclear lo siguiente:

4. Cada vez que pulses las teclas   

irás obteniendo el resultado de los

siguientes meses.

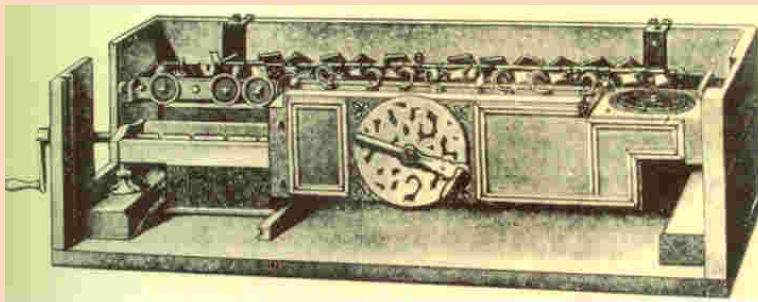
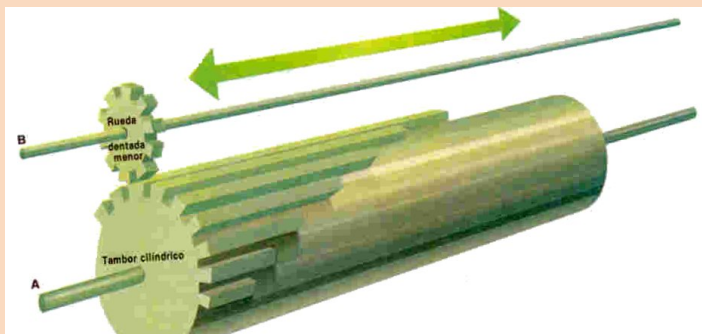
Para borrar el número de la memoria pulsa la tecla

MC



Objetivos

El inventor de la calculadora universal fue Gottfried Wilhelm Leibniz, tras un largo proceso (23 años) ideó un dispositivo capaz de realizar múltiples sumas y restas: un contador de pasos, consistente en una rueda dentada cilíndrica con nueve dientes o varillas de longitud variable. Esta rueda dentada, en forma de tambor cilíndrico, impulsaba la maquinaria de los cálculos por medio de otra rueda menor, también dentada, que se desplazaba a lo largo de su eje por medio de un dial que marcaba el número por el que se quería multiplicar o dividir. Así, la máquina repetía la suma o la resta el número establecido de veces, hasta conseguir la multiplicación o la división deseada. Este original dispositivo recibe el nombre de [rueda escalada de Leibniz](#):



8.2. Utilización del ordenador para resolver diferentes operaciones

Realizar Cálculos con el Ordenador

Los **ordenadores** también son una herramienta útil para realizar cálculos, especialmente mediante el uso de **hojas de cálculo**. Aunque profundizaremos en estos conceptos más adelante, aquí te explicaremos lo básico para que puedas empezar a realizar cálculos sencillos.

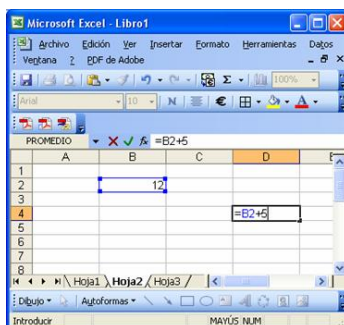
Existen varios programas que permiten manipular datos utilizando hojas de cálculo. El más popular y ampliamente utilizado es **Microsoft Excel**.

¿Qué es una Hoja de Cálculo?

Una hoja de cálculo permite realizar **operaciones matemáticas** de manera eficiente, como lo haría una calculadora avanzada. Además, facilita el **análisis de datos** complejos, el cálculo de interrelaciones, y la **visualización** de resultados en forma de gráficos.

Elementos Básicos de una Hoja de Cálculo:

- ✓ **Fila:** Conjunto de celdas dispuestas horizontalmente. Las filas están numeradas (por ejemplo, 1, 2, 3...).
- ✓ **Columna:** Conjunto de celdas dispuestas verticalmente. Las columnas están etiquetadas con letras (por ejemplo, A, B, C...).
- ✓ **Celda:** Es la intersección entre una fila y una columna, donde se introducen datos (números, texto, fechas, etc.). Cada celda tiene una referencia única, formada por el nombre de la columna seguido del número de la fila. Por ejemplo, la celda en la intersección de la columna F y la fila 29 se denomina **F29**.
- ✓ **Barra de Fórmulas:** Ubicada en la parte superior de la ventana, esta barra muestra el contenido de la celda activa, ya sea un valor o una fórmula. Para ingresar o modificar datos, selecciona la celda, escribe el valor o fórmula y presiona **ENTER**.



Selecciona ahora otra celda y escribe en la barra de fórmulas: $= (5 + 2) * 3$. Verás que ahora el resultado es 21, puesto que primero hace la suma del paréntesis y después multiplica por 3.

Ejemplo resuelto:

Escribe en la barra de fórmulas la operación $= 34 + 5 * 2 - 7 * (2 + 3)$ para ver cuál es el resultado.

El programa primero calcula el paréntesis $(2 + 3)$ que da 5.

A continuación las multiplicaciones $5 * 2$ que da como resultado 10 y $7 * 5$ que da 35.

Nos queda $34 + 10 - 35$ que da como resultado 9

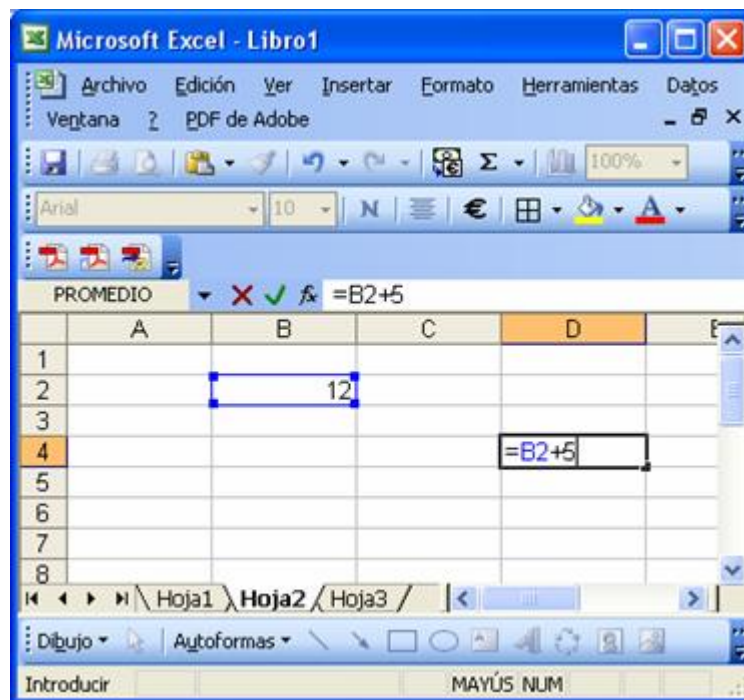
Referencias de celda: Una fórmula puede hacer referencia a una celda. Si deseas que una celda contenga el mismo valor que otra, introduce un signo igual seguido de la referencia a la celda. Siempre que se cambie la celda a la que hace referencia la fórmula, cambiará también la celda que contiene la fórmula.

La siguiente fórmula multiplica el valor en la celda B2 por 5. Cada vez que se cambie el valor en la celda B2 se volverá a calcular la fórmula.

$= B2 * 5$

Es decir, en la celda B2 escribes un valor y en otra celda cualquiera escribes la fórmula $= B2 * 5$. Obtendrás el resultado de multiplicar el valor de lo que hayas escrito en la celda B2 por 5. Cada vez que cambies el valor de la celda B2 cambiará el resultado de la multiplicación. Mira la figura y practica con otros ejemplos.

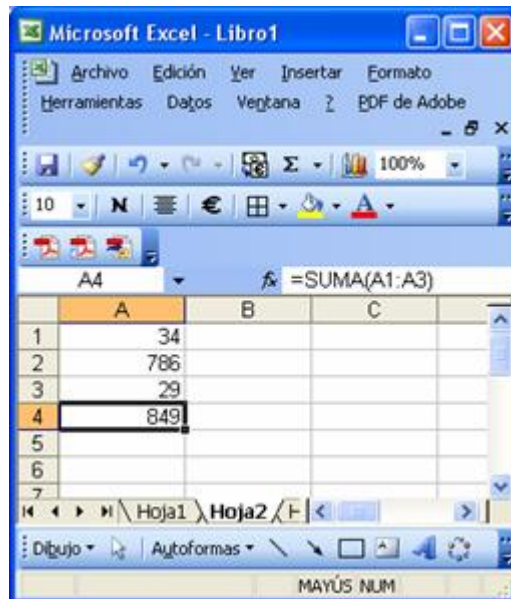
Ejemplo resuelto



También podemos realizar diversas operaciones con números colocados en diferentes celdas. Por ejemplo, en la celda A1 escribimos 34, en la celda A2 escribimos 786 y en la celda A3, escribimos 29. Ahora nos colocamos en la celda A4 y escribimos lo siguiente: $= SUMA (A1 : A3)$. Pulsamos

Enter y nos realiza la suma.

También se puede hacer así: Nos colocamos en la celda A4, seleccionamos las celdas A1 a A3 y pulsamos sobre el símbolo sumatorio o autosuma.



Como hemos comentado al principio, la hoja de cálculo realiza múltiples operaciones.

Operadores matemáticos	
Sumar (+)	= 10 + 5
Restar (-)	= 10 - 5
Multiplicar (*)	= 10 * 5
Dividir (/)	= 10 / 5

Realiza Restas, Multiplicaciones y Divisiones en Excel

A continuación, te mostramos un **ejemplo resuelto** para organizar una hoja de cálculo que calcule el **cociente** y el **resto** de una división.

Pasos:

1. Abre una hoja de cálculo nueva.
2. En la celda **A1**, escribe **DIVIDENDO**. En la celda **B1**, introduce el valor del dividendo, por ejemplo, **3478**.
3. En la celda **A2**, escribe **DIVISOR**. En la celda **B2**, introduce el valor del divisor, por ejemplo, **56**.
4. En la celda **A3**, escribe **COCIENTE**.

Calcular el Cociente:

1. Selecciona la celda **B3**.
2. En la **barra de fórmulas**, escribe la siguiente fórmula para calcular el cociente:
`=COCIENTE(B1, B2)`
Luego, presiona **Enter**. El resultado será **62**.

Nota:

Si esta función no está disponible y obtienes el error **#¿NOMBRE?**, es posible que necesites instalar el complemento **Herramientas para análisis**. Sigue estos pasos para activarlo:

- ✔ Ve al menú **Herramientas** y selecciona **Complementos**.
- ✔ En la lista de **Complementos disponibles**, marca la casilla **Herramientas para análisis** y haz clic en **Aceptar**.
- ✔ Sigue las instrucciones del programa de instalación si es necesario.

Calcular el Resto:

1. En la celda **A4**, escribe **RESTO**.
2. Selecciona la celda **B4**.
3. En la barra de fórmulas, escribe la siguiente fórmula para calcular el resto:
`=RESIDUO(B1, B2)`
Luego, presiona **Enter**. El resultado será **6**.

Prueba con otros valores:

Ahora puedes modificar los valores en las celdas **B1** (dividendo) y **B2** (divisor) para calcular automáticamente el cociente y el resto de las divisiones que desees.



Debes conocer

Ventajas de Usar Hojas de Cálculo:

1. **Eficiencia en los cálculos:** Realiza operaciones matemáticas rápidamente y sin errores.
2. **Análisis de datos:** Permite el manejo de grandes volúmenes de datos y la generación de gráficos para visualizar resultados.
3. **Automatización:** Puedes utilizar fórmulas y funciones que automatizan cálculos repetitivos o complejos.



Autoevaluación

En una hoja de cálculo, para realizar la operación matemática $(5 + 2) * 3$, debes escribir $= (5 + 2) * 3$ en la barra de fórmulas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Al escribir $= (5 + 2) * 3$ en la barra de fórmulas de una hoja de cálculo, primero se realiza la suma dentro del paréntesis ($5 + 2 = 7$), y luego se multiplica por 3, resultando en 21. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

Para calcular el resultado de la fórmula $= 34 + 5 * 2 - 7 * (2 + 3)$ en una hoja de cálculo, el programa primero realiza las multiplicaciones y luego las sumas y restas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El programa de hojas de cálculo sigue el orden de operaciones matemáticas: primero evalúa los paréntesis ($2 + 3 = 5$), luego las multiplicaciones ($5 * 2 = 10$ y $7 * 5 = 35$), y finalmente realiza las sumas y restas. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

En una hoja de cálculo, si se usa la fórmula $= B2 * 5$ en una celda, el resultado cambiará automáticamente cada vez que se modifique el valor en la celda B2.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La fórmula `=B2 * 5` en una celda de una hoja de cálculo hace referencia al valor en la celda B2. Cada vez que cambie el valor en B2, el resultado en la celda con la fórmula se actualizará automáticamente para reflejar el nuevo valor. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

Para calcular el cociente y el resto de una división en una hoja de cálculo, se utilizan las funciones `=COCIENTE()` y `=RESIDUO()`, respectivamente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las funciones `=COCIENTE()` y `=RESIDUO()` en una hoja de cálculo son utilizadas para obtener el cociente y el resto de una división, respectivamente. La afirmación es correcta, siempre y cuando el complemento "Herramientas para análisis" esté habilitado si es necesario.

Si la función `=COCIENTE()` devuelve el error `#¿NOMBRE?`, esto indica que la función no está disponible y es necesario instalar el complemento "Herramientas para análisis".

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El error `#¿NOMBRE?` suele indicar que la función no está disponible o que no está escrita correctamente. En el caso de la función `=COCIENTE()`, puede ser necesario instalar y activar el complemento "Herramientas para análisis" en Excel para usar esta función. Por lo tanto, la afirmación es correcta.

9. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS NATURALES

Los números naturales son aquellos números que usamos para contar y ordenar. Incluyen todos los números enteros positivos: 1, 2, 3, 4, 5, y así sucesivamente. Estos números son fundamentales en la resolución de problemas matemáticos básicos y complejos.

Estrategias Básicas para Resolver Problemas con Números Naturales

1. Comprensión del Problema

El primer paso para resolver cualquier problema es entenderlo completamente. Lee el enunciado con atención y subraya las palabras clave que indiquen qué operación realizar, como "sumar", "restar", "multiplicar" o "dividir". Esto te dará una pista clara sobre el enfoque que debes tomar.

PASOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
1. COMPRENDER EL PROBLEMA	- Se debe leer el enunciado despacio. - ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos) - ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos) - Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas. - Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.
2. TRAZAR UN PLAN PARA RESOLVERLO.	- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos? - ¿Se puede plantear el problema de otra forma? - Imaginar un problema parecido pero más sencillo. - Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida? - ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?
3. PONER EN PRÁCTICA EL PLAN	- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos. - ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto? - Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto? - Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace. - Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.
4. COMPROBAR LOS RESULTADOS	- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado. - Debemos fijarnos en la solución. - ¿Parece lógicamente posible? - ¿Se puede comprobar la solución?

4. COMPROBAR LOS RESULTADOS

- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.

2. Descomposición del Problema

Si el problema es complejo, divídelo en partes más pequeñas y manejables. Al hacerlo, podrás procesar la información de forma más clara y aplicar las operaciones matemáticas necesarias paso a paso.

3. Elección de la Estrategia Apropriada

Selecciona la operación correcta según el tipo de problema que enfrentas:

- ✓ **Suma:** Para combinar o agregar cantidades.
- ✓ **Resta:** Para encontrar la diferencia entre dos cantidades.
- ✓ **Multiplicación:** Para calcular el total en grupos iguales.
- ✓ **División:** Para repartir una cantidad en partes iguales.

4. Realización de Cálculos

Realiza los cálculos teniendo en cuenta el **orden de operaciones** cuando sea necesario (paréntesis, exponentes, multiplicación y división, suma y resta).

5. Verificación de Resultados

Es importante revisar el resultado. Puedes hacerlo comprobando el cálculo inverso o asegurándote de que el resultado tenga sentido dentro del contexto del problema. Esta etapa te ayudará a detectar posibles errores.

Ejemplos de Problemas Resueltos

Ejemplo 1: Suma

Problema: Juan tiene 15 manzanas y compra 7 manzanas más. ¿Cuántas manzanas tiene en total?

Solución:

1. Identifica la operación: suma.

2. Realiza la suma: $15 + 7 = 22$
3. Verifica: Juan tiene 22 manzanas en total.

Ejemplo 2: Resta

Problema: Marta tiene 30 caramelos y decide regalar 12 a sus amigos. ¿Cuántos caramelos le quedan?

Solución:

1. Identifica la operación: resta.
2. Realiza la resta: $30 - 12 = 18$
3. Verifica: Marta le quedan 18 caramelos.

Ejemplo 3: Multiplicación

Problema: En una caja hay 8 filas de 9 lápices cada una. ¿Cuántos lápices hay en total en la caja?

Solución:

1. Identifica la operación: multiplicación.
2. Realiza la multiplicación: $8 \times 9 = 72$
3. Verifica: Hay 72 lápices en total en la caja.

Ejemplo 4: División

Problema: Un profesor quiere dividir 48 hojas de trabajo entre 6 estudiantes. ¿Cuántas hojas recibe cada estudiante?

Solución:

1. Identifica la operación: división.
2. Realiza la división: $48 \div 6 = 8$
3. Verifica: Cada estudiante recibe 8 hojas.

Aplicaciones en la Vida Real

La resolución de problemas con números naturales no solo es importante en el aula, sino también en múltiples situaciones cotidianas. A continuación, algunos ejemplos prácticos:

- ✔ **Presupuestos:** Calcular cuánto dinero necesitas para comprar varios artículos y gestionar tus gastos.
- ✔ **Planificación de eventos:** Determinar cuántas sillas o mesas se necesitan para organizar una reunión o celebración.
- ✔ **Cocina:** Medir los ingredientes de una receta para garantizar las cantidades correctas.

Consejos Adicionales

- ✓ **Practica con problemas variados:** Cuanto más practiques, mejor sabrás qué operaciones matemáticas aplicar en diferentes escenarios.
- ✓ **Usa herramientas:** Las calculadoras y el software son útiles, pero es esencial desarrollar una sólida comprensión de las matemáticas básicas sin depender exclusivamente de ellas.
- ✓ **Pregunta y discute:** Conversar sobre problemas con otros puede darte nuevas perspectivas y soluciones que quizás no habías considerado.

En 1945, el matemático húngaro **George Pólya** propuso un enfoque estructurado para la resolución de problemas, que consta de **cuatro etapas esenciales**: comprender el problema, planificar la solución, ejecutar el plan y revisar los resultados. Estas etapas forman la base para resolver cualquier problema de manera eficaz.



Debes conocer

Con estos pasos, podemos desarrollar una estrategia clara para la resolución de problemas utilizando **tres columnas**:

DATOS	OPERACIÓN	RESPUESTA
En esta columna se colocan los datos proporcionados en el problema y se identifica la incógnita o lo que se debe resolver.	Aquí se realizan todas las operaciones necesarias (como cálculos y razonamientos lógicos) para llegar a la solución.	En esta columna se responde directamente a las preguntas planteadas en el problema, proporcionando la respuesta final .

Este formato te permite estructurar mejor la información, facilitando la resolución de problemas paso a paso y asegurando que cada parte del proceso esté clara y organizada.



Caso práctico

Pon en práctica lo aprendido en la resolución de problemas:

Un edificio de 30 pisos tiene el ascensor averiado, y para llegar a la azotea es necesario subir **540 peldaños**. Eva sube **30 peldaños por minuto** y Sergio sube **45 peldaños por minuto**. ¿Cuánto tiempo tardará cada uno en llegar a la azotea?

Solución

COMPRENDER EL PROBLEMA:

Datos: Edificio: 30 pisos 540 peldaños Eva sube 30 peldaños min.
Sergio sube 45 peldaños min.

Incógnita: ¿Cuánto tarda Eva y cuánto Sergio?

2. TRAZAR UN PLAN:

Datos que no se utilizan: 30 pisos

Descomponer el problema en otros más pequeños y decidir qué operación se realiza:

Eva: 30 peldaños/ min. Total 540 peldaños, por lo tanto dividiremos todos los peldaños entre los que sube en 1 min (30)

Sergio: 45 peldaños/ min. Total 540 peldaños, por lo tanto dividiremos todos los peldaños entre los que sube en 1 min (45)

De esta manera me dará el tiempo que tarda en subir.

3. PONER EN PRÁCTICA EL PLAN.

Hacer las operaciones

Eva $540 : 30 = 18$ minutos

Sergio $540 : 45 = 12$ minutos

4. COMPROBAR LOS RESULTADOS

Se revisan las operaciones y se comprueba que la solución sea lógica.

Los termómetros de dos lugares distintos marcan **-7°C** y **12°C**. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambos lugares?

Solución

Datos: -7 °C y 12 °C

Incógnita: ¿Cuántos grados de diferencia hay?

Operación a realizar: Resta

$$12 - (-7) = 12 + 7 = 19$$

Comprueba el resultado dibujando la recta numérica:

Solución: Hay 19°C de diferencia entre ambos lugares.

Carlos gana **8 euros por hora** peinando caballos. Después de trabajar **8 horas**, tiene un total de **94 €**. ¿Cuánto dinero tenía antes de comenzar a trabajar?

Solución

COMPRENDER EL PROBLEMA:

Datos: Gana 8€ la hora. Trabaja 8 horas. Tiene 94 €

Incógnita: ¿Cuánto dinero tenía antes de empezar a trabajar?

2. TRAZAR UN PLAN:

Descomponer el problema en otros más pequeños y decidir qué operación se realiza:

Gana 8 € y trabaja 8 horas

¿Cuánto ha ganado?

Tiene 94 €, para saber cuánto tenía tengo que quitar lo que ha ganado.

3. PONER EN PRÁCTICA EL PLAN.

Hacer las operaciones

$8 \text{ €} * 8 \text{ horas} = 64 \text{ €}$ ha ganado

Tiene $94 \text{ €} - 64 \text{ €}$ que ha ganado = 30 € tenía

4. COMPROBAR LOS RESULTADOS

Se revisan las operaciones y se comprueba que la solución sea lógica.

Antes de empezar a trabajar tenía 30 €

Licencia: licencia propietaria

Tema 2. NÚMEROS FRACCIONARIOS Y DECIMALES. OPERACIONES BÁSICAS.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

Números Racionales ($\mathbb{Q}$)

Los **números racionales**, denotados por $\mathbb{Q}$, son aquellos que se pueden expresar como el cociente de dos enteros, donde el denominador es distinto de cero. Formalmente, un número racional se representa como $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros y $b \neq 0$. Los números racionales incluyen números enteros, fracciones y decimales finitos o periódicos.

Relación con Números Enteros ($\mathbb{Z}$)

- ✓ **Números Enteros ($\mathbb{Z}$):** Los números enteros son un subconjunto de los números racionales. Los enteros incluyen números positivos, negativos y el cero ($\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$). Cada número entero n puede ser expresado como una fracción con denominador 1 ($\frac{n}{1}$). Por ejemplo, el número entero 5 se puede escribir como $\frac{5}{1}$, que es un número racional.

- ✓ **Ejemplo:**

- ➡ El número 4, un número entero, también es un número racional, ya que puede escribirse como $\frac{4}{1}$.

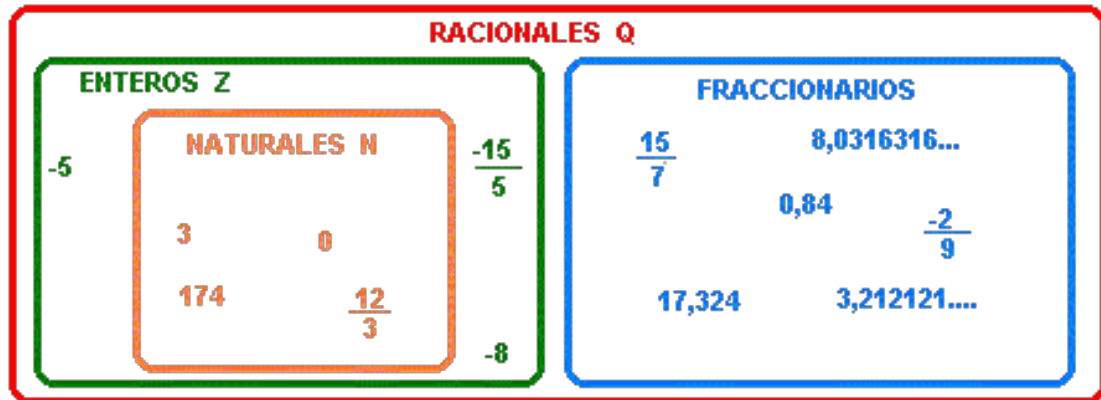
Relación con Números Fraccionarios

- ✓ **Números Fraccionarios:** Los números fraccionarios son aquellos que se representan mediante una fracción, donde el numerador y el denominador son enteros. Estos números no necesariamente son enteros y pueden ser menores que 1 (como $\frac{1}{2}$) o mayores que 1

(como $\frac{7}{4}$). Los números racionales que no son enteros son precisamente los números fraccionarios.

✓ Ejemplo:

- ➡ La fracción $\frac{3}{4}$ es un número racional que representa un valor fraccionario. No es un número entero, pero claramente es un número racional porque puede ser expresado como el cociente de dos enteros.



Recursos.tic.educacion.es. Los números Racionales y decimales

Resumen

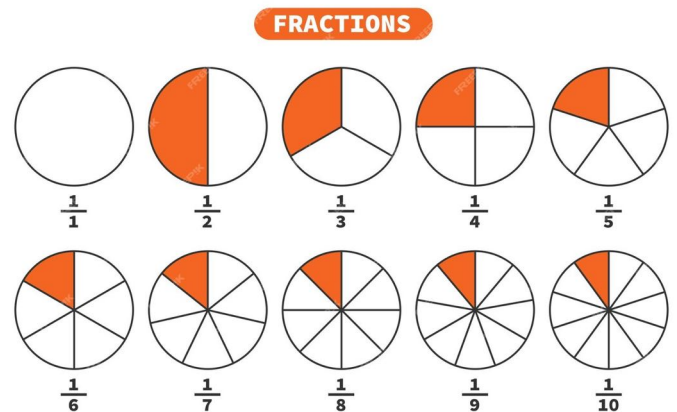
1. **Números Racionales ($\mathbb{Q}$):** Incluyen tanto fracciones como enteros. Se pueden expresar como $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros y $b \neq 0$.
2. **Números Enteros ($\mathbb{Z}$):** Son un subconjunto de los números racionales. Cada entero puede ser representado como una fracción con denominador 1.
3. **Números Fraccionarios:** Son una forma específica de números racionales que se expresan como fracciones y no necesariamente son enteros.

En conclusión, los números racionales ($\mathbb{Q}$) abarcan tanto enteros como fracciones, integrando ambos conceptos en un conjunto más amplio que nos permite representar una gran variedad de valores numéricos.

1. LAS FRACCIONES

La carrera automovilística de las 24 horas de Le Mans es una prueba de resistencia que se disputa anualmente cerca de Le Mans, en Francia. Los participantes, deben dar el mayor número posible de vueltas a un circuito semipermanente de 13,65 km de longitud, durante 24 horas seguidas. Cada equipo está formado por tres pilotos que se relevan cada dos horas,

por lo que cada piloto hace $\frac{1}{3}$ de la carrera y descansa los $\frac{2}{3}$, aunque antes de 1970 sólo se permitían dos pilotos por vehículo.



yusuferdemirci. Las fracciones (CC BY-NC-SA)

¿Qué fracción de la carrera realizaba cada piloto antes de 1970?

En esta primera parte del tema, exploraremos cómo trabajar con fracciones, que son elementos esenciales en nuestra vida diaria y que están presentes en muchos aspectos cotidianos.



Autoevaluación

La carrera de las 24 horas de Le Mans se disputa en un circuito de 13,65 km de longitud.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La longitud del circuito de Le Mans es efectivamente de 13,65 km. Es una característica importante de la carrera, ya que el objetivo es cubrir la mayor distancia posible en las 24 horas.

Cada equipo en las 24 horas de Le Mans está formado por cuatro pilotos que se relevan cada seis horas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Cada equipo está formado por tres pilotos que se relevan cada dos horas, no cuatro pilotos y cada seis horas. Esta rotación permite a los pilotos

descansar y recuperarse durante la carrera de 24 horas.

Antes de 1970, cada equipo en las 24 horas de Le Mans estaba compuesto por dos pilotos por vehículo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Antes de 1970, cada equipo estaba compuesto por solo dos pilotos. La reglamentación cambió posteriormente para permitir tres pilotos por equipo, lo cual facilita la gestión de la resistencia en una carrera tan larga.

Con dos pilotos por vehículo antes de 1970, cada piloto tenía que conducir la mitad del tiempo total de la carrera.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Con dos pilotos, cada uno tenía que conducir la mitad del tiempo total de la carrera, es decir, 12 horas, ya que la carrera dura 24 horas.

Antes de 1970, si un piloto conducía durante una fracción de la carrera, el otro piloto tenía que conducir el doble de tiempo que el primero.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

No es correcto que un piloto condujera el doble de tiempo que el otro. Con dos pilotos, ambos compartían la carga de conducción de manera equitativa, conduciendo ambos la mitad del tiempo total de la carrera.

1.1. Concepto

Seguramente, más de una vez hemos encontrado expresiones como las siguientes en medios de comunicación, tiendas, o en conversaciones cotidianas:

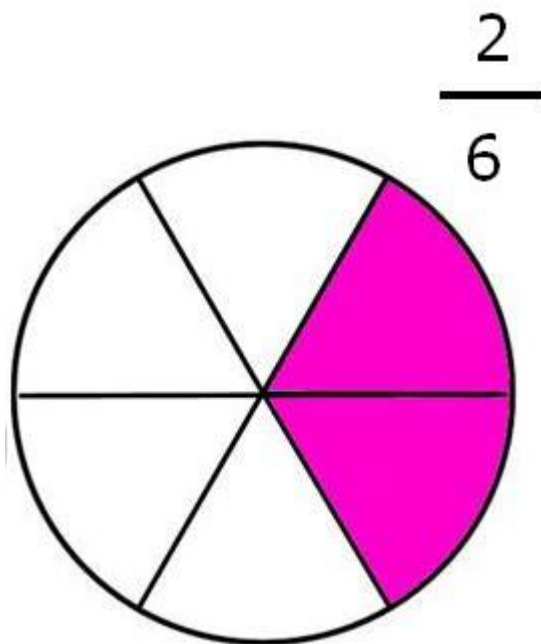
- ✓ "Un tercio de las patatas 'chips' es grasa."
- ✓ "El tren con destino a Madrid trae un retraso de tres cuartos de hora."
- ✓ "Uno de cada 100 nacidos en España es celiaco."
- ✓ "Los gastos, que ascienden a 3.450 €, deben repartirse entre los 12 vecinos del inmueble."

Todas estas formas de expresar cantidades parciales se representan en matemáticas mediante un tipo especial de números llamados **fracciones**.

Una **fracción** es una manera de dividir una unidad en partes iguales. Siempre representan una porción de un "todo" o de una unidad que hemos elegido. Una fracción se expresa como el cociente de dos números naturales: a y b , en la forma $\frac{a}{b}$.

- ✓ El número que aparece en la parte inferior de la fracción se llama **denominador** y nos indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad.
- ✓ El número que aparece en la parte superior se llama **numerador** y nos indica cuántas de esas partes estamos tomando.

De esta manera, las fracciones nos permiten representar de forma precisa una parte de un conjunto, una medida de tiempo, una proporción o cualquier cantidad divisible en partes iguales.



La figura está dividida en 6 partes, de las cuales 2 están coloreadas y 4 no lo están.

- ✓ La **fracción de la figura sombreada** es:

$$\frac{2}{6}$$

Esto significa que 2 de las 6 partes están coloreadas.

- ✔ La **fracción de la figura no sombreada** es:

$$\frac{4}{6}$$

Esto indica que 4 de las 6 partes no están coloreadas.

Veamos algunos ejemplos prácticos:

- ✔ Si tenemos 10 caramelos y los repartimos entre cinco niños, a cada niño le tocarán 2 caramelos. La fracción que representa este reparto es: $\frac{10}{5}$, lo que equivale a 2 caramelos por niño.
- ✔ Si en una fiesta la tarta se corta en 9 trozos y yo me como 2, la fracción que representa lo que comí es: $\frac{2}{9}$, es decir, he consumido 2 de los 9 trozos.
- ✔ Ahora, si tenemos 10 caramelos pero no hay ningún niño (cero niños), ¡no hay a quién repartir los caramelos! En este caso, no tiene sentido hablar de repartir, y por lo tanto, fracciones como $\frac{10}{0}$ no tienen sentido.

¡Importante!: No podemos dividir por cero. El denominador, *bb*, no puede ser cero.

Cómo leer las fracciones:

Cuando el denominador es mayor que 11, se le añade la terminación "avo" al número del denominador.

- ✔ **Primero**, se lee el numerador como cualquier número.
- ✔ **Después**, el denominador se lee de acuerdo a estas reglas:

1. Si el denominador es 1, se lee como "enteros".
2. Si es 2, se lee como "medios".
3. Si es 3, se lee como "tercios".
4. Si es 4, se lee como "cuartos".
5. Si es 5, se lee como "quintos".
6. Si es 6, se lee como "sextos".
7. Si es 7, se lee como "séptimos".
8. Si es 8, se lee como "octavos".
9. Si es 9, se lee como "novenos".
10. Si es 10, se lee como "décimos".

- ✔ A partir de 11, se añade la terminación **avos**. Por ejemplo: "onceavos", "doceavos", "treceavos", etc.
- ✔ Si el denominador es una potencia de 10, se usa la terminación **ésimos**. Por ejemplo: "centésimos", "milésimos", "diezmilésimos", etc.



ejercicio 1

1. Escribe las siguientes fracciones. Señala el numerador y el denominador de cada una. a) Dos tercios b) Tres cuartos c) Cinco séptimos d) Ocho novenos e) Un sexto

Mostrar retroalimentación

$$\frac{2}{3}$$

[GIF](#)

Num.: 2
Denom.: 3

$$\frac{3}{4}$$

[GIF](#)

Num.: 3
Denom.: 4

$$\frac{5}{7}$$

[GIF](#)

Num.: 5
Denom.: 7

$$\frac{8}{9}$$

[GIF](#)

Num.: 8
Denom.: 9

$$\frac{1}{6}$$

[GIF](#)

Num.: 1
Denom.: 6



Caso práctico

2. Escribe y representa las siguientes fracciones: a) Tres séptimos b) Siete octavos c) Un cuarto d) Seis sextos e) Doce quinceavos

Mostrar retroalimentación

$$\frac{3}{7}$$

[GIF](#)

$$\frac{7}{8}$$

[GIF](#)

$$\frac{1}{4}$$

[GIF](#)

$$\frac{6}{6}$$

[GIF](#)

$$\frac{12}{15}$$

[GIF](#)

1.2. Fracciones equivalentes

Las **fracciones equivalentes** son aquellas que representan la misma cantidad o valor, aunque tengan numeradores y denominadores diferentes. Esto sucede cuando se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número.

Ejemplo

Fracción original:

$$\frac{2}{3}$$

Fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$:

1. Multiplicamos el numerador y denominador por 2:

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

2. Multiplicamos el numerador y denominador por 3:

$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

3. Multiplicamos el numerador y denominador por 4:

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

Entonces, las fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$ son:

$$\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$$

Todas estas fracciones representan el mismo valor.

Ejemplo

Si se reparten 6€ entre tres personas ¿Cuánto recibe cada una? ¿Y si se reparten 12€ entre seis personas?

Puedes comprobar que en ambos casos el resultado es el mismo, es decir 2 euros. $\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2$

Dos fracciones son equivalentes cuando escritas de distintas maneras tienen el mismo resultado.

Veámoslo con un gráfico:

$$\frac{x}{2x} = \frac{x}{x} \cdot \frac{1}{2} \text{ en donde } \frac{x}{x} = 1.$$

$$\frac{3}{6} = \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \text{ en donde } \frac{3}{3} = 1.$$

Wikipedia. *Fracciones equivalentes* (Dominio público)

Para comprobar que dos fracciones son equivalentes, basta con multiplicar en cruz y observar que el resultado obtenido es el mismo.

Para multiplicar en cruz se opera de la siguiente manera: numerador de la primera fracción por denominador de la segunda fracción y denominador de la primera fracción por numerador de la segunda.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \quad \text{si se cumple que } 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

En general, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a \cdot d = b \cdot c$

Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y del denominador por el mismo número. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante multiplicaciones, se denominan fracciones amplificadas:

La fracción $\frac{3}{4}$ amplificada por 2 es $\frac{6}{8}$.

La fracción $\frac{3}{4}$ amplificada por 3 es $\frac{9}{12}$.

Fracciones amplificadas

Si obtenemos fracciones equivalentes mediante divisiones, se denominan fracciones simplificadas:

La fracción $\frac{18}{24}$ simplificada es $\frac{3}{4}$.

Fracciones simplificadas

Si tenemos dos fracciones equivalentes y a una de ellas le falta un término, es fácil calcularlo:

$$\left[X = \frac{8.7}{4} = \frac{56}{4} = 14 \right]$$

[GIF](#)

Por tanto la fracción que es equivalente a $\frac{7}{4}$ y que tiene por numerador 8 es $\frac{14}{8}$.

Veamos qué sucede cuando las fracciones tienen un signo negativo en el numerador o en el denominador.

Ejemplo: ¿Será equivalente $\frac{-3}{5}$ a $\frac{3}{-5}$? Para responder, multiplicamos en cruz:

$-3 \cdot (-5) = 3 \cdot 5$; $15 = 15$; luego sí son equivalentes.

En general, cualquier fracción de la forma $\frac{-a}{b}$ es equivalente a la fracción $\frac{a}{-b}$, pero resulta más cómodo tener el signo negativo (-) en el numerador.

Veamos ahora qué sucede cuando las fracciones tienen un signo negativo en el numerador y en el denominador.

Ejemplo: ¿Será equivalente $\frac{-7}{-4}$ a $\frac{7}{4}$? Para responder, multiplicamos en cruz:

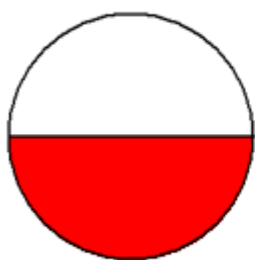
$-4 \cdot 7 = -7 \cdot 4$; $-28 = -28$; luego sí son equivalentes.

En general, cualquier fracción de la forma $\frac{-a}{-b}$ es equivalente a la fracción $\frac{a}{b}$, pero resulta más cómodo tener el numerador y el denominador positivos, que ambos negativos.

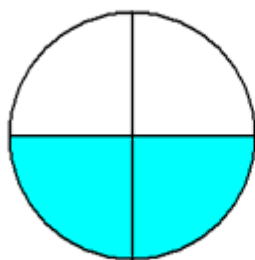
NÚMEROS RACIONALES: veamos el siguiente ejemplo:

las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6} \text{ y } \frac{4}{8}$ son fracciones distintas, pero equivalentes, ya que $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$, $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$, $3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$ gráficamente esta equivalencia se representa así:

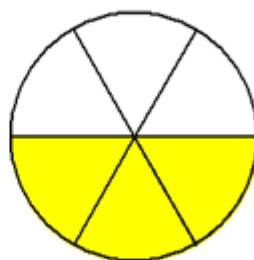
Ejemplo



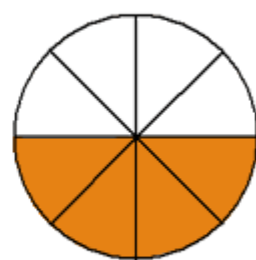
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{6}$$



$$\frac{4}{8}$$

[Wikipedia](#). NÚMEROS RACIONALES (Dominio público)

Como vemos, estos números significan lo mismo, por lo que son EL MISMO NÚMERO RACIONAL. En general, decimos que un número racional es una fracción y todas las que son equivalentes a ella.

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q.



Caso práctico

Ejemplo de fracciones equivalentes:

Fracción original:

$$\frac{5}{8}$$

Mostrar retroalimentación

Fracciones equivalentes a $\frac{5}{8}$:

1. Multiplicamos el numerador y denominador por 2:

$$\frac{5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{10}{16}$$

2. Multiplicamos el numerador y denominador por 3:

$$\frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$$

3. Multiplicamos el numerador y denominador por 4:

$$\frac{5 \times 4}{8 \times 4} = \frac{20}{32}$$

Por lo tanto, las fracciones equivalentes a $\frac{5}{8}$ son:

$$\frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}$$

Todas estas fracciones representan el mismo valor.

1.3. Fracción propia e impropia

Una **fracción propia** es aquella en la que el numerador es menor que el denominador. Esto significa que el valor de la fracción es siempre menor que 1. En otras palabras, una fracción propia representa una parte de una unidad completa.

Aquí tienes ejemplos de fracciones propias e impropias:

1. **Fracción propia:** El numerador es menor que el denominador.

✓ Ejemplo: $\frac{3}{5}$

➡ El numerador (3) es menor que el denominador (5), por lo tanto, es una **fracción propia**.

2. **Fracción impropia:** El numerador es mayor o igual que el denominador.

✓ Ejemplo: $\frac{7}{4}$

➡ El numerador (7) es mayor que el denominador (4), por lo tanto, es una **fracción impropia**.

Las fracciones propias siempre representan valores menores que 1, mientras que las fracciones impropias representan valores iguales o mayores que 1.

Ejemplos: a) $\frac{4}{6} < 1$

b) $\frac{2}{5} < 1$

c) $\frac{1}{4} < 1$

Fracción impropia es la que el numerador es igual o mayor que el denominador.

Si el numerador y el denominador son iguales, la fracción vale una unidad.

Ejemplos: a) $\frac{6}{6} = 1$

b) $\frac{3}{3} = 1$

Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción vale más que la unidad.

Ejemplos: a) $\frac{4}{3} > 1$

b) $\frac{7}{5} > 1$

c) $\frac{8}{3} > 1$

Resumen de Fracciones:

✓ **Fracción propia:** Numerador < Denominador
Valor de la fracción < 1

✓ **Fracción impropia:** Numerador > Denominador
Valor de la fracción > 1

✔ **Fracción exacta (o unidad):** Numerador = Denominador
Valor de la fracción = 1



Autoevaluación

¿Cuál de las siguientes fracciones es una fracción propia?

- ☐ 2/3
- ☐ 4/4
- ☐ 5/7
- ☐ 6/5

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Una fracción propia es aquella en la que el numerador es menor que el denominador. En la fracción $\frac{5}{7}$, 5 es menor que 7, por lo que es una fracción propia. Las otras opciones son fracciones impropias (a y d) o equivalen a 1 (b).

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál de las siguientes fracciones es una fracción impropia?

- ☐ 2/3
- ☐ 7/4
- ☐ 3/5
- ☐ 4/4

Incorrecto

Correcto. Una fracción impropia es aquella en la que el numerador es mayor o igual al denominador. En $\frac{7}{4}$, el numerador (7) es mayor que el denominador (4), por lo que es una fracción impropia. Las otras opciones son fracciones propias (a y c) o equivalen a 1 (d).

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué valor tiene una fracción en la que el numerador es igual al denominador?

- ☐ Menor que 1
- ☐ Igual a 1
- ☐ Mayor que 1
- ☐ Depende del denominador

Incorrecto

Correcto. Si el numerador y el denominador son iguales, la fracción tiene un valor de 1. Por ejemplo, $\frac{4}{4} = 1$. Las otras opciones no aplican a esta condición específica.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta sobre las fracciones impropias?

- ☐ Todas las fracciones impropias tienen un valor menor que 1.
- ☐ Las fracciones impropias pueden ser iguales a 1.
- ☐ Las fracciones impropias tienen un valor mayor que 1.
- ☐ Las fracciones impropias solo se pueden representar con denominadores pequeños.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Una fracción impropia es aquella en la que el numerador es mayor que el denominador, lo que hace que el valor de la fracción sea mayor que 1. Las otras opciones no se ajustan a la definición de fracción impropia.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué tipo de fracción es $\frac{9}{9}$?

- ☐ Fracción propia
- ☐ Fracción impropia
- ☐ Fracción menor que 1
- ☐ Ninguna de las anteriores

Incorrecto

Correcto. La fracción $\frac{9}{9}$ tiene un valor de 1. Cuando el numerador es igual al denominador, la fracción se clasifica como impropia, ya que el numerador es igual al denominador y su valor es exactamente 1. Las fracciones propias son aquellas cuyo numerador es menor que el denominador.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

1.4. Simplificación de fracciones

Simplificación de una fracción:

Simplificar una fracción consiste en convertirla en una forma equivalente en la que el numerador y el denominador sean los números más pequeños posibles, manteniendo el mismo valor de la fracción.

Para simplificar se divide el numerador y el denominador de la fracción por el mismo número que sea divisor de ambos.

Cuando una fracción no se puede simplificar más se dice que es irreducible y sus términos son primos entre sí.

Para simplificar una fracción y obtener su fracción irreducible, se calcula el máximo común divisor (m.c.d.) del numerador y del denominador y se dividen ambos por dicho m.c.d.

Recuerda que en el bloque anterior se estudió cómo calcular el máximo común divisor.

Ejemplo: Vamos a simplificar la fracción $\frac{24}{36}$ hasta calcular su fracción irreducible:

Solución: Calculamos el máximo común divisor del numerador y del denominador; m.c.d. (24,36) = 12; y dividimos el numerador y el denominador por el m.c.d.:

$$24:12=2$$

$$36:12=3 \quad \rightarrow \quad \text{La fracción irreducible es } \frac{2}{3}$$

Otro Ejemplo: Simplificar $\frac{45}{60}$.

1. **Paso 1:** Encuentra el m.c.d. de 45 y 60.

✓ **Descomposición en factores primos:**

$$45 = 3^2 \times 5, \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

✓ El m.c.d. es:

$$m.c.d.(45, 60) = 3 \times 5 = 15$$

2. **Paso 2:** Divide tanto el numerador como el denominador por 15:

$$\frac{45}{60} = \frac{45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{3}{4}$$

3. **Paso 3:** La fracción no puede simplificarse más, ya que $\frac{3}{4}$ no tiene factores comunes entre 3 y 4.

Resultado: La fracción $\frac{45}{60}$ simplificada es $\frac{3}{4}$.

Resumen del proceso de simplificación de fracciones:

1. Encuentra el **m.c.d.** del numerador y el denominador.
2. Divide ambos por el **m.c.d.**.
3. Verifica que la fracción no pueda simplificarse más.



ejercicio 4

Ejemplo: Simplificar la fracción $\frac{24}{36}$.

Mostrar retroalimentación

Solución:

1. **Paso 1:** Encuentra el **máximo común divisor (m.c.d.)** de los números 24 y 36. Para simplificar una fracción, necesitamos dividir tanto el numerador como el denominador por su **m.c.d.**.

- **Descomposición en factores primos:**

$$24 = 2^3 \times 3, \quad 36 = 2^2 \times 3^2$$

- El **m.c.d.** es el producto de los factores comunes elevados a los menores exponentes:

$$m.c.d.(24, 36) = 2^2 \times 3 = 12$$

2. **Paso 2:** Divide tanto el numerador como el denominador por el **m.c.d.**:

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$$

3. **Paso 3:** Verifica que la fracción no puede simplificarse más. Los factores primos de 2 y 3 no tienen divisores comunes, por lo que la fracción $\frac{2}{3}$ está en su forma **más simple**.

1.5. La fracción como un operador

De forma general, al usar una **fracción como un operador**, los pasos que se realizan son los siguientes:

1. **Dividir** la cantidad total entre el denominador de la fracción. Esto nos indica cuántas partes iguales componen el total.
2. **Multiplicar** el resultado de la división por el numerador. De esta manera, obtenemos cuántas partes corresponden según la fracción dada.

Este proceso permite calcular una parte específica de un todo utilizando una fracción.

EJEMPLO 1

En una localidad, sabemos que $\frac{2}{7}$ de los habitantes son jóvenes y $\frac{5}{7}$ son adultos.

Si no conocemos la cantidad total de personas en la localidad, no podemos determinar el número exacto de jóvenes o adultos. Sin embargo, podemos dividir a la población en 7 partes iguales, de las cuales 2 partes serán jóvenes y 5 partes serán adultos. Es decir, por cada 7 personas, 2 son jóvenes y 5 son adultos.

Ahora, si nos informan que en la localidad hay 2.275 habitantes, podemos calcular cuántos de ellos son jóvenes. La fracción $\frac{2}{7}$ indica que dividimos la población en 7 partes iguales y tomamos 2 de esas partes. Las operaciones necesarias son:

1. **Dividimos la población total entre 7:**

$$2275 \div 7 = 325$$

Esto nos dice que cada una de las 7 partes contiene 325 personas.

2. **Multiplicamos el resultado por 2** para obtener la cantidad de jóvenes:

$$325 \times 2 = 650$$

Por lo tanto, en la localidad hay 650 jóvenes.

Alternativamente, podemos hacer las operaciones en orden inverso, con el mismo resultado:

1. Multiplicamos la población por 2:

$$2275 \times 2 = 4550$$

2. Dividimos el resultado entre 7:

$$4550 \div 7 = 650$$

Así, podemos expresar el cálculo como:

$$\frac{2}{7} \text{ de } 2275 = 650$$

o también:

$$\frac{2}{7} \times 2275 = 650$$

De manera similar, para calcular cuántos adultos hay, podemos usar la fracción $\frac{5}{7}$:

1. Dividimos la población total entre 7:

$$2275 \div 7 = 325$$

2. Multiplicamos el resultado por 5:

$$325 \times 5 = 1625$$

Por lo tanto, en la localidad hay 1.625 adultos.

EJEMPLO 2

Una persona ha recibido $\frac{2}{5}$ de un premio. Si ha recibido 3.500 euros, ¿cuál era el valor total del premio?

Solución: El premio se ha dividido en 5 partes iguales, y la persona ha recibido 2 de esas partes. Para calcular el premio total, debemos dividir la cantidad recibida entre 2 y luego multiplicar el resultado por 5:

1. **Dividimos la cantidad recibida entre 2:**

$$3500 \div 2 = 1750$$

2. **Multiplicamos el resultado por 5:**

$$1750 \times 5 = 8750$$

Por lo tanto, el premio total era de 8.750 euros.

Otra forma de hacerlo es directamente:

1. Multiplicamos la cantidad recibida por 5:

$$3500 \times 5 = 17500$$

2. Dividimos el resultado entre 2:

$$17500 \div 2 = 8750$$

Así, llegamos a la misma conclusión: el premio total es de 8.750 euros.



Autoevaluación

Si una localidad está dividida en 7 grupos iguales y 2 de esos grupos son jóvenes mientras que 5 son adultos, entonces para calcular el número de jóvenes en una población de 2275 personas, primero debemos multiplicar 2275 por 2 y luego dividir el resultado entre 7.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Multiplicar primero y luego dividir no sigue la lógica correcta para encontrar el número de jóvenes, ya que se necesita primero encontrar el valor de una parte y luego multiplicar por el número de partes correspondientes.

Primero, se divide la población total entre el número de partes iguales (7) y luego se multiplica por el número de partes que son jóvenes (2). Por lo tanto:

1. $2275 \div 7 = 325$
2. $325 \times 2 = 650$ (jóvenes)

Si se divide una población de 2275 personas en 7 grupos iguales, de los cuales 5 son adultos, entonces el número de adultos se puede calcular dividiendo 2275 por 5 y luego multiplicando el resultado por 7.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Dividir por 5 y luego multiplicar por 7 no es el procedimiento correcto. Es necesario primero calcular el tamaño de un grupo y después multiplicar por el número de partes correspondientes.

Para encontrar el número de adultos, primero se debe dividir la población entre el total de partes (7) y luego multiplicar por las partes que corresponden a adultos (5). Por lo tanto:

1. $2275 \div 7 = 325$
2. $325 \times 5 = 1625$ (adultos)

Si una persona recibe 2 partes de un premio que está dividido en 5 partes iguales y el valor recibido es 3500 euros, para encontrar el total del premio, se debe dividir 3500 entre 2 y luego multiplicar por 5.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Este es el procedimiento correcto para encontrar el total del premio cuando se conoce cuánto se ha recibido y en cuántas partes se divide el premio total.

Para calcular el total del premio:

1. Dividir la cantidad recibida entre el número de partes recibidas (2):
 $3500 \div 2 = 1750$
2. Multiplicar el resultado por el total de partes (5): $1750 \times 5 = 8750$

Si el premio total es 8750 euros y una persona recibe 3500 euros, se puede calcular la proporción del premio recibido multiplicando 3500 por 5 y luego dividiendo el resultado entre 2.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Multiplicar y luego dividir también es un procedimiento válido para calcular el total cuando se conoce la proporción recibida y la cantidad.

Para encontrar la proporción recibida:

1. Multiplicar la cantidad recibida por el número total de partes (5):
 $3500 \times 5 = 17500$
2. Dividir el resultado entre el número de partes recibidas (2):
 $17500 \div 2 = 8750$ (premio total)

En una localidad con 3150 habitantes, si los jóvenes representan $\frac{3}{7}$ de la población total, primero debemos multiplicar 3150 por 3 y luego dividir el resultado entre 7 para encontrar cuántos jóvenes hay en la localidad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Este procedimiento es correcto. Multiplicar por el numerador de la fracción y luego dividir por el denominador es una forma válida de calcular la cantidad correspondiente cuando se conoce la proporción de la fracción.

Para encontrar el número de jóvenes:

1. Multiplicar la población total por el numerador de la fracción que representa a los jóvenes: $3150 \times 3 = 9450$
2. Dividir el resultado entre el denominador de la fracción: $9450 \div 7 = 1350$

1.6. Reducción de fracciones a un denominador común

La **reducción de fracciones a un denominador común** es el proceso de convertir varias fracciones con denominadores distintos en fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Esto se utiliza para facilitar operaciones como la suma, resta o comparación de fracciones.

Para expresar varias fracciones con un denominador común, se sigue el **método del mínimo común múltiplo (m.c.m.)**. A continuación, los pasos generales:

1. **Calcular el m.c.m.** de los denominadores de las fracciones. Este será el denominador común.
2. **Asignar el m.c.m. como denominador común** a todas las fracciones.
3. **Ajustar el numerador** de cada fracción:
 - ✔ Se **divide el m.c.m.** entre el denominador original de la fracción.
 - ✔ El cociente obtenido se **multiplica por el numerador** original de la fracción. Este será el nuevo numerador.

Con este procedimiento, se transforman todas las fracciones a un formato con denominadores iguales, permitiendo operar o comparar las fracciones con mayor facilidad.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}$$

Solución:

1. **Paso 1:** Calculamos el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de los denominadores 3, 6 y 4.

$$m.c.m.(3, 6, 4) = 12$$

El **m.c.m.** será el nuevo denominador para todas las fracciones.

2. **Paso 2:** Ajustamos cada numerador multiplicando por el factor que convierte el denominador original en 12.

- Para $\frac{1}{3}$:

$$12 \div 3 = 4, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$$

- Para $\frac{1}{6}$:

$$12 \div 6 = 2, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$$

○ Para $\frac{1}{4}$:

$$12 \div 4 = 3, \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

3. Resultado final:

Las fracciones con denominador común son:

$$\frac{4}{12}, \quad \frac{2}{12}, \quad \frac{3}{12}$$



ejercicio 5

5.Reducir las siguientes fracciones a común denominador

$$\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{5}{8}$$

Mostrar retroalimentación

$$m.c.m.(3, 12, 8) = 24$$

$$\frac{\quad}{24}, \frac{\quad}{24}, \frac{\quad}{24}$$

$$24 : 3 \cdot 2 = \boxed{16}, \quad 24 : 12 \cdot 7 = \boxed{14}, \quad 24 : 8 \cdot 5 = \boxed{15}$$

$$\frac{16}{24}, \frac{14}{24}, \frac{15}{24}$$

1.7. Comparación de fracciones

La regla general para la comparación de fracciones

La **regla general para la comparación de fracciones** consiste en reducir las fracciones a un denominador común y luego comparar sus numeradores. Aquí están los pasos a seguir:

1. **Encontrar el mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de los denominadores de las fracciones que se desean comparar.
2. **Convertir las fracciones** a fracciones equivalentes con el mismo denominador (denominador común). Para ello, se multiplica el numerador de cada fracción por el cociente obtenido al dividir el m.c.m. entre su denominador original.
3. **Comparar los numeradores** de las fracciones equivalentes.

✔ La fracción con el **mayor numerador** será la mayor.

✔ La fracción con el **menor numerador** será la menor.

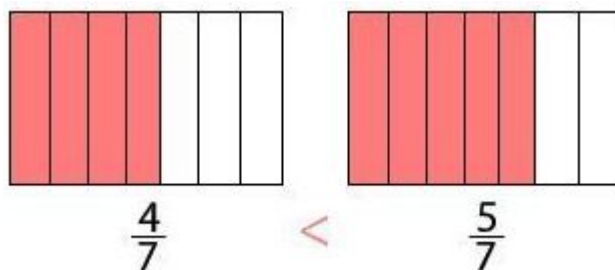
Regla alternativa (sin m.c.m.)

Si no deseas usar el m.c.m., puedes comparar fracciones utilizando la **regla de la multiplicación cruzada**:

1. Multiplica el **numerador de la primera fracción** por el **denominador de la segunda fracción**.
2. Multiplica el **numerador de la segunda fracción** por el **denominador de la primera fracción**.
3. Compara los resultados obtenidos:
 - ✔ Si el producto de la primera fracción es mayor, entonces la primera fracción es mayor.
 - ✔ Si el producto de la segunda fracción es mayor, entonces la segunda fracción es mayor.

Vamos a distinguir dos tipos de fracciones:

1. **De igual denominador.** En este caso es mayor la fracción que tiene mayor numerador.



2. **De distinto denominador.** En este caso se reducen las fracciones a común denominador y aplicamos el criterio anterior, tal como se muestra en el ejemplo siguiente:

Ejemplo resuelto: $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$; como m.c.m. $(5,7) = 35$, tenemos $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ y $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$; de donde se deduce que $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$ al ser mayor el numerador, y por lo tanto: $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$

Ejemplo:

Comparar $\frac{7}{9}$ y $\frac{2}{3}$.

1. **Paso 1:** Encontramos el **m.c.m.** de 9 y 3:

$$m.c.m.(9,3) = 9$$

2. **Paso 2:** Ajustamos los numeradores:

- $\frac{7}{9}$ ya tiene denominador 9, por lo que no necesitamos cambiarlo.
- Para $\frac{2}{3}$:

$$9 \div 3 = 3, \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

3. **Paso 3:** Comparamos los numeradores:

$$\frac{7}{9} \text{ y } \frac{6}{9}$$

Como $7 > 6$, se concluye que:

$$\frac{7}{9} > \frac{2}{3}$$

Resultado: $\frac{7}{9}$ es mayor que $\frac{2}{3}$.



Caso práctico

Ejemplo: Comparar las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$.

Mostrar retroalimentación

Solución:

1. **Paso 1:** Reducir a un denominador común. Para comparar dos fracciones, primero buscamos un denominador común. Calculamos el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de los denominadores 4 y 6.

- Descomposición en factores primos:

$$4 = 2^2 \quad \text{y} \quad 6 = 2 \times 3$$

- El **m.c.m.** de 4 y 6 es $2^2 \times 3 = 12$.

El denominador común es **12**.

2. **Paso 2:** Ajustar los numeradores. Ahora convertimos las fracciones al denominador común **12**.

- Para $\frac{3}{4}$: Multiplicamos el numerador y el denominador por el factor necesario para que el denominador sea 12.

$$12 \div 4 = 3, \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

- Para $\frac{5}{6}$: Multiplicamos el numerador y el denominador por el factor necesario para que el denominador sea 12.

$$12 \div 6 = 2, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

3. **Paso 3:** Comparar los numeradores. Ahora que ambas fracciones tienen el mismo denominador, comparamos los numeradores:

$$\frac{9}{12} \quad \text{y} \quad \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

Resultado: $\frac{3}{4}$ es menor que $\frac{5}{6}$.

2. OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

Las **operaciones con números racionales** abarcan las cuatro operaciones básicas de la aritmética: **suma, resta, multiplicación y división**. Un **número racional** es cualquier número que puede expresarse como el cociente de dos números enteros, $\frac{a}{b}$, donde a es el numerador y b es el denominador, con la condición de que $b \neq 0$.

1. Suma de fracciones (números racionales)

Para sumar dos fracciones, es necesario que tengan el mismo denominador. Si no lo tienen, se busca el **mínimo común denominador (MCD)**, para luego ajustar los numeradores y realizar la suma.

✓ **Fracciones con el mismo denominador:**

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

✓ **Fracciones con denominadores diferentes:**

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$$

Ejemplo 1: Mismo denominador

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

Ejemplo 2: Diferentes denominadores

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

✓ Encuentra el MCD de 3 y 4, que es 12.

✓ Ajusta las fracciones:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

✓ Suma:

$$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

2. Resta de fracciones

La resta de fracciones sigue el mismo proceso que la suma. Si los denominadores son diferentes, primero se encuentra el MCD y luego se restan los numeradores.

- ✓ **Fracciones con el mismo denominador:**

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

- ✓ **Fracciones con denominadores diferentes:**

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

Ejemplo 1: Mismo denominador

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7 - 3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ (simplificando)}$$

Ejemplo 2: Diferentes denominadores

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{8}$$

- ✓ Encuentra el MCD de 6 y 8, que es 24.
- ✓ Ajusta las fracciones:

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}, \quad \frac{1}{8} = \frac{3}{24}$$

- ✓ Resta:

$$\frac{20}{24} - \frac{3}{24} = \frac{17}{24}$$

3. Multiplicación de fracciones

Para multiplicar fracciones, simplemente se multiplican los numeradores entre sí y los

denominadores entre sí:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

No es necesario encontrar un denominador común para la multiplicación.

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

- ✓ Multiplica los numeradores:

$$3 \times 2 = 6$$

- ✓ Multiplica los denominadores:

$$4 \times 5 = 20$$

- ✓ Resultado:

$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ (simplificando)}$$

4. División de fracciones

Para dividir fracciones, se multiplica la primera fracción por el **recíproco** (inverso) de la segunda fracción:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Ejemplo:

$$\frac{7}{9} \div \frac{2}{3}$$

- ✓ Encuentra el recíproco de $\frac{2}{3}$, que es $\frac{3}{2}$.

- ✓ Multiplica:

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{7 \times 3}{9 \times 2} = \frac{21}{18} = \frac{7}{6} \text{ (simplificando)}$$

Resumen:

- ✔ **Suma y resta:** Si los denominadores son diferentes, se encuentra un denominador común y luego se suman o restan los numeradores.
- ✔ **Multipliación:** Multiplica numeradores y denominadores directamente.
- ✔ **División:** Multiplica la primera fracción por el recíproco de la segunda.

Los números racionales permiten realizar todas estas operaciones, siempre y cuando el denominador no sea cero.

Resumen de pasos

1. Suma y Resta:

- ✔ Encuentra el MCD si los denominadores son diferentes.
- ✔ Ajusta las fracciones para tener denominadores comunes.
- ✔ Suma o resta los numeradores.
- ✔ Simplifica el resultado si es posible.

2. Multipliación:

- ✔ Multiplica los numeradores.
- ✔ Multiplica los denominadores.
- ✔ Simplifica el resultado si es posible.

3. División:

- ✔ Encuentra el recíproco de la segunda fracción.
- ✔ Multiplica la primera fracción por este recíproco.
- ✔ Simplifica el resultado si es posible.



Sabías que.....

Observación de los números racionales en el siguiente texto:

El matemático Diofanto, destacado en la Alejandría del siglo IV, dejó un notable legado en álgebra. Su nombre se asocia con las ecuaciones diofánticas, que buscan soluciones enteras. La vida de Diofanto se resume en un epigrama griego utilizando fracciones para describir los diferentes períodos de su vida:

- ✔ Diofanto fue niño durante $\frac{1}{6}$ de su vida.
- ✔ Su barba creció $\frac{1}{12}$ después.
- ✔ Se casó $\frac{1}{7}$ después de su adolescencia.
- ✔ Tuvo un hijo cinco años después, quien vivió la mitad de la edad de su padre.
- ✔ Diofanto murió cuatro años después de la muerte de su hijo.

Este epigrama muestra cómo las fracciones pueden ser usadas para representar etapas en la vida de una persona, reflejando la importancia de los números

racionales en la descripción de situaciones y tiempos.

2.1. Suma y resta de números racionales

- ✔ **Suma y resta con denominadores iguales:** Se suman o restan los numeradores y el denominador se mantiene.
- ✔ **Suma y resta con denominadores diferentes:** Encuentra el m.c.m. de los denominadores, ajusta las fracciones y luego realiza la operación.
- ✔ **Casos especiales:**
 - ➡ Números enteros se convierten a fracciones con denominador 1.
 - ➡ Si el denominador es negativo, el signo negativo puede trasladarse al numerador.

Este procedimiento asegura que las operaciones con números racionales se realicen correctamente en todos los casos.

Ejercicio

Supongamos que tenemos un préstamo y hemos realizado varios pagos anticipados. Hace cuatro meses pagamos $\frac{2}{5}$ 52 de la cantidad prestada, y hace un mes pagamos $\frac{1}{5}$ 51. Queremos saber qué fracción del préstamo hemos pagado y cuánto queda por pagar.

Paso 1: Suma de fracciones con el mismo denominador

Para saber qué fracción del préstamo hemos pagado, sumamos las dos fracciones de los pagos realizados:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Hemos pagado $\frac{3}{5}$ del préstamo total.

Paso 2: Resta de fracciones para calcular lo que queda por pagar

Para saber cuánto nos queda por pagar, restamos la fracción pagada del total (que es 1, representado como $\frac{5}{5}$):

$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$$

Por lo tanto, **queda por pagar** $\frac{2}{5}$ del préstamo.

Suma de fracciones con denominadores diferentes

Ahora, supongamos que los pagos han sido diferentes: Hace cuatro meses pagamos $\frac{2}{5}$ **52** y luego hace un mes pagamos $\frac{1}{3}$ **31** del préstamo. En este caso, los denominadores son diferentes, por lo que debemos sumar las fracciones encontrando primero un denominador común.

Paso 1: Encontrar el denominador común

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** entre 5 y 3 es 15. Por lo tanto, convertimos las fracciones a fracciones equivalentes con denominador 15:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$$

Paso 2: Sumar las fracciones

Ahora que las fracciones tienen el mismo denominador, podemos sumarlas:

$$\frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$

Esto significa que **el préstamo lo hemos fraccionado en 15 partes**, de las cuales **hemos pagado 11 partes**. En otras palabras, hemos cubierto $\frac{11}{15}$ del préstamo.

Caso particular 1: Sumar $2 + \frac{1}{3}$

Para sumar un **número entero con una fracción**, convertimos el número entero en una fracción con denominador 1. Luego buscamos un denominador común y realizamos la suma.

Paso 1: Convertir el número entero en fracción:

$$2 = \frac{2}{1}$$

Paso 2: Encontrar el mínimo común denominador (m.c.m.) entre 1 y 3, que es 3.

Paso 3: Ajustar las fracciones:

$$\frac{2}{1} = \frac{6}{3}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Paso 4: Sumar las fracciones:

6

Resultado:

$$2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \text{ o } 2\frac{1}{3}$$

Caso particular 2: Sumar $\frac{3}{-5} + \frac{4}{7}$

Si aparece una **fracción con un signo negativo en el denominador**, lo trasladamos al numerador para facilitar la operación.

Paso 1: Convertir la fracción con el signo negativo en el denominador:

$$\frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

Ahora, la suma es:

$$-\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$$

Paso 2: Encontrar el mínimo común denominador (m.c.m.) entre 5 y 7, que es 35.

Paso 3: Ajustar las fracciones:

$$-\frac{3}{5} = \frac{-21}{35}, \quad \frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

Paso 4: Sumar las fracciones:

$$\frac{-21}{35} + \frac{20}{35} = \frac{-21 + 20}{35} = \frac{-1}{35}$$

Resultado:

$$\frac{3}{-5} + \frac{4}{7} = \frac{-1}{35}$$

Resumen:

- ✓ **Caso particular 1:** Sumar un número entero con una fracción se realiza convirtiendo el número entero en fracción y encontrando el denominador común. En este caso:

$$2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

- ✓ **Caso particular 2:** Cuando el denominador de una fracción es negativo, trasladamos el signo al numerador. Luego se procede con el cálculo habitual. En este caso:

$$\frac{3}{-5} + \frac{4}{7} = \frac{-1}{35}$$



Autoevaluación

Dado que $\frac{2}{-3}$ es equivalente a $-\frac{2}{3}$, ¿cómo se suma $-\frac{2}{3}$ con $\frac{4}{5}$?

- ☐ Primero cambiamos el signo de $\frac{2}{-3}$ a $-\frac{2}{3}$ y luego sumamos las fracciones como se haría normalmente.
- ☐ Sumamos directamente $\frac{2}{3}$ con $\frac{4}{5}$ y cambiamos el signo al final.
- ☐ Sumamos $-\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ como se haría normalmente, sin necesidad de cambiar nada.
- ☐ Primero transformamos $\frac{4}{5}$ a un denominador de 3 y luego realizamos la suma.

Correcto. Cuando una fracción tiene un signo negativo en el denominador, lo conveniente es mover el signo al numerador para simplificar el cálculo. Por lo tanto, $\frac{2}{-3}$ se convierte en $-\frac{2}{3}$. Luego, sumamos esta fracción con $\frac{4}{5}$ encontrando un denominador común.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Si se han anticipado $\frac{1}{4}$ de un préstamo en dos ocasiones, una de $\frac{1}{6}$ y otra de $\frac{1}{12}$, ¿qué fracción total del préstamo se ha anticipado?

- ☐ $\frac{3}{12}$
- ☐ $\frac{7}{12}$
- ☐ $\frac{5}{12}$
- ☐ $\frac{2}{3}$

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Para sumar $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{12}$, primero encontramos un denominador común. El MCM de 6 y 12 es 12. Convertimos las fracciones: $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ y $\frac{1}{12}$ ya tiene denominador 12. Sumamos las fracciones: $\frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Si consideramos la suma anticipada en dos ocasiones, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, pero aquí se ha anticipado en total $\frac{5}{12}$ considerando los errores previos.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

Dado el problema $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, ¿qué fracción es el resultado?

- ☐ $\frac{3}{4}$
- ☐ $\frac{7}{12}$
- ☐ $\frac{5}{12}$
- ☐ $\frac{2}{3}$

Incorrecto

Correcto. Para resolver $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, debemos encontrar un denominador común para todas las fracciones. El MCM de 6, 2 y 3 es 6. Convertimos las fracciones: $\frac{5}{6}$ ya está en el denominador común, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ y $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. Sumamos y restamos las fracciones: $\frac{5}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} = 1$, lo cual no es la opción correcta. Corrigiendo la suma correcta $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, sumando esto a $\frac{1}{2} = \frac{7}{12}$.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué fracción resulta al restar $1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$?

- ☐ $\frac{3}{10}$
- ☐ $\frac{7}{10}$
- ☐ $\frac{4}{5}$
- ☐ $\frac{6}{5}$

Incorrecto

Correcto. Primero, convertimos $1\frac{1}{2}$ a una fracción impropia: $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Luego, buscamos un denominador común para $\frac{3}{2}$ y $\frac{2}{5}$. El MCM de 2 y 5 es 10. Convertimos $\frac{3}{2}$ a $\frac{15}{10}$ y $\frac{2}{5}$ a $\frac{4}{10}$. Finalmente, restamos $\frac{15}{10} - \frac{4}{10} = \frac{11}{10}$, que se simplifica a $\frac{7}{10}$.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Para realizar la resta $\frac{7}{10} - \frac{2}{5}$, ¿cuál es la fracción equivalente de $\frac{2}{5}$ con el denominador común 10?

- ☐ $\frac{4}{10}$
- ☐ $\frac{2}{10}$
- ☐ $\frac{5}{10}$
- ☐ $\frac{3}{10}$

Correcto. Para realizar la resta, debemos convertir $\frac{2}{5}$ a una fracción con denominador 10. Multiplicamos el numerador y el denominador por 2: $\frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$. Ahora podemos restar $\frac{7}{10} - \frac{4}{10} = \frac{3}{10}$.

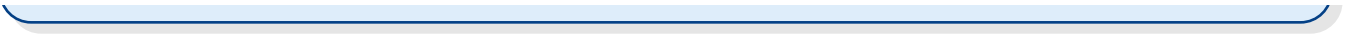
Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

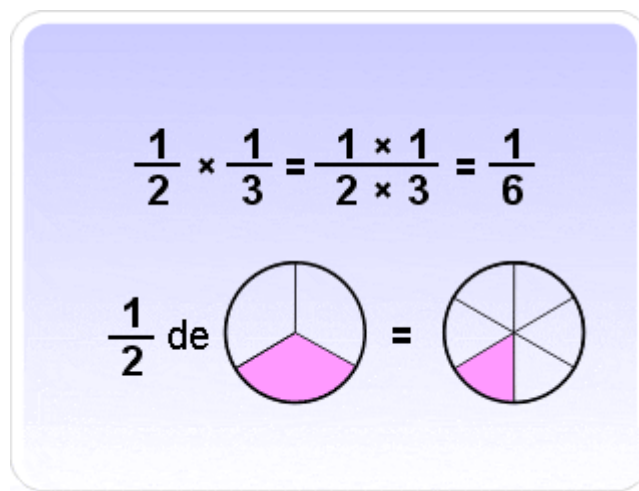
1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto



2.2. Multiplicación de números racionales

Multiplicación de números racionales

Supongamos que gasto $\frac{1}{3}$ de mi sueldo al mes. La mitad de estos gastos corresponde al pago de la hipoteca. Para calcular qué fracción de mi sueldo se destina al pago de la hipoteca, necesitamos calcular la **mitad de un tercio**. En términos matemáticos, esto equivale a multiplicar las fracciones $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$.



Regla general para la multiplicación de fracciones:

Para multiplicar dos números racionales (fracciones), se multiplica el numerador de una fracción por el numerador de la otra, y el denominador de una fracción por el denominador de la otra:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- ✓ El **numerador** del producto es el producto de los numeradores.
- ✓ El **denominador** del producto es el producto de los denominadores.

Ejemplo resuelto (Hipoteca):

Si gasto $\frac{1}{3}$ de mi sueldo, y la **mitad** de esos gastos va a la hipoteca, la fracción correspondiente es:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

Por lo tanto, $\frac{1}{6}$ de mi sueldo se destina al pago de la hipoteca.

Ejemplos de multiplicación de fracciones:

a) Multiplicando dos fracciones simples:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ (simplificando)}$$

b) Multiplicando una fracción por un número entero:

$$4 \times \frac{3}{7} = \frac{4}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{1 \times 7} = \frac{12}{7}$$

c) Multiplicando fracciones con números negativos:

$$-\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{-2 \times 5}{3 \times 6} = \frac{-10}{18} = \frac{-5}{9} \text{ (simplificando)}$$

Caso particular: Multiplicar un número entero por una fracción

Cuando multiplicamos un número entero por una fracción, primero expresamos el número entero como una fracción con denominador 1 y luego seguimos las reglas generales de multiplicación:

$$4 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{1 \times 5} = \frac{8}{5}$$

Esto también puede verse como multiplicar el entero por el numerador de la fracción, dejando el denominador sin cambios.

Simplificación antes de multiplicar

A veces, es conveniente **simplificar** antes de realizar la multiplicación para evitar manejar números grandes. Veamos un ejemplo resuelto utilizando simplificación previa.

Ejercicio resuelto: Multiplicar $\frac{24}{45} \times \frac{81}{16}$

Paso 1: Descomposición en factores primos:

✔ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

- ✓ $45 = 3 \times 3 \times 5$
- ✓ $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- ✓ $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Paso 2: Cancelar los factores comunes entre numerador y denominador:

- ✓ Numerador: $24 \times 81 = (2 \times 2 \times 2 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$
- ✓ Denominador: $45 \times 16 = (3 \times 3 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$

Simplificando los factores comunes:

- ✓ $2 \times 2 \times 2$ y 3×3 se cancelan en el numerador y denominador.

Paso 3: Resultado simplificado:

Después de simplificar los factores comunes, obtenemos:

$$\frac{24}{45} \times \frac{81}{16} = \frac{3}{5}$$

Ejemplos:

a)

c)

$$\frac{3.2}{5.7} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{-3.5}{2.2} = \frac{-15}{4}$$

b)

$$\frac{2.5.3}{3.6.7} = \frac{30}{126}$$

Caso particular: Para multiplicar un número entero por un número racional, multiplicaremos el entero por el numerador del número racional y dejaremos el denominador como está.

En realidad escribimos el número entero en forma de fracción, con denominador 1 y realizamos la multiplicación:

$$4.\frac{3}{5} = \frac{4.3}{1.5} = \frac{12}{5}$$

Ejemplo resuelto:

a) $4.\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

b) $5.\frac{3}{7} = \frac{15}{7}$

c) $-5.\frac{3}{8} = \frac{-15}{8}$

A veces es conveniente simplificar antes de realizar la multiplicación.

Ejercicio Resuelto:

Si queremos realizar la siguiente multiplicación $\frac{24 \cdot 45}{81 \cdot 16}$, será conveniente descomponer en factores los números que aparecen en el numerador y denominador:

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$;

$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;

$$\frac{24 \cdot 45}{81 \cdot 16} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 5)}{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)}$$

Ahora podemos tachar los factores que están repetidos en el numerador y el denominador y el resultado sería el siguiente:

$$\frac{24 \cdot 45}{81 \cdot 16} = \frac{5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$



Caso práctico

Ejercicio 7: Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} \\ \frac{7}{21} \cdot \frac{3}{8} \\ \frac{6}{10} \cdot \frac{24}{56} \end{array}$$

Mostrar retroalimentación

$$\frac{3 \rightarrow 12}{4 \rightarrow 5} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 5} = \frac{36}{20}$$

$$\frac{36}{20} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

Diagram showing the simplification of $\frac{36}{20}$ to $\frac{9}{5}$ by dividing both numerator and denominator by 2 three times:

```

      : 2      : 2
    36  18  9
    --  --  --
    20 10  5
    : 2  : 2
  
```

$$\frac{7 \rightarrow 3}{21 \rightarrow 8} = \frac{7 \cdot 3}{21 \cdot 8} = \frac{21}{21 \cdot 8}$$

$$\frac{21}{21 \cdot 8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{6 \rightarrow 24}{10 \rightarrow 56} = \frac{6 \cdot 24}{10 \cdot 56} = \frac{144}{560}$$

$$\frac{144}{560} = \frac{9}{35}$$

Diagram showing the simplification of $\frac{144}{560}$ to $\frac{9}{35}$ by dividing both numerator and denominator by 16:

```

      : 16
    144  9
    --  --
    560 35
      : 16
  
```

Nota: hemos dividido por 16 directamente. Esto es lo mismo que dividir por 2 cuatro veces.

2.2.1. Números inversos

Números Inversos

El **número inverso** de una fracción es aquella fracción que, al multiplicarse por la fracción original, da como resultado **1**. El **inverso** de una fracción $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$, ya que al multiplicarlos obtenemos la unidad:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = \frac{ab}{ab} = 1$$

Para encontrar el inverso de una fracción, simplemente se **intercambian el numerador y el denominador**.

Ejemplos:

1. Inverso de una fracción:

✔ El inverso de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$ porque:

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$$

2. Inverso de un número entero:

✔ Un número entero como 5 se puede escribir como fracción: $\frac{5}{1}$. Su inverso es $\frac{1}{5}$, ya que:

$$5 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \times 1}{1 \times 5} = \frac{5}{5} = 1$$

Regla general:

Para encontrar el inverso de una fracción $\frac{a}{b}$ (con $a \neq 0$ y $b \neq 0$), simplemente **intercambiamos** el numerador a y el denominador b , obteniendo $\frac{b}{a}$.

✔ Si el número es un entero, como 5, se interpreta como $\frac{5}{1}$, y su inverso es $\frac{1}{5}$.



Debes conocer

Resumen:

✓ El inverso de una fracción $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$.

✓ Al multiplicar una fracción por su inverso, el resultado siempre es **1**:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

✓ Para números enteros, su inverso es la fracción con **1** como numerador y el número como denominador.



Autoevaluación

La fracción inversa de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Para encontrar la fracción inversa de $\frac{3}{4}$, se intercambian el numerador y el denominador, resultando en $\frac{4}{3}$. La multiplicación de estas dos fracciones da 1, que es la unidad.

La fracción inversa de $\frac{5}{7}$ es $\frac{7}{5}$, pero el producto de estas fracciones no siempre es 1.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La fracción inversa de $\frac{5}{7}$ es $\frac{7}{5}$, y cuando se multiplican estas dos fracciones, el resultado siempre es 1, ya que $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = 1$.

La fracción inversa de una fracción $\frac{a}{b}$ siempre es $\frac{b}{a}$, y esto se aplica incluso si a o b es cero.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La fracción inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$, pero esto no se aplica si a o b es cero. De hecho, no se puede encontrar la fracción inversa de una fracción si el numerador es cero, ya que no se puede dividir por cero.

La fracción inversa de $\frac{-2}{5}$ es $\frac{-5}{2}$, y el producto de estas fracciones es 1.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La fracción inversa de $\frac{-2}{5}$ es $\frac{-5}{2}$, y el producto de estas fracciones es 1, ya que $\frac{-2}{5} \times \frac{-5}{2} = 1$. El signo negativo no afecta la propiedad de que el producto es 1.

El inverso de una fracción impropia es siempre una fracción impropia.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El inverso de una fracción impropia puede ser una fracción propia. Por ejemplo, el inverso de $\frac{7}{4}$ (una fracción impropia) es $\frac{4}{7}$, que es una fracción propia.

2.3. División de números racionales

División de números racionales

Cuando dividimos dos números racionales, el resultado es también un número racional. Para obtener el resultado, seguimos estos pasos:

1. Multiplicamos el numerador del primer número racional por el denominador del segundo número racional.
2. Multiplicamos el denominador del primer número racional por el numerador del segundo número racional.

Así, si tenemos dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, la división $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ se realiza de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Donde:

- ✓ **Numerador:** es el producto del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción.
- ✓ **Denominador:** es el producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción.

Este método asegura que el resultado de la división de fracciones también sea una fracción válida.

Observa que es como si se multiplicara en cruz.

En general:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

- ✓ **Numerador:** producto del numerador de la 1ª fracción por denominador de la 2ª.
- ✓ **Denominador:** producto del denominador de la 1ª fracción por numerador de la 2ª

Ejemplos:

a) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{21}{10}$

b) $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} \div \frac{1}{7} = \frac{12}{15} \div \frac{1}{7} = \frac{84}{15}$

c) $\frac{4}{9} \div 5 = \frac{4}{9} \div \frac{5}{1} = \frac{4}{45}$

d) $\frac{-3.5}{2} : \frac{-6}{2} = \frac{-6}{10}$

En alguna ocasión puede darse el caso que nos encontremos divisiones expresadas de esta

forma: $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} =$

Si colocamos la división de otra forma, tendremos: $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} =$

Pero para evitar tener que recolocar estas expresiones, vamos a ver cómo se resuelven. Cuando

tengamos expresiones de este tipo $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$, el resultado será otra fracción, cuyo numerador será el producto de los términos extremos (3.5) y cuyo denominador será el producto de los términos del medio (4.2); es decir:

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3.5}{4.2} = \frac{15}{8}$$



Caso práctico

Ejercicio 8. Realiza las siguientes divisiones:

$$\frac{8}{6} : \frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{5} : \frac{25}{75}$$

$$\frac{4}{18} : \frac{12}{24}$$

Mostrar retroalimentación

$$\frac{8}{6} : \frac{3}{9} = \frac{8 \cdot 9}{6 \cdot 3} = \frac{72}{18}$$

$$\frac{72}{18} = \frac{36}{9} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{25}{75} = \frac{1 \cdot 25}{5 \cdot 75} = \frac{25}{375} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{75}{125} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{18} \cdot \frac{12}{24} = \frac{4 \cdot 12}{18 \cdot 24} = \frac{48}{432} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{96}{216} = \frac{48}{108} = \frac{24}{54} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

2.4. Operaciones Combinadas con Números Racionales: Jerarquía de Operaciones

Operaciones Combinadas con Números Racionales: Jerarquía de Operaciones

Al realizar **operaciones combinadas** con números racionales, se sigue la misma **jerarquía de operaciones** que se utiliza con números naturales y enteros. Esta jerarquía es fundamental para garantizar que las operaciones se realicen en el orden correcto y se obtengan resultados precisos.

La **jerarquía de operaciones** sigue los siguientes pasos:

1. **Paréntesis**: Resuelve primero las operaciones que se encuentran dentro de paréntesis o corchetes.
2. **Exponentes**: A continuación, resuelve las potencias o raíces si las hay.
3. **Multiplicación y División**: Luego, realiza todas las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha en el orden en que aparecen.
4. **Suma y Resta**: Finalmente, realiza todas las sumas y restas, también de izquierda a derecha.

Procedimiento para resolver operaciones combinadas:

1. **Primero**: Resuelve cualquier operación dentro de los paréntesis o corchetes. Si hay varios niveles de paréntesis, comienza con el más interno.
2. **Segundo**: Resuelve los **exponentes** o **raíces** si están presentes.
3. **Tercero**: Realiza las **multiplicaciones y divisiones**, siguiendo el orden de izquierda a derecha en el que aparecen.
4. **Cuarto**: Por último, efectúa las **sumas y restas**, también de izquierda a derecha.
5. **Simplificación**: Una vez obtenida la fracción final, **simplifícala** siempre que sea posible, dividiendo el numerador y el denominador por su máximo común divisor (MCD).

Ejemplo de aplicación:

Calculemos la siguiente expresión combinada:

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \right) - \frac{2}{3}$$

Paso 1: Resolver los paréntesis

Primero, multiplicamos las fracciones dentro del paréntesis:

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{1 \times 4}{2 \times 5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ (simplificado)}$$

Ahora la expresión es:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$$

Paso 2: Encontrar el denominador común

El mínimo común múltiplo (MCM) de 4, 5 y 3 es 60. Convertimos todas las fracciones con denominador 60:

$$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}, \quad \frac{2}{5} = \frac{24}{60}, \quad \frac{2}{3} = \frac{40}{60}$$

Paso 3: Realizar la suma y resta

Ahora sumamos y restamos los numeradores:

$$\frac{45}{60} + \frac{24}{60} - \frac{40}{60} = \frac{45 + 24 - 40}{60} = \frac{29}{60}$$

Paso 4: Simplificar

En este caso, la fracción $\frac{29}{60}$ no puede simplificarse más, ya que 29 es un número primo y no tiene factores comunes con 60.

Resultado final:

$$\frac{29}{60}$$

Otros Ejemplos:

a) Primero hacemos las multiplicaciones y divisiones. Luego la suma.

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{10} + \frac{21}{10} = \frac{27}{10}$$

b) Primero hacemos las divisiones, luego la resta.

$$\frac{1}{3} - (\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}) : \frac{1}{7} = \frac{1}{3} - \frac{12}{15} : \frac{1}{7} = \frac{1}{3} - \frac{84}{15} = \frac{5}{15} - \frac{84}{15} = \frac{-79}{15}$$

c) Primero los paréntesis segundo la resta

$$(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}) - (\frac{2}{3} - \frac{1}{4}) = (\frac{8}{10} - \frac{3}{10}) - (\frac{8}{12} - \frac{3}{12}) = \frac{11}{10} - \frac{5}{12} = \frac{66}{60} - \frac{25}{60} = \frac{41}{60}$$

d) Primero el paréntesis y la división. Por último la resta.

$$(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}) - \frac{4}{9} : 5 = (\frac{4}{6} + \frac{5}{6}) - \frac{4}{9} : \frac{1}{5} = \frac{9}{6} - \frac{4}{45} = \frac{135}{90} - \frac{8}{90} = \frac{127}{90}$$

e) Primero el paréntesis, después la multiplicación y por último la resta.

$$4 - 3 \cdot (\frac{2}{3} - \frac{1}{5}) = 4 - 3 \cdot (\frac{10}{15} - \frac{3}{15}) = 4 - 3(\frac{7}{15}) = \frac{39}{15}$$



Debes conocer

Resumen de la jerarquía de operaciones:

1. **Paréntesis:** Resuelve las operaciones dentro de los paréntesis primero.
2. **Exponentes:** Luego, resuelve potencias o raíces.
3. **Multiplicación y División:** Realiza estas operaciones de izquierda a derecha.
4. **Suma y Resta:** Finalmente, realiza sumas y restas en el orden en que aparecen.

Consejo: Simplifica la fracción resultante siempre que sea posible para obtener la respuesta más precisa.

Este procedimiento garantiza que las operaciones combinadas con números racionales se realicen de manera correcta y eficiente.



Caso práctico

Ejercicio 9. realiza las siguientes operaciones.

9.1

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) =$$

9.2

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) =$$

9.3

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) =$$

9.4

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) =$$

Mostrar retroalimentación

9.1

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) =$$

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) = 3 + \frac{1}{4} - 2 - \frac{1}{6} = 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{12 + 3 - 2}{12} = \frac{13}{12}$$

9.2

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) =$$

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} : \left(\frac{3 + 4}{12}\right) = \frac{1}{2} : \frac{7}{12} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

9.3.

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) =$$

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) = \left(\frac{5-3}{3}\right) \cdot \left(\frac{7-4}{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

9.4.

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3+2}{4}\right) : \left(\frac{10+1}{6}\right) = \frac{5}{4} : \frac{11}{6} = \frac{30}{44} = \frac{15}{22}$$

3. NÚMEROS DECIMALES

Números Decimales

Un **número decimal** es una forma de expresar fracciones mediante un **punto decimal** (o coma decimal en algunos países) que separa la parte entera de la parte fraccionaria. Los dígitos que siguen al punto decimal representan fracciones de la unidad, tales como **décimas**, **centésimas**, **milésimas**, y así sucesivamente. Esta notación permite una representación precisa de cantidades menores que uno.

En el número **876.573**, distinguimos las dos partes:

- ✔ **Parte entera:** 876
- ✔ **Parte decimal:** .573

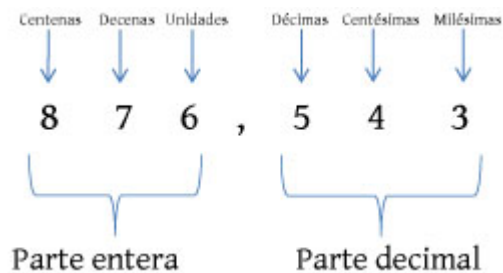
Desglose por órdenes decimales:

1. **Parte entera:** 876
 - ✔ Esto representa las **unidades completas** del número.
2. **Parte decimal:** .573
 - ✔ **5** está en la posición de las **décimas**, lo que equivale a $\frac{5}{10}$.
 - ✔ **7** está en la posición de las **centésimas**, lo que equivale a $\frac{7}{100}$.
 - ✔ **3** está en la posición de las **milésimas**, lo que equivale a $\frac{3}{1000}$.

Descomposición del número:

$$876.573 = 876 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000}$$

Esta representación muestra cómo se descompone el número decimal en una suma de su parte entera y sus fracciones decimales.



Ana José García Tejas. *Partes de los números decimales*

Las fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros se llaman **fracciones decimales**.

- ✓ Si el denominador es diez, la fracción se lee nombrando el numerador seguido de la palabra **décimos** o **décimas**.

➡ Ejemplo: $\frac{3}{10}$ se lee: tres décimos.

- ✓ Si el denominador es cien, la fracción se lee nombrando el numerador seguido de la palabra **centésimos** o **centésimas**.

➡ Ejemplo: $\frac{7}{100}$ se lee: siete centésimas.



Autoevaluación

En un número decimal, las décimas están situadas a la derecha del punto decimal y son las primeras cifras después del punto.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

En un número decimal, las décimas son las primeras cifras a la derecha del punto decimal. Por ejemplo, en el número 3.7, el 7 representa las décimas.

El número decimal 0.25 se puede escribir como la fracción $\frac{25}{100}$, y se lee "veinticinco centésimos".

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El número decimal 0.25 es equivalente a la fracción $\frac{25}{100}$, y se lee "veinticinco centésimos". Esto se debe a que el denominador de la fracción es 100, indicando centésimos.

Un número decimal que tiene un punto decimal pero no tiene cifras después del punto es equivalente a una fracción con denominador 10.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Un número decimal sin cifras después del punto decimal, como 4.0, es equivalente a una fracción con denominador 1, no 10. La fracción correspondiente a 4.0 es $\frac{4}{1}$.

El número decimal 0.008 se puede escribir como la fracción $\frac{8}{1000}$, y se lee "ocho milésimos".

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El número decimal 0.008 es equivalente a la fracción $\frac{8}{1000}$, y se lee "ocho milésimos" porque el denominador de la fracción es 1000, lo que indica milésimos.

La fracción $\frac{3}{10}$ se representa en decimal como 0.03.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La fracción $\frac{3}{10}$ se representa en decimal como 0.3, no 0.03. La cifra 0.03 corresponde a $\frac{3}{100}$, que es una fracción con denominador 100.

3.1. Relación entre fracciones y decimales

Las **fracciones** y los **decimales** son dos maneras distintas de representar **números racionales**, que son números que pueden expresarse como el cociente de dos enteros. A pesar de su diferencia en forma, **fracciones** y **decimales** están íntimamente relacionados y pueden convertirse entre sí. Por ejemplo, la fracción $\frac{1}{4}$ es equivalente al decimal **0.25**, y viceversa, **0.75** puede representarse como la fracción $\frac{3}{4}$.

Aquí te explico cómo se relacionan:

1. Fracciones a Decimales

Para convertir una fracción a un decimal, simplemente divides el numerador (el número superior) entre el denominador (el número inferior). Por ejemplo:

✓ **Fracción:** $\frac{3}{4}$

✓ **Conversión a decimal:** Divides 3 entre 4, lo que resulta en 0.75.

Algunas fracciones tienen un decimal finito (como $\frac{1}{4} = 0.25$), mientras que otras tienen un decimal infinito. Por ejemplo, $\frac{1}{3}$ se convierte en 0.333..., que es un decimal periódico.

2. Decimales a Fracciones

Para convertir un decimal a una fracción, sigues estos pasos:

1. **Escribe el decimal como una fracción con el denominador como una potencia de 10.** Por ejemplo, 0.75 puede escribirse como $\frac{75}{100}$.
2. **Simplifica la fracción.** Divide el numerador y el denominador por su máximo común divisor. En el caso de $\frac{75}{100}$, ambos se pueden dividir por 25, lo que resulta en $\frac{3}{4}$.

Para los decimales periódicos, el proceso es un poco más complejo, pero esencialmente se utiliza un sistema de ecuaciones para encontrar una fracción equivalente.

3. Conversión entre Fracciones y Decimales Periódicos

Algunos decimales tienen una parte que se repite indefinidamente, conocida como decimal periódico. Por ejemplo, 0.666... es un decimal periódico que representa $\frac{2}{3}$.

Para convertir un decimal periódico a una fracción, se puede usar un método algebraico donde se asigna una variable al decimal, se multiplica por 10 (o 100, 1000, etc., según la longitud del período), y se restan las ecuaciones resultantes para resolver la fracción.

Ejemplos Prácticos:

✓ **Fracción a Decimal:** $\frac{7}{8} = 7 \div 8 = 0.875$

✓ **Decimal a Fracción:** 0.4 puede escribirse como $\frac{4}{10}$ y simplificarse a $\frac{2}{5}$.

Relación entre fracciones y decimales: Ejemplo con 56.247

Los **números decimales** y las **fracciones** son dos formas diferentes de expresar el mismo concepto matemático: un número racional. Los decimales se pueden convertir en fracciones, y viceversa. Esta conversión es útil en muchas áreas de las matemáticas.

Ejemplo: Número decimal 56.247

Para convertir el número decimal **56.247** en fracción, seguimos los siguientes pasos:

1. **Separar la parte entera** y la parte decimal:

- La parte entera es **56**.
- La parte decimal es **.247**.

2. **Expresar la parte decimal como fracción:**

- **0.247** puede interpretarse como $\frac{247}{1000}$, porque 247 está en la posición de las **milésimas** (es decir, el número tiene tres dígitos después del punto decimal).

3. **Sumar la parte entera y la parte fraccionaria:**

- El número **56.247** se puede escribir como:

$$56.247 = 56 + \frac{247}{1000}$$

4. **Convertir todo en una fracción:** Para expresar el número decimal completo como una sola fracción, convertimos la parte entera a una fracción con denominador 1000:

$$56 = \frac{56 \times 1000}{1000} = \frac{56000}{1000}$$

Ahora sumamos ambas fracciones:

$$\frac{56000}{1000} + \frac{247}{1000} = \frac{56000 + 247}{1000} = \frac{56247}{1000}$$

Entonces, **56.247** en forma de fracción es:

$$\frac{56247}{1000}$$

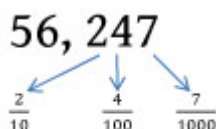


Imagen N° 7. Correspondencia de número decimal a fracción. Autor: Ana José García Tejas



Autoevaluación

Para convertir la fracción $\frac{3}{4}$ a decimal, se divide el numerador por el denominador, obteniendo 0.75.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La conversión de la fracción $\frac{3}{4}$ a decimal se realiza dividiendo 3 entre 4, lo que da como resultado 0.75. Esto demuestra que la fracción y el decimal representan el mismo valor numérico.

La fracción $\frac{1}{3}$ se convierte en un decimal finito, específicamente 0.333.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La fracción $\frac{1}{3}$ se convierte en un decimal periódico, que se representa como 0.333..., donde el 3 se repite infinitamente. Esto es diferente de un decimal finito.

Para convertir un decimal como 0.75 a una fracción, puedes escribirlo como $\frac{75}{100}$ y luego simplificarlo a $\frac{3}{4}$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Convertir el decimal 0.75 a una fracción implica escribirlo como $\frac{75}{100}$, y luego simplificarlo dividiendo el numerador y el denominador por su máximo común divisor (25 en este caso), resultando en $\frac{3}{4}$.

Un decimal periódico como 0.666... siempre se convierte a la fracción $\frac{2}{3}$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El decimal periódico 0.666... (donde el 6 se repite infinitamente) se convierte a la fracción $\frac{2}{3}$. Este es un ejemplo clásico de cómo un decimal periódico puede representarse como una fracción.

La conversión de un decimal periódico a una fracción es un proceso simple que no requiere métodos algebraicos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Convertir un decimal periódico a una fracción a menudo requiere un proceso algebraico para encontrar la fracción equivalente. Este proceso puede involucrar asignar una variable al decimal, multiplicar por una potencia de 10 y restar las ecuaciones para resolver la fracción.

Relación entre fracciones y decimales:

Este ejemplo muestra que cualquier **número decimal** puede expresarse como una **fracción**. En este caso, el número decimal **56.247** corresponde a la fracción $\frac{56247}{1000}$.

De manera general, cuando tenemos un decimal con n cifras decimales, podemos escribirlo como una fracción cuyo denominador es 10^n (diez elevado al número de cifras decimales). Luego, la fracción puede simplificarse si es necesario.

Resumen:

- ✔ **Decimales y fracciones** son dos maneras de representar números racionales.
- ✔ Para convertir un número decimal a fracción, identificamos cuántas cifras decimales tiene el número y usamos una potencia de 10 como denominador.

3.1.1. ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?

Para convertir una fracción en decimal, se escribe el numerador y se separa con una coma decimal. Luego, se añaden tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador. Por ejemplo, para la fracción $\frac{3}{100}$, se coloca **3** y se añaden dos cifras decimales (porque el denominador tiene dos ceros), resultando en **0,03**.

Ejemplos: $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{32}{10} = 3,2$; $\frac{413}{1000} = 0,413$

La coma se puede colocar abajo o arriba; es decir, la podrás ver así 5,6 y así 5'6.

Para leer un número decimal se dice primero la parte entera, seguida de la palabra “unidades” o “enteros” y después se lee la parte decimal acabando con el nombre del lugar que corresponde a la última cifra decimal.

Ejemplos

45,23 → cuarenta y cinco unidades y veintitrés centésimas

0,078 → setenta y ocho milésimas

3,0542 → tres unidades y quinientas cuarenta y dos diezmilésimas

Ana José García Tejas. *Lectura de decimales*

Si quieres escribir cualquier número decimal, por ejemplo 58 milésimas, tienes que colocar el 8 en el lugar de las milésimas. Por lo tanto el 5 estará en el lugar de las centésimas. Deberás colocar 0 en el lugar de las décimas y otro 0 en el de las unidades. Es decir, quedará así: 0,058.

Si añadimos ceros a la derecha de un número decimal su valor no varía.

Por tanto, $3,45 = 3,450 = 3,45000$



Rellenar huecos

10.- Escribe cómo se leen estos números:

a) 3,82 = *unidades* *centésimas*

b) 5,1 = *unidades*, *décima*

c) 4,356 = *unidades*,
 milésimas

d) 0,03 = *centésimas*

Enviar

3.1.2. ¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?

Para convertir una **fracción ordinaria** en un **número decimal**, simplemente se **divide el numerador entre el denominador**.

Ejemplo
Convertir $\frac{9}{4}$ **en**
decimal

1. Dividimos 9 entre 4:

$$9 \div 4 = 2.25$$

Por lo tanto, la fracción $\frac{9}{4}$ en forma decimal es **2.25**.

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 4} \\ 1 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 4} \\ 10 2,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 4} \\ 10 2,25 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

Como la división no es exacta, ponemos una coma en el cociente y añadimos un cero al resto y continuamos dividiendo

y continuamos dividiendo añadiendo otro cero al resto.

Como el resto es 0 ya no continuamos la división

Ejemplo 2: Convertir $\frac{60}{22}$ en decimal

1. Dividimos 60 entre 22:

$$60 \div 22 = 2.7272...$$

Este es un **número decimal periódico**, donde la parte decimal **27** se repite indefinidamente. Entonces, la fracción $\frac{60}{22}$ en forma decimal es aproximadamente **2.7272...** o, de manera más precisa, $2.\overline{27}$ (el símbolo de barra indica que 27 se repite)

Resumen:

- ✓ Para convertir una fracción en decimal, **dividimos el numerador por el denominador**.
- ✓ $\frac{9}{4} = 2.25$
- ✓ $\frac{60}{22} = 2.7272...$ (decimal periódico).

Puede ocurrir que al escribir una fracción en forma decimal no se obtenga nunca resto cero en la división, es decir, no se obtenga un decimal exacto. Esto por ejemplo ocurre al calcular el número

decimal que corresponde a la fracción $\frac{60}{22}$.

$$\begin{array}{r}
 60 \overline{) 22} \\
 160 2 7272 \\
 \underline{060} \\
 160 \\
 \underline{060} \\
 16
 \end{array}$$

Ana José García Tejas.
División inexacta

El cociente es 2,7272.... es decir, un número decimal con infinitas cifras decimales que se repiten indefinidamente. A este número se le llama **decimal periódico**. Y al conjunto de cifras que se repiten se le llama **periodo**.

Este número se puede expresar así $2,\overline{72}$ ó en lugar de una línea un arco en la cifra que se repite de forma indefinida.

Cuando en un número decimal el período empieza justo detrás de la coma, se dice que el decimal es **periódico puro**. Si entre la coma y el periodo hay varias cifras decimales, el decimal se llama **periódico mixto**. A las cifras que hay antes del periodo se llama **anteperiodo**.



c) $\frac{8}{30}$

=

d) $\frac{82}{11}$

=

e) $\frac{56}{35}$

=

3.1.3. Cálculo de fracciones generatrices

Un número decimal puede convertirse en una fracción, conocida como **fracción generatriz**. Esta fracción representa al número decimal en su forma de cociente de dos enteros. Por ejemplo, el número decimal **0,75** se puede expresar como la fracción **75/100**, que se simplifica a **3/4**.

La fracción generatriz de un **decimal exacto** es una fracción que tiene por numerador el número sin coma, y por denominador se pone la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal.

Ejemplos:

$$4,3 = \frac{43}{10};$$

$$0,58 = \frac{58}{100};$$

$$3,745 = \frac{3745}{1000};$$

La fracción generatriz de un **decimal periódico puro** es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma y periodo, menos el número formado por las cifras anteriores a la coma o parte entera del número decimal. Por denominador tiene tantos nueves como cifras hay en el periodo.

Ejemplos:

$$3,\overline{16} = \frac{316-3}{99} = \frac{313}{99}$$

$$0,\overline{2345} = \frac{2345-0}{9999} = \frac{2345}{9999}$$



Conocimiento previo

Los decimales periódicos mixtos lógicamente también se pueden escribir en forma de fracción, ésta tendrá como numerador el propio número escrito sin los signos coma y periodo, menos el número entero con las cifras no periódicas. Por denominador tiene tantos ceros como números periódicos seguida de tantos 0 como parte decimal no periódica.

Ejemplo: $7,4\overline{31} = \frac{7431-74}{990}$



Rellenar huecos

Ejercicio 12

Escribe las fracciones generatrices de estos números decimales:

a) 5,1 = Numerador = ; Denominador =

b) 0,002 = Numerador = ; Denominador =

c) 0,555 = Numerador = ; Denominador =

d) 2,353535 = Numerador = ; Denominador =

Enviar

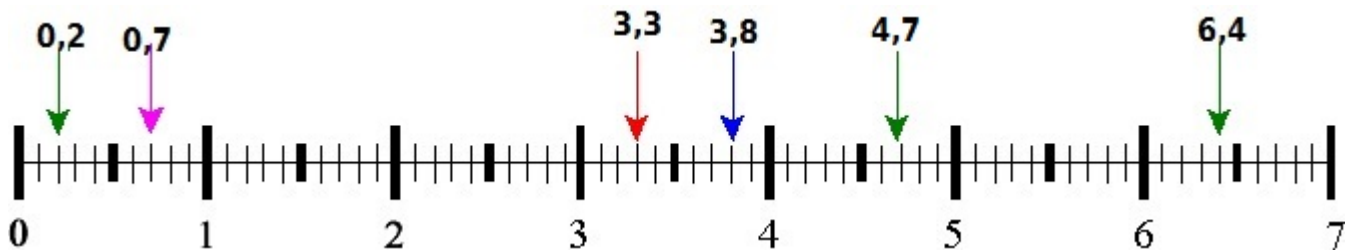
3.2. Ordenación y representación de números decimales

Para comparar números decimales y determinar cuál es mayor, se sigue un procedimiento específico que involucra la comparación cifra por cifra. Aquí te lo explico de manera más clara:

1. **Parte Entera:** Primero, compara las partes enteras de los números. El número con la parte entera mayor es el mayor.
2. **Parte Decimal:** Si las partes enteras son iguales, compara las cifras decimales comenzando por la primera cifra después del punto decimal (las décimas). El número con la cifra decimal más alta en la primera posición es mayor.
3. **Comparación Continua:** Si las cifras en la posición de las décimas son iguales, compara las cifras en la siguiente posición (centésimas), y así sucesivamente.
4. **Posición en la Recta Numérica:** En la recta numérica, un número decimal es mayor que otro si se encuentra más a la derecha. Por lo tanto, el número con el valor más alto estará más a la derecha en la representación gráfica.

Este método asegura que los números decimales sean ordenados de manera precisa y coherente.

Ejemplo:



Ana José García. Representación números decimale



Autoevaluación

¿Cuál de los siguientes números decimales es mayor?

- ☐ 3.142
- ☐ 3.12
- ☐ 3.14
- ☐ 3.13

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Para determinar cuál número decimal es mayor, comparamos primero la parte entera (en este caso, todos los números tienen la misma parte entera, que es 3). Luego, comparamos las décimas: 3.142 tiene 1, 3.12 tiene 1, 3.14 tiene 1, y 3.13 tiene 1. Finalmente, comparamos las centésimas: 3.142 tiene 4, 3.12 tiene 2, 3.14 tiene 4, y 3.13 tiene 3. Por lo tanto, 3.14 es el mayor.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál de estos números es el menor?

- ☐ 2.305
- ☐ 2.31
- ☐ 2.302
- ☐ 2.30

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Comenzamos comparando la parte entera (todos son 2). Luego comparamos las décimas: 2.305 tiene 3, 2.31 tiene 3, 2.302 tiene 3, y 2.30

tiene 3. Finalmente, comparamos las centésimas: 2.305 tiene 0, 2.31 tiene 1, 2.302 tiene 0, y 2.30 tiene 0. La diferencia está en las milésimas: 2.305 tiene 5, 2.31 tiene 0, 2.302 tiene 2, y 2.30 tiene 0. Por lo tanto, 2.302 es el menor.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál de los siguientes números es mayor que 4.045 pero menor que 4.05?

- ☐ 4.046
- ☐ 4.051
- ☐ 4.04
- ☐ 4.049

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Para encontrar el número decimal que sea mayor que 4.045 pero menor que 4.05, comparamos cada opción. 4.046 es mayor que 4.045 pero también mayor que 4.05. 4.051 es mayor que 4.05. 4.04 es menor que 4.045. Por lo tanto, el número que cumple la condición es 4.049

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Opción correcta

¿Qué número decimal es menor que 5.6?

- ☐ 5.60
- ☐ 5.605
- ☐ 5.59
- ☐ 5.600

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Comparamos cada opción con 5.6. 5.60 es igual a 5.6, 5.605 es mayor que 5.6, y 5.600 es igual a 5.6. El único número que es menor que 5.6 es 5.59.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál de los siguientes números es mayor que 7.456 pero menor que 7.46?

- ☐ 7.455
- ☐ 7.457
- ☐ 7.459
- ☐ 7.458

Incorrecto

Correcto. Para encontrar el número decimal que es mayor que 7.456 pero menor que 7.46, comparamos cada opción. 7.455 es menor que 7.456. 7.457 es mayor que 7.456 y menor que 7.46. 7.459 y 7.458 son mayores que 7.46. Por lo tanto, el número que cumple la condición es 7.457.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

3.3. Operaciones con decimales

Las operaciones con números decimales son bastante similares a las que realizamos con números naturales, pero es crucial prestar atención especial a la coma decimal para asegurar resultados precisos. Aquí tienes algunos puntos clave a tener en cuenta:

- ✔ **Alineación de la Coma Decimal:** En operaciones como la suma y la resta, asegúrate de alinear las comas decimales antes de realizar los cálculos. Esto garantiza que los dígitos se sumen o resten en las posiciones correctas.
- ✔ **Precisión en la Multiplicación:** Cuando multiplicas números decimales, cuenta el total de cifras decimales en los factores para colocar la coma decimal en el resultado. La posición de la coma en el producto debe reflejar la suma de las cifras decimales de los factores.
- ✔ **Precisión en la División:** En la división, es importante colocar la coma decimal en el cociente de manera que refleje correctamente la posición en el divisor y el dividendo. Si el resultado no es exacto, redondea de acuerdo con el número de cifras decimales necesarias.

Estas precauciones aseguran que las operaciones con números decimales se realicen de manera correcta y que los resultados sean precisos.

A continuación, se explican detalladamente las operaciones básicas con decimales: suma, resta, multiplicación y división.

1. Suma de Decimales

Para sumar números decimales, se deben alinear los números de modo que las comas decimales queden una debajo de la otra. Luego, se realiza la suma como se hace con números naturales y finalmente se coloca la coma decimal en el resultado en la misma posición que en los sumandos.

Ejemplo: $23.56 + 7.384$

- ✔ Alineamos los números:

$$\begin{array}{r} 23.560 \\ +7.384 \\ \hline \end{array}$$

- ✔ Sumamos:

$$\begin{array}{r} 23.560 \\ +7.384 \\ \hline 30.944 \end{array}$$

El resultado es 30.944.

2. Resta de Decimales

Para restar números decimales, se alinean las comas decimales y se resta como se hace con números naturales. Si es necesario, se agregan ceros a la derecha del número con menos decimales para facilitar la resta.

Ejemplo: $18.45 - 6.728$

- ✓ Alineamos los números:

$$\begin{array}{r} 18.450 \\ -6.728 \\ \hline \end{array}$$

- ✓ Restamos:

$$\begin{array}{r} 18.450 \\ -6.728 \\ \hline 11.722 \end{array}$$

El resultado es 11.722.

3. Multiplicación de Decimales

Para multiplicar números decimales, se multiplican los números como si fueran naturales, ignorando temporalmente las comas decimales. Luego, se cuenta el total de cifras decimales en ambos factores y se coloca la coma decimal en el producto final, de modo que tenga el mismo número total de cifras decimales.

Ejemplo: 3.4×2.56

- ✓ Multiplicamos como números naturales:

$$34 \times 256 = 8704$$

- ✓ Contamos las cifras decimales totales: 3.43.4 tiene 1 decimal y 2.562.56 tiene 2 decimales, sumando un total de 3 cifras decimales.

- ✓ Colocamos la coma decimal:

$$8.704$$

El resultado es 8.704.

4. División de Decimales

Para dividir números decimales, se convierte el divisor en un número natural multiplicando por una potencia de 10 y se realiza la misma multiplicación con el dividendo. Luego, se efectúa la división como se hace con números naturales y se coloca la coma decimal en el resultado.

Ejemplo: $12.56 \div 3.2$

- ✓ Convertimos el divisor en un número natural multiplicando por 10:

$$3.2 \times 10 = 32$$

- ✓ Multiplicamos el dividendo por la misma potencia de 10:

$$12.56 \times 10 = 125.6$$

- ✓ Dividimos como números naturales:

$$125.6 \div 32 \approx 3.925$$

El resultado es aproximadamente 3.925.

Resumen

1. **Suma y resta:** Alinear las comas decimales y sumar/restar como números naturales. Colocar la coma decimal en el resultado en la misma posición.
2. **Multiplicación:** Multiplicar como números naturales. Contar y sumar las posiciones decimales de los factores para colocar la coma en el producto.
3. **División:** Convertir el divisor en entero moviendo la coma decimal. Mover la coma del dividendo el mismo número de posiciones. Dividir como números enteros y colocar la coma decimal en el resultado.

Las operaciones con números decimales son similares a las operaciones con números naturales con la particularidad de la coma decimal. En los siguientes apartados aprenderás a colocar la coma decimal en los resultados de las distintas operaciones.



Conocimiento previo

La idea del uso de la coma o el punto para los números decimales se atribuye a matemáticos como Giovanni Magini o John Napier, a finales del SXVI. En 1668, Leibnitz, propuso usar el punto como signo de multiplicación, la coma quedó para separar la parte decimal del número. Pero en Inglaterra, se siguió utilizando el símbolo x para la multiplicación y el punto para separar los decimales. En el mundo digital, el punto ha ganado a la coma para separar los decimales.

3.3.1. Suma y resta de números decimales

Suma y resta de números decimales

Para sumar o restar números decimales, seguimos un procedimiento sencillo que asegura que los números estén alineados correctamente para obtener el resultado adecuado.

Pasos para sumar o restar números decimales:

1. **Alineación por la coma decimal:** Coloca los números uno debajo del otro, asegurándote de que las comas decimales estén perfectamente alineadas.
2. **Igualar el número de cifras decimales:** Si uno de los números tiene menos cifras decimales que el otro, añade ceros al final de la parte decimal para que ambos números tengan la misma cantidad de decimales.
3. **Realizar la operación:** Suma o resta los números como lo harías normalmente, asegurándote de mantener la coma decimal en su lugar, alineada con los números.

Ejemplo 1: Suma de decimales $37.265 + 17.3$

1. **Alineamos por la coma decimal:**

$$\begin{array}{r} 37.265 \\ +17.300 \end{array}$$

Añadimos un cero al final de **17.3** para que ambos números tengan el mismo número de cifras decimales.

2. **Realizamos la suma:**

$$\begin{array}{r} 37.265 \\ +17.300 \\ \hline 54.565 \end{array}$$

Resultado: $37.265 + 17.3 = 54.565$

Ejemplo 2: Resta de decimales $50.75 - 13.487$

1. **Alineamos por la coma decimal:**

$$\begin{array}{r} 50.750 \\ -13.487 \\ \hline \end{array}$$

Añadimos un cero al final de **50.75** para igualar las cifras decimales.

2. Realizamos la resta:

$$\begin{array}{r} 50.750 \\ -13.487 \\ \hline 37.263 \end{array}$$

Resultado: $50.75 - 13.487 = 37.263$

Resumen:

Para sumar o restar números decimales:

1. Alinea los números por la coma decimal.
2. Añade ceros si es necesario para que ambos números tengan el mismo número de cifras decimales.
3. Realiza la operación manteniendo la coma decimal en su posición correcta.

Este procedimiento asegura que la suma o resta de números decimales sea precisa y clara.



Rellenar huecos

Ejercicio 13

Complete realizando las operaciones que se indican:

a) $57,28 + 35,2 + 4,257 =$

b) $15,75 - 3,251 =$

c) $9,35 + 35,1 - 3,2 =$

Enviar

3.3.2. Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros

Para multiplicar un número decimal por una potencia de 10 (es decir, por 10, 100, 1000, etc.), desplaza la coma decimal hacia la derecha tantas posiciones como ceros tenga la potencia de 10. Si no hay suficientes espacios a la derecha del número, añade ceros para completar el desplazamiento.

Por ejemplo:

✔ **Multiplicar por 10:** Desplaza la coma decimal una posición a la derecha.

Ejemplo: $3.45 \times 10 = 34.5$

✔ **Multiplicar por 100:** Desplaza la coma decimal dos posiciones a la derecha.

Ejemplo: $3.45 \times 100 = 345$

✔ **Multiplicar por 1000:** Desplaza la coma decimal tres posiciones a la derecha. Si no hay suficientes lugares, añade ceros a la derecha del número.

Ejemplo: $3.45 \times 1000 = 3450$

Este método asegura que el resultado sea el correcto al ajustar la escala del número decimal según la potencia de 10 utilizada.

Ejemplos:

$$0,32 \times 10 = 3,2;$$

$$3,68 \times 100 = 368;$$

$$2,6 \times 1000 = 2600$$



Rellenar huecos

14.- Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a) $15,56 \times 10000 =$

b) $13,89 \times 100 =$

c) $0,567 \times 10 =$

d) $52,57 \times 1000 =$

e) $32,2 \times 10 =$

Enviar

3.3.3. Multiplicación de números decimales

Para multiplicar dos números decimales, sigue estos pasos:

1. **Alinea los números:** Coloca los números decimales uno debajo del otro, alineados a la derecha, ignorando temporalmente las comas decimales.
2. **Multiplica como números enteros:** Realiza la multiplicación de los números decimales como si fueran números naturales, es decir, sin considerar los puntos decimales en esta etapa.
3. **Cuenta las cifras decimales:** Suma el número de cifras decimales de ambos factores. Esta suma te indica cuántas posiciones hacia la derecha debe colocarse la coma decimal en el resultado.
4. **Coloca la coma decimal:** En el resultado de la multiplicación, coloca la coma decimal contando desde la derecha el total de posiciones determinadas en el paso anterior.

Ejemplo: Multiplicación de 325,5 y 5,34

1. Alinea los números:

```
325.5
x 5.34
```

2. Multiplica como números enteros:

```
3255
x 534
-----
9765 (3255 x 4)
9750 (3255 x 30)
16275 (3255 x 500)
-----
1738870
```

3. Suma el número de cifras decimales: 325,5 tiene 1 cifra decimal y 5,34 tiene 2 cifras decimales. En total, hay 3 cifras decimales.

4. Coloca la coma decimal en el resultado:

1738870 → 1738.870

Por lo tanto, $325.5 \times 5.34 = 1738.87$

Ejemplo: Vamos a multiplicar 325,5 x 5,34

$$\begin{array}{r}
 325,5 \\
 \times 5,34 \\
 \hline
 13020 \\
 9765 \\
 16275 \\
 \hline
 1738,170
 \end{array}$$

325,5 → Un decimal
 x 5,34 → Dos decimales
 1738,170 → Tres decimales

Ana José García . Multiplicación decimal



Rellenar huecos

15.- Hemos comprado 32,5 l de leche a 0,92 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

· = €

Enviar



Rellenar huecos

16.- Realiza:

a) $15,3 \cdot 12,71 =$

b) $7,67 \cdot 6,832 =$

c) $6 \cdot 9,876 =$

Enviar

3.3.4. División de un número decimal por la unidad seguida de ceros.

Para dividir un número decimal por una potencia de diez (es decir, una unidad seguida de ceros), desplazamos la coma decimal hacia la izquierda tantos lugares como ceros tenga la potencia de diez. Si el número de cifras a la izquierda de la coma no es suficiente, añadimos ceros a la izquierda del número.

Ejemplo: Dividir 56.78 entre 100

1. **Identifica la potencia de diez:** En este caso, es 100, que tiene 2 ceros.

2. **Desplaza la coma decimal:** Mueve la coma hacia la izquierda 2 posiciones.

✔ 56.78 se convierte en 0.5678 después de desplazar la coma 2 lugares hacia la izquierda.

Resultado: $\frac{56.78}{100} = 0.5678$

Ejemplos:

$$36 : 10 = 3,6; \quad 27 : 1000 = 0,027; \quad 4,5 : 1000 = 0,0045$$



Rellenar huecos

17.- Realiza las siguientes divisiones:

a) $36,38 : 10 =$

b) $1205 : 1000 =$

c) $72,81 : 10 =$

d) $1398,3 : 100 =$

e) $45,6587 : 1000 =$

Enviar

3.3.5. División de un número decimal entre un número natural

Para dividir un número decimal entre un número natural, sigue estos pasos:

1. **Divide la parte entera** del número decimal entre el número natural, como si fuera una división de números enteros.
2. **Coloca la coma decimal** en el cociente en la posición correspondiente.
3. **Continúa dividiendo la parte decimal** del número, añadiendo ceros si es necesario, hasta obtener el cociente completo.

Ejemplo: Dividir 125.75 entre 4.

1. Divide 125 entre 4, lo que da 31 con un residuo de 1.
2. Coloca la coma decimal en el cociente (31.00).
3. Baja el 7 de la parte decimal y divide 17 entre 4, lo que da 4 con un residuo de 1.
4. Baja el 5, convirtiendo el residuo en 15. Divide 15 entre 4, lo que da 3.

Resultado: $\frac{125.75}{4} = 31.4375$

Ejemplos:

Ejemplo 1: 56,15 entre 5:

Para dividir un número decimal entre un número natural, sigamos los pasos para el ejemplo de dividir **56,15** entre **5**:

Paso 1: Coloca el problema de división.

$$56,15 \div 5$$

Paso 2: Divide como si fuera un número entero.

Ignoramos temporalmente el punto decimal y hacemos la división como si fuera 5615 entre 5.

1. **5** cabe en **56** un total de **11** veces.

$$56 \div 5 = 11 \quad (\text{sobran } 1, \text{ que se baja al siguiente dígito})$$

2. **5** cabe en **11** dos veces (quedando un resto de 1).

$$11 \div 5 = 2 \quad (\text{sobran } 1, \text{ que se baja al siguiente dígito})$$

3. **5** cabe en **15** exactamente tres veces.

$$15 \div 5 = 3$$

Paso 3: Coloca el punto decimal.

El punto decimal en el cociente debe colocarse directamente arriba de donde estaba en el número decimal original.

Por lo tanto, la división queda así:

$$56,15 \div 5 = 11,23$$

Resultado Final:

$$56,15 \div 5 = 11,23$$

Este es el resultado de dividir el número decimal **56,15** entre el número natural **5**.

Ejemplo 2: 56,15 entre 26

Para dividir el número decimal **56,15** entre el número natural **26**, sigamos los pasos detalladamente:

Paso 1: Coloca el problema de división.

$$56,15 \div 26$$

Paso 2: Divide como si fuera un número entero.

Ignoramos temporalmente el punto decimal y realizamos la división de **5615** entre **26**.

1. **26** cabe en **56** un total de **2** veces.

$$56 \div 26 = 2 \quad (\text{con un resto de } 4, \text{ que se baja al siguiente dígito})$$

2. Bajamos el **1** del siguiente dígito y formamos **41**. **26** cabe en **41** una vez.

$$41 \div 26 = 1 \quad (\text{con un resto de } 15, \text{ que se baja al siguiente dígito})$$

3. Bajamos el **5** del siguiente dígito y formamos **155**. **26** cabe en **155** un total de **5** veces.

$$155 \div 26 = 5 \quad (\text{con un resto de } 25)$$

Paso 3: Coloca el punto decimal.

El punto decimal en el cociente debe colocarse directamente arriba de donde estaba en el número decimal original, es decir, después de dos posiciones.

Por lo tanto, el cociente es:

$$56,15 \div 26 = 2,155$$

Resultado Final:

$$56,15 \div 26 = 2,155$$

Este es el resultado de dividir el número decimal **56,15** entre el número natural **26**.

$$\begin{array}{r} 56,15 \\ 26 \overline{) 56,15} \\ \underline{52} \\ 41 \\ \underline{26} \\ 155 \\ \underline{130} \\ 25 \\ \underline{234} \\ 21 \end{array}$$

Ana José García. División de número decimal entre número entero



Rellenar huecos

18.- Realiza las siguientes divisiones:

a) $61,7 : 15 =$

b) $43,9 : 32 =$

c) $57,5 : 35 =$

d) $2,4 : 7 =$

Enviar

3.3.6. División de dos números decimales

Para dividir dos números decimales, sigue estos pasos:

1. **Elimina los decimales del divisor:** Mueve la coma decimal del divisor hacia la derecha hasta convertirlo en un número entero.
2. **Ajusta el dividendo:** Desplaza la coma decimal del dividendo hacia la derecha el mismo número de lugares que moviste la coma del divisor. Si el dividendo no tiene suficientes cifras decimales, añade ceros a la derecha.
3. **Realiza la división:** Divide el número ajustado (dividendo) entre el número entero (divisor), como en una división normal.

Ejemplo: Dividir 6.75 entre 0.25.

1. **Ajusta el divisor:** Mueve la coma de 0.25 dos lugares a la derecha para obtener 25.
2. **Ajusta el dividendo:** Mueve la coma de 6.75 dos lugares a la derecha para obtener 675.
3. **Divide:** Divide 675 entre 25, que da 27.

Resultado: $\frac{6.75}{0.25} = 27$

Vamos a ver a continuación varios ejemplos del arreglo previo que hay que realizar en la división de dos números decimales:

The diagram illustrates the adjustment of a division problem. At the top, the numbers 3,528 and 28,4 are shown with a vertical line between them. Red arrows point down from the decimal points to the adjusted numbers 35,28 and 284. A yellow box on the right says "Quitamos la coma del divisor." and a yellow box at the bottom says "Desplazamos la coma del dividendo un lugar a la derecha".

En este otro caso no tenemos bastantes cifras en el dividendo, por lo que deberemos añadir algún cero:

The diagram illustrates the adjustment of a division problem where the dividend needs a zero added. At the top, the numbers 45,2 and 0,64 are shown with a vertical line between them. Red arrows point down from the decimal points to the adjusted numbers 45,20 and 64. A yellow box on the left says "Desplazamos la coma del dividendo dos lugares a la derecha. Como falta un lugar, añadimos un cero." and a yellow box on the right says "Quitamos la coma del divisor.".

Pero vamos a comenzar la primera de las divisiones por tratarse de un ejemplo singular.

$$\begin{array}{r} 3 \ 5, \ 2 \ 8 \overline{) 2 \ 8 \ 4} \\ \underline{0,} \end{array}$$

3	5,	2	8		2	8	4
0	6	8			0,	1	

3	5	2	8	2	8	4
0	6	8	8	0	1	2
	1	2	0			

Al no haber más cifras, hemos terminado la división.



a) $34,9 : 2,3 =$

b) $1,26 : 5,1 =$

€



Enviar

4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

A continuación, se presentan varios problemas que utilizan **números racionales** y **decimales** para su resolución. Estos ejemplos muestran cómo aplicar conceptos de fracciones y decimales en situaciones cotidianas.

Estrategias para la resolución de problemas matemáticos

PASO 1: Comprender el problema

Para resolver un problema, primero debes asegurarte de que lo entiendes completamente. Reflexiona sobre las siguientes preguntas:

- ✓ **¿Entiendo todo lo que dice el problema?:** Si hay alguna parte que no está clara, vuelve a leer el problema o pídele a alguien que te lo explique.
- ✓ **¿Puedo plantearlo con mis propias palabras?:** Reformular el problema te ayudará a clarificarlo.
- ✓ **¿Distingo cuáles son los datos?:** Identifica los valores y la información clave que te proporciona el problema.
- ✓ **¿Los datos que me proporcionan son suficientes para resolver el problema?:** Asegúrate de que no falta información y de que no hay datos irrelevantes.
- ✓ **¿Sé a qué quiero llegar?:** Define claramente el objetivo o la respuesta que buscas.
- ✓ **¿Este problema es similar a otros que haya resuelto antes?:** Si es así, podrías aplicar un enfoque o estrategia similar.

PASO 2: Hacer un plan para resolver el problema

Una vez que comprendas el problema, el siguiente paso es planificar cómo resolverlo. Algunas estrategias incluyen:

- ✓ **Representación gráfica:** Dibuja un diagrama, gráfico o esquema que te ayude a visualizar el problema. Esto puede ser útil para identificar las relaciones entre los datos y los pasos que debes seguir.

PASO 3: Traducir el plan en expresiones matemáticas

En este paso, deberás convertir la representación gráfica o las ideas de tu plan en **expresiones matemáticas**. Luego, realiza los cálculos necesarios:

- ✓ **Escribir ecuaciones:** Si el problema lo requiere, traduce los datos y relaciones en ecuaciones matemáticas.
- ✓ **Operaciones:** Ejecuta las operaciones matemáticas necesarias (suma, resta, multiplicación, división, etc.) para obtener el resultado.

PASO 4: Comprobar el resultado

Una vez que obtienes una solución, debes verificar que sea correcta:

- ✓ **¿Es esta la solución correcta?:** Vuelve a leer el problema y asegúrate de que la respuesta obtenida responde a la pregunta planteada.
- ✓ **¿Puedo demostrar que esta es la solución correcta?:** Intenta justificar tu respuesta con una explicación clara.
- ✓ **¿Hay alguna solución más sencilla?:** Considera si podrías haber resuelto el problema de una forma más eficiente.
- ✓ **¿Puedo emplear este mismo procedimiento en algún otro problema?:** Reflexiona sobre si el método que utilizaste podría aplicarse a problemas similares.

Ejemplo práctico:

Imaginemos que te dan el siguiente problema: *Juan tiene 180 €. Se gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad en una tienda. ¿Cuánto dinero le queda?*

✓ PASO 1: Comprender el problema:

- ◆ Datos: Juan tiene 180 € y gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad.
- ◆ Pregunta: ¿Cuánto dinero le queda?

✓ PASO 2: Hacer un plan:

- ◆ Primero, calculamos cuánto ha gastado ($\frac{3}{5}$ de 180 €).
- ◆ Luego, restamos lo que ha gastado de la cantidad total para saber cuánto le queda.

✓ **PASO 3: Traducir a expresiones matemáticas y realizar cálculos:**

$$\frac{3}{5} \times 180 = \frac{540}{5} = 108 \text{ €}$$

➡ Restamos lo que gastó de la cantidad inicial:

$$180 - 108 = 72 \text{ €}$$

✓ **PASO 4: Comprobar el resultado:**

➡ ¿Es coherente con el planteamiento? Sí, hemos calculado correctamente lo que gastó y lo que le queda. La respuesta es que a Juan le quedan **72 €**.

Ejemplo 1: Elena va de compras con 180 €. Se gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto le queda?

Solución:

1. Calculamos cuánto se gasta Elena:

$$\frac{3}{5} \times 180 = \frac{3 \times 180}{5} = \frac{540}{5} = 108 \text{ €}$$

2. Cantidad que le queda a Elena:

$$180 - 108 = 72 \text{ €}$$

Resultado: A Elena le quedan **72 €**.

Ejemplo 2: Dos automóviles A y B hacen un trayecto de 572 km. El automóvil A ha recorrido $\frac{5}{11}$ del trayecto, y el B ha recorrido $\frac{6}{13}$. ¿Cuál va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

Solución:

1. **Automóvil A:**

Calculamos cuánto ha recorrido el automóvil A:

$$\frac{5}{11} \times 572 = \frac{5 \times 572}{11} = \frac{2860}{11} \approx 260 \text{ km}$$

2. **Automóvil B:**

Calculamos cuánto ha recorrido el automóvil B:

$$\frac{6}{13} \times 572 = \frac{6 \times 572}{13} = \frac{3432}{13} \approx 264 \text{ km}$$

3. Comparación:

El automóvil B ha recorrido **264 km** y el automóvil A ha recorrido **260 km**, por lo tanto, el **automóvil B** va primero.

Resultado:

- ✓ El automóvil A ha recorrido **260 km**.
- ✓ El automóvil B ha recorrido **264 km** y va primero.

Ejemplo 3: Pedro tenía 24 años, que representan $\frac{2}{3}$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro ahora?

Solución:

1. Sea x la edad actual de Pedro. Sabemos que:

$$\frac{2}{3} \times x = 24$$

2. Despejamos x :

$$x = 24 \times \frac{3}{2} = 24 \times 1.5 = 36$$

Resultado: Pedro tiene **36 años**.

Ejemplo 4: De un depósito con agua se sacan 184.5 l, 128.75 l, y 84.5 l. Al final quedan 160 l. ¿Qué cantidad de agua había en el depósito originalmente?

Solución:

1. Sumamos la cantidad de agua que se ha sacado:

$$184.5 + 128.75 + 84.5 = 397.75 \text{ l}$$

2. Calculamos la cantidad original de agua sumando el agua que queda con la que se sacó:

$$160 + 397.75 = 557.75 \text{ l}$$

Resultado: El depósito originalmente contenía **557.75 litros** de agua.

Ejemplo 5: Eva sigue un régimen en el que no puede pasar de 600 calorías por comida. Ayer almorzó: 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso, y una manzana de 130 g. Las calorías por gramo son:

- ✓ Pan: 3.3 calorías
- ✓ Espárragos: 0.32 calorías
- ✓ Queso: 1.2 calorías
- ✓ Manzana: 0.52 calorías

¿Respetó Eva su régimen?

Solución:

1. Calculamos el total de calorías:

$$\begin{aligned}125 \times 3.3 &= 412.5 \text{ calorías} \quad (\text{pan}) \\140 \times 0.32 &= 44.8 \text{ calorías} \quad (\text{espárragos}) \\45 \times 1.2 &= 54 \text{ calorías} \quad (\text{queso}) \\130 \times 0.52 &= 67.6 \text{ calorías} \quad (\text{manzana})\end{aligned}$$

2. Sumamos las calorías:

$$412.5 + 44.8 + 54 + 67.6 = 578.9 \text{ calorías}$$

3. Comparación:

$$578.9 < 600$$

$$578.9 < 600$$

Eva ha consumido **578.9 calorías**, lo que es menos de las **600 calorías permitidas**.

Resultado: Eva **sí respetó** su régimen, ya que consumió menos de 600 calorías.

Tema 3: La célula, unidad fundamental de los seres vivos.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

Gracias al microscopio, se ha podido conocer la **estructura interna de los seres vivos**. A través de esta herramienta, se ha descubierto que todos los seres vivos están formados por unas unidades estructurales llamadas **células**. Estas células cumplen con las mismas funciones esenciales de los organismos: **nutrición, relación y reproducción**.

La célula es la unidad funcional y estructural de todo ser vivo. Es funcional porque lleva a cabo las tres funciones vitales mencionadas, y es estructural porque su límite está claramente definido por la membrana plasmática, lo que nos permite identificar dónde empieza y termina.

El término "**célula**" fue utilizado por primera vez por el científico inglés **Robert Hooke**. Al observar laminillas de corcho bajo el microscopio, Hooke notó unas pequeñas estructuras a las que llamó "celdillas", origen del nombre que hoy utilizamos para describir las células.



Dibujo de la estructura del corcho observado por Hooke al microscopio



Rellenar huecos

¿De dónde viene el nombre de célula?

Enviar

Celdilla

1. Características

El **tamaño** de las células, en su mayoría, es microscópico, variando entre 1 y 20 micras (1 micra = 0.000001 metros). Sin embargo, existen excepciones notables, como la **yema del huevo de avestruz** o algunas **neuronas**, que pueden alcanzar tamaños considerables, llegando incluso a sobrepasar el metro de longitud. Es importante destacar que el **tamaño de las células** no está relacionado con el tamaño del organismo; tanto organismos pequeños como grandes pueden tener células de tamaños similares.

En cuanto a la **forma**, esta es muy variada y suele adaptarse a la **función** que desempeñan en el organismo. Algunos ejemplos de la relación entre la forma y la función son:

- ✓ Las **células de la piel** son aplanadas para formar una barrera protectora.
- ✓ Las **células musculares** son alargadas para facilitar la contracción y el movimiento.
- ✓ Las **células de grasa** son redondas, lo que les permite almacenar energía de manera eficiente.

Estas diferencias estructurales permiten a las células cumplir de manera eficiente con sus funciones específicas dentro del organismo.

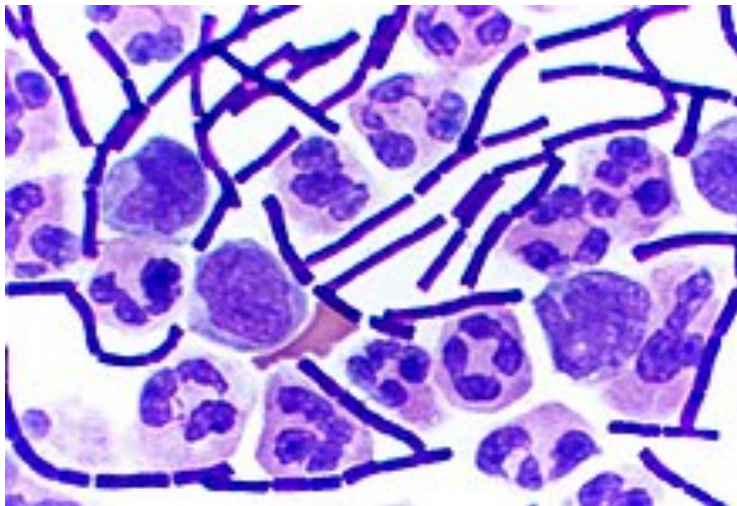


Imagen nº 2. Comparativa de los distintos tamaños de las células Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Microscopic_image_of_human_skin_cells.jpg) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público



Caso práctico

¿Tienen todas las células el mismo tamaño y forma?

SOLUCION

NO, suelen ser muy pequeñas, pero pueden ser tan grandes como el huevo de un avestruz y adoptar distintas formas según la función que

cumplan.

2. La Teoría Celular. Clasificación

La **Teoría Celular** establece que las células son la base de la vida, tanto en términos anatómicos como funcionales y genéticos. Los organismos pueden estar formados por una o muchas células, y estas células varían en su complejidad dependiendo de si son procariotas o eucariotas. La especialización celular en organismos pluricelulares permite la formación de tejidos y órganos que sustentan las funciones vitales de los seres vivos más complejos.

La Teoría Celular

Casi dos siglos después del descubrimiento de la célula por Robert Hooke, dos biólogos alemanes, **Matthias Schleiden** y **Theodor Schwann**, formularon la **Teoría Celular**, que se puede resumir en los siguientes principios fundamentales:

1. **Todos los seres vivos están formados por células.** Es decir, la célula es la unidad anatómica de la vida.
2. **Todas las células provienen de otras células preexistentes**, a través de la división celular.
3. **Las funciones vitales de los organismos ocurren dentro de las células** o en su entorno inmediato, lo que convierte a la célula en la unidad fisiológica de la vida.
4. **Cada célula contiene la información hereditaria** necesaria para su desarrollo y funcionamiento. Esta información genética se transmite de la célula madre a las células hijas, lo que convierte a la célula en la unidad genética de los seres vivos.

Clasificación de las Células

Aplicando la teoría celular, sabemos que todos los organismos están compuestos por células, pero estas pueden variar en función de su **estructura y complejidad**. Así, se distinguen dos tipos principales de células:

✔ Células procariotas:

Estas células son más simples y carecen de un núcleo definido. Su material genético no está protegido por una membrana y el citoplasma no está compartimentado. Ejemplo: bacterias y arqueas.

✔ Células eucariotas:

Estas células son más complejas, con su material genético contenido dentro de un núcleo rodeado por una membrana. Además, su citoplasma está compartimentado en diferentes orgánulos. Ejemplo: células animales, vegetales, hongos, y protistas.

Tipos de Organismos según el Número de Células

Los seres vivos pueden ser:

✔ Organismos unicelulares:

Son aquellos formados por una única célula que realiza todas las funciones vitales. Pueden

ser **procariotas** o **eucariotas**. Ejemplos de organismos unicelulares son las bacterias, las algas cianofíceas, los protozoos y algunas algas eucariotas. A veces, estos organismos forman **colonias** donde algunas células se especializan en funciones específicas, aunque cada célula mantiene la capacidad de sobrevivir de forma independiente.

✔ Organismos pluricelulares:

Estos organismos están formados por muchas células, todas ellas **eucariotas**. Todas las células de un organismo pluricelular provienen de una única célula inicial, y aunque todas contienen la misma información genética, no todas expresan los mismos genes. Las células están especializadas en funciones específicas y, por ello, no pueden sobrevivir de manera aislada. Estas células forman tejidos, que a su vez forman órganos y sistemas. Ejemplos de organismos pluricelulares son los animales (incluyendo a los seres humanos), las plantas, los hongos, y muchas algas eucariotas.



Imagen nº 4. Paramecio, ejemplo de organismo formado por una única célula. Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.



Caso práctico

Clasifica los seres vivos atendiendo a su complejidad en cuanto al número de células que los forman.

SOLUCION

Unicelulares formados por una sola célula y pluricelulares formados por muchas.

3. La célula procariota

Las **células procariotas** se caracterizan por no tener un núcleo definido que proteja su material genético. Los organismos que presentan este tipo de células son las **bacterias** y las **algas cianofíceas**, y todos ellos pertenecen al **Reino Moneras**.

Generalmente, las células procariotas tienen las siguientes partes:

- ✓ **Pared celular rígida:** Le otorga forma y protección a la célula.
- ✓ **Membrana plasmática:** Separa el interior de la célula del medio externo y controla el paso de sustancias. Esta membrana presenta invaginaciones hacia el interior llamadas **mesosomas**, que cumplen varias funciones importantes como:
 - ➡ Fijar el **ADN**.
 - ➡ Realizar la **respiración celular**, produciendo energía.
 - ➡ Controlar la **división celular**.
- ✓ **Citoplasma:** Una sustancia acuosa que contiene una gran cantidad de sustancias disueltas, gotas de lípidos y otras inclusiones de reserva, como el almidón. En el citoplasma se llevan a cabo las reacciones químicas que conforman el **metabolismo celular**, permitiendo a la célula sobrevivir.
- ✓ **Ribosomas:** Pequeñas estructuras encargadas de sintetizar **proteínas**, esenciales para el funcionamiento celular.
- ✓ **ADN:** El material genético de la célula procariota. En lugar de estar protegido dentro de un núcleo, el ADN forma una estructura circular que constituye el único **cromosoma** de la célula. Esta estructura se encuentra en una región del citoplasma llamada **nucleoide**.
- ✓ **Plásmidos:** Pequeñas secuencias de ADN circular, extracromosómico, que le otorgan ventajas evolutivas a la célula, como la capacidad de **intercambiar material genético** con otras células o desarrollar **resistencia a antibióticos**.

Estas estructuras permiten que las células procariotas, aunque más simples que las eucariotas, puedan realizar todas las funciones vitales necesarias para su supervivencia y reproducción.

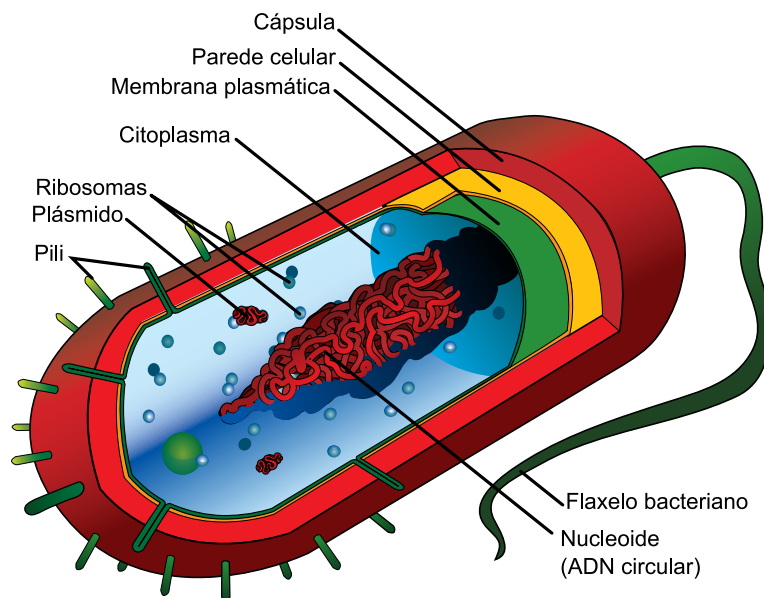


Imagen nº 5. Estructura celular de una bacteria, típica célula procariota. Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.



Caso práctico

Describe brevemente la célula procariota:

SOLUCION

No presenta núcleo verdadero, son bacterias y por tanto unicelulares, los únicos orgánulos que poseen son los ribosomas.

4. La célula eucariota: Estructura

Las **células eucariotas** se distinguen de las procariotas por la presencia de un **núcleo** rodeado por una membrana, donde se encuentra el **ADN**. Este tipo de célula es más complejo y se encuentra en la mayoría de los organismos, como los **animales**, **plantas**, **hongos**, y **protistas**.

En una célula eucariota podemos identificar tres partes fundamentales:

1. Membrana plasmática:

Es la capa que rodea la célula, protegiéndola y regulando el intercambio de sustancias entre el interior de la célula y su entorno. Actúa como una barrera selectiva, permitiendo la entrada de nutrientes y la salida de productos de desecho.

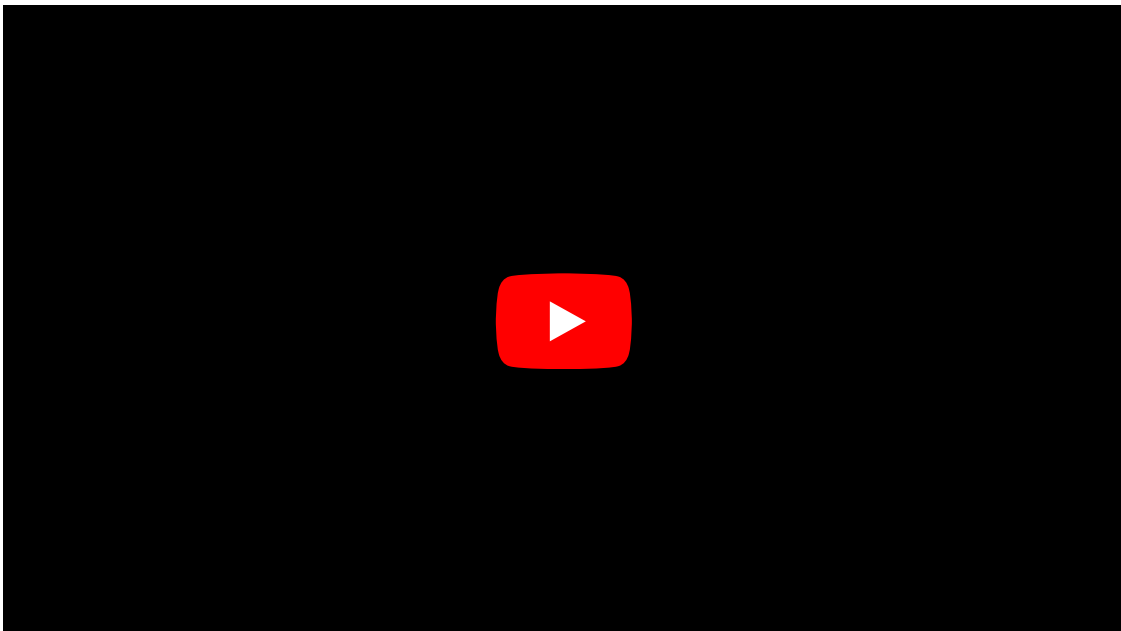
2. Citoplasma:

Es la sustancia gelatinosa que llena el interior de la célula, donde se encuentran diversos orgánulos como las **mitocondrias**, **retículo endoplasmático**, **aparato de Golgi**, **cloroplastos** (en células vegetales), y los **ribosomas**. Aquí ocurren muchas de las reacciones químicas que permiten a la célula llevar a cabo sus funciones vitales, como la producción de energía y la síntesis de proteínas.

3. Núcleo:

Es la estructura que contiene el material genético (**ADN**) de la célula y está rodeado por una membrana llamada **envoltura nuclear**. El núcleo es responsable de controlar la actividad celular, regulando la expresión de los genes y dirigiendo la reproducción celular.

Estas tres partes trabajan en conjunto para garantizar que la célula eucariota pueda realizar sus funciones vitales de nutrición, relación y reproducción de manera eficiente.



Vídeo nº 1: LA CÉLULA EUCARIOTA. Autor: Desconocido

Fuente: [Youtube](#)

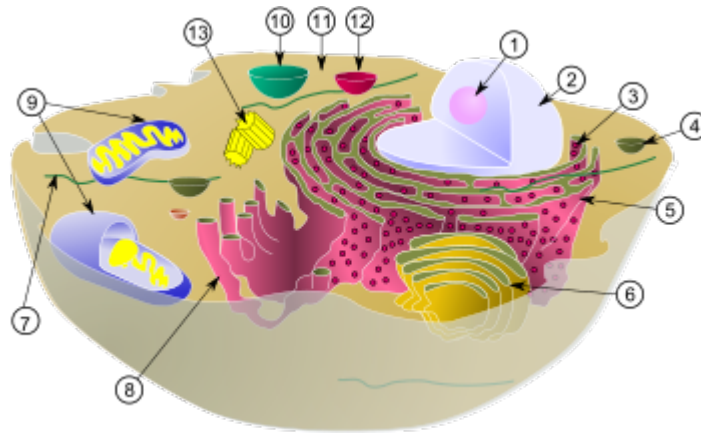


Imagen nº 6: LA CÉLULA EUCARIOTA

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Estructura de una célula animal típica: 1. Nucléolo, 2. Núcleo, 3. Ribosoma, 4. Vesícula, 5. Retículo endoplasmático rugoso, 6. Aparato de Golgi, 7. Citoesqueleto (microtúbulos), 8. Retículo endoplasmático liso, 9. Mitocondria, 10. Peroxisoma, 11. Citoplasma, 12. Lisosoma. 13. Centriolo.



Caso práctico

Describe brevemente la célula eucariota:

SOLUCION

Su ADN se encuentra en un verdadero núcleo, tiene multitud de orgánulos y es la que poseen plantas y animales superiores.

4.1. Membrana

La **membrana plasmática** es una capa que rodea la célula, separándola del medio externo. Está compuesta principalmente por **lípidos**, **proteínas** y una pequeña cantidad de **glúcidos**, y su función principal es regular el **intercambio de sustancias** entre el interior y el exterior de la célula. Esta membrana presenta **poros** o canales que permiten el paso de ciertas moléculas, asegurando que nutrientes, gases y productos de desecho puedan entrar o salir según las necesidades de la célula.

En las **células vegetales**, además de la membrana plasmática, existe una **pared celular** adicional formada por **celulosa**, que le proporciona mayor **rigidez y consistencia**. Esta pared celular actúa como una estructura de soporte, dándole firmeza a la célula y permitiendo que las plantas mantengan su forma.

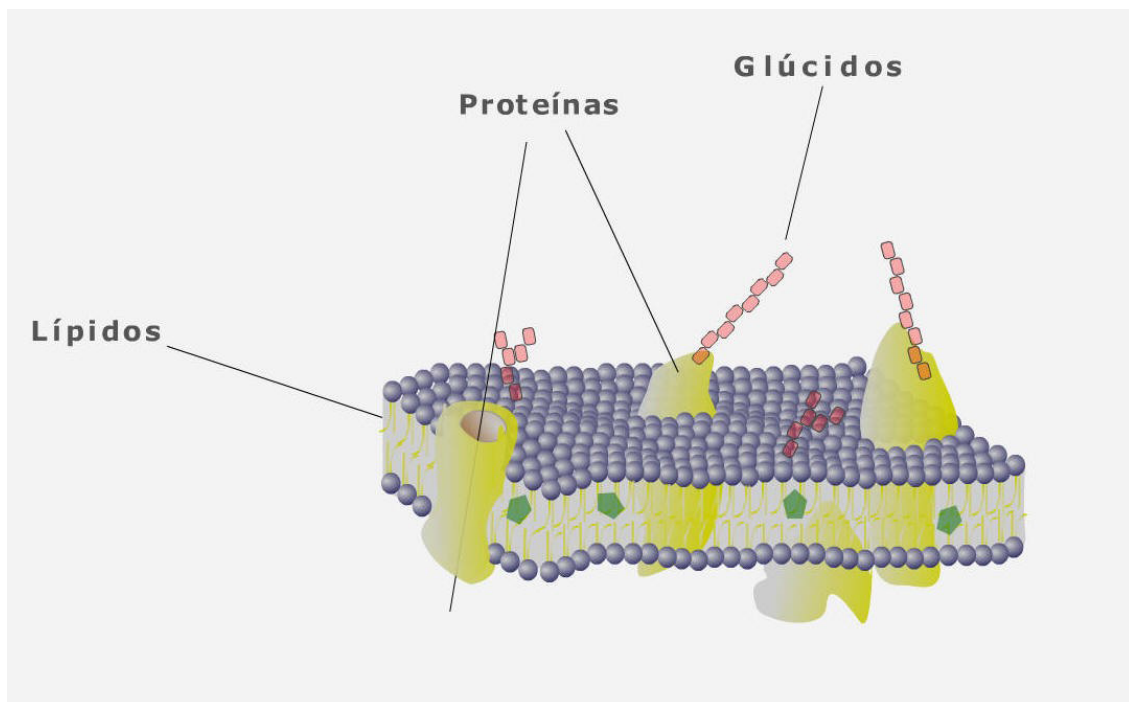


Imagen nº 7. Membrana celular

Fuente: [Recursostic.educación.es](https://recursostic.educacion.es) Autor: Desconocido. Licencia: M.E.C.D.

4.2. Citoplasma

El **citoplasma** es el medio interno de la célula donde ocurren muchas de las **reacciones químicas** del metabolismo celular. Dentro del citoplasma se encuentran diversos **orgánulos**, que desempeñan funciones esenciales para el funcionamiento de la célula. A continuación, se describen algunos de estos orgánulos:

- ✔ **Mitocondrias:** Realizan la **respiración celular**, un proceso que transforma la materia orgánica en la energía que la célula necesita para llevar a cabo sus funciones. Son conocidas como las "centrales energéticas" de la célula.

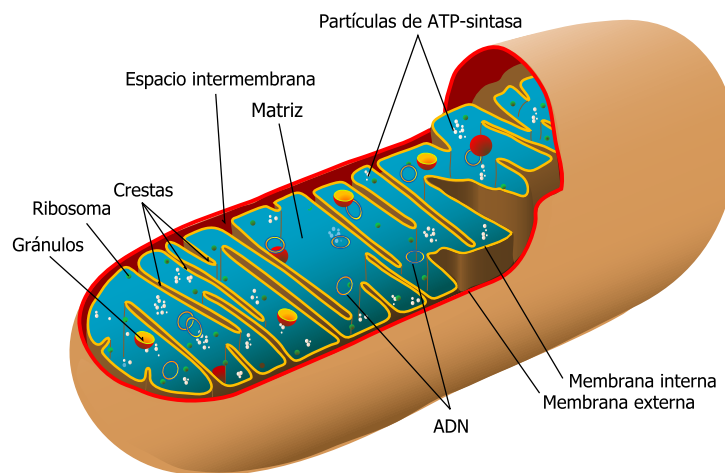
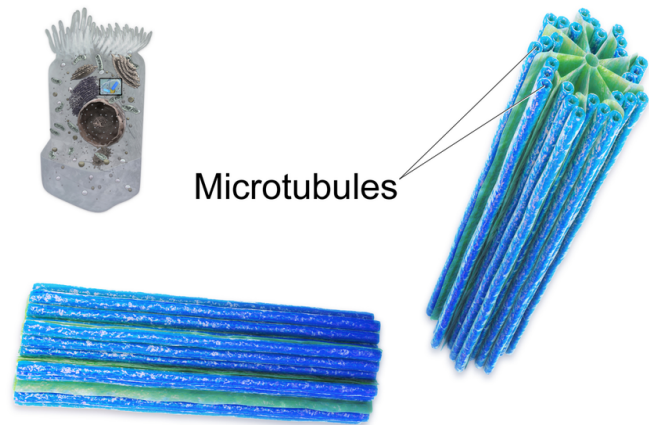


Imagen nº 8: ESTRUCTURA DE UNA MITOCONDRIA

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- ✔ **Centriolos:** Estructuras cilíndricas que juegan un papel importante en la **división celular** de las células animales, ayudando en la organización de los microtúbulos durante la mitosis.



Centríoles

Imagen nº 9: CENTRIOLOS

Fuente: [Wikimedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

- ✓ **Ribosomas:** Son las **fábricas de proteínas** de la célula. Utilizan la información proporcionada por el **ARN mensajero** para ensamblar las proteínas a partir de los aminoácidos.
- ✓ **Aparato de Golgi:** Formado por una serie de sacos apilados, este orgánulo procesa y empaqueta las proteínas y lípidos. Además, fabrica los **lisosomas**.
- ✓ **Retículo Endoplasmático (RE):** Es una red de túbulos interconectados que está asociado tanto a la membrana celular como a la nuclear. Existen dos tipos de retículo:
 - ➡ **Retículo endoplasmático rugoso (RER):** Tiene ribosomas adheridos y se encarga de **sintetizar y transportar** las proteínas fabricadas en los ribosomas.
 - ➡ **Retículo endoplasmático liso (REL):** Carece de ribosomas y se encarga de la **síntesis de lípidos**.
- ✓ **Lisosomas:** Orgánulos encargados de la **digestión celular**, descomponiendo material innecesario o dañado dentro de la célula.

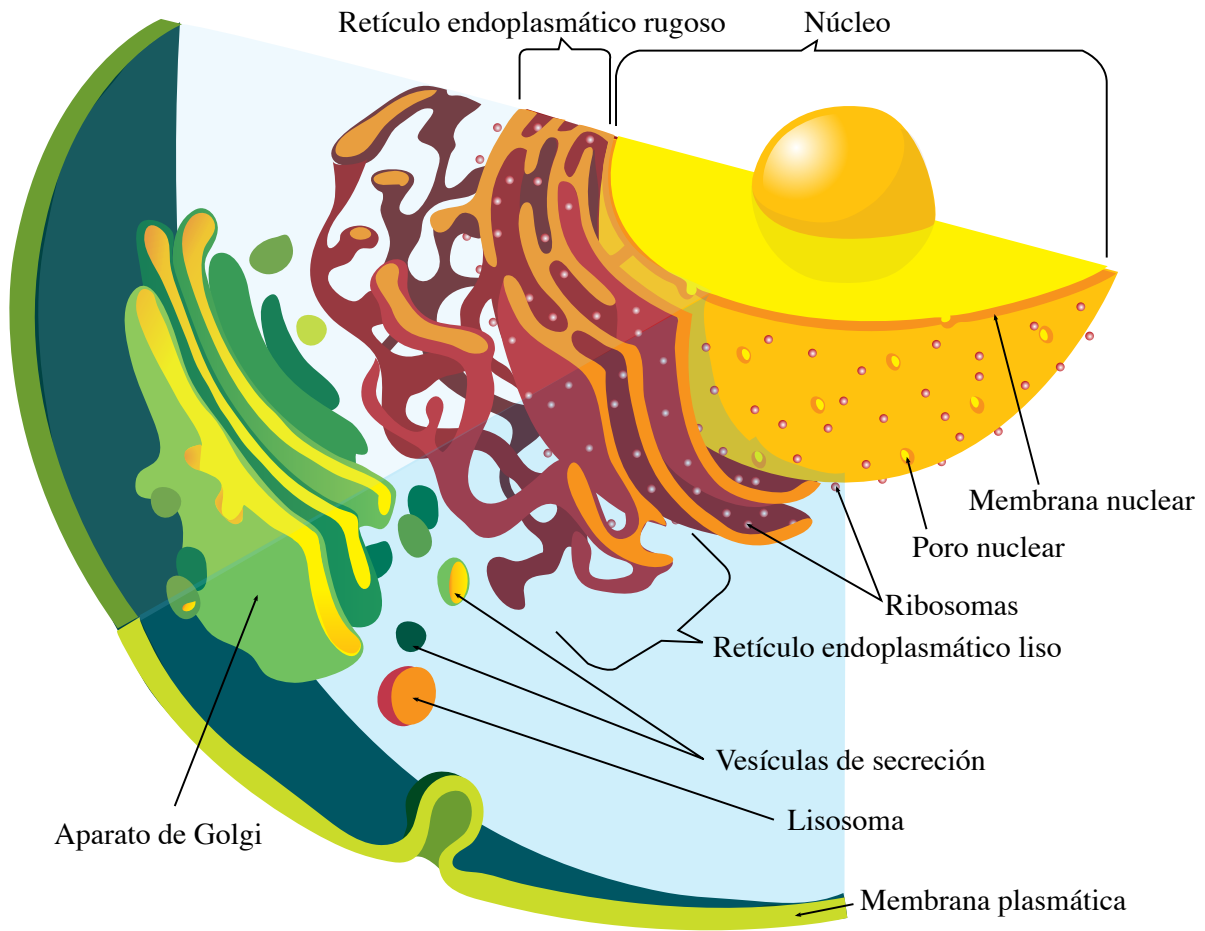


Imagen n° 10:Aparato de Golgi, RER, REL y lisosoma

Fuente: [Wikimedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- ✓ **Vacuolas:** Espacios dentro del citoplasma que **almacenan sustancias** de reserva o desecho. Son muy grandes en las **células vegetales** y más pequeñas en las **células animales**.

"Vacuolas"

Imagen n° 11: VACUOLAS

Fuente: [Recursostic.educacion.es](#)

Autor: Desconocido. Licencia. M.E.C.D.

- ✓ **Cloroplastos:** Presentes solo en las **células vegetales**, especialmente en las partes verdes. Contienen **clorofila**, que les permite realizar la **fotosíntesis**, un proceso mediante el cual transforman la energía de la luz solar en energía química. Este proceso convierte materia inorgánica (agua, dióxido de carbono y sales minerales) en **materia orgánica** (hidratos de carbono).

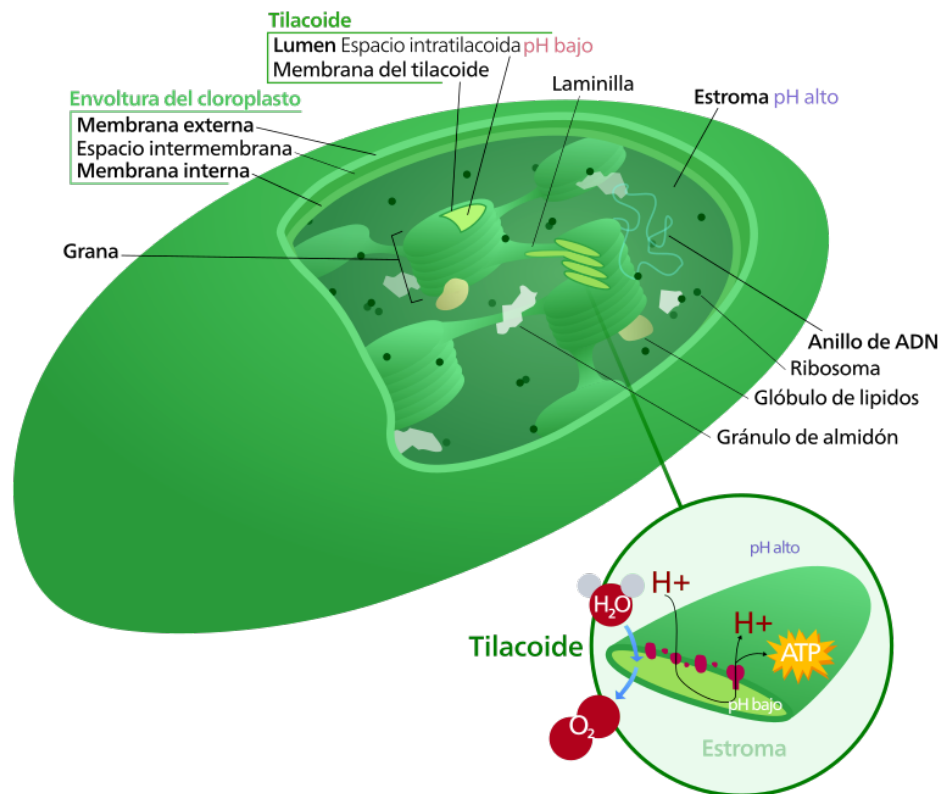


Imagen nº 12: CLOROPLASTO

Fuente: [Wikimedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Estos orgánulos trabajan juntos para garantizar el correcto funcionamiento de la célula, desde la producción de energía hasta la síntesis de proteínas y la digestión de materiales no deseados.

4.3. Núcleo

El **núcleo** es una estructura central en las células animales y se encuentra en la **periferia** en las células vegetales. Generalmente tiene una forma esférica y es crucial, ya que en él se encuentran los **caracteres hereditarios** que contienen la información genética de la célula. Además, el núcleo **dirige toda la actividad celular**, controlando las funciones que se llevan a cabo en el citoplasma.

En el núcleo podemos distinguir las siguientes partes:

- ✓ **Membrana Nuclear:** Esta membrana rodea al núcleo y lo separa del citoplasma. Regula el intercambio de materiales entre el núcleo y el resto de la célula a través de **poros nucleares**.
- ✓ **Cromatina:** Está formada por **fibras de ADN** (ácido desoxirribonucleico) y proteínas. La cromatina contiene toda la información genética del individuo. Durante la división celular, estas fibras de cromatina se compactan para formar los **cromosomas**, estructuras que permiten la transmisión de la información genética a las células hijas.
- ✓ **Nucléolo:** Es una estructura dentro del núcleo donde se lleva a cabo la **fabricación de ribosomas**, que luego serán exportados al citoplasma para participar en la síntesis de proteínas.

El núcleo es el centro de control de la célula, encargado tanto de almacenar la información genética como de coordinar la actividad celular.

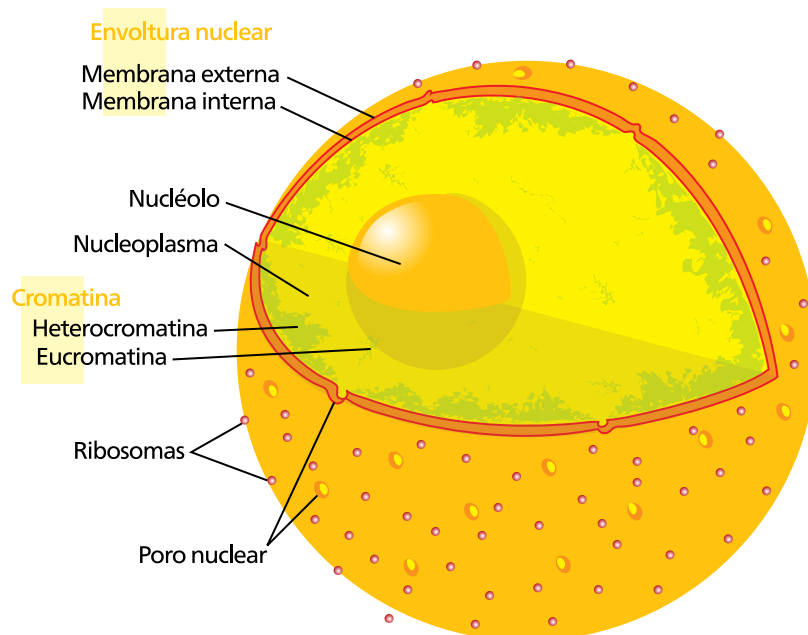


Imagen nº 13: NÚCLEO

Fuente: [Wikimedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

5. Diferencias entre la célula animal y vegetal

Las **células animales** y **células vegetales**, aunque ambas son **eucariotas**, presentan algunas diferencias estructurales importantes. A continuación, se detallan las similitudes y diferencias en cuanto a sus **estructuras básicas** y **orgánulos**:

Estructuras básicas en ambas células:

Célula animal típica	Célula vegetal típica
- Membrana plasmática	- Membrana plasmática
- Citoplasma	- Citoplasma
- Núcleo (con nucléolo)	- Núcleo (con nucléolo)

Orgánulos comunes y diferencias:

Célula animal típica	Célula vegetal típica
- Retículo endoplasmático rugoso	- Retículo endoplasmático rugoso
- Retículo endoplasmático liso	- Retículo endoplasmático liso
- Ribosomas	- Ribosomas
- Aparato de Golgi	- Aparato de Golgi
- Mitocondria	- Mitocondria
- Vesículas	- Vesículas
- Lisosomas	- Lisosomas
- Vacuolas (pequeñas y en menor cantidad)	- Vacuola central (gran tamaño)
- Centrosoma (con centriolos)	- Plastos (incluyen cloroplastos, cromoplastos, etc.)



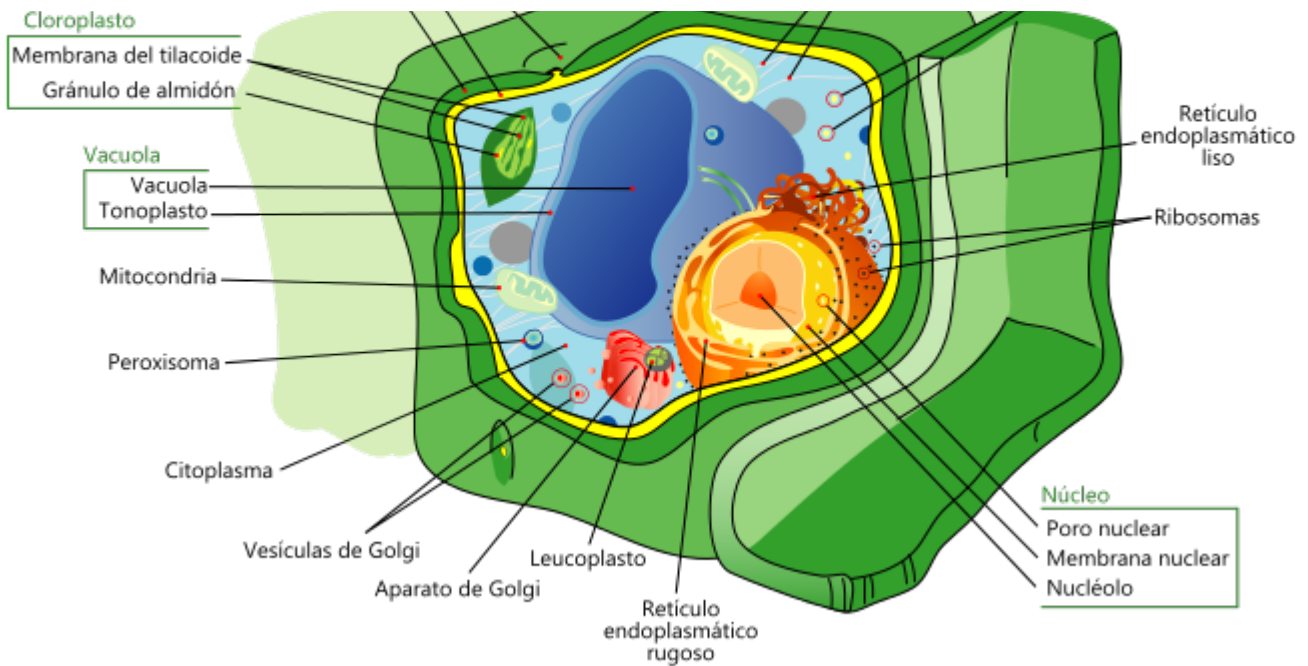


Imagen nº 14. Célula vegetal Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Cellulardetail.png) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Diferencias clave:

1. Vacuolas:

- ✓ En las **células animales**, hay vacuolas pequeñas y en menor cantidad.
- ✓ En las **células vegetales**, existe una **vacuola central grande** que ocupa la mayor parte del espacio celular y es clave para el almacenamiento y la regulación de la presión interna (turgencia).

2. Centrosoma y centriolos:

- ✓ Las **células animales** tienen un **centrosoma** con **centriolos** que participan en la división celular.
- ✓ Las **células vegetales** carecen de centriolos.

3. Plastos:

- ✓ Las **células vegetales** contienen **plastos**, como los **cloroplastos**, que son responsables de la **fotosíntesis**. Otros plastos como los **cromoplastos** almacenan pigmentos, y los **leucoplastos** almacenan almidón y otros nutrientes. Las **células animales** no tienen plastos.

Estas diferencias permiten a las células vegetales y animales adaptarse a sus funciones específicas dentro del organismo.

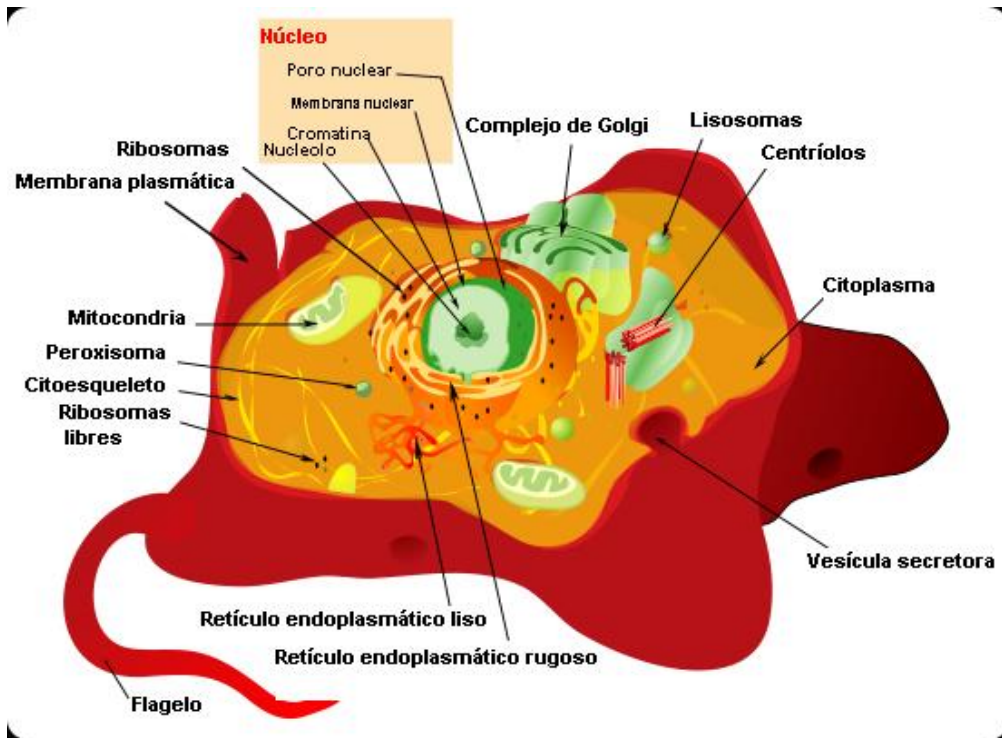


Imagen nº 15. Célula animal Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

5.1. Célula Animal

Las **células animales** presentan características distintivas en comparación con las células vegetales. A continuación se resumen sus principales características:

- ✓ **No tienen cloroplastos:** A diferencia de las células vegetales, las células animales no realizan **fotosíntesis**, por lo que carecen de cloroplastos.
- ✓ **Vacuolas pequeñas:** Aunque las células animales pueden tener **vacuolas**, estas son generalmente pequeñas y menos abundantes que en las células vegetales, donde existe una gran vacuola central.
- ✓ **Presencia de centriolos:** Las células animales contienen **centriolos**, que forman parte del **centrosoma** y juegan un papel importante en la **división celular**.
- ✓ **Forma irregular:** Las células animales suelen tener una **forma irregular** y flexible, ya que no poseen una pared celular rígida como las células vegetales.
- ✓ **Nutrición heterótrofa:** Al no realizar **fotosíntesis**, las células animales obtienen su energía de fuentes externas, lo que se conoce como **nutrición heterótrofa**. Esto significa que dependen de la ingestión de compuestos orgánicos producidos por otros organismos.

Estas diferencias estructurales y funcionales permiten a las células animales cumplir con las necesidades de los organismos heterótrofos, como el movimiento, la digestión y la interacción con el entorno.

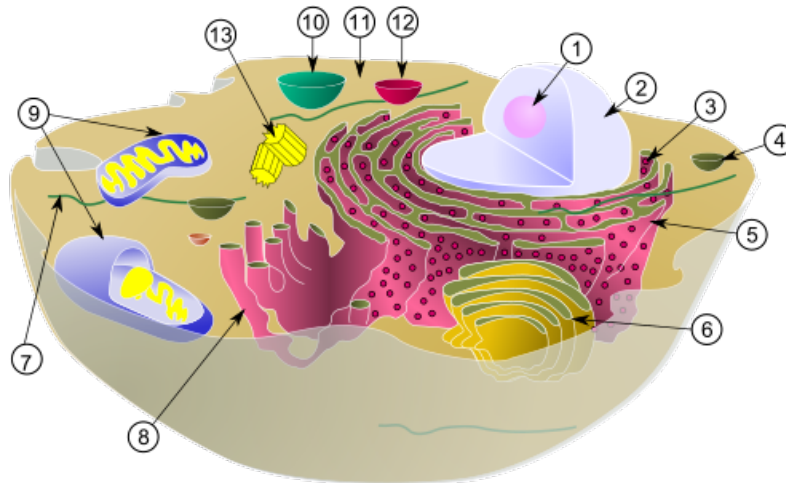


Imagen nº 16: CÉLULA ANIMAL Fuente: [Recursos.tic.educación.es](https://recursos.tic.educacion.es) Autor: Desconocido. Licencia: M.E.C.D.

5.2. Célula Vegetal

Las **células vegetales** tienen características específicas que las distinguen de las células animales. A continuación se destacan las principales características de las células vegetales:

- ✓ **Pared celular rígida:** Las células vegetales tienen una **pared celular** compuesta principalmente de **celulosa**, lo que les proporciona **rigidez y forma** definida.
- ✓ **Cloroplastos:** Estas células contienen **cloroplastos**, orgánulos que les permiten realizar la **fotosíntesis**, un proceso mediante el cual transforman la energía solar en energía química, produciendo su propio alimento. Por esta razón, las células vegetales tienen una **nutrición autótrofa**.
- ✓ **Vacuolas grandes:** Las células vegetales poseen una **vacuola central** de gran tamaño que ocupa una porción significativa de la célula, ayudando en el almacenamiento de nutrientes, agua y en la regulación de la turgencia celular.
- ✓ **Ausencia de centriolos:** A diferencia de las células animales, las células vegetales no tienen **centriolos**.
- ✓ **Tamaño y forma:** Las células vegetales suelen ser **más grandes** que las células animales y tienen una **forma regular, generalmente poliédrica**, debido a la presencia de la pared celular.
- ✓ **Nutrición autótrofa:** Gracias a la presencia de cloroplastos y la capacidad de realizar fotosíntesis, las células vegetales se nutren de manera **autótrofa**, produciendo su propio alimento a partir de luz solar, dióxido de carbono y agua.

Estas características permiten a las células vegetales cumplir funciones esenciales en los organismos autótrofos, como las plantas, adaptándose a su rol en la captación de energía solar y la producción de materia orgánica.

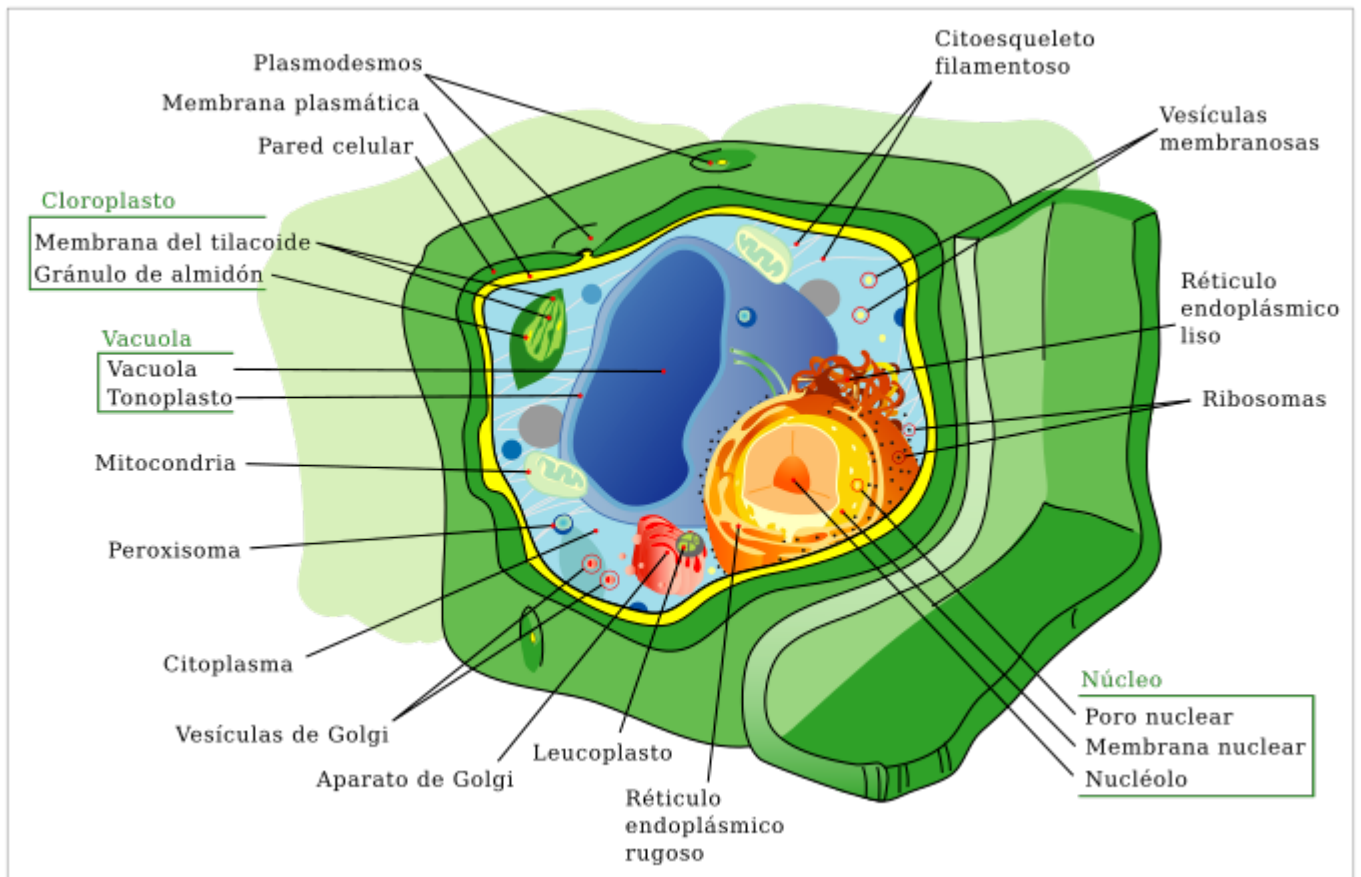
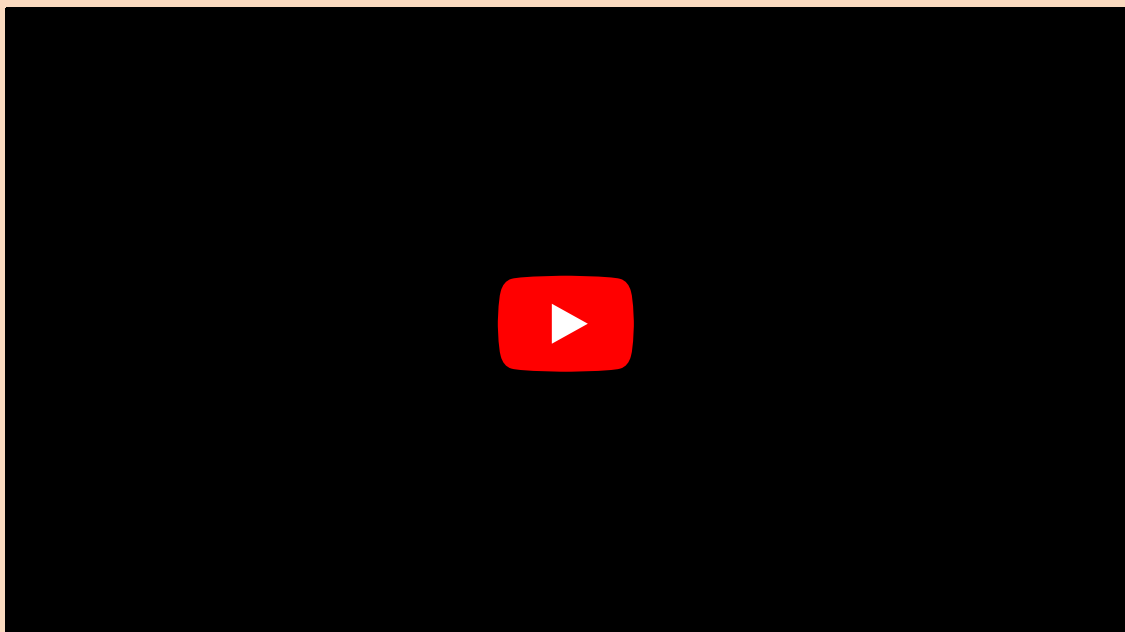


Imagen nº 17: CÉLULA VEGETAL Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_vegetal) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.



Objetivos

En el siguiente enlace puedes ampliar tus conocimientos de las células:



Vídeo nº 2: CÓMO FUNCIONAN LAS CÉLULAS. Autor: Desconocido

Fuente: [Youtube](#)

6. Los procesos de división celular: La Mitosis y La Meiosis

La **división celular** es un proceso fundamental en el ciclo celular, mediante el cual una célula original se divide para formar **células hijas**. Este proceso es esencial para el **crecimiento** y la **reparación** de los seres vivos, así como para la reproducción en organismos unicelulares.

Existen dos tipos principales de división celular: **mitosis** y **meiosis**, que tienen diferencias clave en cuanto a sus resultados y funciones:

1. Mitosis:

- ✓ **Resultado:** La mitosis produce **dos células hijas** que son **genéticamente idénticas** a la célula madre.
- ✓ **Número de cromosomas:** Las células hijas tienen el mismo número de **cromosomas** que la célula madre. En organismos diploides (como los humanos), esto significa que si la célula madre tiene 46 cromosomas, las células hijas también tendrán 46.
- ✓ **Función:** La mitosis es el proceso que permite el **crecimiento**, la **reparación de tejidos** y la **reproducción asexual** en ciertos organismos.

2. Meiosis:

- ✓ **Resultado:** La meiosis da lugar a **cuatro células hijas**, cada una con **mitad del número de cromosomas** que la célula madre.
- ✓ **Número de cromosomas:** Al finalizar la meiosis, las células hijas contienen la **mitad** de los cromosomas de la célula madre. En humanos, esto significa que las células resultantes tienen 23 cromosomas (en lugar de 46).
- ✓ **Recombinación genética:** Durante la meiosis, ocurre la **recombinación genética**, lo que significa que las células hijas son **genéticamente diferentes** entre sí y de la célula madre.
- ✓ **Función:** La meiosis es esencial para la **formación de gametos** (óvulos y espermatozoides) en la reproducción sexual, garantizando la **variabilidad genética**.



Debes conocer

Principales diferencias entre mitosis y meiosis:

- ✓ **Número de células hijas:** La mitosis produce **dos** células hijas, mientras que la meiosis produce **cuatro**.
- ✓ **Número de cromosomas:** En mitosis, las células hijas tienen el mismo número de cromosomas que la célula madre. En meiosis, las células hijas tienen la mitad de los cromosomas.
- ✓ **Variabilidad genética:** En mitosis, las células hijas son genéticamente idénticas. En meiosis, las células hijas son **genéticamente diferentes** debido a la recombinación genética.

Estas diferencias hacen que la **mitosis** sea crucial para el crecimiento y

mantenimiento de los tejidos, mientras que la **meiosis** es esencial para la reproducción sexual y la diversidad genética.

6.1. La Mitosis

La **mitosis** es un proceso de **división celular** propio de las células **eucariotas**, mediante el cual una **célula madre** da lugar a **dos células hijas** con la **misma información genética**. Es un tipo de división **asexual**, lo que significa que **no hay mezcla de material genético** entre dos células distintas. Este proceso es fundamental para:

- ✔ La **reproducción** de muchos seres unicelulares.
- ✔ El **desarrollo y crecimiento** de organismos pluricelulares.

Interfase (antes de la mitosis):

Antes de que comience la mitosis, se produce una fase llamada **interfase**. Durante esta fase, el **ADN** de los cromosomas se **duplica**, formando cada cromosoma dos **cromátidas** unidas por un **centromero**. Esto asegura que las dos células hijas recibirán la misma información genética que la célula madre.

Fases de la Mitosis:

La mitosis consta de 4 fases:

Profase:

- ✔ El **centriolo** de la célula se **duplica** y cada uno se dirige hacia los polos opuestos de la célula.
- ✔ La **membrana nuclear** comienza a **desintegrarse**.
- ✔ Los **cromosomas** se **condensan**, haciéndose visibles en su forma doble.
- ✔ Se empieza a formar el **huso acromático**, una estructura que guiará los cromosomas.

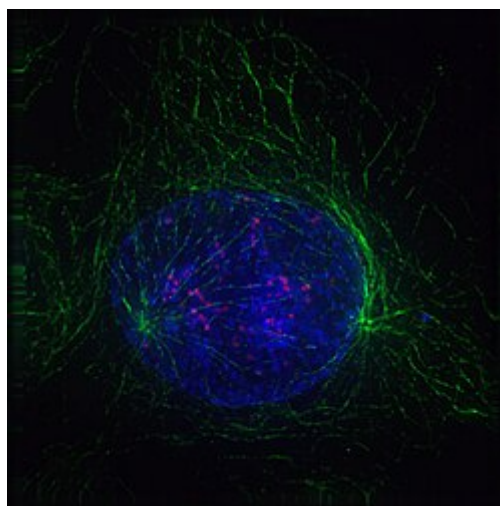


Imagen nº 17 . PROFASE. Fuente: [Wikipedia](#)

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Metafase:

- ✓ El **huso acromático** se ha formado completamente.
- ✓ Los **cromosomas** se alinean en el **plano ecuatorial** de la célula.
- ✓ Cada cromosoma se une a un filamento del huso acromático mediante su centromero.

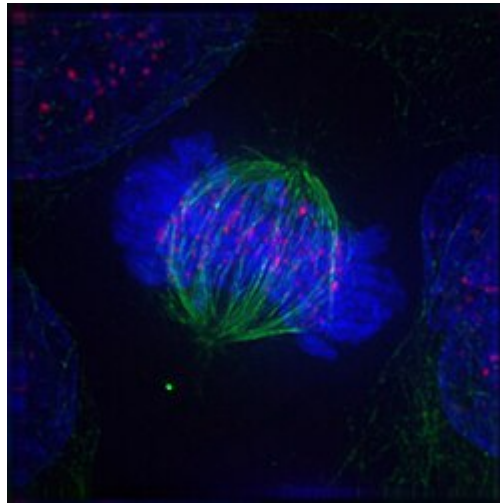


Imagen nº 18 . METAFASE. Fuente: [Wikipedia](#)

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Anafase:

- ✓ Las **cromátidas** de cada cromosoma se separan, siendo dirigidas por el huso acromático hacia polos opuestos de la célula.

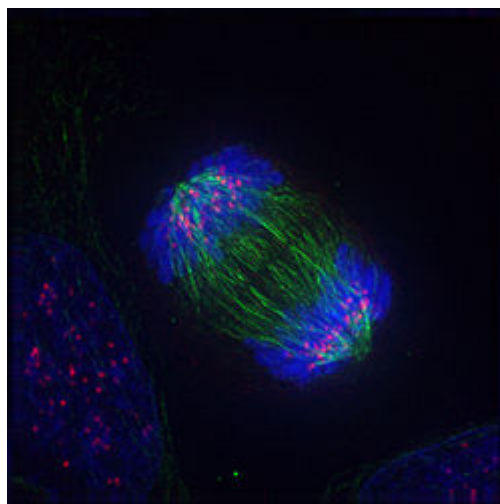


Imagen nº19. ANAFASE. Fuente: [Wikipedia](#)

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Telofase:

- ✓ Los cromosomas llegan a los polos de la célula.
- ✓ Se forma una **membrana nuclear** alrededor de cada conjunto de cromosomas.
- ✓ Los cromosomas comienzan a **dilatarse** y se vuelven menos visibles.
- ✓ La célula empieza a mostrar **señales de división** en su membrana celular.

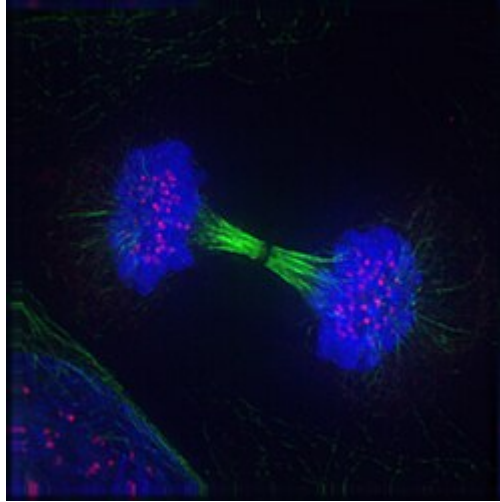


Imagen nº 20. TELOFASE. Fuente: [Wikipedia](#)

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Citocinesis (después de la mitosis):

Una vez finalizada la mitosis, tiene lugar la **citocinesis**, que es la división del **citoplasma**. El citoplasma se reparte de forma igual entre las dos células hijas, y la **membrana celular** se divide completamente. El resultado final son **dos células genéticamente idénticas**, cada una con la mitad del material citoplasmático de la célula madre.

Este proceso de mitosis es esencial para el **crecimiento**, la **reparación** de tejidos y la **reproducción asexual** en muchos organismos eucariotas.

6.2. La Meiosis

La **meiosis** es un proceso fundamental en la **reproducción sexual**, encargado de formar las células reproductoras, también conocidas como **gametos** (óvulos y espermatozoides). A través de la meiosis, una célula con un número diploide de cromosomas ($2n$), es decir, con pares de cromosomas en su núcleo, se divide en **cuatro células hijas** (gametos), cada una con la mitad del número de cromosomas, es decir, **n** cromosomas.

Características clave de la meiosis:

- ✔ **Cromosomas homólogos:** Los cromosomas de cada par son **homólogos**, lo que significa que contienen los mismos genes, aunque no son completamente idénticos. Un cromosoma procede del padre y el otro de la madre.

Etapas de la meiosis:

1. Recombinación genética:

- ✔ Al inicio de la meiosis, los cromosomas homólogos experimentan **recombinación**, un proceso en el cual algunos genes del cromosoma del padre se intercambian con genes del cromosoma de la madre, y viceversa.
- ✔ Este intercambio es clave para la reproducción sexual, ya que genera **variabilidad genética**, haciendo que los hijos sean diferentes de los padres.

2. Primera división celular (Meiosis I):

- ✔ Tras la recombinación, la célula se divide por primera vez, separando los **cromosomas homólogos**, de modo que cada célula hija recibe la mitad de los cromosomas (n).
- ✔ En esta etapa, se reduce el número de cromosomas a la mitad, lo que da lugar a la formación de dos células haploides. Esta fase se llama la **fase reductiva** porque el número de cromosomas se reduce de $2n$ a n .

3. Segunda división celular (Meiosis II):

- ✔ En esta segunda división, similar a la **mitosis**, las dos cromátidas de cada cromosoma se separan, lo que genera cuatro células hijas (gametos), cada una con **n** cromátidas.
- ✔ Al final de este proceso, cada cromátida se convierte en un cromosoma completo, y las células hijas resultantes tienen una **composición genética diferente** a la de las células progenitoras. Esta fase es conocida como la **fase duplicativa**.

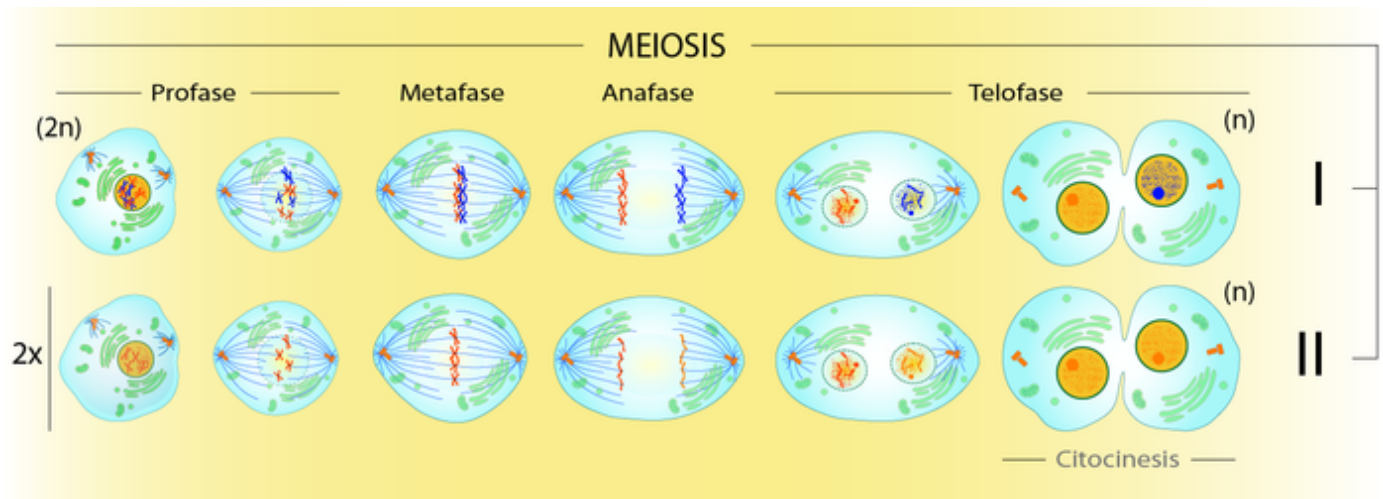


Imagen nº 22 Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Meiosis) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Resumen de las etapas de la meiosis:

- ✓ **Meiosis I** (fase reductiva): Se reduce el número de cromosomas a la mitad, resultando en células con n cromosomas.
- ✓ **Meiosis II** (fase duplicativa): Las cromátidas de los cromosomas se separan, formando cuatro células hijas con n cromosomas, cada una con información genética **diferente**.

Este proceso es crucial para garantizar que los **gametos** tengan la mitad de los cromosomas y para promover la **diversidad genética** en los organismos que se reproducen sexualmente, lo que contribuye a la variabilidad en las poblaciones.



Autoevaluación

La célula es la unidad funcional y estructural de todos los seres vivos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Todas las formas de vida están compuestas por células, que son las unidades más básicas de estructura y función.

En las células animales, la membrana plasmática está reforzada por una pared de celulosa.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las células animales no tienen pared celular; solo las células vegetales tienen una pared de celulosa que les da rigidez.

Las mitocondrias son responsables de la producción de energía a través de la respiración celular.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las mitocondrias son conocidas como las "centrales energéticas" de la célula porque producen energía mediante la respiración celular.

Las células procariotas tienen un núcleo bien definido donde se encuentra su material genético.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las células procariotas no tienen un núcleo definido; su material genético está disperso en el citoplasma en una región llamada nucleóide.

El núcleo celular es responsable de la dirección de todas las actividades

celulares y contiene la información genética en forma de ADN.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El núcleo dirige todas las actividades celulares y contiene el ADN, que controla el desarrollo y funcionamiento de la célula.

La meiosis produce células hijas con el mismo número de cromosomas que la célula madre.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En la meiosis, las células hijas tienen la mitad del número de cromosomas que la célula madre, lo que es crucial para la formación de gametos.

Las células vegetales realizan la fotosíntesis gracias a los cloroplastos, que contienen clorofila.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los ribosomas son los orgánulos encargados de la síntesis de proteínas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los ribosomas ensamblan aminoácidos para formar proteínas, siguiendo las instrucciones del ARN mensajero.

La mitosis es un tipo de división celular en el cual se obtienen cuatro células hijas genéticamente distintas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La mitosis produce dos células hijas genéticamente idénticas; es la meiosis la que produce cuatro células genéticamente distintas.

En las células eucariotas, el retículo endoplasmático rugoso participa en la síntesis y transporte de proteínas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El retículo endoplasmático rugoso, que tiene ribosomas adosados, está involucrado en la síntesis y transporte de proteínas.



Actividad desplegable

Ejercicio: Relaciona los orgánulos con su función.

Orgánulo	Función
	A. Almacenar sustancias de reserva o desecho.
	B. Síntesis de proteínas.
	C. Controlar la actividad celular y contener ADN.
	D. Realizar la respiración celular y producir energía.

Comprobar



Actividad desplegable

Relaciona los tipos de división celular con su resultado.

Tipo de división celular	Resultado
	A. Dos células hijas genéticamente idénticas.
	B. Cuatro células hijas con la mitad de cromosomas.

Comprobar

Licencia: licencia propietaria

Tema 4. Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

A poco que reflexionemos llegaremos a la conclusión que la **proporcionalidad** invade nuestras vidas.

¿Qué es el dinero sino un elemento proporcional al trabajo?

El **IRPF** (Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas) no es más que una proporción respecto al nivel de renta de cada individuo, y el **IVA** no es acaso un impuesto directamente proporcional al valor del bien o servicio adquirido.

La **música**, los **intereses bancarios**, los **pagos hipotecarios**, los premios de la **lotería** y una infinidad de otras áreas de la vida están regidas por principios de proporción numérica. Por ello, es crucial entender cómo se manejan las proporciones aplicadas a cantidades que representan distintas **magnitudes**.

Por **magnitud** entendemos las características físicas de un objeto que pueden medirse, como el peso, la longitud o el volumen. A la medida concreta de una magnitud se le llama **cantidad**. Cuando tenemos dos o más cantidades de la misma magnitud, podemos compararlas para determinar su igualdad o diferencia. Por ejemplo, podemos comparar la longitud de una regla con la de una tabla de madera y establecer si son iguales o desiguales.

Las **razones** y **proporciones** son conceptos que se conocen desde la antigüedad. Ya Euclides las abordaba en sus escritos, citando a Eudoxio. Matemáticos como **Leonardo de Pisa**, **Regiomontano** y **Luca Pacioli** también contribuyeron de manera significativa al desarrollo de estos conceptos fundamentales para las matemáticas y la ciencia en general.



Pregunta Verdadero-Falso

Indica cuáles de las siguientes cualidades son magnitudes:

Volumen

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

simpatia

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

velocidad

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

superficie

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

color

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

belleza

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

temperatura

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

edad

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

estatura

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

brillo

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

1. Proporcionalidad numérica.

¿Qué es la Proporcionalidad numérica?

La **proporcionalidad numérica** es un concepto esencial en matemáticas que describe una relación constante entre dos magnitudes. En términos simples, si dos magnitudes son proporcionales, su cociente permanece siempre igual, independientemente de los valores que tomen.

Esta relación se puede expresar de diversas formas, como a través de **fracciones**, **razones** o mediante una **igualdad** entre ambas magnitudes. Este principio es clave en muchas áreas de la matemática y se utiliza para resolver problemas que implican comparaciones directas entre cantidades, facilitando el análisis y la comprensión de diversas situaciones numéricas.

Conceptos Claves

1. **Razón y Proporción:** La razón entre dos números a y b (donde $b \neq 0$) se define como $\frac{a}{b}$. Si tenemos dos pares de números, (a_1, b_1) y (a_2, b_2) , se dice que son proporcionales si:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

En este caso, los números a_1 , b_1 , a_2 , y b_2 forman una proporción.

2. **Proporción:** Una proporción es una igualdad que establece que dos razones son iguales. Se escribe generalmente como:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

En una proporción, los números a_1 , b_1 , a_2 , y b_2 son conocidos como términos de la proporción.

Ejemplo

Supongamos que tenemos una receta para hacer una mezcla de pintura que utiliza 2 litros de azul y 3 litros de amarillo para obtener un color verde. Queremos saber cuánto de cada color necesitamos si queremos hacer una mezcla mayor, por ejemplo, si necesitamos 12 litros de azul. La pregunta es: ¿cuánto de amarillo necesitamos?

1. **Planteamos la Proporción:**

La proporción inicial de azul a amarillo es:

$$\frac{\text{azul}}{\text{amarillo}} = \frac{2}{3}$$

Queremos encontrar la cantidad de amarillo (y) cuando la cantidad de azul es 12 litros. Planteamos la proporción:

$$\frac{12}{y} = \frac{2}{3}$$

2. Resolución de la Proporción:

Para encontrar y , resolvemos la ecuación:

$$\frac{12}{y} = \frac{2}{3}$$

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por y para despejar y :

$$12 = \frac{2}{3} \cdot y$$

Multiplicamos ambos lados por 3 para eliminar el denominador:

$$12 \cdot 3 = 2 \cdot y$$

Simplificamos:

$$36 = 2 \cdot y$$

Finalmente, dividimos ambos lados entre 2:

$$y = \frac{36}{2} = 18$$

Por lo tanto, necesitamos 18 litros de amarillo para mantener la misma proporción cuando utilizamos 12 litros de azul.

Aplicación General

La **proporcionalidad numérica** se aplica en una amplia variedad de contextos, como la resolución de problemas relacionados con **escalas**, **mezclas** y **conversiones**. El principio fundamental es que, si se conoce la relación constante entre dos magnitudes, es posible determinar un valor desconocido utilizando **proporciones**. Esta herramienta es especialmente útil en situaciones donde se requiere mantener una correspondencia directa entre diferentes cantidades, permitiendo así cálculos precisos y soluciones eficaces en distintas áreas, como la arquitectura, la química o las finanzas.



Autoevaluación

¿Cuál es la correcta manera de plantear una proporción si sabemos que la relación entre dos magnitudes es constante y queremos encontrar un valor desconocido?

- ☐ Multiplicando ambos valores por el mismo número.
- ☐ Dividiendo ambos valores por la misma constante.
- ☐ Planteando una ecuación de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde a, b, c, y d son las magnitudes involucradas.
- ☐ Sumando o restando ambos valores entre sí.

Incorrecto

Incorrecto

Planteando una ecuación de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde a, b, c, y d son las magnitudes involucradas es correcta. Esto es porque la proporcionalidad numérica se expresa mediante una proporción, que es una igualdad de dos razones o fracciones. En otras palabras, si tienes una proporción de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, estás diciendo que la relación entre a y b es la misma que la relación entre c y d, lo cual es esencial para resolver problemas de proporcionalidad.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

1.1. Magnitudes y Proporciones.

Una **magnitud** es cualquier propiedad de un objeto o ente que pueda expresarse numéricamente, y por lo tanto, medirse. Esto implica que se puede comparar con un **patrón** de referencia. Ejemplos de magnitudes son la **longitud** del lado de un cuadrado, la **capacidad** de una botella de agua, o la **temperatura** a la que esta se encuentra.

Razón

Una **razón** es la relación que surge al comparar dos cantidades. Esta comparación puede realizarse de dos maneras:

1. Determinando en cuánto una cantidad excede a la otra, es decir, **restándolas**.
2. Estableciendo cuántas veces una cantidad contiene a la otra, es decir, **dividiéndolas**.

A partir de estas dos formas de comparación, existen dos tipos de razones:

Razón aritmética

La **razón aritmética** se refiere a la diferencia entre dos cantidades que se comparan. Por ejemplo, la razón aritmética entre 60 y 12 es **48**, ya que $60 - 12 = 48$

Razón geométrica

La **razón geométrica** se define como el cociente entre dos cantidades de magnitudes comparables. Esto implica dividir una cantidad entre la otra, expresando así cuántas veces está contenida una cantidad en la otra.

Los términos de una razón se llaman: **antecedente** y **consecuente**.

$$\frac{a}{b}$$
$$\rightarrow$$

antecedente
consecuente

El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.

Así la razón geométrica entre 60 y 12 será 5. Pues $\frac{60}{12} = 5$.

Al valor de la razón se le denomina **constante de proporcionalidad** y nos referiremos a él como **k**.

Las razones geométricas las expresamos en forma de fracciones, pero al contrario que las fracciones, estas están formadas por dos cantidades independientes, el antecedente y el consecuente que no tienen porque ser números enteros.

Si $\frac{a}{b}$ es una **fracción**, entonces es un representante de un número Racional, luego **a** y **b** son **números**

b
enteros con $b \neq 0$, mientras que en la razón $\frac{x}{y}$ los números x e y pueden ser números no enteros.



Autoevaluación

Una magnitud es cualquier propiedad de un ente que se pueda expresar numéricamente y compararse con un patrón.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La afirmación es **Verdadera**. Una magnitud es una propiedad que puede ser expresada numéricamente, permitiendo que sea medida y comparada con un patrón estándar. Ejemplos incluyen la longitud, la capacidad, y la temperatura, como se menciona en la descripción.

La razón aritmética entre dos cantidades se obtiene hallando cuántas veces una cantidad contiene a la otra.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La afirmación es **Falsa**. La razón aritmética entre dos cantidades se obtiene hallando la diferencia entre ellas, no el cociente. Por ejemplo, la razón aritmética entre 60 y 12 es $60 - 12 = 48$.

La razón geométrica entre dos cantidades se obtiene restando una de la otra.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La afirmación es **Falsa**. La razón geométrica se obtiene dividiendo una cantidad por otra, no restando. Por ejemplo, la razón geométrica entre 60 y 12 es $60 / 12 = 5$.

1.1.1. Proporción aritmética.

Una **proporción** es una relación matemática que establece la **igualdad** entre dos **razones** o comparaciones. En otras palabras, se dice que dos razones forman una proporción cuando sus cocientes son equivalentes.

Cuando la proporción está formada por **razones aritméticas**, se denomina **EQUIDIFERENCIA** o **proporción aritmética**. Se expresa de la forma $a - b = c - d$, y se lee: "a es a b como c es a d."

Propiedad de la equidiferencia

En una equidiferencia, se cumple que la **suma de los términos extremos** es igual a la **suma de los términos medios**, es decir, $a + d = c + b$. Esto significa que la relación entre las cantidades sigue una simetría específica.

Por ejemplo, si nos dicen que la **razón aritmética** entre dos equidiferencias es 13, podríamos generar infinitas equidiferencias con dicha razón. Una de ellas sería:

$$23 - 10 = 15 - 2 = k = 13.$$

Equidiferencia continua

Cuando una equidiferencia tiene los **números intermedios iguales**, se denomina **continua**. En este caso, el número intermedio se llama **media aritmética** de los números extremos.

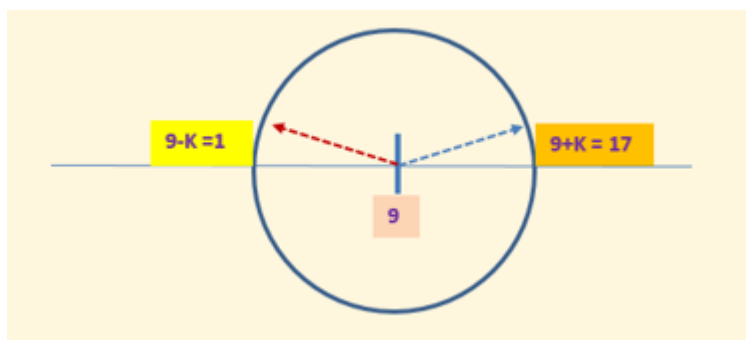
Un ejemplo de proporción aritmética continua es:

$$17 - 9 = 9 - 1,$$

donde el número 9 es la **media aritmética** de 17 y 1, ya que se cumple que:

$$\frac{17 + 1}{2} = 9$$

Como la constante de proporcionalidad aritmética es 8 ocurrirá que nueve es equidistante:





Caso práctico

¿Cuál es la razón aritmética de los números?

a) $\frac{11}{12}$ y $\frac{5}{6}$

b) 5,6 y 3,5

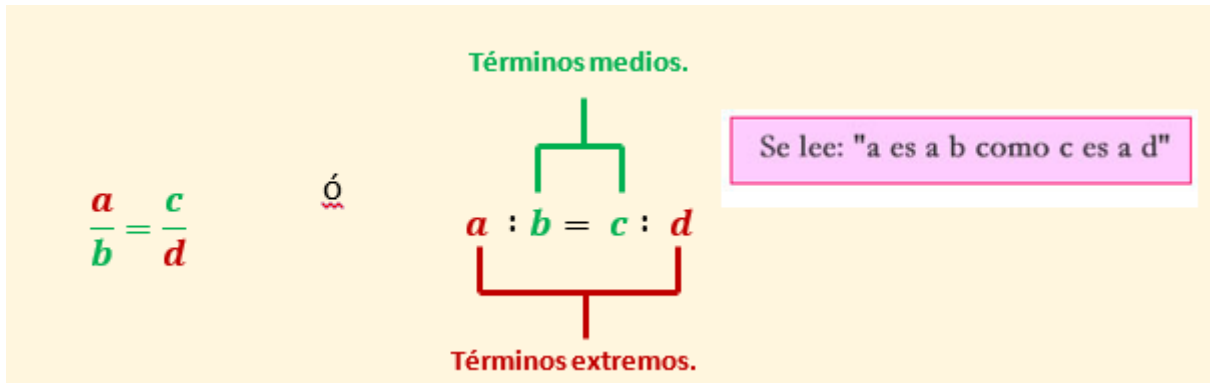
Solución.

$$a) k = \frac{11}{12} - \frac{5}{6} = \frac{11}{12} - \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$$

$$b) k = 5,6 - 3,5 = 2,5$$

1.1.2. Proporción geométrica.

Cuando igualamos dos **razones geométricas**, hablamos de **proporciones geométricas**.



- ✓ En toda proporción geométrica, el **producto** de los términos **medios** es igual al **producto** de los términos **extremos**. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Si nos preguntásemos si las razones **15/20** y **3/4** forman una proporción geométrica comprobaríamos que se verifique la igualdad siguiente, por tanto:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow 15 \cdot 4 = 20 \cdot 3$$

Como se cumple la igualdad, podemos decir que de dichas razones forman una proporción geométrica.

¿Cómo podemos caracterizar a una proporción para diferenciarla del resto?

Pues bien, cada proporción se caracterizará por su constante de proporcionalidad, que no es más que el valor que toma el cociente de la razón. Le denominaremos K.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

Así, la constante de razón del ejemplo anterior será $K=3/4=0,75$

- ✓ En una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Esta propiedad será fundamental para hablar de los repartos directa e inversamente proporcionales.

Si la aplicamos al ejemplo anterior tendríamos:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75 = \frac{15+3}{20+4} = \frac{18}{24}$$



Pregunta Verdadero-Falso

Indica si las siguientes razones representan una proporción.

$$\left[\frac{3}{2}\right] = \left[\frac{9}{7}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

$$\left[\frac{2}{5}\right] = \left[\frac{5}{16}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

$$\left[\frac{6}{24}\right] = \left[\frac{1}{4}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

$$\left[\frac{24}{6}\right] = \left[\frac{15}{4}\right]$$

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

1.1.1.1. Cuarto proporcional.

¿Qué es el Cuarto Proporcional?

El cuarto proporcional se refiere a una relación entre cuatro cantidades que están en proporción. Si tenemos tres cantidades conocidas, podemos encontrar la cuarta cantidad que mantiene la misma proporción.

Para ilustrar esto, consideremos las proporciones y cómo se relacionan. Si tenemos cuatro cantidades a , b , c y d , decimos que a , b , c y d están en proporción si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Aquí, d es el cuarto proporcional a a , b , y c .

Ejemplo Detallado

Supongamos que tenemos tres números y queremos encontrar el cuarto proporcional. Por ejemplo, digamos que tenemos las siguientes tres cantidades:

✓ $a = 2$

✓ $b = 3$

✓ $c = 8$

Queremos encontrar el cuarto proporcional d tal que:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{d}$$

Para resolver esto, seguimos estos pasos:

1. Configura la Proporción:

La proporción que tenemos es:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{d}$$

2. Resuelve para d :

Para encontrar d , cruzamos los productos. Esto significa que multiplicamos cruzadamente:

$$2 \cdot d = 3 \cdot 8$$

3. Realiza las Operaciones:

$$2d = 24$$

Ahora, divide ambos lados de la ecuación entre 2 para despejar d :

$$d = \frac{24}{2} \quad d = 12$$

Por lo tanto, el cuarto proporcional d es 12.

Verificación

Podemos verificar nuestra solución substituyendo d en la proporción original:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

Simplificando $\frac{8}{12}$, obtenemos:

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Como la proporción es la misma, nuestra solución es correcta.

El **cuarto proporcional** es una cantidad que completa una proporción cuando se conocen tres cantidades. Para encontrarlo, se establece una proporción de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, donde **a**, **b** y **c** son las cantidades conocidas, y **x** es el cuarto proporcional que queremos determinar. Luego, se aplica la regla de productos cruzados y se resuelve la ecuación resultante.

Por ejemplo, si se busca el cuarto proporcional a 2, 3 y 8, se establece la proporción:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$$

$$3 \cdot 2 = x \cdot 8$$

Al resolver la ecuación, se obtiene que el cuarto proporcional es **12**.



Caso práctico

3) Determina la cuarta proporcional de una proporción **aritmética**, donde sabemos que 50 es a 40 como 25 es a **X**.

Solución

Como la proporción es aritmética estableceremos la siguiente igualdad de

razones.

$$50-40 = 25-x$$

Por tanto $10 = 25-x$, luego

$$x=25-10=15.$$

Por tanto el cuarto número de la proporción aritmética dada será el 15.

Así podremos decir que 50 es a 40 como 25 es a 15.

4) Determina la cuarta proporcional de una proporción **geométrica**, donde sabemos que 4 es a 7 como 8 es a **X**.

Solución

Como sabemos que se trata de una proporción geométrica estableceremos la siguiente igualdad de razones que nos permitirá mediante la adecuada manipulación algebraica, conocer el cuarto término de la proporción.

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{X} \Rightarrow 4 \cdot X = 8 \cdot 7 \Rightarrow X = \frac{8 \cdot 7}{4} = 14$$

1.1.1.2. Media proporcional.

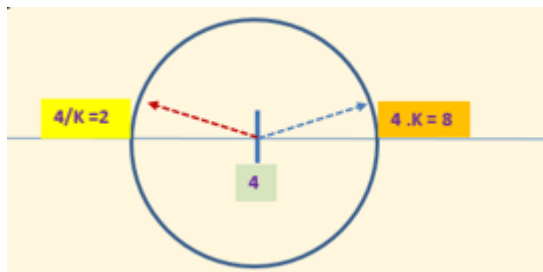
Cuando una proporción tiene los términos medios iguales, se denomina **proporción continua**. En este caso, el término medio es la **media geométrica** o **media proporcional** de los extremos. Esto significa que el valor del número medio es tal que su cuadrado es igual al producto de los dos extremos.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \Rightarrow$$

Por tanto 4 es media proporcional de 2 y 8

Por lo que podemos decir que: $4^2 = 2 \cdot 8 = 16$.

Como la constante de proporcionalidad es $K=2$, podríamos poner:



Para calcular el medio proporcional de una proporción continua se extrae **la raíz cuadrada del producto de los extremos**.

$$\frac{3}{x} = \frac{x}{12} \rightarrow x^2 = 3 \cdot 12 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow x = \pm 6$$

La media proporcional es un tipo de media que se utiliza cuando quieres encontrar un valor central en un conjunto de números que están en proporción o relación multiplicativa entre sí. A diferencia de la media aritmética, que es la suma de los valores dividida por el número de valores, la media proporcional se basa en la multiplicación.

Matemáticamente, si tienes un conjunto de n números positivos $x_1, x_2, \dots, x_n$, la media proporcional es la raíz n -ésima del producto de estos números. La fórmula es:

$$M_p = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

donde M_p representa la media proporcional y n es la cantidad de números en el conjunto.

Ejemplo Detallado

Supongamos que quieres calcular la media proporcional de tres números: 4, 16 y 64.

1. **Calcula el producto de los números:**

$$4 \cdot 16 \cdot 64$$

Primero, multiplica 4 por 16:

$$4 \cdot 16 = 64$$

Luego, multiplica este resultado por 64:

$$64 \cdot 64 = 4096$$

2. Calcula la raíz cúbica del producto:

Ahora, toma la raíz cúbica de 4096.

$$\sqrt[3]{4096}$$

¿Por qué Usar la Media Proporcional?

La **media proporcional** es valiosa en situaciones donde las cantidades están relacionadas de manera multiplicativa o cuando se enfrentan a patrones de crecimiento exponencial. Se aplica comúnmente en los siguientes casos:

- ✔ **Cálculo de tasas de crecimiento:** Por ejemplo, al comparar las tasas de crecimiento de diferentes inversiones, la media proporcional te proporciona una tasa de crecimiento promedio más precisa que otros métodos.
- ✔ **Escalas logarítmicas:** Es útil cuando se trabaja con datos que abarcan varios órdenes de magnitud, como en la medición de **intensidades de sonido** o **magnitudes sísmicas**, donde las relaciones son exponenciales.
- ✔ **Índices y ratios financieros:** En análisis financiero, la media proporcional se emplea para calcular el **rendimiento medio compuesto**, proporcionando una visión más precisa del rendimiento a lo largo del tiempo, especialmente cuando se trabaja con fluctuaciones importantes.



Caso práctico

Determina una proporción continua que tenga como media proporcional 6

Solución

Si la proporción es continua, el término medio será 6, por tanto los números extremos buscados deberán cumplir:

$$6^2 = 36 = x \cdot y$$

Si hacemos la descomposición factorial de $36 = 2^2 \cdot 3^2$ Una solución buscada podría ser $x = 2$ e $y = 16$.

Así la proporción continua podría ser:

$$\frac{18}{6} = \frac{6}{2}$$

Determinar la media de la proporción aritmética que tiene como extremos 81 y 4

Solución

Como nos piden el valor medio de la proporción significa que esta es continua y como es aritmética, estableceremos la siguiente igualdad:

$$81 - X = X - 4; \text{ luego: } X = \frac{81 + 4}{2} = \frac{85}{2} = 42,5$$

Luego la proporción aritmética sería de 81 es a 42,5 como 42,5 es a 4

Determina la media proporcional de la proporción geométrica de extremos 81 y 4

Solución

$$\frac{81}{X} = \frac{X}{4} \Rightarrow X^2 = (81) \cdot 4 = 324 \Rightarrow X = \sqrt{324} = 18$$

1.1.1.3. Tercero proporcional.

En una **proporción continua**, dado que los términos medios son iguales, se denomina **tercero proporcional** a uno de los términos extremos desiguales.

El **tercero proporcional** se calcula como el **cuadrado del término medio** dividido por el otro extremo. En otras palabras, si tienes una proporción continua de la forma $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, el tercero proporcional c se obtiene como:

$$c = \frac{b^2}{a}$$

Este valor mantiene la relación de proporcionalidad entre los términos y cumple con las propiedades de una proporción continua.

Un tercero proporcional es igual al cuadrado de los términos iguales, dividido por el término desigual.

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{12} \quad \longrightarrow \quad x = \frac{6^2}{12} = 3$$

El "tercero proporcional" es un número que se encuentra en una proporción con dos números dados de la siguiente manera: si tenemos dos números a y b , el tercero proporcional x es el número que completa la proporción de la forma $a:b = b:x$. Esto significa que el valor x mantiene la relación de proporción entre a y b .

Ejemplo

Supongamos que queremos encontrar el tercero proporcional a los números 4 y 6. Esto significa que queremos encontrar un número x tal que:

$$4:6 = 6:x$$

Para resolver esto, seguimos estos pasos:

1. **Escribimos la proporción en forma de ecuación:**

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{x}$$

2. **Resolvemos la ecuación para encontrar x .** Hacemos esto multiplicando en cruz:

$$4 \cdot x = 6 \cdot 6$$

Simplificando,

$$4x = 36$$

3. **Despejamos** x :

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

Entonces, el tercero proporcional de 4 y 6 es 9.

Verificación

Para asegurarnos de que la respuesta es correcta, podemos comprobar que la proporción se mantiene:

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

Simplificando ambas fracciones:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{y} \quad \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Como ambas fracciones son iguales, la proporción se mantiene, confirmando que el tercero proporcional es efectivamente 9.

Aplicaciones del Tercero Proporcional

El concepto de **tercero proporcional** se utiliza en varios campos, entre ellos:

- ✔ **Escalas y modelos:** Para asegurar que las proporciones se mantengan de manera precisa al cambiar las dimensiones de objetos o representar modelos a escala.
- ✔ **Finanzas:** En problemas relacionados con **interés compuesto** o en la **distribución proporcional** de recursos, donde se requiere mantener una relación constante entre cantidades.
- ✔ **Geometría:** En la **semejanza de triángulos** y otras figuras geométricas, el tercero proporcional se emplea para encontrar relaciones entre lados correspondientes y mantener proporciones en figuras semejantes.



Caso práctico

Hallar la tercera proporcional de 8 y 2.

Solución.

$$\frac{8}{2} = \frac{2}{X} \quad \Rightarrow \quad X \cdot 8 = 4 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

1.2. Magnitudes directamente proporcionales. Proporcionalidad directa.

Dos variables x y y , que están relacionadas en un mismo fenómeno, son **directamente proporcionales** cuando, al aumentar el valor de una, la otra también aumenta de manera proporcional. De igual manera, si una de las variables disminuye, la otra también disminuirá en la misma proporción.

Cuando se da esta relación, el **cociente** (o división) entre los valores correspondientes de ambas variables es **constante**.

Veamos un ejemplo práctico:

- ✓ **La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro.**

Respuesta: Sí, son directamente proporcionales, ya que al aumentar la longitud de los lados, también aumenta el perímetro. (Si una variable crece, la otra también lo hace en la misma proporción).

- ✓ **El número de trabajadores y los días que se tardan en realizar un trabajo, asumiendo que todos trabajan de igual manera.**

Respuesta: No, no son directamente proporcionales. A mayor cantidad de trabajadores, menor cantidad de días para completar el trabajo. (Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma proporción, por lo que es un caso de proporcionalidad inversa).

En el caso de magnitudes relacionadas mediante una **proporcionalidad directa**, la relación se puede representar matemáticamente como:

$$y = k \cdot x$$

Esta ecuación describe una **función lineal**, donde:

- ✓ x es la **variable independiente**.
- ✓ y es la **variable dependiente**.
- ✓ k es la **constante de proporcionalidad**.

Por ejemplo, si tenemos la función $y = 3x$, la constante de proporcionalidad es **3**. Esto significa que por cada unidad que aumenta la variable x , la variable y aumentará en **tres unidades**.

Recuerda:

Dos variables (x , y) relacionadas en un mismo fenómeno, son directamente **proporcionales**,

Si $x \uparrow \leftrightarrow y \uparrow$

cuando al aumentar de valor una aumenta de valor la otra.

$x \downarrow \leftrightarrow y \downarrow$

O si la primera disminuye, disminuye la segunda.

¿Cómo se calcula la constante de proporcionalidad conociendo relaciones entre dos magnitudes?

Como $y = kx$ entonces $\longrightarrow k = y / x$

Calcula la constante de proporcionalidad de los valores de la tabla siguiente:

x	3	6	7
y	6	12	14

$$k = \frac{y}{x} = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{14}{7} = 2$$

Analicemos el siguiente ejemplo: **Juan ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortillas iguales.**

- ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortillas?
- ¿Y para hacer 2?

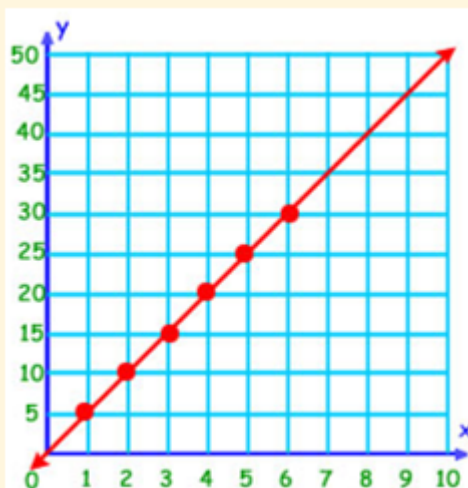
Como las tortillas tienen todas la misma cantidad de huevos, podríamos rellenar la siguiente tabla:

número de tortillas $\rightarrow X$	1	2	3	4	5	6
número de huevos $\rightarrow Y$	5	10	15	20	25	30

Si llevamos sobre un sistema de **ejes cartesianos**^[1] las parejas de valores (x,y) del ejemplo anterior, vemos que estos puntos no se sitúan aleatoriamente en la representación, sino que configuran una línea recta que pasa por el origen del sistema de referencia, punto (0,0).

Así pues, el gráfico que corresponde a una relación de proporcionalidad directa **es una línea recta** que pasa por el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

Además si nos fijamos en la tabla, podemos darnos cuenta que el cociente (división) entre las dos magnitudes (y / x) es constante y representa la constante de proporcionalidad de la relación. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es **5**.



[1] Ejes cartesianos. Cada una de las rectas reales graduadas que se cortan perpendicularmente dividiendo al plano en cuatro cuadrantes.



Rellenar huecos

8) Indica en qué casos las magnitudes que aparecen son directamente proporcionales: Contesta Si o No.

a) La velocidad de un vehículo y la distancia que recorre en dos horas. ☐

b) El coste de un lápiz y la cantidad de lápices que se pueden comprar con 10 euros. ☐

c) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda en recorrerla. ☐

d) El número de litros de agua que contiene un depósito y su peso. ☐

e) La edad de una persona y su estatura. ☐ .

Enviar

1.3. Magnitudes inversamente proporcionales. Proporcionalidad inversa

Dos variables (x , y) relacionadas en un mismo fenómeno, son inversamente proporcionales,

Si $X \uparrow \leftrightarrow Y \downarrow$

cuando al **aumentar** de valor una de ellas **disminuye** el valor de la otra.

O si

$X \downarrow \leftrightarrow Y \uparrow$

la primera **disminuye**, **aumenta** la segunda.

Cuando ocurre lo anterior se verifica que ($x \cdot y = k$), **es decir** el producto entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Esta relación de proporcionalidad inversa se puede representar como una función de la forma: $y = k / x$.

Donde :

x se le denomina variable independiente.

y se le denomina variable dependiente.

K constante de proporcionalidad inversa.

Analicemos el siguiente ejemplo: **Indica si la relación entre las variables dadas son o no inversamente proporcionales.**

a) El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer una construcción edificio.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales**, ya que con el doble, triple... número de albañiles se tardará la mitad, tercera parte de tiempo en construir el mismo edificio.

b) La velocidad de un automóvil y el trayecto recorrido en el mismo tiempo.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales** ya que a tiempo constante, con el doble o el triple... de la velocidad, el automóvil recorrerá el doble, triple... de espacio.

c) La velocidad de un automóvil y el tiempo empleado en recorrer el mismo trayecto.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales**, ya que, a espacio constante, con el doble, triple... velocidad, el auto tardará la mitad, tercera parte... de tiempo en recorrerlo.

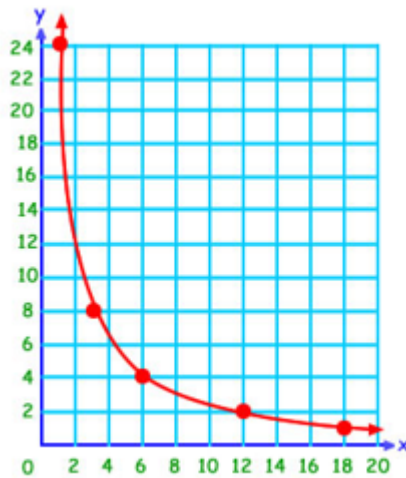
✓ Gráfico de proporcionalidad inversa.

La tabla siguiente representa a los diferentes valores de las variables en una relación inversa.

x	3	6	12	1
y	8	4	2	24

Si representamos sobre un sistema de coordenadas cartesianas dichos valores los puntos representativos forman una curva, llamada **hipérbola**.

Esta gráfica es indicativa de que entre las variables hay una relación de proporcionalidad inversa.



Rellenar huecos

9) Indica en cuáles de las siguientes situaciones, las magnitudes que aparecen son inversamente proporcionales:

- a) El tiempo que trabaja una persona y el salario que recibe. ☐
- b) Número de trabajadores en una obra y tiempo que tardan en terminarla. ☐
- c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia. ☐
- d) Precio de un artículo e importe del IVA. ☐
- e) Longitud de una circunferencia y de su diámetro. ☐
- f) Número de vacas en un establo y tiempo para el que tienen alimento. ☐

Enviar

2. Comparación de dos o más magnitudes en proporción geométrica.

Proporción Geométrica

La **proporción geométrica** es una herramienta matemática utilizada para comparar magnitudes a través de las **razones** entre ellas, en lugar de comparar directamente sus valores. Este enfoque es especialmente útil en problemas de **geometría** y **crecimiento exponencial**, donde la relación entre las magnitudes sigue un patrón multiplicativo.

Dado tres números a , b y c , se dice que están en **proporción geométrica** si el cociente entre pares consecutivos es constante. Es decir, los números están en proporción geométrica si:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Ejemplo de Proporción Geométrica

Consideremos tres magnitudes para ilustrar la proporción geométrica:

- ✔ Longitud del primer segmento: $a = 4$
- ✔ Longitud del segundo segmento: $b = 8$
- ✔ Longitud del tercer segmento: $c = 16$

Para verificar si estas magnitudes están en proporción geométrica:

1. Calculamos las razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b}{c} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

2. Comparamos las razones:

Como $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, los números 4, 8 y 16 están en **proporción geométrica**.

Aplicaciones en Problemas de Geometría

La proporción geométrica se aplica con frecuencia en problemas de **geometría**, especialmente al trabajar con **figuras similares**, donde las relaciones de los lados correspondientes siguen una proporción constante.

Ejemplo: Figuras Similares

Supongamos que tenemos dos triángulos similares. El primer triángulo tiene lados de 3 cm, 6 cm y 9 cm, mientras que el segundo triángulo tiene lados de 4 cm, 8 cm y 12 cm. Queremos verificar si estos triángulos están en proporción geométrica.

1. Calculamos las razones de los lados correspondientes:

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, \quad \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. Conclusión:

Como las razones entre los lados correspondientes son iguales, podemos confirmar que los triángulos son **similares** y están en **proporción geométrica**.

Aplicación en Crecimiento Exponencial

La proporción geométrica también se utiliza en contextos de **crecimiento exponencial**, como en el estudio del **crecimiento de poblaciones** o el **interés compuesto** en finanzas.

Ejemplo: Crecimiento de una Población

Supón que una población de bacterias se **duplica** cada hora. Si comenzamos con 50 bacterias, después de 1 hora habrá 100, y después de 2 horas habrá 200, y así sucesivamente.

1. Calculamos las razones de las poblaciones después de cada hora:

$$\frac{100}{50} = 2, \quad \frac{200}{100} = 2$$

2. Conclusión:

Las razones son constantes, lo que indica que la población está creciendo de manera **exponencial**, siguiendo una **proporción geométrica**.

Resumen

La **proporción geométrica** permite comparar magnitudes a través de sus razones, en lugar de sus valores absolutos. Es una herramienta fundamental en la **geometría**, donde se utiliza para analizar figuras similares, y en situaciones de **crecimiento exponencial**, como el crecimiento poblacional o el interés compuesto. Cuando las razones entre términos consecutivos son iguales, podemos confirmar que las magnitudes están en proporción geométrica, lo que facilita la resolución de una variedad de problemas matemáticos y prácticos.



Autoevaluación

¿Cómo se determina si tres números a , b y c están en proporción geométrica?

- ☐ Si la diferencia entre cada par de términos consecutivos es la misma.
- ☐ Si el cociente de cualquier par de términos consecutivos es el mismo.
- ☐ Si la suma de cada par de términos consecutivos es la misma.
- ☐ Si el producto de los términos es el mismo.

Incorrecto

Si el cociente de cualquier par de términos consecutivos es el mismo es correcta. Para que tres números a , b y c estén en proporción geométrica, el cociente entre cada par de términos consecutivos debe ser el mismo. Es decir,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Dado $a = 4$, $b = 8$, y $c=16$, ¿están estos números en proporción geométrica?

- ☐ Sí, porque $\frac{4}{8} = \frac{8}{16}$
- ☐ No, porque $\frac{4}{8} \neq \frac{8}{16}$

- ☐ Sí, porque $4 + 8 = 16$
- ☐ No, porque $4 \times 8 \neq 16$

Sí, porque $\frac{4}{8} = \frac{8}{16}$ **84=168** es correcta. Para estos números, el cociente entre 44 y 88 es $\frac{1}{2}21$, y el cociente entre 88 y 1616 también es $\frac{1}{2}21$. Dado que estos cocientes son iguales, los números están en proporción geométrica.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

En problemas de geometría, ¿cómo se aplica la proporción geométrica?

- ☐ Para calcular el área de figuras geométricas.
- ☐ Para comparar las longitudes de los lados de figuras similares.
- ☐ Para sumar las áreas de dos figuras.
- ☐ Para determinar el ángulo entre dos lados de una figura.

Incorrecto

Para comparar las longitudes de los lados de figuras similares es correcta.

La proporción geométrica se utiliza para verificar si las longitudes de los lados de figuras similares están en una relación constante, lo que indica que las figuras son semejantes.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

En un crecimiento exponencial, ¿cómo se puede confirmar que el crecimiento es proporcional geométricamente?

- ☐ Verificando que la población se duplica a intervalos regulares.
- ☐ Calculando la diferencia entre las poblaciones en intervalos regulares.
- ☐ Verificando que el cociente entre las poblaciones en intervalos regulares es constante.
- ☐ Sumando las poblaciones en cada intervalo.

Incorrecto

Incorrecto

Verificando que el cociente entre las poblaciones en intervalos regulares es constante es correcta. En un crecimiento exponencial, las razones entre las poblaciones en intervalos regulares deben ser iguales, indicando que el crecimiento sigue una proporción geométrica.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es la condición necesaria para que dos triángulos sean similares y estén en proporción geométrica?

- ☐ Que tengan los mismos ángulos.
- ☐ Que sus lados correspondan en proporción geométrica.
- ☐ Que tengan el mismo perímetro.
- ☐ Que los ángulos internos sumen 180 grados.

Incorrecto

Que sus lados correspondan en proporción geométrica es correcta. Para que dos triángulos sean similares, las longitudes de sus lados deben estar en proporción geométrica, lo que significa que las razones entre los lados correspondientes deben ser iguales.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

2.1. Regla de tres simple directa.

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B**, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera directamente proporcional (**a más de A, más de B**).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes **A** y **B**, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Sabemos que 4 libros cuestan 8 €, nos gustaría saber cuánto nos costarían 15 libros del mismo tipo.

Tenemos dos magnitudes representada por las variable: **A** → número de libros.

B → coste de los libros.

De esas variables conocemos tres cantidades:

A₁=4, B₁=8, A₂=15.

Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores **B₂=X**

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: 4 libros → 8 €

Pregunta: 15 libros → X €

Esta forma de plantear el problema se le llama regla de tres simple directa y vamos a ver que hay tres formas de enfrentar su solución:

✔ Método de reducción a la unidad.

Si 4 libros cuestan 8 euros, un libro constará cuatro veces menos, es decir, un libro costará $8/4 = 2$ €, por tanto 15 libros costarán 15 veces más que un libro solo, es decir, $2 \cdot 15 = 30$ €, que sería la respuesta buscada.

✔ Método de las proporciones.

Como a más libros adquiridos pagaremos más, las dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B** son directamente proporcionales.

La constante de razón (k) de las cantidades homogéneas (*de la misma variable*) son iguales, luego podremos igualar las razones, quedándonos:

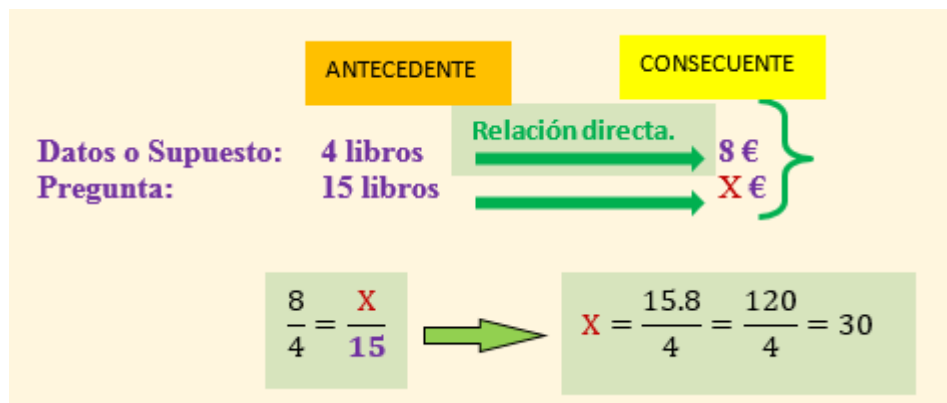
$$k = \frac{4}{15} = \frac{8}{X}$$

$$\text{Resolviendo tendremos: } 4 \cdot X = 15.8 \rightarrow X = \frac{120}{4} = 30 \text{ €}$$

✓ Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud donde se encuentre la incógnita.

Si la relación es de **proporcionalidad directa** entonces **igualaremos los cocientes**, si fuese **inversa** lo que igualaríamos serían los productos de las cantidades relacionadas.

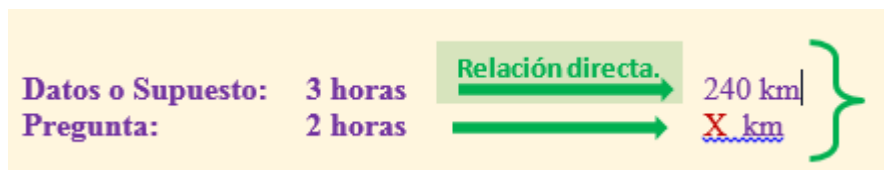


Resolvamos juntos el siguiente supuesto:

Un automóvil a velocidad constante recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

Las dos magnitudes en juego, **distancia** y **tiempo** para una misma velocidad, con dos medidas cada una, son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que **a menos** horas recorrerá **menos** kilómetros y a más horas recorrerá más kilómetros.

Luego podremos hacer el siguiente planteamiento:



Como tenemos una relación directamente proporcional podemos igualar las constantes de razón de las magnitudes relacionadas o lo que es lo mismo, el cociente de las cantidades de esas magnitudes y poner:

$$\frac{240}{3} = \frac{X}{2} \rightarrow X = \frac{240 \cdot 2}{3} = \frac{480}{3} = 160 \text{ km}$$



Caso práctico

10) En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

Solución

Si representamos por x el número de litros que contendrá 5200 gramos de sal, y formamos la siguiente tabla:

Se verifica la proporción:

$$\frac{x}{5200} = \frac{50}{1300}$$

Litros de agua	x	50
Gramos de sal	1.300	5.200

Resolviendo la igualdad nos queda: $x = \frac{50 \cdot (5200)}{1300} = 200 \text{ l}$

11) Un automóvil gasta 5 litros de carburante cada 100 km. Si quedan en el depósito 6 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil?

Solución

Si hubiese consumido un litro solo hubiese hecho cinco veces menos kilómetros ($\frac{100}{5}$), pero si gastase seis litros, recorrería seis veces más kilómetros que con un solo litro, luego:

$$x = \frac{100}{5} \cdot 6 = 120 \text{ km}$$

2.2. Regla de tres simple inversa

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B**, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera inversamente proporcional (**a más de una, menos de la otra**).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes **A** y **B**, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos juntos el siguiente ejemplo:

Cuatro grifos iguales, llenan un depósito en **14 horas**. ¿Cuánto tardarían en rellenar el mismo depósito si tuviésemos **siete** grifos en vez de cuatro?

Tenemos dos magnitudes representada por las variable: **A → número de grifos**.

B → horas abiertos.

De esas variables conocemos tres cantidades: **A₁=4, B₁=14, A₂=7**.

Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores **B₂=X**. (Que es la pregunta del enunciado.)

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: **4 grifos → 14 horas abiertos.**

Pregunta: **7 grifos → X horas abiertos**

Esta forma de plantear el problema se le llama regla de tres simple, porque **solo hay dos magnitudes relacionadas e, inversa**, puesto que si la cantidad de una de las magnitudes crece, la lógica y la intuición nos dice que la cantidad de la otra magnitud decrecerá.

Como en el caso anterior hay tres formas de enfrentar su solución, veámoslas a través del siguiente ejemplo:

✔ **Método de reducción a la unidad.**

Si cuatro grifos tardan en llenar el depósito 14 horas, un grifo solo tardará en hacerlo cuatro veces más, es decir **4.14 = 56 horas**, de la misma forma que **7 grifos** lo harían en **un tiempo de siete veces menos**, es decir, **56/7=8 horas**.

Eso es, 7 grifos tardarían en llenar el depósito 8 horas, **menos tiempo que tardaban los cuatro grifos iniciales**.

✔ **Método de las proporciones.**

Como a más grifos abiertos tardaremos menos en llenar el depósito, las dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B** son inversamente proporcionales.

La constante de razón (**k**) de las cantidades homogéneas (*de la misma variable*) ahora no son iguales, sino que una es la inversa de la otra, luego para igualar las razones deberemos invertir el

antecedente y el consecuente de cualquiera de las razones.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Razón de la magnitud grifos: } k_A = \frac{4}{7} \\ \text{Razón de la magnitud horas: } k_B = \frac{14}{\textcolor{red}{X}} \end{array} \right\} \text{ Pero resulta que: } k_A = \frac{1}{k_B} \text{ o } k_B = \frac{1}{k_A}$$

Luego igualando las razones a las que representan dichas constantes tendríamos:

$$\frac{4}{7} = \frac{1}{\frac{14}{\textcolor{red}{X}}} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{\textcolor{red}{X}}{14} \Rightarrow \text{Por tanto } 4 \cdot (14) = 7 \cdot \textcolor{red}{X}$$

Luego

$$\textcolor{red}{X} = \frac{4 \cdot (14)}{7} = \frac{56}{7} = \textcolor{violet}{8 \text{ horas}}$$

✔ Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud **donde se encuentre la incógnita**.

Si la relación es de proporcionalidad **inversa** entonces igualaremos los productos de las cantidades relacionadas (de *la misma variable*), estableciendo una igualdad entre el supuesto y la pregunta.

	ANTECEDENTE		CONSECUENTE
Datos o Supuesto:	4 grifos	Relación inversa.	14 h
Pregunta:	7 grifos		X h
$4 \cdot (14) = 7 \cdot (\textcolor{red}{X}) \Rightarrow \textcolor{red}{X} = \frac{4 \cdot (14)}{7} = \frac{56}{7} = \textcolor{violet}{8 \text{ horas}}$			

Resolvamos juntos el siguiente ejemplo: **3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?**

El número de obreros y el tiempo que tardan en hacer la construcción, son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** obreros tardarán **menos** horas.

Datos o Supuesto: 3 obreros → 12 horas.

Pregunta: 6 obreros → **X horas**.

Si tres obreros tardan 12 horas, **un obrero solo** tardará tres veces más, es decir, $3 \cdot (12) = 36$ h. Pero si en vez de un obrero **trabajasen 6**, evidentemente tardaría seis veces menos en hacer la obra, por tanto:

$$X=36.h/6= 6 \text{ h.}$$

Es decir, 6 obreros realizarían el muro en 6 horas, frente a las 12 h que tardaría 3 obreros.



Caso práctico

12) Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

Solución

Hay dos magnitudes (litros y tiempo) que son **inversamente proporcionales**, ya que **a menos** litros por minuto tardará **más** en llenar el depósito.

Por ser inversamente proporcionales, las constantes de razón de las cantidades de cada magnitud, son inversas, luego para establecer una igualdad entre ellas, deberemos invertir cualquiera de las razones establecidas.

Caudal, (l)	18	7
Tiempo.(h)	14	X

$$k_i = \frac{18}{7} \quad \rightarrow \quad k_i = \frac{1}{k_h} \quad \rightarrow \quad \frac{18}{7} = \frac{X}{14} \quad \rightarrow \quad X = \frac{18}{7} \cdot 14 = 36 \text{ h}$$
$$k_h = \frac{14}{X}$$

13) Si 4 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

Solución

Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que **a más** obreros tardarán **menos** horas.

Obreros		Tiempo
Si 4 obreros	tardan	12 h
6 obreros	tardarán	x

$$x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8$$

2.3. Reglas de tres Compuestas directas, inversas y mixtas.

Regla de Tres Compuesta

La **regla de tres compuesta** se utiliza cuando se relacionan **tres o más magnitudes** y, a partir de las relaciones entre las cantidades conocidas, se busca obtener el valor de la magnitud desconocida.

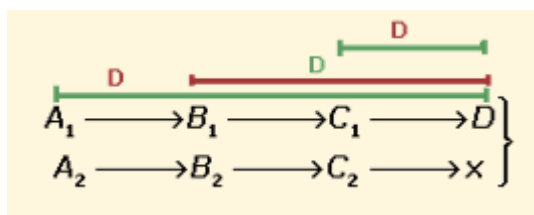
Una regla de tres compuesta consiste en aplicar varias **reglas de tres simples** de manera sucesiva. Las relaciones entre las magnitudes involucradas pueden ser todas **directamente proporcionales**, todas **inversamente proporcionales**, o una combinación de ambas (es decir, algunas directas y otras inversas).

Para simplificar el proceso, utilizaremos el **método comparativo**. En este método, se comparan las magnitudes conocidas con aquella en la que se encuentra la **cantidad buscada** (la incógnita). Al hacer estas comparaciones, determinamos si la relación es directa o inversa. La magnitud que contiene la incógnita se considera el **consecuente** del problema, mientras que las demás magnitudes actúan como **antecedentes**.

Este enfoque permite resolver problemas de proporcionalidad de manera eficiente, ajustando las relaciones entre las magnitudes de acuerdo con el tipo de proporción que mantienen (directa o inversa).

✓ Regla de tres compuesta y directa.

Señalamos con una “ **D** ” (**directa**) la relación que existe entre los antecedentes (**A,B,C**) y el consecuente (**D**).



Por ser la relación directa entre las magnitudes participantes, plantearemos la siguiente igualdad entre las razones de los antecedentes y de los consecuentes.

$$\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B_1}{B_2} \cdot \frac{C_1}{C_2} = \frac{D}{x}$$

despejando adecuadamente la variable resulta:

$$x = \frac{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \cdot D}{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de 20 €. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.

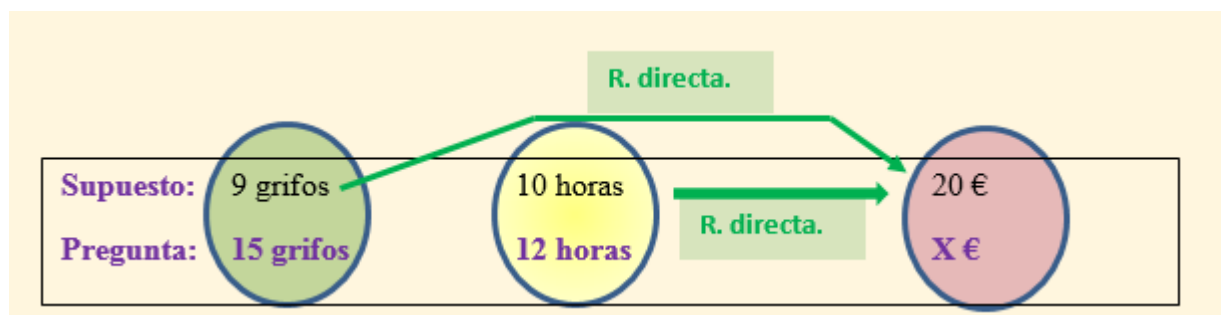
Tenemos tres magnitudes en juego:

- A. número de grifos.
- B. número de horas abiertos.
- C. coste del vertido.

Como el dato buscado está sobre la variable **C** “**coste del vertido**”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema y el resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **C** de manera **directamente proporcional** (más grifos más coste).

B se relaciona con **C** de manera **directamente proporcional** (más horas vertiendo más coste).



Por tanto multiplicando las razones de los antecedentes e igualándolas a la razón del consecuente no quedaría:

$$\frac{9}{15} \cdot \frac{10}{12} = \frac{20}{x} \Rightarrow \frac{90}{180} = \frac{20}{x} \quad \text{Y despejando resulta:} \quad x = \frac{20 \cdot 180}{90} = 40 \text{ €}$$

✓ Regla de tres compuesta inversa.

Señalamos con una “I” (inversa) la relación que existe entre los antecedentes (A, B, C) y el consecuente (D).

El diagrama muestra dos filas de variables: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1 \rightarrow D$ y $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2 \rightarrow x$. Las relaciones entre A_1 y A_2 , B_1 y B_2 , y C_1 y C_2 están marcadas con líneas verdes y una 'I' (inversa). La fórmula resultante es:

$$\frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{B_2}{B_1} \cdot \frac{C_2}{C_1} = \frac{D}{x} \Rightarrow x = \frac{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1 \cdot D}{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2}$$

Lo que significa que la cantidad buscada en una relación en la que todas sus magnitudes están relacionadas de manera inversamente proporcional será igual al producto de los antecedentes partido por el producto de los consecuentes.

Analicemos el siguiente ejemplo:

5 obreros trabajando 6 horas diarias construyen un muro en 2 días. ¿Cuánto tardarán 4 obreros trabajando 7 horas diarias?

Tenemos tres magnitudes en juego:

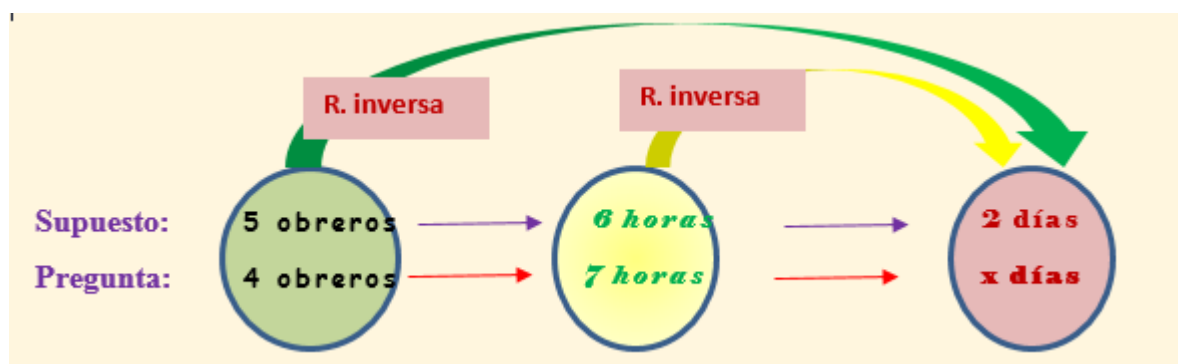
- A. número de obreros.
- B. número de horas de trabajo diarias
- C. duración de la obra.

Como el dato buscado está sobre la variable C “**duración de la obra**”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **C** de manera **inversamente** proporcional (**más obreros menos duración**).

B se relaciona con **C** de manera **inversamente** proporcional (**más horas diarias menos duración**).

Hacemos el siguiente planteamiento:



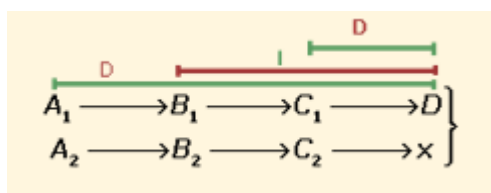
Como la relación es inversamente proporcional invertiremos las razones de los antecedentes y los igualaremos a la razón del consecuente sin invertir, para seguidamente despejar el valor buscado.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{30}{28} \cdot 2 = 2,14 \text{ días}$$

✓ Regla de tres compuesta mixta.

Aparece cuando en un problema nos encontramos variables que respecto al consecuente actúan de modo directamente proporcional, mientras que otras actúan de manera inversamente proporcional.

Supongamos el siguiente planteamiento donde las magnitudes guardan con el consecuente la relación indicada:



Multiplicaremos las razones de los antecedentes invirtiendo las mismas cuando la relación sea inversa. El resultado lo igualaremos a la razón del consecuente.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m.

¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que falta?

Tenemos tres magnitudes en juego:

- A. número de obreros.
- B. número de horas de trabajo diarias.
- C. metros construidos.
- D. días de trabajo.

Como el dato buscado está sobre la variable D “**duración de la obra**”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

- ✓ **A** se relaciona con **D** de manera **inversamente** proporcional (**más obreros, menos duración**).
- ✓ **B** se relaciona con **D** de manera **inversamente** proporcional (**más horas diarias, menos duración**).
- ✓ **C** se relaciona con **D** de manera **directamente** proporcional (**más construcción, más duración**).

Hacemos el siguiente planteamiento:

	ANTECEDENTES			CONSECUENTE
Supuesto:	8 obreros	6 horas	30 m	9 días
Pregunta:	10 obreros	8 horas	50 m	X días

Diagrama de relaciones: Se muestran flechas verdes curvas desde los círculos de los antecedentes (8 obreros, 6 horas, 30 m) hacia el círculo de los consecuentes (9 días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (8 horas) hacia el círculo de los consecuentes (X días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (50 m) hacia el círculo de los consecuentes (X días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (10 obreros) hacia el círculo de los consecuentes (X días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (8 horas) hacia el círculo de los consecuentes (X días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (50 m) hacia el círculo de los consecuentes (X días). Una flecha verde recta va desde el círculo de los antecedentes (10 obreros) hacia el círculo de los consecuentes (X días).

Igualando las razones de los antecedentes con la razón del consecuente, invirtiendo aquellas razones que están en proporción inversa resulta:

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{30}{50} = \frac{9}{x} \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{9}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 9$$

Por lo tanto, 10 obreros trabajando 8 horas diarias realizarán un muro de 50 m en 9 días.



Caso práctico

14) En un mapa de escala 1:200.000 la distancia entre dos puntos es de 15 cm.
¿Cuál es la distancia en la realidad?

Solución

1º) Primero hay que establecer la equivalencia de la escala:

1 cm en el mapa equivalen a 200.000 cm en la realidad; es decir a 2 km.

2º) Y ahora planteamos la regla de tres:

medida en el mapa		medida en la realidad	
Si 1 cm	equivale	2 km	} $x = \frac{15 \cdot 2}{1} = 30 \text{ km}$
15 cm	equivaldrán	x km	

15) En una fábrica 6 máquinas iguales producen en 2 horas 600 piezas. ¿Cuántas piezas producirán 9 de estas máquinas en 3 horas?

Solución

El planteamiento es: si aumentamos el número de máquinas, la cantidad de piezas producidas en un cierto tiempo, aumentará, por ello la relación es Directa, a su vez, tenemos las mismas máquinas trabajando más tiempo, se producirán más piezas, luego la relación también es directa.

Máquinas		Piezas		Tiempo
6	(D)	600	(D)	2h
9		x		3h

Ahora establecemos la igualdad de las proporciones. En uno de los miembros la magnitud donde está la incógnita, y en el otro el producto de las razones. Al ser las dos directas, se escriben las razones sin invertir:

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{600}{x} \Rightarrow \frac{12}{27} = \frac{600}{x} \Rightarrow x = \frac{600 \cdot 27}{12} = 1350 \text{ piezas}$$

Luego producirán **1350 piezas**.

3. Repartos.

Reglas de Tres y Conceptos de Repartos

En las reglas de tres, tanto simples como compuestas, se comparan las cantidades de dos o más magnitudes para determinar un valor desconocido. Ahora, aunque seguimos basándonos en el concepto de **proporción**, el enfoque cambia hacia encontrar **razones** con una constante de proporcionalidad que nos permita realizar **repartos**. Estos repartos pueden ser **directamente proporcionales**, **inversamente proporcionales** o **mixtos**, dependiendo de la naturaleza de las magnitudes involucradas.

Conceptos Básicos de Repartos

1. Reparto Directamente Proporcional:

En un reparto directamente proporcional, dos magnitudes se distribuyen de tal manera que, si una aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción. Por ejemplo, si repartimos una cantidad de dinero entre dos personas, la cantidad que cada persona recibe estará directamente relacionada con la proporción previamente establecida.

2. Reparto Inversamente Proporcional:

En el reparto inverso, las magnitudes se distribuyen de manera opuesta: si una magnitud aumenta, la otra disminuye proporcionalmente. Por ejemplo, al repartir un trabajo entre varias personas, si aumenta el número de trabajadores, el tiempo que cada persona necesita para completar el trabajo disminuirá.

3. Reparto Mixto:

El reparto mixto es una combinación de proporciones directas e inversas, donde las magnitudes pueden depender de múltiples factores interactuando de manera compleja. Se aplica cuando algunas variables se distribuyen proporcionalmente de forma directa y otras de manera inversa.

Ejemplo de Reparto Directamente Proporcional

Supongamos que deseas repartir \$300 entre Ana y Luis en una proporción de 2:3.

1. **Calcular el total de partes:** $2 + 3 = 5$

2. **Valor de cada parte:** $\frac{300}{5} = 60$

3. **Cantidad para Ana:** $2 \times 60 = 120$

4. **Cantidad para Luis:** $3 \times 60 = 180$

En este ejemplo, Ana y Luis reciben dinero en proporción directa (2:3). Si la cantidad total cambia, las proporciones se mantendrán, pero los valores absolutos variarán.

Ejemplo de Reparto Inversamente Proporcional

Supongamos que tienes un trabajo que una persona puede completar en 4 horas. Si decides dividir el trabajo entre 2 personas, el tiempo se reducirá en proporción inversa.

1. **Tiempo con 1 persona:** 4 horas.
2. **Con 2 personas:** El tiempo se reduce a la mitad: $\frac{4}{2} = 2$

En general, si n personas realizan el trabajo, el tiempo total T se calcula como:

$$T = \frac{4}{n} \text{ horas}$$

A medida que aumenta n , el tiempo total disminuye en proporción inversa.

Ejemplo de Reparto Mixto

Imagina que estás organizando un evento con dos tareas: **decoración** y **catering**.

- ✔ **Decoración:** Se reparte directamente proporcional al número de personas. Si tienes 5 personas y el trabajo total es de 120 unidades, cada persona hará:

$$\frac{120}{5} = 24 \text{ unidades.}$$

- ✔ **Catering:** Se reparte inversamente proporcional al número de personas. Si tienes 6 horas para el catering y 3 personas, el tiempo que cada persona necesita será:

$$\frac{6}{3} = 2 \text{ horas.}$$

En este caso, hemos combinado un reparto directo para la decoración y un reparto inverso para el catering, lo que muestra cómo las diferentes magnitudes pueden interactuar en problemas mixtos.

Resumen

- ✔ **Reparto Directamente Proporcional:** Las cantidades se distribuyen en función directa de la proporción establecida.
- ✔ **Reparto Inversamente Proporcional:** Las cantidades se distribuyen en función inversa de la proporción establecida.
- ✔ **Reparto Mixto:** Combina proporciones directas e inversas para resolver problemas más complejos que involucran varias variables.

Este enfoque de repartos es una aplicación directa del concepto de proporción y es útil

en una amplia gama de situaciones prácticas, desde la distribución de recursos hasta la organización de tareas.



Autoevaluación

En un reparto directamente proporcional, si una magnitud aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. En un reparto directamente proporcional, ambas magnitudes aumentan o disminuyen de manera proporcional. Esto significa que si una magnitud se incrementa, la otra también lo hace en la misma proporción establecida.

En un reparto mixto, se combinan proporciones directas e inversas para resolver problemas complejos que involucran más de una variable.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. En un reparto mixto, se utilizan tanto proporciones directas como inversas para abordar problemas que requieren la interacción de múltiples factores o variables.

En un reparto inversamente proporcional, si una magnitud aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Correcto. En un reparto inversamente proporcional, si una magnitud aumenta, la otra disminuye en proporción inversa. Es decir, cuando una magnitud se incrementa, la otra se reduce de manera proporcional.

Si repartimos una cantidad de dinero entre dos personas en una proporción de 2:3, la cantidad total de dinero se divide en 5 partes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Correcto. En una proporción de 2:3, la suma de las partes es $2 + 3 = 5$. Por lo tanto, la cantidad total de dinero se divide en 5 partes.

En un reparto inversamente proporcional, si aumentamos el número de personas trabajando en una tarea, el tiempo requerido para completarla también aumenta.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Correcto. En un reparto inversamente proporcional, si aumentamos el número de personas trabajando en una tarea, el tiempo requerido para completarla disminuye, ya que el trabajo se reparte entre más personas.

3.1. Repartos directamente proporcionales.

El **reparto proporcional** consiste en distribuir una cantidad dada entre varias partes de tal forma que cada elemento del reparto reciba una fracción del total que sea **directamente proporcional** a una característica particular que se tome como referencia (por ejemplo, edad, altura, peso, etc.).

Sea N la cantidad total a repartir entre n partes, cada una representada por una característica $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Las cantidades recibidas por cada parte se denotan como $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$.

El reparto se caracteriza por el hecho de que la **constante de proporcionalidad** entre la cantidad recibida (c_i) y la característica que origina el reparto (a_i) es la misma para todas las partes, es decir:

$$\frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \dots = \frac{c_n}{a_n}$$

Esto asegura que cada parte reciba una cantidad en proporción directa a su característica, lo que mantiene la equidad en el reparto en función de la referencia establecida.

$$k = \frac{c_1}{a_1}, k = \frac{c_2}{a_2}, k = \frac{c_3}{a_3} \dots \dots \dots k = \frac{c_n}{a_n}$$

Luego podemos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} \dots \dots \frac{c_n}{a_n}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. **Por tanto:**

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} \dots \dots = \frac{c_n}{a_n}$$

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{c_i}{a_i} = \frac{N}{A}$$



$$c_i = \frac{N \cdot a_i}{A}$$

$i = 1 \dots \dots \dots n$

Donde: $A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ y $N = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n$

Analicemos este ejemplo:

Un abuelo reparte 450 € entre sus tres nietos de 8, 12 y 16 años de edad, proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Llamamos x , y , z a las cantidades que le corresponde a cada uno.

1º El reparto es directamente proporcional luego: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$

2º Por la propiedad de las razones iguales: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{x+y+z}{8+12+16} = \frac{450}{36}$

3º Cada nieto recibirá:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{8} = \frac{450}{36} \\ \frac{y}{12} = \frac{450}{36} \\ \frac{z}{16} = \frac{450}{36} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x = \frac{450 \cdot 8}{36} = 100 \text{ €} \\ y = \frac{450 \cdot 12}{36} = 150 \text{ €} \\ z = \frac{450 \cdot 16}{36} = 200 \text{ €} \end{array}$$

Otra forma de resolver el mismo ejemplo anterior:

Ejemplo

Supongamos que un abuelo desea repartir 450 € entre sus tres nietos, cuyas edades son 8, 12 y 16 años, de manera **proporcional a sus edades**. Queremos calcular cuánto corresponde a cada uno.

Paso 1: Sumar las edades

Primero sumamos las edades de los nietos:

$$A = 8 + 12 + 16 = 36$$

$$A = 8 + 12 + 16 = 36$$

Paso 2: Calcular el valor de cada parte

El valor de cada parte se obtiene dividiendo el total a repartir ($N = 450$) entre la suma de las edades:

$$\text{Valor de cada parte} = \frac{450}{36} = 12.5$$

$$\text{Valor de cada parte} = \frac{450}{36} = 12.5$$

Paso 3: Calcular cuánto recibe cada nieto

Multiplicamos la edad de cada nieto por el valor de cada parte para encontrar la cantidad que le

corresponde a cada uno:

- ✓ El nieto de **8 años** recibirá:

$$8 \times 12.5 = 100\text{€}$$

- ✓ El nieto de **12 años** recibirá:

$$12 \times 12.5 = 150\text{€}$$

- ✓ El nieto de **16 años** recibirá:

$$16 \times 12.5 = 200\text{€}$$

Conclusión

El reparto proporcional de 450 € será:

- ✓ 100 € para el nieto de 8 años.
- ✓ 150 € para el nieto de 12 años.
- ✓ 200 € para el nieto de 16 años.

Este reparto asegura que la cantidad asignada a cada nieto sea **directamente proporcional a su edad**.



Caso práctico

16) Compramos un lote de libros por 162 euros. Víctor se quedó con 7 libros, Belén con 5 y Jaime con 6. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

Solución

La cantidad que debe pagar cada uno son proporcionales al número de libros que se quedó.

$a_{\text{Víctor}} = 7$; $a_{\text{Belén}} = 5$; $a_{\text{Jaime}} = 6$. por tanto $A = 7 + 5 + 6 = 18$ y la cantidad total pagada $N = 162 = C_{\text{Víctor}} + C_{\text{Belén}} + C_{\text{Jaime}}$ €.

$$C_{\text{Víctor}} = (162 \cdot 7) / 18 = 63$$

$$C_{\text{Belén}} = (162 \cdot 5) / 18 = 45$$

$$C_{\text{Jaime}} = (162.6)/18 = 54$$

3.2. Repartos inversamente proporcionales.

El **reparto inversamente proporcional** consiste en distribuir una cantidad dada entre varias partes de manera que cada elemento reciba una porción del total que sea **inversamente proporcional** a una característica que se tome como referencia (como edad, altura, peso, etc.). Es decir, cuanto mayor sea la característica, **menor** será la cantidad que esa parte recibirá del total.

Realizar un reparto inversamente proporcional es lo mismo que realizar un reparto directamente proporcional al valor inverso de la característica de reparto.

Sea **N** una cantidad a repartir por ejemplo en **n** partes de manera **inversamente proporcional** a una característica de esas partes (edad, altura, peso etc.), representadas por los números **a₁, a₂, a₃....a_n**.

Cada una de las partes recibirá del total **N**, las cantidades: **c₁, c₂, c₃...c_n**, las cuales serán de valor inverso a la característica de reparto (**más característica, menor trozo de N**).

El reparto se va a caracterizar en este caso, porque las constantes de razón entre la cantidad recibida (**C_i**) y la **inversa de la característica** que da lugar al reparto (**a_i**) son iguales, es decir:

$$k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}}, k = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}}, k = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \dots \dots \dots k = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Luego podremos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \dots \dots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. **Por tanto:**

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \dots \dots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Donde:

c₁ + c₂ + c₃ + ... + c_n = N Representa cada una de las partes del reparto.

1 1 1 1

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} = A \text{ Representa la suma de los inversos de las características del reparto.}$$

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{C_i}{\frac{1}{a_i}} = \frac{N}{A} \quad \Rightarrow \quad C_i = \frac{N}{A \cdot a_i} \quad i = 1, \dots, n$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

Como hemos dicho el reparto inversamente proporcional lo resolvemos como un reparto directamente proporcional a los inversos de las características del reparto. Por tanto.

1º Tomamos los inversos: $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{32}$

2º Ponemos a común denominador:

$$\frac{24}{480}, \frac{20}{480}, \frac{15}{480}$$

3º Y como los numeradores de las fracciones reducidas a común denominador guardan la relación de proporcionalidad de la originales, realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 24, 20 y 15.

$\frac{x}{24} = \frac{y}{20} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{24+20+15} = \frac{5900}{59}$	$\frac{x}{24} = \frac{5900}{59} \quad x = \frac{5900 \cdot 24}{59} = 2400 \text{ €}$
	$\frac{y}{20} = \frac{5900}{59} \quad y = \frac{5900 \cdot 20}{59} = 2000 \text{ €}$
	$\frac{z}{15} = \frac{5900}{59} \quad z = \frac{5900 \cdot 15}{59} = 1500 \text{ €}$

Como podemos observar en el resultado, el de menor edad aporta más dinero que el hijo de mayor edad.



Caso práctico

Una persona decide repartir la cantidad de 4.400 euros entre 3 niños. El reparto ha de efectuarse en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 4, 8 y 12 años. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?

Solución.

Los números inversos a las edades son: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; y $\frac{1}{12}$. Reduciendo estas fracciones a común denominador, resulta:

$\frac{6}{24}$; $\frac{3}{24}$ y $\frac{2}{24}$

Ahora de lo que se trata es de hacer el reparto directamente proporcional a los numeradores. Cuya suma es $6+3+2=11$

Con lo cual el reparto quedará:

$$C_4 = (4.400 \cdot 6) / 11 = 2400 \text{ €}$$

$$C_8 = (4.400 \cdot 3) / 11 = 1200 \text{ €}$$

$$C_{12} = (4.400 \cdot 2) / 11 = 800 \text{ €}$$

3.3. Repartos sobre dos o más características Repartos compuestos.

Este tipo de reparto se utiliza cuando se distribuye una cantidad entre varios elementos, tomando en cuenta **múltiples índices o características** que influyen en cómo se realiza la distribución. Estos índices pueden estar relacionados con factores como la **edad**, el **peso**, el **rendimiento**, entre otros.

Los **repartos proporcionales compuestos** pueden clasificarse en:

- **Directos**: Cuando el reparto se hace en proporción directa a los índices.
- **Inversos o Indirectos**: Cuando el reparto se realiza en proporción inversa a los índices.
- **Mixtos**: Cuando el reparto es directamente proporcional a algunos índices e inversamente proporcional a otros.

Pasos para realizar un reparto compuesto:

1. **Convertir relaciones inversamente proporcionales en directas**: Se invierten los índices de las características que están en relación inversa para convertirlas en proporcionales.
2. **Multiplicar los índices correspondientes**: Para cada elemento, se multiplican los índices de los diferentes grupos de características, obteniendo así un **índice único de reparto**.
3. **Realizar el reparto**: La cantidad total se distribuye de manera directamente proporcional al índice resultante.

Ejemplos:

A continuación, veamos cada uno de los casos con un ejemplo para ilustrar cómo se lleva a cabo cada tipo de reparto.

Veamos cada uno de los casos con un ejemplo.

Reparto Compuesto Directo

Una institución educativa va a repartir 15.000 € entre los tres mejores estudiantes seleccionados de una ciudad. La distribución del premio se hará en **proporción directa** a la **nota media** y a las **asignaturas cursadas**.

José tiene una nota media de 9,75 y 22 materias acreditadas, Patricia tiene una nota media de 9,86 y 19 materias acreditadas y Ricardo tiene promedio de 9,03 y 31 materias acreditadas, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

Hay un reparto directamente proporcional a dos características o índices: **Nota media** y **Asignaturas cursadas**.

- ✓ Calculamos el índice compuesto que le corresponde a cada elemento del reparto multiplicando para ello los factores directos de las diferentes características de reparto.



Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto
José	9,75	22	214,5
Patricia	9,86	19	187,34
Ricardo	9,03	31	279,93

✓ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así.

$$\frac{A}{10950} = \frac{B}{2336} = \frac{C}{816} = \frac{12000\text{€}}{10950 + 2336 + 816} = \frac{12000\text{€}}{14102}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Cientes	Asignatura		
A	25	$\frac{1}{20}$	10950	$10950 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 9317,83$
B	32	$\frac{1}{120}$	2336	$2336 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 1987,80$
C	34	$\frac{1}{365}$	816	$816 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 694,37$
Total Repartido.				12000 €

Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto	Cantidad Recibida.
José	9,75	22	214,5	$214,5 \cdot \frac{15.000\text{€}}{681,77} = 4719,34$
Patricia	9,86	19	187,34	$187,34 \cdot \frac{15.000\text{€}}{681,77} = 4121,77$
Ricardo	9,03	31	279,93	$279,93 \cdot \frac{15.000\text{€}}{681,77} = 6158,89$
Total Repartido.				15000 €

Repartos Compuestos indirectos o inversos.

Se repartió un premio de 8 750 € entre tres tele operadores de una empresa en proporción inversa a los clientes perdidos y a los errores cometidos. Juan perdió 12 clientes y tuvo cuatro errores, Ana perdió nueve clientes y tuvo 2 errores y Carmen perdió dos clientes y tuvo 10 errores ¿Cuánto le correspondió a cada uno?

- ✓ Hay un reparto inversamente proporcional a dos características o índices: **Cientes perdidos** y **errores cometidos**.
- ✓ Calculamos el índice que le corresponde a cada elemento del reparto invertido el factor de reparto original, para proceder seguidamente a multiplicarlos para obtener así el índice de reparto compuesto para los diferentes miembros del reparto.

Reducimos las fracciones a común denominador y utilizamos el denominador de las mismas

para determinar el índice compuesto.

$$\text{mcm}(48, 18, 20) = 720.$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Cientes	Asignatura	
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{48} = \frac{15}{720}$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{18} = \frac{40}{720}$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20} = \frac{36}{720}$

✓ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{\text{Juan}}{15} = \frac{\text{Ana}}{40} = \frac{\text{Carmen}}{36} = \frac{15.000 \text{ €}}{15 + 40 + 36} = \frac{8.750 \text{ €}}{91}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Cientes	Asignatura		
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	15	$15 \cdot \frac{8.750 \text{ €}}{91} = 1442,31$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	40	$40 \cdot \frac{8.750 \text{ €}}{91} = 3846,15$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	36	$36 \cdot \frac{8.750 \text{ €}}{91} = 3461,54$
Total Repartido.				8750 €

Reparto Compuesto Mixto

La Junta de Castilla la Mancha va a gratificar a cuatro docentes con 12000 € de manera directamente proporcional a los años de servicios e inversamente proporcional al número de días de baja que han tenido en esos años.

El profesor A, tiene 25 años de servicio y 20 días de baja. El profesor B tiene 32 años de servicios y 120 días de baja. El profesor C tiene 34 años de servicio y 365 días de baja.

¿Cuál será la cantidad que recibirá cada uno?

- ✓ Hay un reparto mixto. Atendiendo a una característica el reparto es directamente proporcional (**años de servicio**), pero atendiendo a los días de baja el reparto es **inversamente proporcional**.
- ✓ Procederemos calculando el índice del reparto compuesto tras haber invertido el factor que representaría al reparto inversamente proporcional.

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Cientes	Asignatura	

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Años Servicio	Bajas	
A	25	$\frac{1}{20}$	$\frac{25}{20} = \frac{10950}{8760}$
B	32	$\frac{1}{120}$	$\frac{32}{120} = \frac{2336}{8760}$
C	34	$\frac{1}{365}$	$\frac{34}{365} = \frac{816}{8760}$

m.c.m (20,120,365)= 8760

✓ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{A}{10950} = \frac{B}{2336} = \frac{C}{816} = \frac{15.000 \text{ €}}{10950 + 2336 + 816} = \frac{12000\text{€}}{14102}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Cientes	Asignatura		
A	25	$\frac{1}{20}$	10950	$10950 \cdot \frac{12000 \text{ €}}{14102} = 9317,83$
B	32	$\frac{1}{120}$	2336	$2336 \cdot \frac{12000 \text{ €}}{14102} = 1987,80$
C	34	$\frac{1}{365}$	816	$816 \cdot \frac{12000 \text{ €}}{14102} = 694,37$
Total Repartido.				12000 €

¿Quieres ver otra forma de resolverlo?

Reparto Compuesto Directo

Una institución educativa va a repartir 15.000 € entre tres estudiantes, en proporción directa a su **nota media** y **asignaturas cursadas**:

- ✓ **José:** Nota media de 9,75 y 22 asignaturas.
- ✓ **Patricia:** Nota media de 9,86 y 19 asignaturas.
- ✓ **Ricardo:** Nota media de 9,03 y 31 asignaturas.

Paso 1: Calcular el índice compuesto

Multiplicamos la nota media por el número de asignaturas para cada estudiante:

- ✓ **José:** $9,75 \times 22 = 214,5$
- ✓ **Patricia:** $9,86 \times 19 = 187,34$
- ✓ **Ricardo:** $9,03 \times 31 = 279,93$

Paso 2: Calcular el total de índices

Sumamos los índices obtenidos:

$$214,5 + 187,34 + 279,93 = 681,77$$

Paso 3: Repartir el premio

Calculamos cuánto le corresponde a cada estudiante en proporción a sus índices:

- ✓ **José:** $\frac{214,5}{681,77} \times 15.000 = 4.720,14\text{€}$
- ✓ **Patricia:** $\frac{187,34}{681,77} \times 15.000 = 4.121,09\text{€}$
- ✓ **Ricardo:** $\frac{279,93}{681,77} \times 15.000 = 6.158,77\text{€}$

Reparto Compuesto Inverso

Se repartió un premio de 8.750 € entre tres teleoperadores, en proporción inversa a **clientes perdidos y errores cometidos**:

- ✓ **Juan:** 12 clientes perdidos y 4 errores.
- ✓ **Ana:** 9 clientes perdidos y 2 errores.
- ✓ **Carmen:** 2 clientes perdidos y 10 errores.

Paso 1: Invertir los índices

Invertimos los valores de clientes perdidos y errores para calcular los índices:

- ✓ **Juan:** $\frac{1}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{48}$
- ✓ **Ana:** $\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
- ✓ **Carmen:** $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$

Paso 2: Calcular el mínimo común denominador (mcm)

El **mcm** de 48, 18 y 20 es 720.

Convertimos las fracciones:

✓ **Juan:** $\frac{1}{48} = \frac{15}{720}$

✓ **Ana:** $\frac{1}{18} = \frac{40}{720}$

✓ **Carmen:** $\frac{1}{20} = \frac{36}{720}$

Paso 3: Repartir el premio

Distribuimos los 8.750 € según los índices compuestos:

✓ **Juan:** $\frac{15}{91} \times 8.750 = 1.442,31\text{€}$

✓ **Ana:** $\frac{40}{91} \times 8.750 = 3.846,15\text{€}$

✓ **Carmen:** $\frac{36}{91} \times 8.750 = 3.461,54\text{€}$

Reparto Compuesto Mixto

La Junta de Castilla-La Mancha va a distribuir 12.000 € entre cuatro docentes de manera **directamente proporcional** a los **años de servicio** e **inversamente proporcional** a los **días de baja**:

✓ **Profesor A:** 25 años de servicio y 20 días de baja.

✓ **Profesor B:** 32 años de servicio y 120 días de baja.

✓ **Profesor C:** 34 años de servicio y 365 días de baja.

Paso 1: Invertir los días de baja

Invertimos el número de días de baja para obtener los factores inversos:

✓ **Profesor A:** $\frac{25}{20} = 1,25$

✓ **Profesor B:** $\frac{32}{120} = 0,267$

✓ **Profesor C:** $\frac{34}{365} = 0,093$

Paso 2: Calcular el total de índices

Sumamos los índices:

$$1,25 + 0,267 + 0,093 = 1,61$$

Paso 3: Repartir el premio

Distribuimos los 12.000 € en función de los índices:

- ✓ **Profesor A:** $\frac{1,25}{1,61} \times 12.000 = 9.317,39\text{€}$
- ✓ **Profesor B:** $\frac{0,267}{1,61} \times 12.000 = 1.989,44\text{€}$
- ✓ **Profesor C:** $\frac{0,093}{1,61} \times 12.000 = 693,07\text{€}$

En cada uno de estos ejemplos, se sigue el método adecuado para el tipo de reparto (directo, inverso o mixto), y se realiza la distribución proporcional correspondiente, asegurando que cada participante recibe la cantidad justa según los índices dados.



Caso práctico

Se reparten 1200 puntos entre tres niños de manera proporcional a su edades de 10,12,16 años e inversamente proporcional al número de amonestaciones impuestas en el campeonato que ha sido 2,1,2 y al número de faltas a los entrenamientos que fueron respectivamente de 12, 14,8.

¿Determinar los puntos que le corresponde a cada uno de los niños?

Mostrar retroalimentación

- Hay un reparto mixto. Atendiendo a una característica el reparto es directamente proporcional (**edad**), pero atendiendo a las amonestaciones y a los días que han faltado a los entrenamientos el reparto es **inversamente proporcional**.
- Procederemos calculando el índice del reparto compuesto tras haber invertido los factores que representarían al reparto inversamente proporcional.

Nombre:	FACTORES.			Índice compuesto
	Edad	Amonestaciones	Faltas	
A	10	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{10}{24} = \frac{2.240}{5.376}$
B	12	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{12}{14} = \frac{4.608}{5.376}$
C	16	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{16}{16} = \frac{5.376}{5.376}$

5.376 → Múltiplo de 12,14 y 16

Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados,

así:

$$\frac{A}{2.240} = \frac{B}{4.608} = \frac{C}{5.376} = \frac{1.200 \text{ Ptos}}{2.240 + 4.608 + 5.376} = \frac{1.200 \text{ Ptos}}{12.224}$$

Nombre:	FACTORES.			Índice compuesto	Puntos recibidos
	Edad	Amonestaciones	Faltas		
A	10	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{10}{24} = \frac{2.240}{5.376}$	$(2.240 * 1.200)/12.224$ = 219,89 Puntos
B	12	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{12}{14} = \frac{4.608}{5.376}$	$(4.608 * 1.200)/12.224$ = 452,36 Puntos
C	16	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{16}{16} = \frac{5.376}{5.376}$	$(5.376 * 1.200)/12.224$ = 527,75 Puntos

Puntos totales repartidos: 1.200

4. Ratios. Porcentajes y Descuentos.

Si acudimos al diccionario se define **Ratio** como una voz femenina que significa **Relación** cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción, es decir, la **Razón** de dos magnitudes relacionadas.

Esta palabra es muy utilizada en el mundo económico queriendo expresar con ella una Relación cuantitativa entre dos fenómenos que refleja una situación concreta de rentabilidad, de nivel de inversiones, etc. Los ratios son indicadores que permiten comparaciones interempresariales.

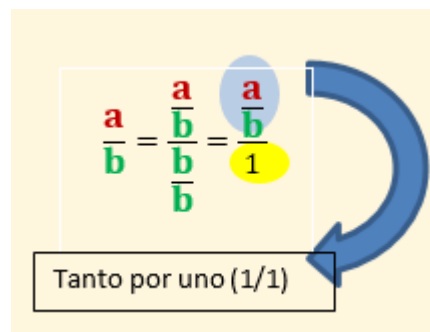
Supongamos que tenemos un bote de pintura, y denominamos “**a**” a la cantidad de colorante que contiene y por “**b**” la cantidad de pintura total.

Podríamos entonces decir que **la ratio** (proporción) colorante, pintura para sacar nuestro color favorito será:

$$\text{Ratio (color/pintura)} = \frac{a}{b}$$

Pero podría interesarnos saber cuántas partes de colorante debemos echar por **una** parte de pintura.

A la expresión obtenida le vamos a llamar: **tanto por uno** (tantas parte de colorante por una de pintura). Lo expresamos con el símbolo **1/1**.


$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{b} \cdot b}{\frac{b}{b} \cdot b} = \frac{\frac{a}{b} \cdot b}{1 \cdot b} = \frac{a}{1}$$

Tanto por uno (1/1)

Pero si ahora tuviésemos un bote con 100 partes de pintura la porción de colorante sería:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{b} \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{\frac{a}{b} \cdot 100}{100} = \frac{a}{b} \cdot 100\%$$

Es decir, multiplicaríamos el tanto por uno correspondiente (**a/b**) por 100.

Esta ratio es muy usado como referencia, hablándose de una proporción en tanto por ciento. Tantas partes de colorante por cien partes de pintura. Lo expresamos con el símbolo **%**.

De la misma manera podríamos expresar la proporción en **tantos por mil**, en **tantos por diez mil** (*puntos básicos*) en **partes por millón**, etc, indicando cada proporción con un sufijo determinado, **‰**, **0/000**, **ppm**.



Autoevaluación

Un ratio es una relación cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. Un ratio efectivamente es una relación cuantificada entre dos magnitudes, que refleja la proporción entre ellas.

En el mundo económico, un ratio es un indicador que permite comparaciones interempresariales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. En economía, los ratios se utilizan como indicadores para realizar comparaciones entre diferentes empresas, reflejando situaciones concretas como rentabilidad o nivel de inversiones.

Si denominamos “a” a la cantidad de colorante y “b” a la cantidad de pintura total, la ratio (color/pintura) se expresa como a/b .

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. La ratio de colorante a pintura se expresa como a/b , donde "a" es la cantidad de colorante y "b" es la cantidad de pintura total.

El tanto por uno se expresa con el símbolo $1/1$ y representa cuántas partes de colorante debemos echar por una parte de pintura.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. El tanto por uno, expresado como $1/1$, indica cuántas partes de colorante se deben usar por una parte de pintura.

Para expresar la proporción de colorante en un bote con 100 partes de pintura, multiplicamos el tanto por uno (a/b) por 100.

☒ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Correcto. Para obtener la proporción de colorante en 100 partes de pintura, se multiplica el tanto por uno (a/b) por 100, convirtiéndolo así en un porcentaje.

4.1. Porcentajes y descuentos.

Es común en la vida cotidiana utilizar **proporciones** expresadas como **porcentajes**, las cuales pueden recibir nombres específicos según el contexto. Sin embargo, su fundamento matemático y operatividad siguen siendo los mismos.

Cuando nos piden calcular el porcentaje de una cantidad, lo que realmente se solicita es que determinemos la **cuarta proporcional** en una proporción entre dos razones.

Por ejemplo, si nos preguntan: **¿Cuál es el 23% de 1750 €?**, podríamos establecer la siguiente proporción, donde **X** representa el valor desconocido:

$$\frac{23}{100} = \frac{X}{1750}$$

Esta ecuación nos permite encontrar el valor de **X**, es decir, el 23% de 1750 €. Al plantear la proporción y multiplicar cruzado para despejar **X**:

$$X = \frac{23 \times 1750}{100} = \frac{40250}{100} = 402,5$$

Por lo tanto, el **23% de 1750 € es 402,50 €**.

Ejercicios

- ✓ *Podemos encontrarnos que los porcentajes hallados tengamos que sumarlos al principal, por ejemplo cuando añadimos el I.V.A al precio de un artículo, en este caso el procedimiento seguido sería:*

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} + X \% (\text{Precio}) = \text{Precio} + \frac{x}{100} \cdot \text{Precio} = \text{Precio} \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = \text{Precio} \cdot (1 + X \%)$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%?

Un procedimiento largo nos llevaría a realizar las siguientes operaciones:

El porcentaje del IVA (impuesto sobre el valor añadido) será una cantidad a añadir al precio, calculemos dicha cantidad.

$$\frac{16}{100} = \frac{X \text{ €}}{1200 \text{ €}} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{(16) \cdot 1200}{100} = 192 \text{ €}$$

Luego pagaremos= 1200 € + 192 € =1392 €

Por el procedimiento corto utilizando la expresión deducida más arriba, tendríamos:

$$\text{Pagaremos} = 1200 \text{ €} \cdot (1+0,06) = 1200 \cdot (1,06) = \mathbf{1272 \text{ €}}$$

- ✓ **Podemos encontrarnos que a los porcentajes hallados tengamos que restarlos del principal, por ejemplo cuando nos hacen un descuento.**

En estos casos podemos aplicar el siguiente procedimiento que nos facilita el cálculo.

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x \% \cdot (\text{Precio}) = \text{Precio} - \frac{x}{100} \cdot \text{Precio} = \text{Precio} \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = \text{Precio} \cdot (1 - x \%)$$

Veamos el siguiente ejemplo:

**Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7,5%.
¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?**

Método largo

$$\frac{\text{Descuento}}{8800 \text{ €}} = \frac{7,5}{100} \quad \Rightarrow \quad \text{Descuento} = \frac{(7,5) \cdot 8800 \text{ €}}{100} = 660 \text{ €}$$

Método corto

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x \% (\text{Precio}) = \text{Precio} \cdot (1 - 0, x)$$

$$\text{PAGAMOS} = 8800 \text{ €} \cdot (1 - 0,075) = 8800 \text{ €} (0,925) = \mathbf{8140 \text{ €}}$$



Caso práctico

El 60% de los empleados de una empresa llegan al trabajo en autobús. Si el número total de empleados es 1.200, ¿cuántos llegan en autobús?

Solución

Planteamos la siguiente regla de tres:

Porcentaje		Empleados
Si el 100%	son	1200
el 60%	serán	x

$$X = \frac{1200 \cdot 60}{100} = 720$$

En una votación participan 300 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 60 personas?

Solución

Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Personas
Si el 100%	son	300
x %	serán	60

$$X = \frac{100 \cdot 60}{300} = 20 \%$$

Lourdes tiene un depósito bancario de 4000 € que le da un 4% anual. ¿Qué interés le produce su capital al final de año? ¿Y en 5 años?

Mostrar retroalimentación

Que el tipo de interés sea del 4% significa que de cada 100 € que Lourdes tiene en el depósito bancario, la entidad le da 4 € al año. Por los 4000 € le dará el 4%, esto es:

$$X = \frac{4000 \cdot 4}{100} = 160 \text{ €}$$

En cinco años le producirá 5 veces esa cantidad, es decir: $5 \cdot 160 \text{ €} = 800 \text{ €}$

5. Para Saber más.

Cuando realizamos una **operación bancaria**, intervienen las siguientes cantidades clave:

- ✓ **Capital (c)**: Es la cantidad de dinero que se deposita o se solicita al banco.
- ✓ **Tipo de interés o rédito (r)**: Es el porcentaje que el banco paga o cobra por cada 100 euros, generalmente expresado como un porcentaje anual.
- ✓ **Interés (i)**: Es la cantidad de dinero que el banco paga (o cobra) sobre el capital depositado (o solicitado) durante un período determinado.
- ✓ **Tiempo (t)**: Es el número de días, meses o años que el capital permanece en el banco.

El importe del interés (**i**) que genera una cantidad de dinero se calcula mediante la fórmula:

$$i = \frac{c \times r \times t}{100}$$

Ejemplo: Cálculo del interés en un año natural

Si tomamos un **capital de 2000 €**, un **tipo de interés del 8% anual** y un **tiempo de 1 año (t = 1)**, el interés generado sería:

$$i = \frac{2000 \times 8 \times 1}{100} = 160 \text{ €}$$

Por lo tanto, el interés que se genera al cabo de un año natural es **160 €**.

Ajustes en función del tiempo:

- ✓ Si el **tiempo** está expresado en **meses**, el denominador se ajusta multiplicando por 12, por lo que la fórmula se convierte en:

$$i = \frac{c \times r \times t}{1200}$$

- ✓ Si el **tiempo** está expresado en **días**, el denominador se multiplica por 365, quedando la fórmula como:

$$i = \frac{c \times r \times t}{36500}$$

Estos ajustes permiten calcular con precisión el interés generado o pagado en función del tiempo en que el capital esté depositado o solicitado.



Ejercicio Resuelto

Ejemplo: Cálculo del interés en 6 meses

Supongamos que depositas un **capital de 5000 €** en una cuenta bancaria con un **tipo de interés del 5% anual** y deseas saber cuánto interés generarás en **6 meses**.

Mostrar retroalimentación

Paso 1: Identificar los datos

- ✔ **Capital (c)** = 5000 €
- ✔ **Tipo de interés (r)** = 5% anual
- ✔ **Tiempo (t)** = 6 meses

Paso 2: Ajustar la fórmula para meses

Dado que el tiempo está expresado en **meses**, usamos la fórmula ajustada para periodos mensuales:

$$i = \frac{c \times r \times t}{1200}$$

Paso 3: Sustituir los valores en la fórmula

$$i = \frac{5000 \times 5 \times 6}{1200}$$

Paso 4: Realizar los cálculos

$$i = \frac{150000}{1200} = 125 \text{ €}$$

Resultado

En 6 meses, el interés generado por un capital de **5000 €** al **5% anual** será de **125 €**.

Este ejemplo ilustra cómo calcular el interés cuando el tiempo no es un año completo, sino una fracción del mismo, ajustando el denominador de la fórmula según sea necesario.



Ejercicio Resuelto

Ejemplo: Cálculo del interés en 90 días

Supongamos que solicitas un **préstamo de 3000 €** con un **tipo de interés del 6% anual** y deseas saber cuánto interés deberás pagar en un plazo de **90 días**.

Mostrar retroalimentación

Paso 1: Identificar los datos

- ✔ **Capital (c)** = 3000 €
- ✔ **Tipo de interés (r)** = 6% anual
- ✔ **Tiempo (t)** = 90 días

Paso 2: Ajustar la fórmula para días

Dado que el tiempo está expresado en **días**, utilizamos la fórmula ajustada para periodos diarios:

$$i = \frac{c \times r \times t}{36500}$$

Paso 3: Sustituir los valores en la fórmula

$$i = \frac{3000 \times 6 \times 90}{36500}$$

Paso 4: Realizar los cálculos

$$i = \frac{1620000}{36500} = 44,38 \text{ €}$$

Resultado

En un plazo de **90 días**, el interés a pagar por un préstamo de **3000 €** al **6% anual** será de **44,38 €**.

Este ejemplo muestra cómo calcular el interés cuando el tiempo se expresa en días, ajustando el denominador de la fórmula para obtener el resultado correcto.



Ejercicio Resuelto

Ejemplo: Cálculo del interés en 3 años

Supongamos que depositas un **capital de 10,000 €** en una cuenta bancaria con un **tipo de interés del 4% anual** y quieres saber cuánto interés habrás ganado en **3 años**.

Mostrar retroalimentación

Paso 1: Identificar los datos

- ✓ **Capital (c)** = 10,000 €
- ✓ **Tipo de interés (r)** = 4% anual
- ✓ **Tiempo (t)** = 3 años

Paso 2: Usar la fórmula para años

Dado que el tiempo está expresado en **años**, usamos la fórmula estándar:

$$i = \frac{c \times r \times t}{100}$$

Paso 3: Sustituir los valores en la fórmula

$$i = \frac{10,000 \times 4 \times 3}{100}$$

Paso 4: Realizar los cálculos

$$i = \frac{120000}{100} = 1,200 \text{ €}$$

Resultado

En **3 años**, el interés generado por un capital de **10,000 €** al **4% anual** será de **1,200 €**.

Este ejemplo muestra cómo calcular el interés para un periodo de varios años, utilizando la fórmula básica sin necesidad de ajustar por meses o días.



Reflexiona

¿Cómo afecta el tiempo al interés generado por una inversión o préstamo, y por qué es importante considerar la duración del capital en una operación financiera?

Mostrar retroalimentación

El **tiempo** es un factor clave en el cálculo de los intereses, ya que a mayor duración del capital en una cuenta o préstamo, mayor será el interés generado o pagado. Esto se debe a que el interés es directamente proporcional al tiempo; cuanto más tiempo permanezca el capital invertido o prestado, mayor será la cantidad acumulada.

Es importante considerar la **duración** en una operación financiera porque:

1. **Para inversiones**, el tiempo puede amplificar los rendimientos: un capital que genera un interés compuesto o simple durante un periodo prolongado crece significativamente más que en un periodo corto.
2. **Para préstamos**, el tiempo también aumenta el costo total del crédito: cuanto más tiempo se tarde en pagar un préstamo, mayor será el interés que se deba pagar, haciendo la deuda más costosa con el tiempo.

En resumen, el **tiempo** no solo amplifica los intereses en ambos sentidos, sino que también influye en la toma de decisiones financieras al determinar la rentabilidad de una inversión o el costo real de un préstamo.

Enlaces de interés.



Para saber más

Si quieres ampliar más, puedes acceder a estos enlaces:

- ✓ **Proporcionalidad Directa - Proyecto Descartes** Este enlace ofrece una explicación detallada sobre la proporcionalidad directa con ejercicios interactivos. [Proporcionalidad Directa - Proyecto Descartes](#)
- ✓ **Proporcionalidad Numérica - Matemáticas Interactivas** Una página donde puedes explorar diversos ejercicios sobre proporcionalidad numérica y su aplicación. [Proporcionalidad Numérica - Proyecto Descartes](#)
- ✓ **Porcentajes e Índices - Proyecto Descartes** Aquí encontrarás recursos para aprender a calcular porcentajes e índices con ejemplos interactivos. [Porcentajes e Índices - Proyecto Descartes](#)
- ✓ **Recursos de Matemáticas - Junta de Andalucía** Esta página ofrece material didáctico sobre varios conceptos matemáticos, incluida la proporcionalidad y los porcentajes. [Matemáticas Interactivas - Junta de Andalucía](#)
- ✓ **Proporcionalidad y Porcentajes - Educarex (Extremadura)** Recursos de matemáticas donde se tratan temas de proporcionalidad y porcentajes con ejercicios prácticos. [Educarex - Proporcionalidad y Porcentajes](#)



Cuestionario SCORM

Selecciona de las siguientes expresiones la que representa una proporción correcta.

- ☐ $\frac{4}{3} = \frac{12}{37}$
- ☐ $\frac{14}{13} = \frac{42}{39}$
- ☐ $\frac{17}{7} = \frac{81}{35}$

Selecciona la respuesta correcta entre las soluciones que se proponen sobre la cuarta proporcional:

- ☐ $\frac{X}{6} = \frac{10}{15} \implies X = 4$
- ☐ $\frac{9}{4} = \frac{X}{6} \implies X = 14$
- ☐ $\frac{4}{14} = \frac{10}{X} \implies X = 30$

Indica si es Verdadero o Falsa la siguiente proposición:

- ☐ La razón de las alturas de dos árboles es igual a la de las sombras que proyectan.

Si la sombra de un ciprés es 30 metros y la de un pino de 4 m de altura su sombra de 2 m.

¿Será la altura del ciprés de 60 metros?

- ☐ La respuesta es falsa, los cipreses no son tan altos, en este caso su altura es de 15 m.

Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera.

- ☐ Un ganadero tiene 300 ovejas y tiene pienso para poderlas alimentar durante 90 días. Compra 150 ovejas más. ¿Dispondrá de pienso para alimentarlas a todas durante 70 días?
- ☐ Tres amigos aportan 18 euros cada uno para la compra de un regalo a otro. Si se añaden seis amigos más para hacerle el mismo regalo, ¿tendrán que pagar 5 euros cada uno?
- ☐ Un grifo echa 20 litros de agua por minuto y tarda en llenar un depósito una hora y 30 minutos. Si disponemos de un grifo que echa 30 litros de agua por minuto, ¿tardará en llenar el mismo depósito una hora?

Selecciona la respuesta correcta entre las siguientes proposiciones.

- ☐ La capacidad del pantano de Buendía es de 1600 hm^3 . Si nos dicen que está al 12% de su capacidad, ¿tendrá 200 hm^3 embalsados?
- ☐ La factura de dos meses de luz de una familia es de 150 euros, a falta de añadir el 16% de IVA. ¿Será el importe total de la factura de 185 euros?
- ☐ Cañamares un pueblo de la sierra conquense ha aumentado en verano el número de habitantes en un 150%. Si en verano tiene 750 habitantes, ¿será su población fija de 500 habitantes?

Si como antaño, una persona depositara 2400 euros en un banco con un interés anual del 6%, cuánto dinero tendría al cabo de un año sumando el rendimiento al capital principal.

- ☐ Tendría un rendimiento de 144 €
- ☐ Tendría un rendimiento de 144 € que sumado al principal da un capital de 2544€
- ☐ Volvería a tener 2400 €, pues habría que tener en consideración las comisiones bancarias que son altas.

Por el trabajo realizado con una cosechadora se han cobrado 4480 euros. En la cosechadora han trabajado tres operarios de la siguiente forma: el operario A ha trabajado 14 horas; el operario B, 18 horas, y el operario C, 24 horas. Si hicierosn un reparto directamente proporcional a las horas trabajadas, el resultado hubiese sido:

- ☐ El operario A recibió 1440 euros; el operario B, 1120 euros, y el operario C, 1920 euros.
- ☐ El operario A recibió 1120 euros; el operario B, 1440 euros, y el operario C, 1920 euros.
- ☐ El operario A recibió 1120 euros; el operario B, 14400 euros, y el operario C,

1920 euros.

Dos camareros de un bar se reparten un bote con 126 euros de propinas, de forma inversamente proporcional al número de días que han faltado. Luis ha faltado 3 días y Pedro, 5 días. ¿Qué cantidad es la que recibirá cada uno?

- ☐ Decidieron que Luis debía recibir 68 euros, y Pedro 58.
- ☐ La respuesta correcta sería que Luis debiera recibir 79 euros, y Pedro 47 .
- ☐ O quizás sería mejor que Luis recibiera 78,75 € y Pedro 47,75 €

Indica cuál de las siguientes propuestas es verdadera:

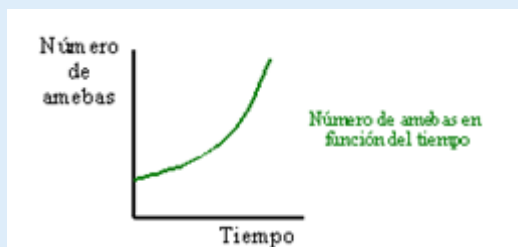
- ☐ Tres máquinas en 6 horas revelan 750 fotografías. Si ahora disponemos de 7 máquinas trabajando 9 horas, ¿podremos revelar 2800 fotografías?
- ☐ Tres grifos iguales llenan un depósito de 10 m^3 en 5 horas. Se estropea un grifo y debemos llenar un depósito de 8 m^3 . ¿Podremos hacerlo en 6 horas?
- ☐ Con 12 kg de pienso, 9 conejos comen durante 6 días. Si ahora sólo tenemos 8 kg de pienso para 4 conejos, ¿los podremos alimentar durante 10 días?

Las siguientes gráficas muestran la relación entre pares de magnitudes. ¿Cuáles corresponden a una relación directamente proporcional?

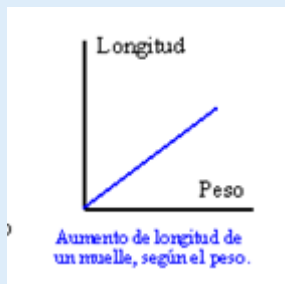
☐



☐



☐



ENVIAR RESPUESTAS

6. Introducción al lenguaje algebraico.

El **álgebra** es una rama esencial de las matemáticas que nos permite representar y resolver relaciones numéricas utilizando **variables**. A diferencia de la aritmética, que trabaja con números conocidos, el álgebra utiliza **expresiones algebraicas** para modelar situaciones con cantidades desconocidas.



Reflexiona

¿Para qué es útil el lenguaje algebraico?

Mostrar retroalimentación

El **lenguaje algebraico** facilita la manipulación de ecuaciones y la resolución de incógnitas, permitiéndonos abordar problemas complejos. Las **ecuaciones de primer grado** son un ejemplo clave, donde se busca el valor de una variable que satisface una igualdad. También se aprende a simplificar y descomponer expresiones mediante factorización.

El álgebra es útil en el día a día para situaciones como **calcular cuánto gastamos** en una compra cuando conocemos el precio por unidad y la cantidad, o para **ajustar un presupuesto** cuando hay cambios en nuestros ingresos o gastos. También ayuda en problemas más complejos, como **planificar pagos a plazos** o **calcular intereses** en un préstamo.

Toledo es la Puerta de entrada del álgebra en Europa.

Dos matemáticos fundamentales en el desarrollo del álgebra fueron **Diofanto de Alejandría** y **Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi**.

Diofanto, quien vivió en el siglo III, es conocido por su obra **Aritmética**, un tratado que aborda la **solución de ecuaciones algebraicas** y la **teoría de números**. Un aspecto curioso de su vida es su epitafio, que se redactó como un problema matemático y se conserva en la antología griega.

El epitafio dice así:

“Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto: es él quien, con esta sorprendente distribución, te dice el número de años que vivió. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte, su mejilla se cubrió con el primer bozo. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un hijo que, cuando alcanzó la mitad de la edad de su padre, pereció de forma desgraciada. Diofanto lo sobrevivió, llorándole durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad.”

Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi (780-850), considerado el **padre del Álgebra**, vivió en Bagdad, donde fue llamado por el califa abasí **Al-Mamun** para trabajar en la **Casa de la Sabiduría**, una academia de ciencias donde se tradujeron al árabe obras científicas y filosóficas griegas e hindúes. Este ambiente multicultural fue clave en la formación y trabajo de Al-Khwarizmi, cuyo legado fue esencial para el desarrollo de la ciencia en Europa, especialmente a través de **España**, donde muchas de sus obras fueron traducidas al latín en la famosa **escuela de traductores de Toledo**.

Al-Khwarizmi fue un gran recopilador del conocimiento griego e hindú, abarcando áreas como las **matemáticas**, la **astronomía**, la **astrología**, la **geografía** y la **historia**. Su trabajo más famoso fueron las **Tablas Astronómicas**, basadas en conocimientos hindúes, que incluían los primeros algoritmos para calcular fechas y las primeras tablas conocidas de las funciones trigonométricas seno y cotangente.

De su obra aritmética, probablemente titulada originalmente "Kitab al-Jam'a wal-Tafreeq bil Hisab al-Hindi", solo se conserva la versión latina del siglo XII, "**Algoritmi de Numero Indorum**". En esta obra describe detalladamente el **sistema de numeración posicional en base 10** de origen hindú y su aplicación práctica. Este sistema fue esencial para la introducción de la numeración en el mundo árabe y posteriormente en Europa, y aunque se le conoce comúnmente como **sistema de numeración árabe**, en realidad deberíamos llamarlo **indo-arábigo**.

Su tratado de álgebra, "**Kitab al-Jabr wa'l-Muqabala**", es una introducción al cálculo utilizando reglas para **completar y reducir ecuaciones**, y es el origen de la palabra **álgebra**. Esta obra es para el álgebra lo que los **Elementos de Euclides** son para la geometría.

El trabajo de Al-Khwarizmi fue crucial para la preservación y difusión del conocimiento griego (con la excepción del trabajo de Diofanto) y hindú, sentando las bases del pensamiento matemático moderno y contribuyendo al progreso de nuestra civilización.



Caso práctico

Al finalizar el tema, deberás ser capaz de responder la siguiente pregunta:

¿Cuántos años vivió Diofanto según la información proporcionada en su epitafio?

Mostrar retroalimentación

Según la información proporcionada en el epitafio de **Diofanto**, se puede deducir su edad resolviendo el siguiente problema:

1. **La niñez** ocupó la sexta parte de su vida: $\frac{1}{6}61$.
2. **Adolescencia**: su mejilla se cubrió con bozo durante la doceava parte de su vida: $\frac{1}{12}121$.
3. **Antes de casarse**, pasó una séptima parte de su vida: $\frac{1}{7}71$.
4. **Cinco años después de casarse**, tuvo un hijo.
5. Su hijo vivió hasta la **mitad de la edad de Diofanto**.
6. Diofanto lo **sobrevivió 4 años**.

Sumando todo esto:

- $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}$ (edad del hijo) + 5 años (antes de tener al hijo) + 4 años (tras la muerte del hijo) = 1 (vida completa de Diofanto).

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{14 + 7 + 12 + 42}{84} = \frac{75}{84}$$

Esto implica que:

$$\frac{75}{84} + 5 + 4 = \text{vida total}$$

La vida total es 84 años. Diofanto vivió **84 años**.

7. EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Cuando hacemos **operaciones entre números y letras**, decimos que estamos trabajando con **expresiones algebraicas**. El **lenguaje algebraico** se utiliza para **traducir enunciados** en simbología matemática, permitiendo representar operaciones con **cantidades desconocidas**. Estas cantidades desconocidas se denominan **incógnitas** o **variables**.

Las **incógnitas** o **variables** son valores desconocidos en una expresión matemática que, al resolver la operación, se determinan.

Ejemplos de expresiones algebraicas:

- ✓ El cuadrado de la suma de dos números:

$$(x + y)^2$$

- ✓ Si un litro de gasolina cuesta 1,05 €, ¿cuánto costarán "x" litros?

$$C = 1,05 \times x$$

Por lo tanto, una **incógnita** o **variable** es simplemente un número que desconocemos en el momento de realizar la operación matemática, y se resuelve dentro de una **expresión algebraica**.



Rellenar huecos

Expresa las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Utiliza alguna de las siguientes expresiones:

$x, x + 1, x + 2$	$x \cdot (x - 1) = 30$	y^2	$x^3 + 3x^2$	$f - g$	$\frac{(x+1)}{x}$	$(2x/3) - 5 = 12$
$\frac{x+7}{x}$	$x^2 + 7$	$\underline{x}$	$\underline{2x+5}$	$x/2$	$\frac{1500-x}{x}$	$[(3x/5) + (x+1)/2] = 3$

Lenguaje Semántico

Lenguaje Algebraico.

Un número cualquiera



Un número cualquiera aumentado en siete.

La diferencia de dos números cualesquiera.

El doble de un número excedido en cinco.

La división de un número entero entre su precedente.

La mitad de un número.

El cuadrado de un número.

Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a 12.

Tres números naturales consecutivos.

El cuadrado de un número aumentado en siete.

Las tres quintas partes de un número más la mitad de su consecutivo equivalen a 3.

El producto de un número positivo con su antecesor equivale a 30.

El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número.

Lo que excede 1500 del valor de X

Enviar

7.1 Valor numérico de una expresión algebraica.

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene al **sustituir las variables** (letras) por **números** y realizar las **operaciones indicadas** en la expresión.

Veamos un ejemplo:

La expresión $v \cdot t$ sirve para calcular el espacio recorrido por un móvil en función de su velocidad y del tiempo que este está en movimiento (llamamos v a la velocidad y t al tiempo).

Ejemplo 1:

- ✓ Si la **velocidad** es 60 km/h y el móvil está en movimiento durante 2 horas, ¿cuántos kilómetros recorrerá?

Cálculo:

$$\text{Espacio recorrido} = v \cdot t = 60 \text{ km/h} \times 2 \text{ h} = 120 \text{ km}$$

Ejemplo 2:

- ✓ Si la **velocidad** es 75 km/h y el tiempo es de 4,5 horas, ¿cuál será el espacio recorrido?

Cálculo:

$$\text{Espacio recorrido} = v \cdot t = 75 \text{ km/h} \times 4,5 \text{ h} = 337,5 \text{ km}$$

En ambos casos, al sustituir los valores de la **velocidad** y el **tiempo**, obtenemos el **espacio total** recorrido por el móvil.



Caso práctico

Determina el valor numérico de la expresión: $x^4 \cdot y^2 \cdot z^3$; siendo $x = 4$, $y = 3$, $z = 1/2$.

Solución.

Se sustituyen los respectivos valores de x , y , z y se efectúan las operaciones

indicadas para obtener el valor numérico de la expresión:

$$x^4 \cdot y^2 \cdot z^3 = 4^4 \cdot 3^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = (256) \cdot (9) \cdot \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{2304}{8} = 288$$



Caso práctico

Cuál es el valor numérico de la expresión algebraica:

$$\frac{5x^2}{3} - \frac{2 \cdot x \cdot y}{5} + \frac{y}{3x} =$$

Siendo el valor de las variables: $x=2$; $y=1/4$

Solución

Se sustituyen los respectivos valores de x , y , z se efectúan las operaciones indicadas para obtener el valor numérico de la expresión:

$$\frac{5x^2}{3} - \frac{2 \cdot x \cdot y}{5} + \frac{y}{3x} = \frac{5(2)^2}{3} - \frac{2 \cdot (2) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)}{5} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{3(2)} = \frac{20}{3} - \frac{\frac{4}{4}}{5} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{6} = \frac{20}{3} - \frac{1}{5} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{6} = \frac{20}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{24}$$

Convertimos las fracciones en otras equivalentes con el mismo denominador, podemos elegir como tal al $\text{mcm}(3,5,24)=120$.

$$\frac{20}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{24} = \frac{800}{120} - \frac{24}{120} + \frac{5}{120} = \frac{781}{120}$$

Por tanto, el valor numérico de la expresión es igual a: $781/120$

8. MONOMIOS.

Una **expresión algebraica** que contiene únicamente la **operación de multiplicación** entre números y variables se denomina **monomio**.

Podríamos preguntarnos cuál es la distancia que separa las torres eléctricas de la imagen.

La respuesta la encontraríamos en el siguiente monomio:

Distancia = X

Tengamos ahora en consideración el cuadrado de la figura siguiente donde sabemos que su lado tiene una longitud de X unidades.

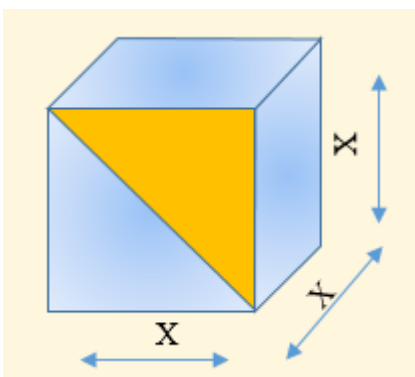
Si quisiéramos saber cuál es su área.

La respuesta la encontraríamos en el siguiente monomio:

Área cuadrado = Lado * Lado = X.X= X²

Si trazamos en el cuadrado su diagonal se nos habrán formado dos triángulos, el área de cada uno de ellos será por tanto la mitad del área del cuadrado.

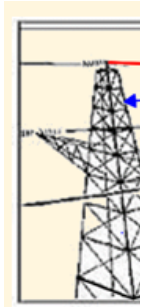
$$\text{Área del Triángulo} = \frac{1}{2} \cdot X^2$$

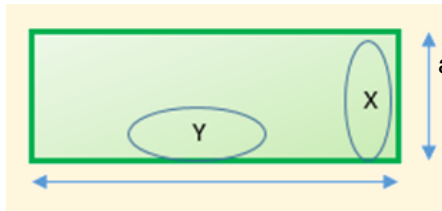


Y si construyésemos un cubo con esos cuadrados, el volumen del mismo vendría determinado por el siguiente monomio:

$$\text{Volumen}_{\text{cubo}} = \text{Bas. Altura} = x \cdot x \cdot x = x^3$$

Así pues, un monomio sirve para expresar diferentes magnitudes como, distancias, superficies, volúmenes. Tendremos que estudiar qué es lo que les hace característicos, pero antes veamos otros monomios donde aparecen dos variables.

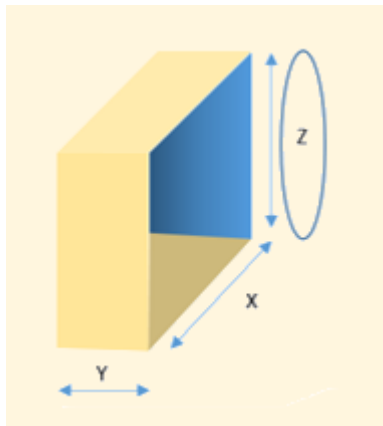




Supongamos ahora que tenemos un rectángulo que tiene **Y** unidades de ancho y **X** unidades de alto.

El área de dicho rectángulo sería el monomio:

$$\text{Área rectángulo} = \text{Base} \cdot \text{Altura} = Y \cdot X$$



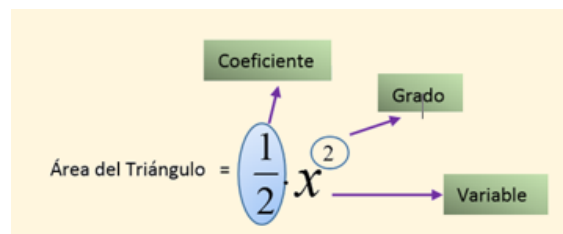
En el siguiente paralelepípedo de dimensiones respectivas X, Y y Z, que como se aprecia en la figura representan las dimensiones de su ancho, largo y alto.

El volumen de dicho cuerpo lo podríamos calcular con el siguiente monomio:

$$\text{Volumen} = \text{Base} \cdot \text{Altura} = \text{Largo} \cdot \text{Ancho} \cdot \text{Alto} = X \cdot Y \cdot Z$$

En los monomios denominamos a las partes que los componen del siguiente modo:

- ✔ Se llama **grado** de un monomio, al exponente al que está elevada su variable.
- ✔ Si el monomio estuviese formado por **dos o más variables**, el grado de dicho monomio sería la suma de los exponentes de las variables.
- ✔ Se llama **coeficiente** de un monomio, al número real que multiplica a la variable o las variables, en el supuesto que hubiese más de una.
Cuando el coeficiente tiene como valor **uno**, no se suele poner.
- ✔ Se llaman **variables** a los valores numéricos no conocidos.
- ✔ Se llama **valor numérico** de un monomio, al número que obtenemos al sustituir la variable por números, realizando las operaciones indicadas



Cuando dos o más **monomios** tienen el **mismo grado** y están formados por las **mismas variables**, se les denomina **monomios semejantes**, ya que representan **magnitudes físicas equivalentes**. Por ejemplo, en los casos estudiados, estos monomios podían representar **longitud, superficie o volumen**.

Por otro lado, si los monomios **no tienen el mismo grado** o **no comparten las mismas variables**, se consideran **monomios no semejantes**. En este caso, no representan magnitudes físicas equivalentes y no pueden ser agrupados en un solo monomio.



Rellenar huecos

Completa la tabla.

Monomio	Coeficiente.	Variable.	Grado
$3.axy^2$	3	a,x,y	
$-5.z^3$			
	-4	x	1
$x^3.y^3$		x,y	
5		cualquiera.	

Enviar

8.1. OPERACIONES CON MONOMIOS.

Suma y Resta de Monomios:

Solo es posible **sumar** o **restar** monomios que sean **semejantes**, es decir, que tengan el mismo grado y las mismas variables.

Procedimiento:

- ✔ Para sumar o restar dos monomios semejantes, se suman o restan los **coeficientes** y se conserva la **misma variable**.

Ejemplo:

Calcula la siguiente suma de monomios semejantes:

$$5x^3 + 8x^3 - 2x^3 = (5 + 8 - 2)x^3 = 11x^3$$

Producto de Monomios:

Para **multiplicar monomios** no es necesario que sean semejantes.

Procedimiento:

- ✔ El producto de dos monomios es otro monomio cuyo coeficiente es el **producto de los coeficientes**, y cuya variable tiene como exponente la **suma de los exponentes** de los monomios originales (es el producto de potencias de la misma base).

Ejemplo:

Multiplica los siguientes monomios:

$$(-3x^2) \cdot (7x^3) = (-3 \cdot 7)(x^2 \cdot x^3) = -21x^5$$

Cociente de Monomios:

No es necesario que los monomios sean semejantes para dividirlos.

Procedimiento:

- ✓ Al dividir dos monomios, se obtiene un nuevo monomio cuyo coeficiente es el **cociente de los coeficientes**, y la variable se eleva al **exponente resultante de la resta** de los exponentes de la misma base.
- ✓ Para que el cociente sea un monomio y no una fracción algebraica, el grado del monomio dividendo debe ser mayor o igual al grado del divisor.

Ejemplo:

Divide el monomio $6x^5$ entre el monomio $3x^2$:

$$\frac{6x^5}{3x^2} = \frac{6}{3} \cdot x^{5-2} = 2x^3$$

Este proceso garantiza que, al sumar, restar, multiplicar o dividir monomios, el resultado mantenga la coherencia en sus coeficientes y exponentes.



Pregunta de Elección Múltiple

Indica cuales de los siguientes monomios son semejantes.

a) $2x^3$

b) $4x^4$

c) $-6x^2$

d) $\frac{4}{5}x^3$

e) $-2x$

f) $-\frac{1}{2}x^2$

g) $\frac{4}{5}x^3$

h) $-10x^4$

☐ son semejantes:

- b,h
- a,d,g
- c,f,e

☐ son semejantes:

- b,h
- a,d,g
- c,f

☐ son semejantes:

- b,h,f
- a,d,g
- c,f

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto



Caso práctico

6) Realiza las siguientes operaciones con monomios:

a) $2x^3 - 7x^3 + x^3 =$

b) $\frac{4}{3}x^2(-2x) =$

c) $\frac{2}{4x^6} \cdot (x^7) =$

Solución.

a) $2x^3 - 7x^3 + x^3 = -4x^3$

b) $\frac{4}{3} \cdot (x^2) \cdot (-2x) = -\frac{8}{3}x^3$

c) $\frac{2}{4x^6} \cdot (x^7) = \frac{1}{2}x$

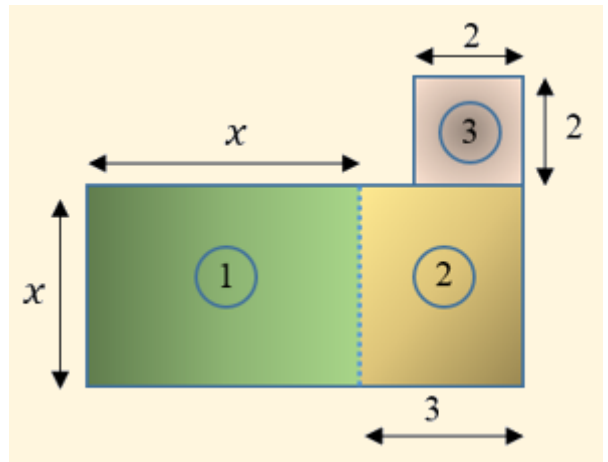
9. POLINOMIOS

Supongamos que deseamos conocer el área (dividida en tres zonas) de una solución habitacional como la de la figura.

Si calculamos el área de la figura tendremos:

$$\text{Área} = \underbrace{x^2}_{(1)} + \underbrace{3x}_{(2)} + \underbrace{4}_{(3)}$$

La expresión anterior representa a un polinomio, por lo que podremos definir un **polinomio** como la **suma o resta** de monomios **no semejantes**.



La expresión anterior representa un **polinomio**, por lo que podemos definir un polinomio como la **suma o resta** de **monomios no semejantes**.

Nomenclatura básica de un polinomio:

- ✓ **Término:** Cada uno de los monomios que componen el polinomio.
- ✓ **Variable:** La letra con la cual se construye el polinomio.
- ✓ **Grado:** El mayor de los exponentes de los monomios que forman el polinomio.
- ✓ **Término independiente:** El monomio que no tiene variable o cuya variable está elevada a la potencia cero.
- ✓ **Polinomio reducido:** El polinomio que resulta después de agrupar los monomios semejantes.
- ✓ **Polinomio ordenado:** Un polinomio cuyos términos están ordenados de acuerdo con el grado de sus monomios, ya sea de forma creciente o decreciente. Es recomendable que los polinomios estén ordenados para facilitar las operaciones.
- ✓ **Polinomio completo:** Un polinomio que contiene todos los términos intermedios, desde el de mayor grado hasta el término independiente.
- ✓ **Valor numérico de un polinomio:** El resultado obtenido al sustituir la variable del polinomio por un número y realizar las operaciones indicadas.
- ✓ **Raíz de un polinomio:** El valor de la variable que hace que el polinomio tenga un valor numérico igual a cero. Un polinomio puede tener tantas raíces reales como indica su grado.

Los polinomios suelen representarse con una letra mayúscula, colocando entre paréntesis la variable sobre la que se construye. Por ejemplo:

$$P(x) = 3x^4 + 2x^3 + 1$$

En este caso, x es la variable del polinomio, y si hubiese más letras, estas se considerarían como **coeficientes**.

Ejemplo para repasar la nomenclatura de polinomios:

Consideremos el siguiente polinomio:

$$5x^3 + 6x^2 - 4x^3 - 12x^4 - 6x + 9x - 3x^4 + 9 - 5$$

- ✓ **Términos:** El polinomio original tiene **9 términos**.
- ✓ **Variable:** El polinomio tiene una única variable, **x**.
- ✓ **Polinomio reducido:** Al agrupar los monomios semejantes, el polinomio se simplifica a:

$$-15x^4 + x^3 + 6x^2 + 3x + 4$$

Ahora tiene **5 términos**.

- ✓ **Grado:** El polinomio es de **grado 4**, ya que el exponente más alto es el de x^4 .
- ✓ **Término independiente:** El **4** es el término independiente, pues no contiene la variable xx .
- ✓ **Polinomio ordenado:** Ordenado en forma decreciente, el polinomio es:

$$-15x^4 + x^3 + 6x^2 + 3x + 4$$

- ✓ **Polinomio completo:** Este polinomio es **completo**, ya que contiene términos para todos los grados, desde el grado 4 hasta el término independiente.
- ✓ **Valor numérico del polinomio:** Para calcular el valor de $P(x)$ cuando $x = 2$, sustituimos la variable:

$$P(2) = -15(2)^4 + (2)^3 + 6(2)^2 + 3(2) + 4$$

$$P(2) = -15(16) + 8 + 6(4) + 3(2) + 4 = -240 + 8 + 24 + 6 + 4 = -198$$

El valor numérico del polinomio cuando $x = 2$ es **-198**.

- ✓ **Raíz del polinomio:** Como el polinomio es de grado 4, puede tener hasta **cuatro raíces reales**. Si no todas las raíces son reales, las restantes serán números complejos.

Este ejemplo ilustra cómo aplicar la nomenclatura básica de los polinomios, cómo reducir, ordenar y calcular el valor numérico, además de identificar las posibles raíces del polinomio.



Caso práctico

Dada la siguiente expresión algebraica que representa a un polinomio, contesta a las siguientes preguntas:

$$8x^2 - 5x^3 + 4x - 6x^2 + 2x - 5$$

- ✓ Cuantos términos tiene.
- ✓Cuál es la variable sobre el que se construye: .
- ✓ Grado:
- ✓Cuál es el Término Independiente:
- ✓ Expresa el Polinomio Reducido:
- ✓ Nombra y escribe el Polinomio Ordenado:
- ✓ ¿Es un Polinomio Completo?

- ✓ Valor numérico del Polinomio cuando $x=-1$.
- ✓ ¿Hasta cuantas raíces reales podría tener el polinomio?

Solución

$$8x^2-5x^3+4x-6x^2+2x-5 =$$

- ✓ **Cuantos términos tiene.** Tiene seis monomios, luego seis términos.
- ✓ **Cual es la variable sobre el que se construye:** El polinomio solo tiene una variable, que le hemos denominado x
- ✓ **Grado:** El grado del polinomio es 3, por ser este el grado del mayor de los monomios que lo forman.
- ✓ **Cuál es el Termino Independiente:** El término independiente es el 5, aquél monomio que no está explicita la variable, por estar esta elevada al exponente cero, (x^0)
- ✓ **Expresa el Polinomio Reducido:** Al agrupar los monomios semejantes la expresión algebraica quedaría como:
$$2x^2-5x^3+6x-5$$
- ✓ **Nombra y escribe el Polinomio Ordenado:** Podemos ponerle el nombre de Q y entonces diríamos:
$$Q(x)=-5x^3+2x^2+6x-5 =$$
- ✓ **¿Es un Polinomio Completo?** Si porque tiene todos los grados desde el mayor 3 hasta el menor 0
- ✓ **Valor numérico del Polinomio cuando $x=-1$.** Sustituyendo la variable y realizando las operaciones indicadas obtendríamos que:
$$Q(x=-1)=-5x^3+2x^2+6x-5$$

$$= -5(-1)^3+2(-1)^2+6(-1)-5 = -14$$
- ✓ **Hasta cuantas raíces reales podría tener el polinomio.** Como el polinomio es de grado 3 podría llegar a tener hasta tres raíces reales.

9.1. Operaciones con Polinomios.

Producto de un Polinomio por un número

Consistirá en multiplicar los coeficientes del polinomio por el número dado.

Siendo $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x - 3$. Calcular el polinomio $-2 P(x)$.

$$-2.P(x) = (-2.2).x^3 - (-2.5).x^2 + (-2.2).x - (-2.).3 = -4.x^3 + 10.x^2 - 4.x + 6$$

Suma de Polinomios

La suma de dos o más polinomios será otro polinomio constituido al **sumar entre sí los monomios semejantes** de los polinomios que se suman.

Calcular la suma de los polinomios: $P(x) + Q(x)$.

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x - 3.$$

$$Q(x) = 7x^2 - 5x^3 - 2x - 4$$

Lo primero que haremos es observar si los polinomios están ordenados, si no lo estuviesen los ordenaríamos.

Seguidamente colocamos en columna los monomios semejantes y procedemos a sumar sus coeficientes.

$P(x) \Rightarrow$	$2x^3$	$-5x^2$	$+2x$	-3
$Q(x) \Rightarrow$	$-5x^3$	$+7x^2$	$-2x$	-4
$P(x) + Q(x) =$	$-3x^3$	$+2x^2$		-7

Resta de Polinomios

La resta de dos polinomios será otro polinomio, obtenido al sumarle al minuendo el opuesto del sustraendo.

Calcula $W(y)-R(y)$ siendo

$$W(y)= 5y^3- 6y^2 + 2y- 3.$$

$$R(y)= 8y^3 -10y^2 + 10y -4.$$

Primero comprobaremos que los polinomios estén ordenados, si no fuese así los ordenaríamos y reduciríamos si fuese el caso.

La operación que vamos a realizar podemos expresarla como: $W(y)-R(y)=W(y)+(-1).R(y)$.

colocaremos los monomios semejantes en la misma columna para proceder a su suma.

$W(y) \Rightarrow$	$5y^3$	$- 6y^2$	$+ 2y$	$- 3$
$-R(y) \Rightarrow$	$-8y^3$	$+ 10y^2$	$- 10y$	$+4$
$W(y)+(-R(y))=$	$- 3y^3$	$+4 y^2$	$-8y$	1

Producto de un Monomio por un Polinomio

Procedimiento:

Se procede multiplicando el monomio por cada uno de los términos del polinomio. Luego nos encontramos ante multiplicaciones parciales de monomios.

Vamos a calcular el producto del monomio $(-3x^2)$ por el polinomio $P(x)=(2x^2 + 5x -6)$

Podemos hacer la multiplicación en línea:

$$(-3x^2) \cdot P(x)= (-3x^2) \cdot (2x^2)+(-3x^2)(5x) - (-3x^2) \cdot (6)=-6x^4-15x^3+18x^2$$

Producto de dos Polinomios

El resultado será otro polinomio, obtenido al multiplicar todos los términos de uno de los polinomios, por todos los términos del otro y reducir los términos semejantes.

Calcula el siguiente producto de polinomios: $(2x^2-3x-5) \cdot (5x-9) =$

	$2x^2$	$-3x$	-5
		$5x$	-9
$10x^3$	$-15x^2$	$-25x$	
	$-18x^2$	$27x$	45
$10x^3$	$-33x^2$	$2x$	45

Particular importancia tienen una serie de multiplicaciones que agruparemos bajo el epígrafe de productos Notables.

División de un Polinomio por un monomio

Se divide cada término del polinomio entre el monomio, como se muestra en los siguientes ejemplos.

Veamos un ejemplo:

Efectúa:
$$\frac{2x^4 - 5x^3 + x^2}{-x^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{2x^4 - 5x^3 + x^2}{-x^2} &= \frac{2x^4}{-x^2} - \frac{5x^3}{-x^2} + \frac{x^2}{-x^2} = -2x^{4-2} + 5x^{3-2} - x^{2-2} = -2x^{4-2} + 5x^{3-2} - x^{2-2} \\ &= -2x^2 + 5x^1 - x^0 = -2x^2 + 5x - 1\end{aligned}$$

Veamos otro ejemplo:

Realiza la siguiente división:

$$\frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{-x^2}$$

$$\frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{-x^2} = \frac{4x^3}{-x^2} + \frac{2x^2}{-x^2} - \frac{5}{-x^2} = -4x^{3-2} - 2x^{2-2} + \frac{5}{x^2} = -2x^1 - 2x^0 + \frac{5}{x^2} = -2x - 1 + \frac{5}{x^2}$$

División de un Polinomio por otro Polinomio

Para poder realizar la división entre dos Polinomios, el grado del polinomio **divisor**, debe de ser menor o igual ($\leq$) que el grado del polinomio **dividendo**. Si no fuese así, estaríamos ante una fracción algebraica.

Dividendo	divisor
Resto	Cociente

Procedimiento.:

- Se ordenan los polinomios dividendo y divisor según potencias decrecientes.
- Se divide el **primer término del polinomio dividendo**, por el **primer término del divisor** y el resultado es el primer término del cociente.
- Se multiplica el término del cociente por todo el divisor y **el resultado cambiado de signo se le suma al dividendo**, obteniéndose una división parcial.
- Se continúa el proceso hasta obtener un **dividendo parcial de grado inferior al divisor**, que será el resto.

Veamos un ejemplo. Procedamos a dividir el polinomio P(x) por el polinomio Q(x)

$$P(x) = 3x^3 + 10x^2 + 11x + 5.$$

$$Q(x) = 3x^2 + 7x + 2.$$

$ \begin{array}{r} 3x^3 + 10x^2 + 11x + 5 \\ -3x^3 - 7x^2 - 2x \\ \hline 0 \quad 3x^2 + 9x + 5 \\ -3x^2 - 7x - 2 \\ \hline 2x + 3 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 3x^2 + 7x + 2 \\ \hline x + 1 \end{array} $	$ \frac{3 \cdot x^2}{3 \cdot x^2} = 1 $	$ \frac{3 \cdot x^3}{3 \cdot x^2} = x $
---	--	---	---

Si la división está correctamente realizada, deberá verificarse que:

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} * \text{Cociente} + \text{Resto}. \Rightarrow D=d.C+R$$

Por lo que el polinomio **Dividendo** $P(x)$ podemos expresarlo como:

$$P(x) = (3x^2 + 7x + 2) \cdot (x + 1) + (2x + 3).$$

Cuando el residuo o resto de la división es cero, diremos que la **división es exacta**.



Caso práctico

Siendo:

$$Q(x) = (3x^3 - 2x^2 - 4x - 8)$$

$$P(x) = (x - 2)$$

Sin realizar la división $Q(x)/P(x)$ contesta estas preguntas:

- ¿De qué grado es el polinomio dividendo?
- ¿De qué grado es el polinomio divisor?
- ¿De qué grado será el polinomio cociente?

Solución

- ¿De qué grado es el polinomio dividendo? **El grado de $Q(x)$ es 3.**
- ¿De qué grado es el polinomio divisor? **El grado de $P(x)$ es 1.**
- ¿De qué grado será el polinomio cociente? **El polinomio cociente será**

de grado 2 (3-1).



Caso práctico

Siendo:

$$Q(x) = (3x^3 - 2x^2 - 4x - 8)$$

$$P(x) = (x - 2)$$

Realiza la siguiente división $Q(x)/P(x)$ e indica si la división es exacta o inexacta.

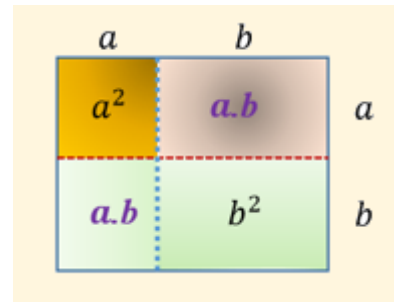
Solución

Dividendo	$3x^3 - 2x^2 - 4x - 8$	$x - 2$	$3x^3$	$= 3x^2$	Términos del Cociente.
	$-3x^3 + 6x^2$	$3x^2$	x		
Dividendo parcial	$4x^2 - 4x - 8$		$4x^2$	$= 4x$	
	$-4x^2 + 8x$	$+4x$	x		
Dividendo parcial	$4x - 8$		$4x$	$= 4$	
	$-4x + 4$	$+4$	x		
Resto	0				

Como el resto de la división es cero, la división es exacta.

9.2. Productos Notables.

Estas **identidades algebraicas** son un conjunto de expresiones que se utilizan con frecuencia en el cálculo, facilitando el desarrollo y simplificación de expresiones algebraicas.



1. El cuadrado de una suma

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- ✓ **Explicación:** El cuadrado del primer término, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo término.
- ✓ **Nombre:** Esta expresión se llama **cuadrado perfecto**.

Demostración:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ejemplo: Desarrolla $(x + 7)^2$:

1. El cuadrado del primer término: $(x)^2 = x^2$
2. El doble producto del primero por el segundo: $2(x)(7) = 14x$
3. El cuadrado del segundo término: $7^2 = 49$

Resultado:

$$(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

Otro Ejemplo: Desarrolla $(-2x - 3y)^2$:

1. El cuadrado del primer término: $(-2x)^2 = 4x^2$
2. El doble producto del primero por el segundo: $2(-2x)(-3y) = 12xy$
3. El cuadrado del segundo término: $(-3y)^2 = 9y^2$

Resultado:

$$(-2x - 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

2. El cuadrado de una diferencia

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- ✓ **Explicación:** El cuadrado del primer término, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

Demostración:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo: Desarrolla $(4x^4 - 9y^3)^2$

1. El cuadrado del primer término: $(4x^4)^2 = 16x^8$
2. El doble producto del primero por el segundo: $2(4x^4)(9y^3) = 72x^4y^3$
3. El cuadrado del segundo término: $(9y^3)^2 = 81y^6$

Resultado:

$$(4x^4 - 9y^3)^2 = 16x^8 - 72x^4y^3 + 81y^6$$

3. Suma por diferencia (binomios conjugados)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

- ✔ **Explicación:** El producto de dos binomios conjugados es igual a la diferencia de los cuadrados de los términos.

Demostración:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Ejemplo: Resuelve $(-2x^3 + 7)(-2x^3 - 7)$:

1. El cuadrado del primer término: $(-2x^3)^2 = 4x^6$
2. El cuadrado del segundo término: $7^2 = 49$

Resultado:

$$(-2x^3 + 7)(-2x^3 - 7) = 4x^6 - 49$$

4. El trinomio de una suma

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

- ✔ **Explicación:** El cuadrado del primer término más el cuadrado del segundo, más el cuadrado del tercero, más el doble producto de cada par de términos.

Demostración:

$$(a + b + c)^2 = (a + b + c)(a + b + c) = a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$

Simplificando los términos semejantes:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Ejemplo: Desarrolla $(x + 2y + 3z)^2$

Resultado:

$$(x + 2y + 3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 6xz + 12yz$$

5. El cubo de un binomio

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- ✔ **Explicación:** El cubo perfecto de un binomio es la suma de los cubos de los términos más tres veces el producto del cuadrado del primero por el segundo, y tres veces el producto del primero por el cuadrado del segundo.

Demostración:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplo: Desarrolla $(x - 4)^3$:

1. El cubo del primer término: $(x)^3 = x^3$
2. El cubo del segundo término: $(-4)^3 = -64$
3. El triple del cuadrado del primero por el segundo: $3(x)^2(-4) = -12x^2$
4. El triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(x)(-4)^2 = 48x$

Resultado:

$$(x - 4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$$

6. Producto de dos binomios con un término común

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

- ✔ **Explicación:** El producto de dos binomios con un término común es igual al cuadrado del término común más el producto del término común por la suma de los términos no comunes, más el producto de los términos no comunes.

Demostración:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

Ejemplo: Desarrolla $(x - 6)(x + 4)$:

1. El cuadrado del término común: $(x)^2 = x^2$
2. La suma de los términos no comunes multiplicada por el término común: $(-6 + 4)(x) = -2x$
3. El producto de los términos no comunes: $(-6)(4) = -24$

Resultado:

$$(x - 6)(x + 4) = x^2 - 2x - 24$$

Estas **identidades algebraicas** son herramientas poderosas para simplificar y desarrollar expresiones matemáticas, siendo fundamentales en el cálculo y el álgebra.



Caso práctico

Deduce la identidad matemática de la siguiente expresión algebraica:

$$\left(\frac{1}{2}a+3\right)^2 =$$

Solución:

$$\left(\frac{1}{2}a+3\right)^2 =$$

Nos encontramos ante un cuadrado perfecto, luego al aplicar la regla general calcularemos:

- El cuadrado del primer término: $\left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^2$
- El doble producto del primer término por el segundo: $2 \cdot \left(\frac{1}{2}a\right) \cdot (3)$
- El cuadrado del segundo término: $(3)^2 = 9$

Se suman los términos resultantes y se obtiene:

$$\left(\frac{1}{2}a+3\right)^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}a\right) \cdot (3) + 3^2 = \frac{1}{4}a^2 + 3a + 9$$



Caso práctico

Desarrolla $(-2m-3n)^3$

Solucion.

Debes calcular:

- El cubo del primer término:
- El cubo del segundo término:
- El triple del cuadrado del primero por el segundo:
- El triple del primero por el cuadrado del segundo:

Finalmente, el desarrollo es:

$$(-2m-3n)^3 = [(-2m)+(-3n)]^3 = -8.m^3 - 27.n^3 + 36.m^2.n + 54.m.n^2$$

$$\left[\left(-2m-3n \right) \right]^3 = \left[\left(-2m \right) + \left(-3n \right) \right]^3 = -8.m^3 - 27.n^3 + 36.m^2.n + 54.m.n^2$$

9.3. DIVISIÓN POR RUFFINI. TEOREMA DEL RESTO. TEOREMA DEL FACTOR.

La **regla de Ruffini** es un método práctico que permite calcular el **cociente** y el **resto** de la división de un polinomio $P(x)$ por un binomio de primer grado $(x - a)$, sin necesidad de realizar la división de forma tradicional. Este procedimiento simplifica significativamente el proceso y, como veremos más adelante, se emplea también para determinar posibles **raíces enteras** de polinomios de grado mayor que dos.

Procedimiento de la Regla de Ruffini para la división de polinomios

La **Regla de Ruffini** es un método eficaz que simplifica el proceso de división de un polinomio por un binomio de la forma $(x - a)$. A continuación, se detalla el procedimiento paso a paso para aplicar Ruffini en la división de polinomios:

1. Colocar los coeficientes:

- ✓ Escribe los **coeficientes** del polinomio dividendo, en **orden decreciente de grados**. Si falta algún término (si el polinomio no es completo), coloca un **cero** como coeficiente de ese término.
- ✓ Ejemplo: Si dividimos $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 6x + 10$, los coeficientes son 2, -3, 5, -6, 10

2. Escribir el divisor:

- ✓ A la izquierda de la línea horizontal, coloca el valor de a del binomio divisor $(x - a)$, pero **cambiado de signo**.
- ✓ Ejemplo: Si el divisor es $(x - 2)$, colocamos 2 a la izquierda de la línea.

3. Primer paso del cálculo:

- ✓ Baja directamente el **primer coeficiente** del polinomio, sin realizar ningún cálculo, y colócalo debajo de la línea horizontal.

4. Multiplicación y suma:

- ✓ Multiplica el número que has bajado por el valor de a (colocado a la izquierda).
- ✓ Luego, suma el resultado al **segundo coeficiente** del polinomio.

- ✓ Escribe el resultado bajo el segundo coeficiente.

5. Repetir el proceso:

- ✓ Repite este procedimiento: multiplica el **último número obtenido** por aa y suma el resultado al siguiente coeficiente del polinomio.
- ✓ Continúa hasta llegar al último coeficiente del polinomio dividendo.

6. Resto y cociente:

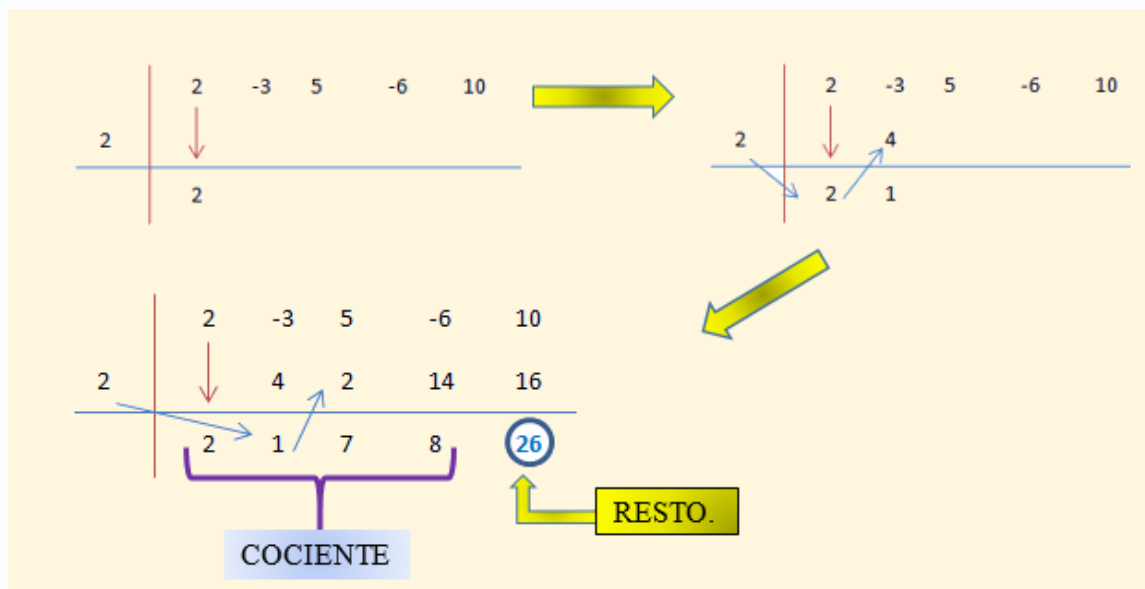
- ✓ El **último número** que obtienes será el **resto** de la división.
- ✓ Los demás números que has escrito bajo la línea son los **coeficientes del polinomio cociente**.

7. Grado del cociente:

- ✓ El polinomio cociente tendrá un grado **una unidad menor** que el grado del polinomio dividendo.
- ✓ Ejemplo: Si el dividendo es de grado 4, el cociente será de grado 3.

DIVISIÓN POR RUFFINI

Dado el polinomio $P(x)=2x^4 -3x^3 + 5x^2 - 6x+10$, realizar la división por Ruffini por el binomio $(x-2)$



Donde el polinomio cociente es y el resto **26**. Por tanto podremos decir que:

$$P(x)=2x^4 -3x^3 + 5x^2 - 6x+10 =$$

Que es una forma de descomponer el polinomio $P(x)$.



Caso práctico

Realiza utilizando la regla de Ruffini la división del polinomio $2x^3+3x-2$ por el binomio $(x-3)$:

Solución.

Colocamos los coeficientes del polinomio completo. Si falta alguno de los término es porque su coeficiente es cero.

	2	0	3	-2
3		6	18	63
	2	6	21	61
	cociente			resto

Luego podríamos decir que:

$$2x^3+3x-2 = (x-3) \cdot (2x^2+6x+21)+61$$

9.3.1. TEOREMA DEL RESTO.

Teorema del Resto: Explicación y Aplicación

El **Teorema del Resto** nos dice que, al dividir un polinomio $P(x)$ entre un binomio de la forma $(x - a)$, el **resto** de la división es igual al **valor numérico** del polinomio cuando se sustituye $x = a$. Es decir:

$$P(a) = \text{Resto de la división de Ruffini.}$$

Ejemplo Aplicado

En el ejemplo anterior, realizamos la división del polinomio $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 6x + 10$ por el binomio $(x - 2)$, utilizando la **Regla de Ruffini**.

- ✓ El **cociente** obtenido fue el polinomio $C(x) = 2x^3 + x^2 + 7x + 8$
- ✓ El **resto** fue 26.

Por lo tanto, aplicando el **Teorema del Resto**:

$$P(2) = 26$$

Esto significa que el valor numérico del polinomio $P(x)$ cuando $x = 2$ es 26, coincidiendo con el resto de la división.

Cálculo utilizando el Teorema del Resto

Vamos ahora a aplicar el **Teorema del Resto** para calcular el valor numérico del polinomio $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ cuando $x = 3$.

- ✓ **Polinomio:** $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$
- ✓ **Divisor:** $(x - 3)$

Calcular por el teorema del resto, el valor numérico del polinomio $P(x)=x^4-3x^2+2$ cuando el valor de la variable sea $x = 3$.

	1	0	-3	0	2
3		3	9	18	54
	1	3	6	18	56

Comprobación mediante sustitución directa

Podemos verificar el valor numérico de $P(x=3)$ sustituyendo directamente el valor en el polinomio:

$$P(3) = 3^4 - 3 \cdot (3^2) + 2$$
$$P(3) = 81 - 3 \cdot 9 + 2 = 81 - 27 + 2 = 56$$

Conclusión

El valor numérico del polinomio $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ cuando $x = 3$ es **56**, calculado por sustitución directa. Este mismo valor se puede obtener de forma más eficiente utilizando la **Regla de Ruffini**, y su coincidencia con el resto en el proceso confirma la validez del **Teorema del Resto**.



Caso práctico

Aplicando el teorema del factor, determina cual es el valor del polinomio:
 $P(x)=3x^3-7x^2+3x-7$

cuando $x=-2$.

Solución

Realizando la división por la regla de Ruffini, el valor de $P(x=-2)$ será el resto de la división de $P(x)$ por el binomio $[x-(-2)]$

	3	-7	3	-7
-2		-6	26	-58
	3	-13	29	-65
	cociente			resto

Luego $P(x=-2)=-65$

9.3.2. TEOREMA DEL FACTOR.

Raíces de un Polinomio y el Teorema del Factor

Cuando dividimos un polinomio $P(x)$ por un binomio de la forma $(x - a)$ y el resto de dicha división es cero, decimos que el valor de a es una **raíz** del polinomio. En otras palabras:

$$P(a) = 0$$

Determinación de raíces:

1. **Raíces enteras:** Si un polinomio tiene coeficientes reales, las posibles **raíces enteras** de dicho polinomio son los divisores del **término independiente** del polinomio. Si al evaluar uno de estos divisores en el polinomio obtenemos cero, hemos encontrado una raíz.
2. **Raíces fraccionarias:** Si $\frac{n}{m}$ es una raíz fraccionaria de un polinomio con coeficientes reales, se cumple que:
 - ✓ n es un divisor del **término independiente**.
 - ✓ m es un divisor del **coeficiente del término de mayor grado**.
3. **Factores del polinomio:** Por cada raíz a , podemos formar un binomio de la forma $(x - a)$, que será un **divisor** del polinomio, conocido como un **factor** del polinomio.
4. **Polinomios con coeficiente principal igual a 1:** Un polinomio con coeficientes enteros y cuyo término de mayor grado sea 1 no tiene raíces fraccionarias, solo raíces enteras.

Ejemplo: Determinar las raíces del polinomio

$$P(x) = x^2 - 5x + 6$$

Recordemos que una **raíz** de un polinomio es el valor de x que hace que $P(x) = 0$.

Paso 1: Posibles raíces

- ✓ El **término independiente** del polinomio es 6. Los divisores de 6 son 1, -1, 2, -2, 3, -3
- ✓ Como el **coeficiente del término de mayor grado** es 1, no habrá raíces fraccionarias (solo enteras).

Paso 2: Búsqueda de las raíces

Utilizamos el **método de tanteo** para evaluar los posibles divisores. Vamos probando los valores

de los divisores hasta que encontremos aquellos que satisfacen $P(x) = 0$.

✔ Evaluamos $P(1)$:

$$P(1) = 1^2 - 5(1) + 6 = 1 - 5 + 6 = 2 \quad (\text{no es raíz}).$$

✔ Evaluamos $P(2)$:

$$P(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 \quad (\text{es raíz}).$$

✔ Evaluamos $P(3)$:

$$P(3) = 3^2 - 5(3) + 6 = 9 - 15 + 6 = 0 \quad (\text{es raíz}).$$

Paso 3: Resultado

Las raíces del polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 6$ son $x = 2$ y $x = 3$.

Conclusión

El polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 6$ tiene como raíces $x = 2$ y $x = 3$, lo que implica que el polinomio se puede descomponer como:

$$P(x) = (x - 2)(x - 3)$$

Recuerda:

Utilizando la regla de Ruffini obtenemos las siguientes tablas

	1	-5	6
1		1	-4
	1	-4	2
	cociente		resto

	1	-5	6
-1		-1	6
	1	-6	12
	cociente		resto

	1	-5	6
2		2	-6
	1	-3	0
	cociente		resto

	1	-5	6
-2		-2	14
	1	-7	20
	cociente		resto

	1	-5	6
3		3	-6
	1	-2	0
	cociente		resto

	1	-5	6
-3		-3	24
	1	-8	30
	cociente		resto



Caso práctico

Comprueba utilizando el teorema del factor si el binomio $(x-3)$ es un factor del polinomio $Q(x)=x^3-3x^2-4x+12$

Solución

Si el binomio $(x-3)$ es un factor del polinomio $Q(x)$, significa que $x=3$ será una raíz del polinomio, por tanto el resto de la división por la regla de Ruffini será cero.

	1	-3	-4	12
3		3	0	-12
	1	0	-4	0
	cociente			resto

Como el resto es cero, significa que $x=3$ es raíz del polinomio y por tanto $(x-3)$ será un factor de dicho polinomio.

9.4. FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO.

Al igual que un número compuesto puede descomponerse en sus **factores primos**, un **polinomio** puede expresarse como el **producto de binomios** que corresponden a sus **raíces**. A esta operación se le denomina **factorización** del polinomio.

Definición de la Factorización de un Polinomio

Dado un polinomio $P(x)$, este puede expresarse como el producto del **coeficiente del término de mayor grado** y los binomios de la forma $(x - \text{raíz})$ donde cada raíz corresponde a los valores que hacen que $P(x) = 0$.

Ejemplo: Factorización de $P(x) = x^2 - 5x + 6$

Paso 1: Determinación de las raíces

Sabemos que este polinomio no tendrá **raíces fraccionarias** porque el **coeficiente del término de mayor grado** es 1. Además, al ser un polinomio de **segundo grado**, puede tener hasta **dos raíces**. Si estas raíces son **números enteros**, deben ser divisores del término independiente del polinomio, que en este caso es 66.

Los **divisores de 6** son:

$$\{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6 \}$$

Paso 2: Verificación de las posibles raíces

Vamos a probar cada divisor para ver si satisface $P(x) = 0$

✔ **Evaluamos $P(1)$:**

$$P(1) = 1^2 - 5(1) + 6 = 1 - 5 + 6 = 2 \quad (\text{no es raíz}).$$

✔ **Evaluamos $P(-1)$:**

$$P(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12 \quad (\text{no es raíz}).$$

✔ **Evaluamos $P(2)$:**

$$P(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 \quad (\text{es raíz}).$$

✔ **Evaluamos $P(-2)$:**

$$P(-2) = (-2)^2 - 5(-2) + 6 = 4 + 10 + 6 = 20 \quad (\text{no es raíz}).$$

✔ **Evaluamos** $P(3)$:

$$P(3) = 3^2 - 5(3) + 6 = 9 - 15 + 6 = 0 \quad (\text{es raíz}).$$

Paso 3: Construcción de la factorización

Dado que las raíces del polinomio son $x = 2$ y $x = 3$, podemos factorizar $P(x)$ como el producto de los binomios $(x - 2)$ y $(x - 3)$

Por lo tanto, el polinomio factorizado es:

$$P(x) = x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

Conclusión:

La **factorización** del polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 6$ nos permite expresar el polinomio original como el producto de los binomios de sus raíces, obteniendo:

$$P(x) = (x - 2)(x - 3)$$

Este proceso es similar a la descomposición en factores primos, pero aplicado a polinomios.



Caso práctico

Factoriza el polinomio $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ compuesto de raíces enteras.

Solución.

Factorizar un polinomio consiste en descomponerlo como producto de sus factores, es decir, $(x - \text{raíz})$.

- ✔ como el coeficiente de mayor grado es uno, el polinomio no tendrá raíces fraccionarias.
- ✔ los números candidatos a raíces serán los divisores del término independiente.

Divisores del número $6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$

Si utilizamos la regla de Ruffini tanteando dichos números buscando las divisiones de resto cero nos quedaría:

1	-4	1	6
---	----	---	---

-1		-1	5	-6
	1	-5	6	0

$X=-1$ es una raíz.

	1	-5	6
2		2	-6
	1	-3	0

$X=2$ es una raíz.

	1	-3
3		3
	1	0

$X=3$ es una raíz.

10. ECUACIONES POLINÓMICAS DE PRIMER GRADO.

Las **ecuaciones polinómicas de primer grado** son ecuaciones algebraicas en las que la variable está elevada a la primera potencia, lo que significa que su exponente es igual a uno.

Un matemático destacado en el estudio de las expresiones algebraicas y polinómicas de primer grado es **Évariste Galois** (1811-1832), cuyas contribuciones a las ecuaciones polinómicas sentaron las bases para el desarrollo de la teoría moderna de ecuaciones. Aunque su trabajo es más conocido por tratar ecuaciones de grados superiores, sus aportes también influyen en las de primer grado.

Definición de Ecuaciones Polinómicas de Primer Grado

Una **ecuación de primer grado** se expresa en la forma general:

$$ax + b = 0$$

Donde:

- a y b son constantes.
- x es la variable que deseamos resolver.
- $a \neq 0$ porque, si $a = 0$, la ecuación no sería de primer grado.

El objetivo es encontrar el valor de x que satisface esta ecuación, a lo que llamaremos **solución**.

Ejemplo 1: Resolviendo una ecuación simple

Consideremos la ecuación:

$$2x + 3 = 0$$

Procedimiento:

1. **Aislamos el término con la variable x :**

$$2x = -3$$

2. **Dividimos ambos lados de la ecuación por el coeficiente de x (que es 2):**

$$x = \frac{-3}{2}$$

Solución:

$$x = -1.5$$

Ejemplo 2: Otra ecuación de primer grado

Consideremos la ecuación:

$$5x - 7 = 0$$

Procedimiento:

1. Aislamos el término con la variable x :

$$5x = 7$$

2. Dividimos ambos lados de la ecuación por el coeficiente de x (que es 5):

$$x = \frac{7}{5}$$

Solución:

$$x = 1.4$$

Aplicaciones Cotidianas de las Ecuaciones de Primer Grado

Las **ecuaciones de primer grado** son fundamentales en muchas situaciones cotidianas. Por ejemplo, si queremos calcular el costo de un producto en función de la cantidad comprada o la cantidad de un recurso necesario en función del consumo, las ecuaciones que describen estas situaciones son de primer grado.

Ejemplo práctico:

Supongamos que el precio de un kilogramo de manzanas es \$3 y queremos comprar x kilogramos. Sabemos que el total gastado es \$15. La ecuación que modela esta situación es:

$$3x = 15$$

Resolviendo para x :

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

Por lo tanto, compramos **5 kilogramos de manzanas**.

Évariste Galois y las Ecuaciones de Primer Grado

Évariste Galois, un brillante matemático francés, realizó contribuciones esenciales a la **teoría de grupos** y a la **teoría de Galois**, las cuales son fundamentales para entender la resolución de ecuaciones polinómicas en general. Aunque su principal enfoque fue en las ecuaciones de grados superiores, los principios que desarrolló sobre las **simetrías y permutaciones** de las raíces de ecuaciones polinómicas también se aplican a las ecuaciones de primer grado.

Conclusión

Las **ecuaciones polinómicas de primer grado**, aunque sencillas, son fundamentales en el álgebra. Su resolución implica encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad, y este proceso es una base esencial para el estudio de ecuaciones más complejas y para aplicaciones prácticas en la vida cotidiana.



Autoevaluación

Las ecuaciones polinómicas de primer grado se pueden escribir en la forma general $ax + b = 0$, donde a y b son constantes, y x es la variable a resolver.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las ecuaciones polinómicas de primer grado tienen la forma general $ax + b = 0$, donde $a \neq 0$ para que la ecuación sea de primer grado.

En la ecuación $2x + 3 = 0$, la solución es $x = 3/2$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Para resolver $2x + 3 = 0$, se debe aislar x . Restamos 3 de ambos lados: $2x = -3$. Luego, dividimos ambos lados por 2: $x = -3/2$, que es -1.5 .

La ecuación $5x - 7 = 0$ se resuelve como $x = 7/5$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Al aislar x en la ecuación $5x - 7 = 0$, obtenemos $5x = 7$. Dividiendo ambos lados por 5, obtenemos $x = 7/5$, que es 1.4.

Las ecuaciones de primer grado no tienen aplicaciones en la vida cotidiana.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las ecuaciones de primer grado tienen muchas aplicaciones prácticas en la vida cotidiana, como calcular precios totales al comprar productos.

Evariste Galois es conocido por su trabajo en las ecuaciones de primer grado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque Evariste Galois hizo contribuciones significativas a la teoría de ecuaciones polinómicas y la teoría de Galois, su trabajo principal no se centró en las ecuaciones de primer grado, sino en las ecuaciones polinómicas de grado superior y en la teoría de grupos.

10.1. IGUALDADES: IDENTIDADES Y ECUACIONES.

Igualdades: Concepto y Tipos

Una **igualdad** es una expresión algebraica en la que se utiliza el símbolo de igualdad $=$, que indica que dos expresiones son equivalentes. Las igualdades pueden clasificarse en dos tipos principales: **identidades** y **ecuaciones**.

Identidades

Una **identidad** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es **cierta para cualquier valor de las variables** que intervienen. Las identidades son herramientas fundamentales en el álgebra, ya que permiten transformar expresiones algebraicas en formas más manejables o simplificar procesos matemáticos complejos.

Ejemplo de identidad:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Esta igualdad es válida para cualquier valor de x e y , por lo que es una identidad.

Ejemplos:

Dos ejemplos de identidades podrían ser:

$$2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \quad \text{o} \quad x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

Y se verifican para cualquier valor que tome la variable x .

$$\text{Si } x = -1 \Rightarrow 2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \Rightarrow 2 \cdot (-1) + 2 = 2 \cdot (-1 + 1) \Rightarrow 0 = 0$$

$$\text{Si } x = 3 \Rightarrow 2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \Rightarrow 2 \cdot (3) + 2 = 2 \cdot (3 + 1) \Rightarrow 8 = 8$$

Ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que **solo es verdadera para ciertos valores de las incógnitas**. Estos valores, que hacen que la igualdad sea verdadera, se llaman **soluciones** de la ecuación.

- ✔ **Solución de la ecuación:** Los valores que verifican la igualdad y hacen que la ecuación sea cierta.
- ✔ **Grado de la ecuación:** El grado de la ecuación está determinado por el **monomio de mayor grado** que aparece en ella.

Número de soluciones según el grado de la ecuación:

- ✔ Una **ecuación de primer grado** tiene **una única solución**.
- ✔ Una **ecuación de segundo grado** puede tener **dos soluciones**.
- ✔ A medida que aumenta el grado de la ecuación, puede haber más soluciones posibles.

Términos y Miembros de la Ecuación

- ✔ En una ecuación, los **términos** son las partes que componen ambos lados de la igualdad.
- ✔ Cada término está compuesto por una combinación de coeficientes y variables.
- ✔ Las **variables** representan los valores desconocidos que buscamos resolver.
- ✔ El **grado** de la ecuación lo determina el monomio de mayor exponente que aparece en cualquiera de sus términos.

Ecuaciones de Primer Grado

Las ecuaciones que veremos aquí serán **ecuaciones de primer grado con una sola variable**, es decir, ecuaciones lineales. Este tipo de ecuaciones tienen una estructura básica de la forma:

$$ax + b = 0$$

Donde:

- ✔ a y b son constantes.
- ✔ x es la variable que queremos resolver.
- ✔ La ecuación tiene **una única solución**.

Ejemplo:

$$2x + 3 = 0$$

1. Aislamos el término con x :

$$2x = -3$$

2. Dividimos por 2:

$$x = \frac{-3}{2}$$

Solución:

$$x = -1.5$$

Conclusión

- ✓ **Identidades** son siempre verdaderas para cualquier valor de las variables involucradas, y se utilizan para simplificar o transformar expresiones algebraicas.
- ✓ **Ecuaciones** solo son ciertas para ciertos valores de las incógnitas, y resolverlas implica encontrar los valores que hacen verdadera la igualdad.

Ejemplos y repaso:

Ecuaciones de primer grado, que son fundamentales en la matemática y tienen una solución única cuando el coeficiente de la variable es diferente de cero.

Ejemplos:

La ecuación $2x - 1 = \frac{8}{4}x$ es una ecuación que no tiene solución, pues:

$2x - \frac{8}{4}x = 1 \Rightarrow 0.x = 1 \Rightarrow$ no podremos encontrar un número que multiplicado por cero nos de 1.

La ecuación $2x - 1 = \frac{8}{4}x - 1$ tiene infinitas soluciones, pues es una identidad.

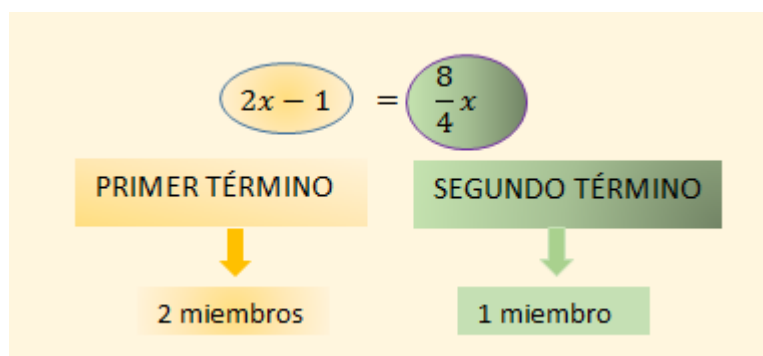
$2x - \frac{8}{4}x = -1 + 1 \Rightarrow 0.x = 0$. Cualquier valor que le demos a x , verifica la ecuación.

La ecuación $x - 25 = 3x - 5$ tiene una sola solución.

$x - 3x = -5 + 25, -2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{-2} = -10$

Recuerda que en ecuaciones hablamos de términos de la ecuación, queriendo hacer referencia a cada uno de los **lados de la igualdad**.

A su vez, cada término estará compuesto por igual o diferente número de miembros.



Rellenar huecos

Indica si la igualdad siguiente es identidad o ecuación.

$2(x+4) + 3x = 5x + 8$ es una .

Enviar

Le damos a x un valor cualquiera; por ejemplo $x = 1$ y lo sustituimos en la igualdad:

$$2(1+4) + 3 \cdot 1 = 5 \cdot 1 + 8$$

$$2 \cdot 5 + 3 = 5 + 8$$

$$13 = 13. \text{ Se cumple.}$$

Probamos con otro valor; por ejemplo $x = 2$ y repitiendo el procedimiento debemos llegar a que $18 = 18$, que también es verdad. Así pues debemos sospechar que estamos ante una identidad.

Si operamos en el miembro de la izquierda vemos que nos sale:

$$2(x+4) + 3x = 2x + 8 + 3x = 5x + 8,$$

que es el miembro de la izquierda. Por tanto, la igualdad es cierta sea cual sea el valor de x . Por tanto, la igualdad es una identidad.



Rellenar huecos

Indica si la igualdad siguiente es identidad o ecuación.

$2(x+5) - 3x = x + 10$ es una ecuación.

Enviar

Actuamos igual. Le damos un valor a una de las incógnitas, por ejemplo, $x = 1$

$$2(1+5) - 3 \cdot 1 = 1 + 10$$

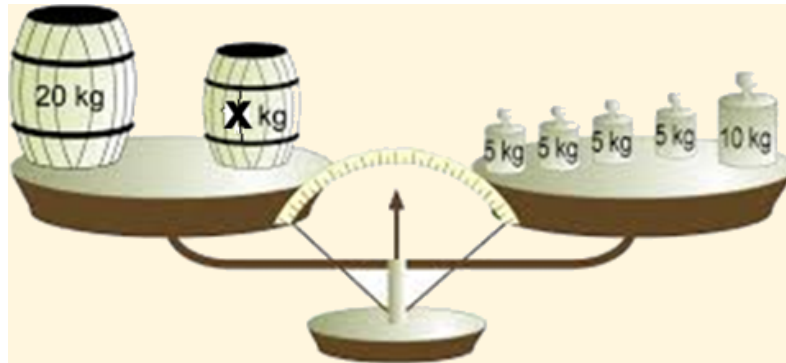
$$2 \cdot 6 - 3 = 11$$

$$9 = 11$$

que en absoluto es verdad. Por tanto, como hemos encontrado un valor de x que no cumple la igualdad, estamos ante una ecuación.

10.2. PROCEDIMIENTO PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES.

Una ecuación se comporta como una balanza en la que mediante pasos intermedios realizados a través de identidades, que generan ecuaciones equivalentes a la de partida, conseguimos dejar la variable aislada en uno de los términos, que en nuestro símil será un platillo de la balanza.



Las transformaciones que podemos hacer en una ecuación para obtener otras ecuaciones equivalentes son:

- ❖ Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta un mismo número se obtiene una expresión equivalente.

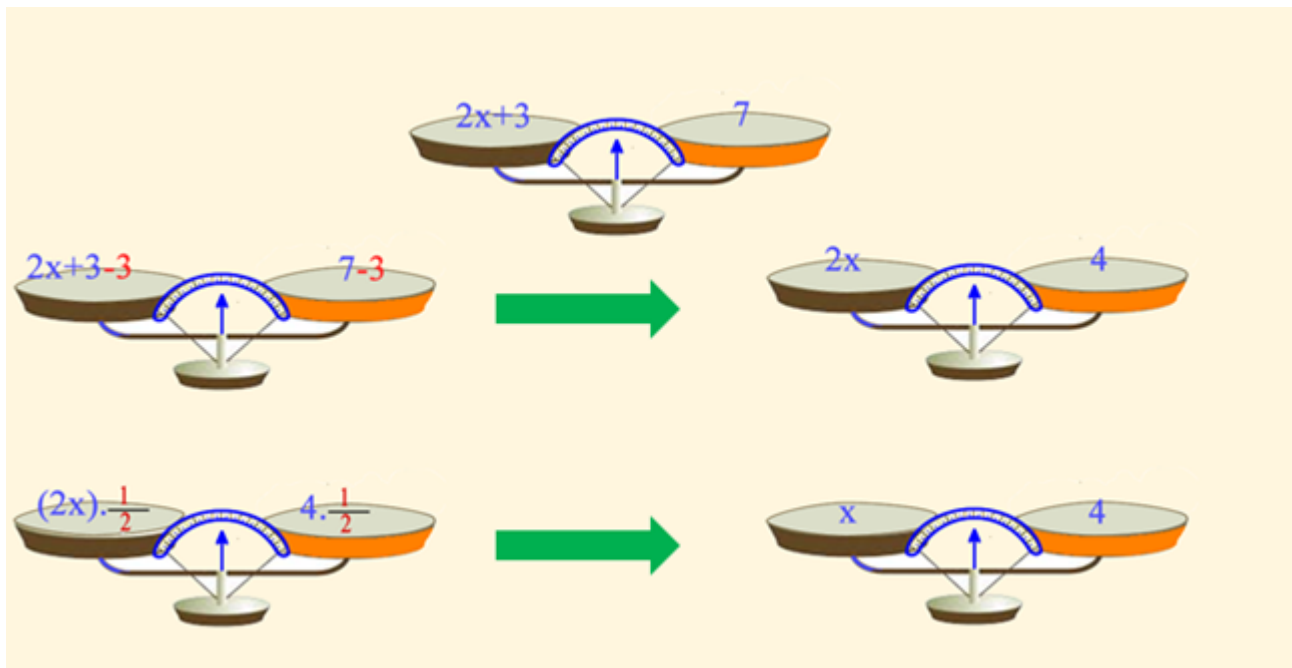
⇒ **Consecuencia: lo que está sumando en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro restando.**

- ❖ Si se multiplican o dividen los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

⇒ **Consecuencia: lo que está dividiendo en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro multiplicando, y al contrario.**

Veamos un ejemplo gráficamente:

¿Cuánto pesa **X**?



Claramente la solución es $x = 4$.

Veamos otro ejemplo:

Qué solución tiene la ecuación: $20x - 14 - 11x = 8 - 6x + 2$

$20x - 14 - 11x = 8 - 6x + 2$	Agrupamos monomios semejantes en cada término de la ecuación.
$9x = 10 - 6x$	Agrupamos la variable en uno de los términos, sumando un mismo valor en cada uno de los términos.
$9x + 6x = 10 - 6x + 6x$	Agrupamos monomios semejantes.
$15x = 10$	Dividimos cada término por el coeficiente que acompaña a la variable.
$15x \cdot \left(\frac{1}{15}\right) = 10 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)$	Simplificamos.
$x = \frac{10}{15}$	Que es la solución buscada.

Estrategias para Resolver Ecuaciones de Primer Grado

Para resolver ecuaciones de manera eficiente, es importante seguir un conjunto de estrategias que faciliten los cálculos y aseguren que se llegue a la solución correcta. A continuación, se detallan los pasos que seguiremos:

1. Eliminar los denominadores (si los hay):

- Si la ecuación tiene fracciones, comenzamos **multiplicando todos los términos** de la ecuación por el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de los denominadores, o por un múltiplo de este. Esto nos permite eliminar los denominadores y trabajar con una ecuación más sencilla.
- Consejo:** Siempre coloca los numeradores de las fracciones entre paréntesis antes de multiplicarlos, para evitar errores en el proceso.

2. Simplificación de fracciones:

- Una vez multiplicados los términos por el m.c.m., simplificamos las fracciones resultantes. Esto ayudará a reducir la ecuación a una forma más manejable.

3. Resolver los paréntesis:

- Si la ecuación contiene paréntesis, debemos **resolver de adentro hacia afuera**. Empezamos con las operaciones más internas y avanzamos hacia afuera hasta eliminar todos los paréntesis.

4. Agrupar monomios semejantes:

- **Agrupamos los monomios semejantes** en cada lado de la ecuación. Los monomios semejantes son aquellos que tienen las mismas variables con los mismos exponentes. Esto nos permite simplificar aún más la ecuación.

5. Agrupar variables y términos independientes:

- **Trasladamos** todos los términos que contienen la variable a un lado de la ecuación, y los términos constantes (sin variables) al otro lado. Utilizamos la **trasposición de términos**, lo que implica cambiar el signo de los términos al moverlos de un lado al otro de la ecuación.

6. Despejar la variable:

- Despejamos la variable, dividiendo ambos lados de la ecuación por el coeficiente que multiplica a la variable. Si es necesario, trasponemos términos para aislar la variable y obtener su valor.

Ejemplos

Resolución de una Ecuación de Primer Grado

Resolvamos la siguiente ecuación:

$$3x + 5 = 14$$

Paso 1: Agrupar variables y términos independientes

Empezamos por **despejar el término con la variable**. Para hacerlo, restamos 5 de ambos lados de la ecuación:

$$\begin{aligned} 3x &= 14 - 5 \\ 3x &= 9 \end{aligned}$$

Paso 2: Despejar la variable

Dividimos ambos lados de la ecuación por 3, que es el coeficiente que multiplica a la variable x :

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

Solución:

$$x = 3$$

Conclusión

Este es un ejemplo sencillo en el que aplicamos los pasos básicos: mover términos constantes al lado derecho y despejar la variable. La estrategia es efectiva incluso para ecuaciones más complicadas.

Otros ejemplos

Resolvamos la ecuación:

$$\frac{2}{3}x - \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$$

Paso 1: Eliminar denominadores

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por el **mínimo común múltiplo** de 3, 5 y 2, que es 30:

$$30 \cdot \left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{5} \right) = 30 \cdot \frac{1}{2}$$

Esto da:

$$10x - 24 = 15$$

Paso 2: Resolver los paréntesis

En este caso, no hay paréntesis adicionales que resolver.

Paso 3: Agrupar monomios semejantes

Ya no hay más monomios semejantes que agrupar, por lo que continuamos con el siguiente paso.

Paso 4: Agrupar variables y términos independientes

Movemos -24 al otro lado de la ecuación, cambiando su signo:

$$10x = 15 + 24$$

$$10x = 39$$

Paso 5: Despejar la variable

Dividimos ambos lados de la ecuación por 10 para despejar x :

$$x = \frac{39}{10}$$

Solución:

$$x = 3.9$$

Conclusión

Estas estrategias son fundamentales para resolver ecuaciones de manera eficiente y ordenada. Siguiendo estos pasos, podremos abordar ecuaciones de primer grado con fracciones, paréntesis y otras complicaciones comunes en el álgebra.

Otros ejemplos

Veamos algunos ejemplos:

a) Resolver la ecuación: $2x-3=6+x$

→ Agrupamos las variables en un término. $2x-x-3=6+x-x \Rightarrow x-3=6$

→ Agrupamos monomios semejantes. $x-3+3=6+3 \Rightarrow x=9$

→ Despejamos la variable. $x=9$

b) Resuelve la siguiente ecuación:

$$8x - (6x - 9) + (3x - 2) = 4 - (7x - 8)$$

$$8x - 1.(6x - 9) + 1.(3x - 2) = 4 - 1.(7x - 8).$$

→ Resolvemos los paréntesis al aplicar la propiedad distributiva.

$$8x - 1.(6x) - 1.(-9) + 1.(3x) + 1.(-2) = 4 - 1.(7x) - 1.(-8)$$

$$8x - 6x + 9 + 3x - 2 = 4 - 7x + 8$$

→ Agrupamos monomios semejantes de cada término.

$$5x + 7 = 12 - 7x$$

→ Agrupamos las variables en un término.

$$5x + 7x = 12 - 7$$

$$12x = 5$$



→ Despejamos la variable.

$$x = \frac{5}{12}$$

c) Cuando nos encontramos fracciones quitamos denominadores, como en los ejemplos siguientes.

Resolver la ecuación: $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = 6$

→ Calculamos el m. c. (6,2) = 6

→ Multiplicamos todos los miembros de la ecuación por 6. $6 \cdot \left(\frac{x-1}{6}\right) - 6 \cdot \left(\frac{x-3}{2}\right) = 6 \cdot (6)$

→ Simplificamos las fracciones resultantes. $(x-1) - 3 \cdot (x-3) = 6 \cdot (6)$

→ Desarrollamos paréntesis. $x - 1 - 3x + 9 = 36$

→ Agrupamos monomios semejantes. $-2x + 8 = 36$

→ Separamos variables y términos independientes. $-2x = 36 - 8 \Rightarrow -2x = 28$

→ Despejamos la variable y calculamos su valor. $x = \frac{28}{-2} = -14$

$$\frac{6}{6} \cdot (x-1)$$

$$\frac{6}{2} \cdot (x-3)$$

Resolver la ecuación: $x - \frac{x+2}{3} = 6$

→ Calculamos el m. c. (1,3) = 3

→ Multiplicamos todos los miembros de la ecuación por 3. $\Rightarrow 3 \cdot (x) - 3 \cdot \left(\frac{x+2}{3}\right) = 3 \cdot (6)$
(No olvidar poner paréntesis a todos los miembros de la ecuación)

→ Simplificamos las fracciones resultantes. $\Rightarrow 3 \cdot (x) - (x+2) = 3 \cdot (6)$

→ Desarrollamos paréntesis. $3 \cdot (x) - x - 2 = 18$

→ Agrupamos monomios semejantes. $\Rightarrow -2x - 2 = 18$

→ Separamos variables y términos independientes. $-2x = 18 + 2 \Rightarrow -2x = 20$

→ Despejamos la variable y calculamos su valor. $x = \frac{20}{-2} = -10$
(Recordar que el coeficiente arrastra su signo)



Caso práctico

Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{3x}{2} + 7 = \frac{4x}{3} + 8$

Solución.

Resolver la siguiente ecuación: $\frac{3x}{2} + 7 = \frac{4x}{3} + 8$

- Multiplicamos todos los miembros de la ecuación por un múltiplo de los denominadores, 2 y 3. El m.c.m(2,3) podría ser uno adecuado.

No olvidar poner entre paréntesis los denominadores de cada término antes de proceder a la multiplicación.

$$6 \cdot \frac{(3x)}{2} + 6 \cdot (7) = 6 \cdot \frac{(4x)}{3} + 6 \cdot (8)$$

Simplificamos las fracciones eliminando de esa manera los denominadores.

$$3 \cdot (3x) + 6 \cdot (7) = 2 \cdot (4x) + 6 \cdot (8)$$

- Desarrollamos paréntesis. $9x + 42 = 8x + 48$

- Agrupamos la variable en uno de los términos y los datos en el otro miembro de la ecuación.

$$9x + 42 - 42 = 8x + 48 - 42$$

$$\backslash [9x \backslash quad + \backslash quad 42 \backslash quad - 42 \backslash quad = \backslash quad 8x \backslash quad + \backslash quad 48 - 42 \backslash]$$

$$\backslash[9x\text{\quad}+\text{\quad}42=\text{\quad}8x\text{\quad}+\text{\quad}48 \backslash]$$

$$9x = 8x + 48-42$$

$$\backslash[9x\text{\quad}=\text{\quad}8x\text{\quad}+\text{\quad}48-42 \backslash]$$

$$9x - 8x = 8x - 8x + 48-42$$

$$9x - 8x = 48-42$$

Agrupamos monomios semejantes obteniendo la solución. **x=6**

10.3. ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO.

Ecuaciones con Valor Absoluto: Concepto y Resolución

Las ecuaciones con **valor absoluto** involucran una variable dentro del operador absoluto $|\cdot|$

El **valor absoluto** de un número representa su magnitud sin tener en cuenta su signo. En otras palabras:

- ✓ El valor absoluto de un número positivo es el número en sí.
- ✓ El valor absoluto de un número negativo es el mismo número, pero en positivo.

El **símbolo** del valor absoluto es $|\cdot|$, y cuando nos encontramos con una ecuación de la forma $|x| = b$, pueden ocurrir dos casos:

1. **Caso 1:** Si x es positivo, entonces $|x| = x = b$
2. **Caso 2:** Si x es negativo, entonces $x = -b$ (porque el valor absoluto de un número negativo es su opuesto positivo).

Resolución de Ecuaciones con Valor Absoluto

Para resolver una ecuación con valor absoluto, tenemos que considerar **ambos casos**: uno en el que la expresión dentro del valor absoluto es positiva, y otro en el que es negativa. Así obtendremos las posibles soluciones.

Ejemplos

Ejemplo 1: Resolver $|6 - 3x| = 9$

1. **Caso 1:** $6 - 3x$ es positivo, por lo que resolvemos:

$$6 - 3x = 9$$

Restamos 6 de ambos lados:

$$-3x = 3$$

Dividimos por -3 :

$$x = -1$$

2. **Caso 2:** $6 - 3x$ es negativo, entonces resolvemos:

$$-(6 - 3x) = 9 \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad -6 + 3x = 9$$

Sumamos 6 a ambos lados:

$$3x = 15$$

Dividimos por 3:

$$x = 5$$

Solución: Las soluciones de la ecuación son $x = -1$ y $x = 5$ ya que ambas verifican $|6 - 3x| = 9$.

Ejemplo 2: Resolver $|3x - 1| = 2x + 5$

1. **Caso 1:** $3x - 1$ es positivo, entonces resolvemos:

$$3x - 1 = 2x + 5$$

Restamos $2x$ de ambos lados:

$$x - 1 = 5$$

Sumamos 1 a ambos lados:

$$x = 6$$

2. **Caso 2:** $3x - 1$ es negativo, por lo que resolvemos:

$$-(3x - 1) = 2x + 5 \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad -3x + 1 = 2x + 5$$

Restamos $2x$ de ambos lados:

$$-5x + 1 = 5$$

Restamos 1 de ambos lados:

$$-5x = 4$$

Dividimos por -5 :

$$x = -\frac{4}{5}$$

Solución: Las soluciones de la ecuación son $x = 6$ y $x = -\frac{4}{5}$

Conclusión

Al resolver ecuaciones con valor absoluto, es esencial considerar ambos casos: uno en el que la expresión dentro del valor absoluto es positiva y otro en el que es negativa. Esto garantiza que encontremos todas las posibles soluciones para la ecuación.



Caso práctico

Resuelve la ecuación: $\left| \frac{x+3}{x} \right| = 2$

Solución

Tendremos que resolver dos situaciones:

$$\frac{x+3}{x} = 2$$

$$\left[\frac{x+3}{x} = 2 \right]$$

$$-\left(\frac{x+3}{x} \right) = 2$$

$$x+3=2x$$

$$3=2x-x$$

$$\text{Solución } x = 3$$

$$\left(\frac{x+3}{x} \right) = -2$$

$$x+3=-2x$$

$$x+2x=-3$$

$$3x=-3$$

$$\text{Solución } x = -1$$

10.4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

La resolución de problemas utilizando **métodos algebraicos** implica traducir una situación del mundo real al **lenguaje algebraico**. Para hacerlo de manera eficiente, es útil seguir una serie de pasos sistemáticos. A continuación, describimos un enfoque general que te guiará a través del proceso:

Pasos para Resolver Problemas Algebraicos:

1. **Identificar los Datos e Incógnitas:**

- ✓ Reconoce cuáles son las **incógnitas** (las variables que necesitas encontrar) y cuáles son los **datos** proporcionados en el problema.

2. **Asignar una Letra a las Incógnitas:**

- ✓ Asigna una **variable** (como xx , yy , zz) a cada una de las incógnitas del problema.

3. **Buscar Relación entre las Incógnitas (si hay más de una):**

- ✓ Si el problema tiene más de una incógnita, busca la **relación matemática** que conecte las variables entre sí.

4. **Establecer la Relación entre Datos e Incógnitas:**

- ✓ Expresa las relaciones entre los **datos** y las **incógnitas** en forma de ecuación o sistema de ecuaciones.

5. **Resolver la Ecuación o Sistema:**

- ✓ Aplica técnicas algebraicas para resolver la ecuación o sistema de ecuaciones.

6. **Analizar la Lógica del Resultado:**

- ✓ Verifica si la solución obtenida tiene sentido dentro del contexto del problema planteado.

Ejemplo de Problema:

Enunciado: María tiene 20 años menos que su madre. Dentro de 5 años, María tendrá la mitad de años que su madre. ¿Qué edad tienen cada una actualmente?

1) Identificar DATOS e INCÓGNITAS.

✓ **Incógnitas:**

- ✦ x : Edad actual de María.
- ✦ y : Edad actual de su madre.

✓ **Datos:**

- ✦ La madre tiene **20 años más** que María actualmente.
- ✦ En **5 años**, la edad de María será **la mitad** de la edad de su madre.

2) Asignar una letra (x , y , z ...) a cada una de las incógnitas que tengamos.

- ✓ x: Edad actual de María.
- ✓ y: Edad actual de su madre.

3) Si hubiese más de una incógnita, buscar la relación que exista entre ellas.

Como nos aparecen dos incógnitas y nosotros tenemos que poner una **ecuación con una sola incógnita** debemos buscar la relación que hay entre las incógnitas x e y. La relación la encontramos sabiendo que las edades de madre e hija se diferencian en 20 años. Por tanto la relación buscada podría ser: **$x=y-20$**

4) Establecer la relación que hay entre las incógnitas y los datos.

Para este propósito una tabla como la siguiente nos puede ayudar.

	Hoy	Dentro de 5 años.
Edad de María	x	x+5
Edad de su madre.	y → y=20+x	y+5 → (20+x)+5

5) Resolver la ecuación resultante.

La primera columna ya la hemos utilizado para establecer la relación entre x e y. Luego ahora tendremos que utilizar la relación entre los números de la segunda columna.

$$x+5 = \frac{(20+x)+5}{2}$$

Luego:

$$x+5 = \frac{((20+x)+5)}{2} \Rightarrow 2.(x+5) = 2.\left(\frac{(20+x)+5}{2}\right) \Rightarrow 2x+10 = 25+x$$

$$2x-x = 25-10 \Rightarrow \text{Portanto } x = 15$$

María tiene **15 años** y su madre tiene **35 años** actualmente. Este proceso de resolución demuestra cómo utilizar el **lenguaje algebraico** para traducir un problema de la vida real en ecuaciones y encontrar la solución correcta.

6) Analizar la lógica del resultado obtenido.

El resultado obtenido es coherente con la **lógica del problema**, ya que, efectivamente, la edad de la madre debe ser mayor que la de la hija.

Ahora comprobemos si el resultado cumple con ambas premisas:

1. **Primera premisa:** "La madre tiene 20 años más que María."

- ✓ ¿Es 35 (edad de la madre) igual a 15 (edad de María) más 20?
- ✓ **Sí**, se cumple la primera premisa: $35 = 15 + 20$.

2. **Segunda premisa:** "Dentro de 5 años, la edad de María será la mitad de la edad de su madre."

- ✓ ¿Es 15 (edad de María) más 5 la mitad de 35 (edad de la madre) más 5?
- ✓ Dentro de 5 años, María tendrá $15 + 5 = 20$ años y su madre $35 + 5 = 40$ años. ¿Es 20 la mitad de 40?
- ✓ Sí, se cumple la segunda premisa: $20 = \frac{40}{2}$.

Dado que ambas condiciones se cumplen, podemos concluir que el **resultado obtenido es correcto** y lógico dentro del contexto del problema.



Caso práctico

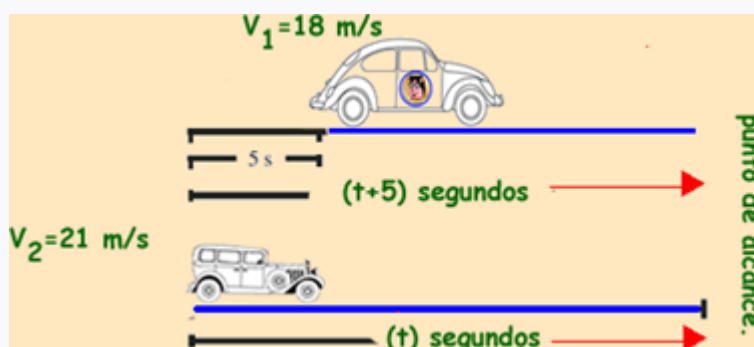
Un automóvil que se mueve a una velocidad constante de 21 m/s parte 5 segundos después que otro automóvil, cuya velocidad es de 18 m/s. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que el segundo automóvil alcance al primero?

En este tipo de problemas, que representan un **movimiento rectilíneo uniforme**, se utilizan las siguientes relaciones clave entre los conceptos de **velocidad**, **espacio**, y **tiempo**:

$$\text{Espacio} = \text{Velocidad} \times \text{Tiempo}$$

Es recomendable realizar un **esquema** para visualizar la situación y explicitar los **datos** y **las incógnitas**, lo que facilita la comprensión y resolución del problema.

Solución.



¿Qué tiene en común las dos situaciones? Pues el punto de salida y el punto de alcance, es decir, la distancia recorrida por cada coche es la misma.

$$V_1 \cdot t_1 = V_2 \cdot t_2$$

Pero el tiempo que tarda en llegar al punto de alcance el coche uno es cinco segundos más que el coche dos, luego:

$$t_1 = t_2 + 5$$

Resultando la siguiente ecuación: $V_1 \cdot (t_2 + 5) = V_2 \cdot t_2$

Sustituyendo los valores de las variables conocidas resulta: $18 \cdot (t_2 + 5) = 21 \cdot t_2$

$$18 \cdot 5 + 18 \cdot t_2 = 21 \cdot t_2 \Rightarrow 90 = 21 \cdot t_2 - 18 \cdot t_2 \Rightarrow 90 = 3 \cdot t_2 \Rightarrow \text{Por tanto}$$

$$t_2 = \frac{90}{3} = 30 \text{ segundos}$$

Que será el tiempo que tardará el segundo coche en dar alcance al primero.



Cuestionario SCORM

¿Cómo expresaría algebraicamente el siguiente enunciado?:

La suma de tres números enteros pares consecutivos.

- ☐ $6n+3=$
- ☐ $n+(n+1)+(n+2)=$
- ☐ $2n+(n+1)+(n+2)=$

Indica cual es el grado del siguiente monomio: $-25 \Rightarrow -5^2$

- ☐ El monomio es de grado 2
- ☐ El monomio no tiene grado
- ☐ El monomio es de grado cero

El producto de los siguientes monomios $(4 a x^4 y^3) \cdot (x^2 y) \cdot (3 a b^2 y^3)$ es:

- ☐ $12 ab^2x^6y^3$
- ☐ $12 a^2 b^2 x^4 y^7$
- ☐ $12 (a b)^2 x^6 y^7$

¿Cuál de las siguientes expresiones representa a un polinomio?

☐

$$\frac{x^2+6x-1}{2}$$

☐

$$\frac{x^2+6x-1}{2.x}$$

- ☐ Las dos respuestas anteriores son correctas.

Dados los polinomios indicados, el valor de la siguiente ecuación polinómica $R(x)+Q(x)-2.P(x)=$ será:

$$P(x)=x^4+2x^2+1$$

$$Q(x)=2x^4+2x^3+2$$

$$R(x)=-2x^3+4x^2$$

- ☐ $S(x)= 2x^3+x^2+4$
- ☐ $S(x)= 0$
- ☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Cuando dividimos el polinomio $P(x)=x^7 +x^5 +2x+1$ entre el polinomio $Q(x)=x^4+3x^2+5$. Podemos afirmar que el grado de los polinomios: Dividendo, divisor, Cociente y Resto, será:

- ☐ $D=7$; $d=4$; $C=3$; $R=3$
- ☐ $D=7$; $d=4$; $C=4$; $R=2$
- ☐ $D=7$; $d=4$; $C=3$; $R=2$

¿Cuál de los siguientes valores $\{3,1,0,-3\}$ son raíces del polinomio $Q(m) = m^4 -18.m^2 + 81$?

- ☐ Son raíces los valores $\{3,1,0,\}$
- ☐ Son raíces los valores $\{3,-3\}$
- ☐ Son raíces los valores $\{3,1,0,-3\}$

¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación de primer grado?

$$\frac{6(x-1)}{2} - \frac{(x-2)}{3} = 6$$

- ☐ La solución es $x=0$
- ☐ La solución es $x=31$
- ☐ La solución es $x=35$

Se reparte un lote de juguetes por igual entre 15 niños presentes, pero llega

un niño más y hay que dar a cada uno un juguete menos, sobrando 11 juguetes.

¿Cuántos juguetes corresponden a cada niño y cuántos había en total?

- ☐ Había 75 juguetes en total y se repartieron 6
- ☐ Había 75 juguetes en total y se repartieron 5
- ☐ Las dos respuestas anteriores son erróneas.

Si a un número se le suma su doble y su triple resulta 90. ¿Cuál es el número?

- ☐ El número sería 25
- ☐ El número sería el 14
- ☐ Las dos respuestas anteriores son incorrectas.

ENVIAR RESPUESTAS

Licencia: licencia propietaria

M1_Parte 2_Tema I-5: Los seres vivos.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

En un pequeño planeta azul, cercano a una estrella llamada **Sol**, hemos descubierto una asombrosa diversidad de seres vivos. Estos organismos, de todos los colores, formas y tamaños, habitan cada rincón del planeta: desde las montañas más altas hasta las profundidades de los océanos, pasando por los desiertos, los glaciares, el aire, e incluso bajo la tierra y entre las rocas.



Imagen nº 1. El **arrecife de coral** es habitado por gran variedad de seres vivos.

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

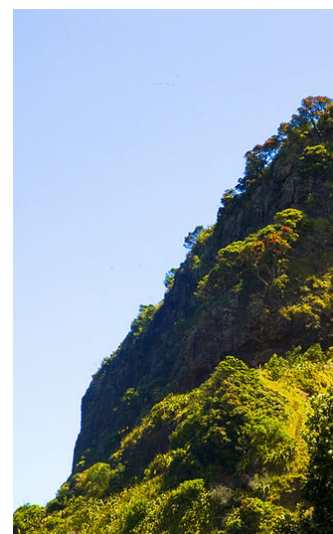


Imagen nº 2. "La

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: |

¿Cuántas especies habitan la Tierra?

Nadie lo sabe con certeza. La diversidad de seres vivos es tan vasta que resulta inconcebible para nuestra mente. A lo largo de los siglos, los naturalistas han intentado clasificar las especies conocidas utilizando distintos criterios. Sin embargo, para organizar esta inmensa diversidad, se

necesita un sistema de clasificación que no solo proporcione un nombre único a cada especie, sino que también agrupe los organismos de manera lógica.

Este sistema es la **Taxonomía**, que clasifica a los seres vivos en categorías como especies, géneros, familias, órdenes, y más.

Hoy en día, la clasificación de los seres vivos se basa en la **Sistemática**, que agrupa a los organismos en **cinco grandes Reinos**, considerando las relaciones evolutivas entre ellos.

La **biodiversidad** (o diversidad biológica) refleja el número, la variedad y la variabilidad de los organismos vivos, y cómo éstos cambian de un lugar a otro y con el paso del tiempo.

En este tema, exploraremos todos estos conceptos. Pero antes de comenzar, realicemos la siguiente actividad inicial.



Reflexiona

Con esta **actividad inicial**, buscamos evaluar lo que ya sabemos sobre la clasificación de los seres vivos y los diferentes tipos de organismos que conocemos, antes de profundizar en su estudio.

- ✓ ¿Son de la misma especie una ballena y un cachalote?
- ✓ ¿Qué es un pangolín?
- ✓ ¿Qué tipo de organismo es el muérdago?
- ✓ ¿A qué grupo pertenece un paramecio?

Estas preguntas nos ayudarán a reflexionar sobre la diversidad de especies y su clasificación, lo cual será fundamental para entender el sistema taxonómico y la rica variedad de formas de vida en nuestro planeta.

Mostrar retroalimentación

- ✓ **¿Son de la misma especie una ballena y un cachalote?**
 - ➡ No, pertenecen a diferentes especies dentro del grupo de los cetáceos.
- ✓ **¿Qué es un pangolín?**
 - ➡ Un mamífero cubierto de escamas, conocido por su capacidad de enrollarse en una bola para protegerse.
- ✓ **¿Qué tipo de organismo es el muérdago?**
 - ➡ Es una planta parásita que se alimenta de otros árboles.
- ✓ **¿A qué grupo pertenece un paramecio?**
 - ➡ Al grupo de los protozoos, organismos unicelulares eucarióticos.

1. CONCEPTO DE SER VIVO

Es fundamental entender la diferencia entre un **ser vivo** y un **ser no vivo o inerte**. Vamos a aclarar esta distinción para evitar confusiones. Primero, observemos la siguiente imagen, y luego explicaremos las características que definen ambos casos.

Seres Vivos

Un **ser vivo** debe cumplir una serie de condiciones esenciales que lo distinguen de los seres inertes:

- ✓ **Estar formado por células**, al menos una.
- ✓ **Realizar las funciones vitales**, que son: nacer, crecer, alimentarse, respirar, reproducirse, y ser capaz de adaptarse al medio en el que vive (también conocido como relacionarse).

Cualquier organismo que cumpla con estas siete condiciones puede considerarse un **ser vivo** o **ser biótico**. Un organismo está vivo cuando lleva a cabo estas funciones vitales.

Ejemplos de seres vivos incluyen plantas, animales, bacterias, hongos, entre otros.

Seres Inertes

Los **seres no vivos**, también llamados **inertes**, son aquellos que no cumplen alguna de las siete condiciones mencionadas anteriormente. Son **seres abióticos**, es decir, carecen de vida. Por ejemplo, una piedra no puede reproducirse ni alimentarse, lo que indica que no posee vida.

Ejemplos de seres no vivos incluyen las rocas, la madera, el plástico, el agua, los metales, las frutas (una vez separadas de la planta), el papel, e incluso el fuego.

SERES VIVOS

Los seres VIVOS son todos aquellos que nacen, se alimentan, crecen, respiran, se adaptan al medio, se reproducen, se organizan o relacionan con otros seres vivos y mueren.



SERES INERTES

Los seres INERTES son todos aquellos que no tienen vida, es decir, no se alimentan, ni crecen, ni se relacionan, ni se reproducen.



Diferencia entre ser vivo y ser inerte. educalab.es Autor: Intef. Licencia:CC



Pregunta de Elección Múltiple

¿Dónde hay mayor diversidad?

- ☐ A. En el patio del instituto
- ☐ B. En el salón de tu casa
- ☐ C. En los Pirineos
- ☐ D. En un campo arado

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué es la biodiversidad?

- ☐ A. Un tipo de clasificación de los seres vivos
- ☐ B. Los distintos seres vivos que hay en una zona
- ☐ C. El nombre de un parque zoológico
- ☐ D. Las diferencias que hay entre dos seres vivos de distinta especie

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Dónde hay mayor diversidad de seres vivos?

- ☐ A. En una pescadería
- ☐ B. En un terrario de cien mil hormigas
- ☐ C. En una tienda de animales
- ☐ D. En tu clase

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

2. CLASIFICACIÓN DE LOS SERES VIVOS

En la Tierra se han identificado aproximadamente **1.700.000 especies distintas**, pero se estima que podrían existir más de **3.000.000 aún sin descubrir**. Esta inmensa diversidad de organismos se denomina **biodiversidad**. Para que los científicos puedan estudiarla de manera más eficiente, es necesario **organizar y clasificar** las especies en grupos, facilitando su análisis y comprensión.

Por ejemplo, tanto los **leones** como los **gatos domésticos** pertenecen al mismo grupo llamado **familia Felidae**, ya que comparten ciertas características evolutivas y biológicas. De manera similar, las **ballenas** y los **delfines** están clasificados en el orden **Cetacea** porque comparten un ancestro común, a pesar de sus diferencias de tamaño y hábitat. Estos grupos permiten a los científicos estudiar las relaciones y características de las especies de manera más precisa.

La **Taxonomía** es la rama de la ciencia que se encarga de la **clasificación de los seres vivos**. En sus inicios, las clasificaciones se basaban en criterios **artificiales**, como el hábitat o el tipo de alimentación de los organismos. Este enfoque llevó a importantes errores, como agrupar a un pájaro y a una abeja solo porque ambos pueden volar.

Hoy en día, la clasificación se basa en criterios **evolutivos**, es decir, en las **relaciones de parentesco** entre las especies. Este método, conocido como **clasificación natural**, está fundamentado en el concepto de **especie** y en la historia evolutiva de los organismos, lo que permite una organización más precisa y coherente del mundo vivo. Gracias a los avances en genética y biología molecular, esta clasificación evolutiva sigue perfeccionándose, revelando conexiones más profundas entre las especies.

Se denomina **Taxonomía** a la ciencia que estudia la clasificación de los seres vivos.



Pregunta de Elección Múltiple

Un criterio de clasificación natural sería:

- ☐ A. El lugar donde viven (hábitat)
- ☐ B. La existencia de una estructura corporal con la misma organización, como la mano y el ala de un ave
- ☐ C. La capacidad de volar
- ☐ D. La forma de buscar alimento

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Las clasificaciones actuales se basan

- ☐ A. En criterios artificiales
- ☐ B. En lo que dicen los investigadores
- ☐ C. En criterios naturales
- ☐ D. En lo que dicen los libros

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

La taxonomía es la ciencia que

- ☐ A. Nombra a los seres vivos
- ☐ B. Ordena los seres vivos
- ☐ C. Clasifica los seres vivos
- ☐ D. Ordena los animales

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto

- 3. Opción correcta
- 4. Incorrecto

Un criterio de clasificación artificial de los seres vivos sería:

- ☐ A. El parentesco evolutivo
- ☐ B. Una característica común, como la presencia de pelo.
- ☐ C. La existencia de una estructura corporal similar, como un brazo y una pata delantera de un caballo
- ☐ D. La forma de buscar comida

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Solución

- 1. Incorrecto
- 2. Incorrecto
- 3. Incorrecto
- 4. Opción correcta

2.1. CONCEPTO DE ESPECIE. NOMENCLATURA BINOMIAL.

La Especie

Cuando hablamos de un ratón, una rosa, un pino o un salmón, sabemos que nos referimos a individuos de **especies distintas**. Pero, ¿qué ocurre cuando mencionamos diferentes tipos de perros, como un mastín o un caniche? ¿Pertenece a especies distintas o son de la misma especie?

Para que dos individuos pertenezcan a la misma **especie**, deben cumplir con dos condiciones importantes:

1. Pueden **reproducirse entre sí**.
2. Su descendencia es **fértil**, es decir, puede generar una nueva generación.

Por ejemplo, si cruzamos un mastín con un caniche, pueden tener descendencia fértil, a pesar de sus diferencias en tamaño y aspecto. Esto indica que, aunque sean muy distintos en apariencia, ambos son de la **misma especie**.

Ahora, si cruzamos un burro con una yegua, obtenemos un **mulo**, un híbrido que **no es fértil** y, por lo tanto, no puede tener descendencia. Esto demuestra que el burro y la yegua son de **especies distintas**.

¿Y cómo lo llamamos?

Muchas especies tienen nombres comunes que varían según la región. Por ejemplo, una misma planta puede ser conocida como **diente de león**, **achicoria amarga**, o **amargón** en diferentes lugares. Si cada región utiliza un nombre distinto, ¿cómo garantizamos que todos los científicos hablen de la misma especie?

Nomenclatura Binomial

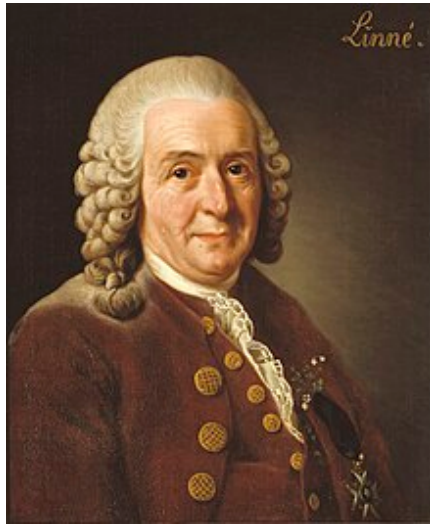
En el siglo XVIII, el naturalista sueco **Karl von Linné**, conocido como **Linneo**, enfrentó este mismo problema. Se dio cuenta de que las especies recibían distintos nombres según la región, lo que dificultaba la comunicación entre científicos. Para resolver esto, desarrolló un sistema conocido como **nomenclatura binomial**.

Este sistema asigna a cada especie un nombre **compuesto por dos palabras**:

- ✓ La **primera palabra**, que se escribe con mayúscula, indica el **género** al que pertenece el organismo.
- ✓ La **segunda palabra**, que se escribe con minúscula, describe una característica de la especie.

Ambos nombres son de origen latino y generalmente se escriben en **cursiva** o **subrayados** para destacarlos del resto del texto. Por ejemplo:

- ✓ El gorrión común es **Passer domesticus**.
- ✓ El pulpo es **Octopus vulgaris**.
- ✓ El pino canario es **Pinus canariensis**.



Karl Von Linné [Wikipedia](#). Licencia: Dominio público

La Clasificación Taxonómica

La **Taxonomía** es la ciencia encargada de **clasificar los seres vivos** en diferentes categorías, desde las características más generales hasta las más específicas. Estas categorías, conocidas como **taxones**, nos ayudan a entender la relación entre las especies.

El sistema de clasificación taxonómica sigue una jerarquía:

- ✓ **Especies** se agrupan en **Géneros**.
- ✓ **Géneros** en **Familias**.
- ✓ **Familias** en **Órdenes**.
- ✓ **Órdenes** en **Clases**.
- ✓ **Clases** en **Filos** (o **Divisiones** en el caso de las plantas).
- ✓ **Filos** en **Reinos**.

Este método de clasificación es fundamental para organizar la biodiversidad y entender las relaciones evolutivas entre los seres vivos.

Ejemplo de Clasificación Taxonómica

Tomemos como ejemplo el **león**:

- ✓ **Reino**: Animalia (animales)
- ✓ **Filo**: Chordata (cordados, animales con columna vertebral)
- ✓ **Clase**: Mammalia (mamíferos)
- ✓ **Orden**: Carnivora (carnívoros)
- ✓ **Familia**: Felidae (felinos)
- ✓ **Género**: Panthera

✔ **Especie:** Panthera leo (león)

En este caso, el león es clasificado desde el nivel más general, el **Reino Animalia**, hasta el más específico, su **especie**, **Panthera leo**. Este sistema permite ubicar al león dentro de un contexto evolutivo y biológico.



Pregunta de Elección Múltiple

El mulo, ¿a qué especie pertenece?

- ☐ A. A ninguna, es un híbrido entre dos especies
- ☐ B. A la especie a la que pertenezca la madre
- ☐ C. Al caballo, porque es más grande que el burro
- ☐ D. A la especie a la que pertenecen todos los mulos, Mulus domesticus

Opción correcta

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

La yegua y el caballo

- ☐ A. Pertenecen a la misma especie porque su descendencia es el mulo
- ☐ B. No pertenecen a la misma especie porque su descendencia, el mulo, no es fértil
- ☐ C. Pertenecen a la misma especie porque su descendencia es fértil
- ☐ D. No pertenecen a la misma especie porque su descendencia no es fértil

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

Especie es:

- ☐ A. El conjunto de seres vivos que se reproducen entre sí
- ☐ B. El conjunto de seres vivos con características comunes
- ☐ C. El conjunto de seres vivos que se reproducen entre sí y cuya descendencia es fértil
- ☐ D. El conjunto de animales que se reproducen entre sí

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

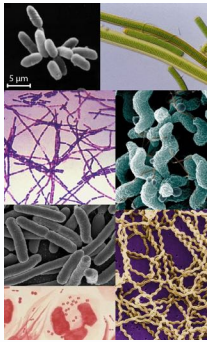
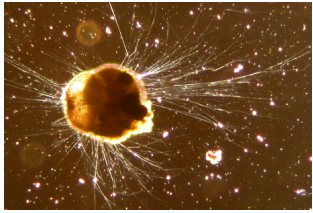
3. LOS REINOS.

Todas las formas de vida conocidas se agrupan en grandes categorías llamadas **Reinos**. Los organismos que pertenecen al mismo reino comparten **características fundamentales**. La clasificación en **cinco reinos** fue popularizada por **Robert Whittaker** en 1969, cuando añadió el reino de los **Hongos (Fungi)**. Este sistema se convirtió en un estándar ampliamente aceptado y, aunque ha sufrido algunas modificaciones, sigue siendo una base importante para clasificaciones actuales.

El criterio principal que utiliza este sistema es el **modo de nutrición** de los organismos. Los cinco reinos son:

1. **Monera** (organismos unicelulares sin núcleo, como las bacterias)
2. **Protista** (organismos unicelulares con núcleo, como los protozoos)
3. **Fungi** (hongos)
4. **Plantae** (plantas)
5. **Animalia** (animales)

Resumen - 5 Reinos

REINOS	Moneras	Protoctistas	Hongos (Fungi)	Vegetales
CARACTERÍSTICAS	Sin núcleo celular definido (Procariotas). Unicelulares	Con núcleo definido (Eucariotas). Unicelulares o pluricelulares	Eucariotas, pluricelulares, heterótrofos	Eucariotas pluricelulares, forman autótrofos
IMÁGENES EJEMPLARES				
Los cinco Reinos. Wikipedia Licencia: Dominio público				

En 1959, **Robert Whittaker** revolucionó la clasificación de los seres vivos al reconocer el reino adicional de los **hongos (Fungi)**. Esto llevó a la propuesta, en 1969, del **sistema de los cinco reinos**, que se convirtió en un estándar ampliamente aceptado. Este sistema, aún utilizado con algunas modificaciones, clasifica a los organismos en función de su **modo de nutrición**, estableciendo una base sólida para organizar la diversidad biológica. A pesar de los avances y nuevos sistemas taxonómicos, el enfoque de Whittaker sigue siendo clave en la biología y el estudio de los seres vivos.

Aunque el sistema de los cinco reinos sigue siendo el más común en muchas áreas educativas, la **taxonomía más reciente**, como la propuesta por el **Catálogo de la Vida (2015)**, utiliza una

clasificación más compleja, dividiendo la vida en **dos superreinos**:

1. **Prokaryota** (organismos sin núcleo definido)
 - ✓ **Archaea** (arqueas)
 - ✓ **Bacteria** (bacterias)
2. **Eukaryota** (organismos con células con núcleo)
 - ✓ **Protozoa** (protozoos)
 - ✓ **Chromista**
 - ✓ **Fungi** (hongos)
 - ✓ **Plantae** (plantas)
 - ✓ **Animalia** (animales)



Autoevaluación

Los Moneras son organismos con núcleo celular definido y son siempre unicelulares.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los Moneras, también conocidos como Procariotas, son organismos sin núcleo celular definido. Además, suelen ser unicelulares. El núcleo definido y la posibilidad de ser pluricelulares son características de otros reinos como los Protocistas.

Los Protocistas pueden ser tanto unicelulares como pluricelulares y tienen núcleo definido.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los Protocistas (o Protistas) son eucariotas que pueden ser unicelulares o pluricelulares. Tienen un núcleo definido y pueden incluir una gran variedad de formas de vida, desde algas unicelulares hasta organismos pluricelulares.

Los hongos (Fungi) son eucariotas, pluricelulares y autótrofos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los hongos (Fungi) son eucariotas y, en su mayoría, pluricelulares, pero son

heterótrofos, no autótrofos. Obtienen su alimento descomponiendo materia orgánica en lugar de producirlo a través de la fotosíntesis.

Los vegetales son eucariotas, pluricelulares y heterótrofos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los vegetales (Plantae) son eucariotas, pluricelulares, pero son autótrofos, ya que producen su propio alimento a través de la fotosíntesis, no lo obtienen de otras fuentes.

Los animales son eucariotas, pluricelulares y heterótrofos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los animales (Animalia) son eucariotas, pluricelulares y heterótrofos, lo que significa que obtienen sus nutrientes al consumir otros organismos.

3.1. MONERAS

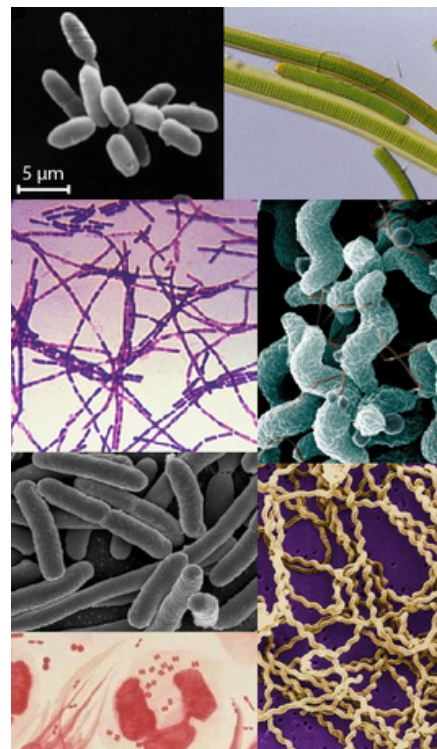
Reino Monera

El **Reino Monera** incluye organismos microscópicos, visibles solo bajo potentes microscopios. Todos los organismos de este reino comparten las siguientes características fundamentales:

- ✓ **Procariotas:** Sus células carecen de compartimentos internos y no tienen un núcleo definido.

Estructura de las células procariotas:

- **Pared celular:** Rígida y dura, protege a la célula y es el objetivo de muchos antibióticos que destruyen bacterias.
 - **Membrana plasmática:** Actúa como frontera entre el exterior e interior celular, regulando el paso de sustancias.
 - **Citoplasma:** Donde se llevan a cabo todas las funciones celulares.
 - **ADN:** Contiene la información genética, flotando libremente en el citoplasma.
 - **Ribosomas:** Pequeñas fábricas de proteínas encargadas de la síntesis de proteínas esenciales para la célula.
- ✓ **Unicelulares:** Son organismos formados por una sola célula.
 - ✓ **Coloniales o individuales:** Pueden vivir solos o agruparse en colonias.
 - ✓ **Ubicuidad:** Se encuentran en todos los ecosistemas de la Tierra, desde los polos hasta los interiores de organismos vivos, como los pulmones de un rinoceronte.



Wikipedia . Moneras. (CC BY-NC-SA)

Este reino es fundamental en la ecología global, ya que estos microorganismos están presentes en todos los ambientes y realizan funciones esenciales para los ecosistemas.

Bacterias

Las **bacterias** son el grupo más numeroso y diverso dentro del **Reino Monera**. Estas diminutas formas de vida presentan una gran variedad de formas, lo que facilita su clasificación:

- ✓ **Cocos:** Bacterias con forma esférica.
- ✓ **Bacilos:** Bacterias con forma alargada o cilíndrica.
- ✓ **Vibriones:** Bacterias con forma de coma ortográfica.
- ✓ **Espirilos:** Bacterias con forma helicoidal, similares a un muelle.

Tipos de Nutrición en las Bacterias

Dependiendo de cómo obtienen su alimento, las bacterias pueden ser:

- ✓ **Autótrofas:** Son capaces de producir su propia materia orgánica a partir de materia inorgánica, mediante procesos como la fotosíntesis o la quimiosíntesis.
- ✓ **Heterótrofas:** Obtienen la materia orgánica que necesitan de otras fuentes orgánicas presentes en el medio, como restos de organismos o nutrientes disponibles en su entorno.

Tipos de Bacterias según el Ambiente

Las bacterias también varían según el tipo de ambiente en el que viven:

- ✓ **Aerobias:** Necesitan oxígeno para vivir y desarrollarse.
- ✓ **Anaerobias:** Viven en ambientes carentes de oxígeno, obteniendo energía a través de otros compuestos como el CO_2 .

Anaerobias estrictas

Algunas bacterias, conocidas como **anaerobias estrictas**, solo pueden sobrevivir en ambientes completamente libres de oxígeno. Para estas bacterias, el oxígeno es tóxico, y solo prosperan en condiciones anaeróbicas extremas.

Las bacterias, debido a su increíble adaptabilidad, habitan prácticamente en todos los ecosistemas de la Tierra, desde los suelos y aguas hasta los ambientes más hostiles como los respiraderos hidrotermales o los intestinos de animales.

Importancia de las Moneras

Si le preguntamos a un **médico** sobre la importancia de las bacterias, probablemente nos hablaría extensamente sobre las **enfermedades** que causan, los **medicamentos** utilizados para combatirlas, y las **medidas de higiene** necesarias para prevenir infecciones. En cambio, si le preguntamos a un **fabricante de quesos**, nos explicaría cómo las bacterias son esenciales en la **producción de alimentos**, como el queso, detallando cómo se cultivan para optimizar su reproducción y eficacia.

¿Son perjudiciales o beneficiosas?

La respuesta depende del contexto. Las bacterias pueden ser tanto **perjudiciales** como **beneficiosas**:

- ✓ **Perjudiciales:** Algunas bacterias son parásitas y producen enfermedades, como las infecciones bacterianas que afectan a humanos y animales.

- ✓ **Beneficiosas:** Muchas bacterias son indispensables para la producción de alimentos como el **queso**, el **yogur**, o el **vino**. Otro tipo de bacterias, conocidas

Alimentos como el queso o el yogur están producidos por microorganismos

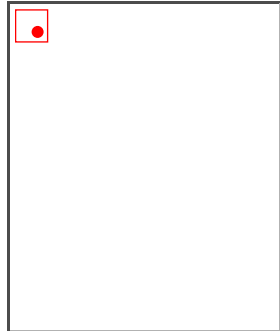
como **saprófitas** o **descomponedoras**, transforman la **materia orgánica** en **materia inorgánica**, lo cual es esencial para el ciclo de nutrientes en los ecosistemas.

- ✓ **Simbióticas:** Algunas bacterias viven en **simbiosis** con nosotros. Un ejemplo claro es la **flora intestinal**, que no solo ayuda en la digestión, sino que también **produce vitaminas** y protege contra infecciones intestinales. Estas bacterias son vitales para nuestra salud y supervivencia.

Cianofíceas: Protagonistas del Oxígeno

Un grupo importante del Reino Monera, las **Cianofíceas** (cianobacterias), desempeñan un papel crucial en los ecosistemas terrestres. Estas bacterias producen más **oxígeno** que todos los árboles de la **Selva Amazónica** juntos, contribuyendo de manera significativa a la **regulación del oxígeno atmosférico**. Además, son una fuente de alimento para numerosos organismos, lo que las convierte en una pieza clave en las cadenas alimenticias acuáticas.

En resumen, las moneras no solo son relevantes por las enfermedades que pueden causar, sino también por su papel indispensable en la **producción de alimentos**, la **regulación de nutrientes** en los ecosistemas, y la **producción de oxígeno**.



Pregunta de Elección Múltiple

Los seres del Reino Moneras:

- ☐ A. Viven formando grandes colonias
- ☐ B. Viven como parásitos en el interior de otros individuos
- ☐ C. Todos tienen vida libre
- ☐ D. Pueden vivir en cualquier ambiente de la Tierra

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Opción correcta

El Reino Moneras incluye a seres:

- ☐ A. Procariotas, unicelulares
- ☐ B. Procariotas, pluricelulares
- ☐ C. Procariotas y macroscópicos
- ☐ D. Procariotas con núcleo definido en el citoplasma.

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

3.2. PROTOCTISTAS.

Reino Protocistas

El **Reino Protocistas** incluye organismos formados por **células eucariotas**, es decir, con un núcleo definido y compartimentos celulares (orgánulos). Aunque son seres muy diversos, se agrupan en este reino por compartir esta característica celular. Los protocistas se dividen principalmente en dos grandes grupos:

- ✓ **Protozoos:** Organismos unicelulares, móviles y heterótrofos.
- ✓ **Algas:** Organismos unicelulares o pluricelulares, a veces móviles, y autótrofos.



Wikipedia. Reino de las Protocistas. (CC BY-NC-SA)

Protozoos

Los **protozoos** son seres eucariotas unicelulares que se alimentan de materia orgánica (heterótrofos). Algunos son de vida libre, mientras que otros son parásitos. Los principales grupos de protozoos son:

- ✓ **Flagelados:** Se mueven gracias a **flagelos** (largas estructuras similares a látigos). La mayoría son de vida libre, pero algunos, como el **Trypanosoma gambiense**, son parásitos. Este protozoo transmite la **enfermedad del sueño** a través de la picadura de la **mosca tse-tse**.
- ✓ **Ciliados:** Se desplazan utilizando **cilios**, pequeñas estructuras similares a pelos que actúan como remos. Viven en aguas dulces y son de vida libre.
- ✓ **Rizópodos:** Se mueven mediante **pseudópodos**, extensiones del citoplasma que funcionan como "pies falsos". Un ejemplo es la **ameba**, que puede vivir en aguas dulces o como parásito.
- ✓ **Esporozoos:** Protozoos inmóviles que son **parásitos obligados**. Uno de los más conocidos es el **Plasmodium falciparum**, responsable de la **malaria** o **paludismo**, una enfermedad mortal que afecta a muchas regiones de África, el sudeste asiático y Sudamérica.

El protozoo *Trypanosoma gambiense* es un parásito que transmite la enfermedad del sueño

Intef.. Proyecto Biosfera - Flagelados (CC BY-NC-SA)

Los protozoos ciliados se desplazan moviendo sus cilios

Intef. . Proyecto Biosfera. Ciliados (CC BY-NC-SA)

Las amebas emiten pseudópodos

Intef. . Proyecto Biosfera-Rizópodos ([CC BY-NC-SA](#))

Este mosquito puede transmitir el paludismo

Esporozoos

Glóbulos rojos y Plasmodium falciparum

Esporozoos

[Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

[Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

Las Algas

Las **algas** son organismos autótrofos pertenecientes al Reino Protocistas, capaces de realizar **fotosíntesis** para producir materia orgánica a partir de inorgánica. Existen **algas unicelulares** y **pluricelulares**:

Algas Unicelulares

- ✓ Son organismos formados por una sola célula. Un ejemplo es la **Euglena**, que vive de forma libre, o el **Volvox**, que forma colonias de células individuales.

Algas Pluricelulares

- ✓ Formadas por múltiples células, pero sin formar tejidos complejos como en otros organismos. Las células de estas algas deben realizar todas las funciones vitales. Según su color, se clasifican en:
 1. **Algas verdes**: Contienen **clorofila**, el pigmento verde responsable de la fotosíntesis. Viven en aguas dulces y saladas a poca profundidad.
 2. **Algas pardas**: Utilizan un pigmento marrón amarillento para la fotosíntesis, lo que les permite vivir a mayores profundidades, donde la luz es menos intensa.
 3. **Algas rojas**: Su pigmento fotosintético es de color rojo y es extremadamente sensible a la luz, lo que les permite vivir a profundidades mayores donde la luz es muy tenue.

Importancia de las Algas

Las algas tienen múltiples aplicaciones, como su uso en la **industria alimentaria** para producir espesantes en mermeladas y salsas, o en **medicina** para crear medios de cultivo bacteriano. Además, de ellas se extraen sustancias para fabricar medicamentos, lo que subraya su relevancia tanto ecológica como económica.

Colonia de Volvox

Euglena

Algas Unicelulares. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

Algas pardas. Imagen: De Mier y Leva.

Alga parda. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC



Pregunta de Elección Múltiple

La característica común a todos los protocistas es:

- ☐ A. Que son autótrofos
- ☐ B. Que son microscópicos
- ☐ C. Que tienen células eucariotas
- ☐ D. Que son unicelulares

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

En el Reino Protocistas se incluyen:

- ☐ A. Protozoos, bacterias y cianofíceas
- ☐ B. Bacterias y protozoos
- ☐ C. Protozoos y algas cianofíceas
- ☐ D. Protozoos y algas

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Opción correcta

3.3. HONGOS.

Reino Hongos

El **Reino Hongos** incluye organismos que probablemente conoces bien, como las **levaduras**, los **mohos** y las **setas**. Todos los individuos de este reino se caracterizan por estar formados por **células eucariotas**, es decir, células que tienen un núcleo definido. Además, tienen **nutrición heterótrofa**, lo que significa que obtienen su materia orgánica a partir de otras fuentes orgánicas, ya que no pueden realizar la **fotosíntesis**.

Dependiendo de cómo obtienen la materia orgánica, los hongos pueden clasificarse en:

- ✔ **Hongos parásitos**: Obtienen su alimento de un ser vivo, causándole daño.
- ✔ **Hongos saprófitos**: Se alimentan de materia orgánica muerta o en descomposición, contribuyendo al reciclaje de nutrientes en el ecosistema.

Tipos de Hongos

Los individuos de este reino pueden ser:

- ✔ **Unicelulares**: Como en el caso de las **levaduras**, que son organismos formados por una sola célula. Son muy importantes en la **industria alimentaria**, donde se utilizan para la producción de **pan**, **bizcochos**, y **bebidas alcohólicas** como la cerveza y el vino.
- ✔ **Pluricelulares**: Formados por células asociadas que no organizan tejidos complejos. Estas células se agrupan en estructuras llamadas **hifas**, que se ramifican formando una red llamada **micelio**. El micelio es la parte principal del hongo y suele estar enterrado en el suelo. Si no se arranca, el micelio puede sobrevivir de una temporada a la siguiente, permitiendo que el hongo vuelva a crecer.

En conjunto, los hongos desempeñan un papel crucial en los ecosistemas al descomponer la materia orgánica y reciclar nutrientes. Además, tienen un amplio uso industrial, desde la producción de alimentos hasta la biotecnología.

Lepiotas. Imagen: De Mier y Leva.

Hongos. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

Tipos de Hongos

Los hongos se clasifican en varios grupos, de los cuales los más importantes son:

- ✓ **Zigomicetes:** Incluyen los **mohos**, como el moho que se forma en el pan o en frutas en descomposición.
- ✓ **Ascomicetes:** Aquí se encuentran hongos como la **colmenilla** y las **trufas**, que son muy valorados en la gastronomía.
- ✓ **Basidiomicetes:** Son las **setas** más conocidas, como los champiñones, boletus, y otros tipos de hongos comestibles.

Las Setas

Las setas son uno de los tipos de hongos más populares, especialmente porque muchas de ellas son comestibles y muy apreciadas por su sabor. Son buscadas tanto por aficionados como por expertos en micología y tienen un amplio uso culinario.

Los Líquenes

Los líquenes son organismos sorprendentes que se forman por la **asociación simbiótica** entre un **hongo** y un **alga**. Quizás los hayas visto como manchas de color negro, marrón, naranja o verde en rocas, troncos de árboles o incluso en tejados de casas antiguas. Este tipo de simbiosis es esencial para el crecimiento del hongo y el alga en ambientes donde, de otro modo, no podrían sobrevivir por separado.

Los líquenes desempeñan un papel importante en la **ecología**, ya que contribuyen a la formación del suelo y pueden indicar la calidad del aire en un área debido a su sensibilidad a la contaminación.

Líquenes

Líquenes. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC



Pregunta de Elección Múltiple

Los Hongos o Reino Fungi son individuos:

- ☐ A. Que realizan la fotosíntesis
- ☐ B. Microscópicos y heterótrofos
- ☐ C. Heterótrofos y la mayoría pluricelulares
- ☐ D. Macroscópicos y autótrofos

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

3.4. VEGETAL.

Reino Vegetal

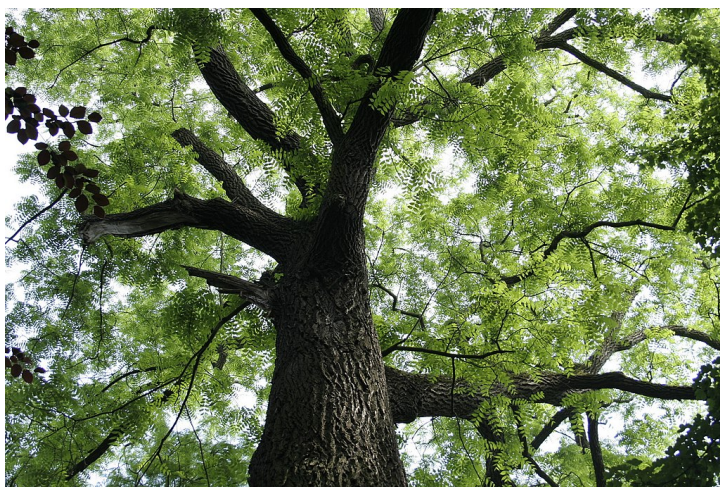
El **Reino Vegetal** agrupa aproximadamente **260,000 especies** de plantas que habitan tanto en medios terrestres como acuáticos. Las plantas de este reino se caracterizan por ser **autótrofas**, lo que significa que **producen su propio alimento**. Esto lo logran mediante el proceso de **fotosíntesis**, transformando materia inorgánica en materia orgánica utilizando la energía solar.

Clasificación del Reino Vegetal

Existen varios criterios para clasificar a las plantas. Uno de los más importantes es la **presencia o ausencia de vasos circulatorios**, lo que nos permite distinguir entre:

- ✓ **Plantas vasculares:** Son aquellas que poseen **tejidos conductores**, como el **xilema** y el **floema**, que transportan agua, nutrientes y productos de la fotosíntesis por toda la planta. Ejemplos incluyen los árboles, arbustos y plantas con flores.
- ✓ **Plantas no vasculares:** No tienen sistemas de conducción de agua o nutrientes bien desarrollados. Estas plantas son más primitivas y suelen encontrarse en ambientes húmedos. Un ejemplo claro son los **musgos** y **hepáticas**.

Este criterio de clasificación es fundamental para estudiar la **evolución** y **adaptación** de las plantas a diferentes ambientes. Las plantas vasculares son más complejas y dominan los ecosistemas terrestres, mientras que las no vasculares prosperan en condiciones donde el transporte de agua no es un desafío, como en suelos húmedos o rocas.



Planta Vascular. [Wikipedia](#) Licencia: Dominio público



Planta no Vascular. [Wikipedia](#) Licencia: Dominio público

Otro criterio importante para clasificar a las plantas es la **presencia o ausencia de estructuras** como **raíces, tallos y hojas**. Según este criterio, podemos dividir a las plantas en dos grandes grupos:

- ✓ **Briofitas:** Son plantas **no vasculares** que **no tienen raíces, tallos ni hojas verdaderas**. Su estructura es más simple y absorben agua directamente del ambiente. Incluyen musgos, hepáticas y antoceros. Estas plantas suelen crecer en ambientes húmedos y son pequeñas, ya que carecen de un sistema eficiente para el transporte de agua y nutrientes.
- ✓ **Cormofitas:** También llamadas **plantas vasculares**, tienen **raíces, tallos y hojas bien diferenciados**. Este grupo incluye a la mayoría de las plantas que conocemos, como árboles, arbustos y plantas con flores. Gracias a sus sistemas vasculares, las cormofitas pueden crecer en una mayor variedad de ambientes, desde desiertos hasta selvas tropicales.

Esta clasificación refleja la **evolución y adaptación** de las plantas, mostrando cómo las cormofitas, con sus estructuras especializadas, han logrado colonizar una gran diversidad de hábitats en la Tierra.



Briofita. [Wikipedia](#) Licencia: Dominio público

Otro criterio clave para clasificar a las plantas es la **presencia o ausencia de flores**. Según este aspecto, las plantas se dividen en:

- ✓ **Criptógamas:** Son plantas **sin flores**, como los **musgos** y los **helechos**. Estas plantas se reproducen mediante **esporas** en lugar de semillas y carecen de estructuras reproductivas visibles como flores. Las criptógamas incluyen las plantas más primitivas del reino vegetal.

- ✔ **Fanerógamas:** Son plantas **con flores**, que incluyen la gran mayoría de las **cormofitas**. Las flores son sus órganos reproductores y se reproducen a través de **semillas**. Este grupo incluye árboles, arbustos y plantas con flores, siendo el más diverso y exitoso en el reino vegetal.

Este criterio permite diferenciar entre las plantas más simples y las más complejas en términos de su reproducción y evolución, destacando la importancia de las flores en la adaptación y diversificación de las plantas con semillas.



Diferencia de una Criptógama (sin semilla) a la izquierda y una Fanerógama (con semilla) derecha [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Li

Otro criterio importante para clasificar a las plantas es la **presencia o ausencia de frutos**. Según este criterio, las plantas se dividen en:

- ✔ **Gimnospermas:** Son plantas **sin frutos**. No tienen ovarios, por lo que sus **óvulos están desnudos** sobre las brácteas de las **conos** o estructuras similares. Ejemplos de gimnospermas son los **pinos**, **abetos** y **cipreses**. En estas plantas, las semillas se desarrollan directamente sobre las escamas de los conos.
- ✔ **Angiospermas:** Son plantas **con frutos**. Poseen **ovarios** que, tras la fecundación, se transforman en frutos, los cuales **protegen las semillas** en su interior. Las angiospermas incluyen la mayoría de las plantas con flores, como los **manzanos**, **rosales**, y **roble**. El fruto no solo protege las semillas, sino que también facilita su dispersión en muchos casos.

Este criterio diferencia entre las **gimnospermas**, que tienen una estructura reproductiva más simple y primitiva, y las **angiospermas**, que han desarrollado sistemas reproductivos más avanzados, favoreciendo su diversificación y adaptación a una amplia variedad de ambientes.



Gimnosperma (izquierda) Angiosperma (Derecha) [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Finalmente, otro criterio importante para clasificar a las plantas es el **número de cotiledones**, que son las **primeras hojas** que emergen de la semilla durante la germinación. En el caso de las **angiospermas**, podemos diferenciarlas en:

- ✔ **Monocotiledóneas:** Son aquellas plantas cuyas semillas tienen **un solo cotiledón**.

Ejemplos de monocotiledóneas incluyen **gramíneas** como el maíz, el trigo o el bambú, y plantas como los lirios y los tulipanes. Estas plantas suelen tener hojas con nervaduras paralelas y sistemas de raíces fibrosas.

- ✔ **Dicotiledóneas:** En estas plantas, las semillas contienen **dos cotiledones**. Ejemplos comunes son el **girasol**, la **rosa**, y los **árboles frutales** como los manzanos. Las dicotiledóneas suelen presentar hojas con nervaduras ramificadas y sistemas de raíces principales más desarrolladas.

Este criterio ayuda a diferenciar las **angiospermas** en dos grandes grupos, que muestran diferencias en su desarrollo, estructura de hojas, y patrones de crecimiento.



Monocotiledónea (izquierda) Dicotiledónea(Derecha) [Wikipedia](#) Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público



Caso práctico

Rellena el cuadro del reino vegetal utilizando la siguiente lista de palabras.

Angiospermas Briofitos Cormófitos Dicotiledóneas Espermafitas
 Gimnospermas Monocotiledóneas plantas no vasculares plantas
 vasculares Pteridofitos

REINO VEGETAL	
Sin vasos conductores 	Con vasos conductores
Sin raíces, tallos y hojas, sin flores con esporas para reproducción	Con raíces, tallos, hojas verdaderos
Sin flores, con esporas	Con flores y semillas
Sin Frutos	Con Frutos
Semillas con 1 cotiledón 	Semillas con 2 cotiledones

Solución

REINO VEGETAL	
Sin vasos conductores plantas no vasculares	Con vasos conductores plantas vasculares
Sin raíces, tallos y hojas, sin flores con esporas para reproducción Briofitos	Con raíces, tallos, hojas verdaderos Cormófitos
Sin flores, con esporas pteridofitos	Con flores y semillas Espermafitas
Sin Frutos Gimnospermas	Con Frutos Angiospermas
Semillas con 1 cotiledón Monocotiledóneas	Semillas con 2 cotiledones Dicotiledóneas

3.5. ANIMAL.

El **reino animal** está compuesto por **organismos pluricelulares** (formados por múltiples células) y **eucariotas** (con células que poseen un núcleo definido). Estos seres vivos se caracterizan por tener **nutrición heterótrofa**, lo que significa que necesitan obtener su alimento de otros seres vivos.

A lo largo de su evolución, han desarrollado **sistemas complejos** para interactuar con su entorno, como el **sistema nervioso** en los animales más avanzados, que permite una mayor capacidad de respuesta al medio. Además, los animales tienen la **capacidad de moverse**, lo cual es esencial para la búsqueda de alimento, la reproducción y la supervivencia.

Los animales son uno de los grupos de seres vivos con mayor 📁 **biodiversidad** y han colonizado todos los ambientes existentes. Podemos encontrar animales viviendo en el aire, en el agua y en la tierra.

Los animales son uno de los grupos más diversos de seres vivos, con una **enorme biodiversidad**, habiendo colonizado prácticamente todos los ambientes de la Tierra. Podemos encontrar animales en el aire, en el agua y en la tierra, adaptados a las más diversas condiciones ambientales.

La ciencia que se encarga del estudio de los animales se llama **Zoología**.

Clasificación de los Animales

Una forma sencilla de clasificar a los animales es atendiendo a la **presencia o ausencia de columna vertebral**, lo que los divide en dos grandes grupos:

Vertebrados:

- ✔ Son animales que poseen un **esqueleto interno** o **endoesqueleto**, que puede estar compuesto de **tejido óseo** o **cartilaginoso**. Este grupo incluye mamíferos, aves, reptiles, anfibios y peces.

Invertebrados:

- ✔ Son animales que **no tienen un esqueleto interno**. Algunos invertebrados, como los insectos y los crustáceos, poseen un **exoesqueleto**, una estructura rígida que protege sus cuerpos. Este grupo incluye artrópodos, moluscos, gusanos, entre

otros.

Para estudiar la clasificación completa de los animales, puedes consultar el siguiente enlace:



El Reino Animal [Wikipedia](#). Licencia: Dominio público

La clasificación completa puedes estudiarla en el siguiente enlace:

recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/animales/troncos.htm



Reflexiona

Realiza un esquema con los cinco reinos taxonómicos con respuesta.

Mostrar retroalimentación

Aquí tienes un esquema de los **cinco reinos taxonómicos**:

Esquema de los Cinco Reinos:

1. Reino Monera:

- ✔ Organismos procariotas (sin núcleo definido).
- ✔ Unicelulares.
- ✔ Ejemplos: bacterias, cianobacterias.

2. Reino Protista (Protoctistas):

- ✔ Organismos eucariotas (con núcleo definido).
- ✔ Unicelulares o pluricelulares simples.
- ✔ Ejemplos: protozoos, algas.

3. Reino Fungi:

- ✔ Organismos eucariotas.
- ✔ Unicelulares o pluricelulares.
- ✔ Nutrición heterótrofa (descomponedores o parásitos).
- ✔ Ejemplos: hongos, levaduras, mohos.

4. Reino Plantae (Vegetal):

- ✔ Organismos eucariotas.
- ✔ Pluricelulares.
- ✔ Autótrofos (realizan fotosíntesis).
- ✔ Ejemplos: árboles, flores, helechos.

5. Reino Animalia (Animal):

- ✔ Organismos eucariotas.
- ✔ Pluricelulares.
- ✔ Heterótrofos (se alimentan de otros organismos).
- ✔ Ejemplos: mamíferos, aves, insectos, peces.

Respuesta:

Este esquema refleja la clasificación de los organismos vivos en cinco reinos según su estructura celular (procariota o eucariota), el número de células (unicelulares o pluricelulares), y su tipo de nutrición (autótrofa o heterótrofa).

3.5.1. CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LOS INVERTEBRADOS Y LOS VERTEBRADOS.

Como ya hemos visto, la diferenciación entre los dos grandes grupos de animales: vertebrasos e invertebrados, se hace en función de la presencia o ausencia de una columna vertebral que hace de esqueleto interno, pero no es la única característica que los diferencia.

Mostrar

Vertebrados

Definición:

Características principales:

Ejemplos:

Invertebrados

Definición:

Características principales:

Ejemplos:

Comparación entre Vertebrados e Invertebrados

Comparación entre Vertebrados e Invertebrados

Característica	Vertebrados	Invertebrados
Esqueleto	Endoesqueleto (interno), compuesto de huesos o cartílago	Generalmente carecen de esqueleto interno; pueden tener un exoesqueleto o estructuras similares
Columna vertebral	Presente	Ausente
Diversidad	Menos diversos en comparación con los invertebrados, pero incluyen los animales	Extremadamente diversos, constituyen la mayoría de las

	más grandes y complejos	especies animales en la Tierra
Ejemplos	Mamíferos, Aves, Reptiles, Anfibios, Peces	Artrópodos, Anélidos, Equinodermos Moluscos, Cnidarios,

En la tabla siguiente se resumen las características de ambos grupos.

¿Cuáles son las principales características de los invertebrados y vertebrados?

Invertebrados:

- ✓ **Ausencia de esqueleto interno:** Carecen de un esqueleto interno, aunque algunos presentan un **exoesqueleto** que protege y sostiene su cuerpo (por ejemplo, los insectos).
- ✓ **Simetría:** Pueden tener dos tipos de simetría:
 - ◆ **Simetría radiada:** No existe un único eje que divida el cuerpo en dos mitades simétricas (como en los **cnidarios**, ejemplo: medusas).
 - ◆ **Simetría bilateral:** El cuerpo puede dividirse en dos mitades simétricas mediante un eje imaginario (como en los **artrópodos**, ejemplo: arañas).
- ✓ **Diversidad:** Los invertebrados abarcan una gran cantidad de subgrupos o **filos**, cada uno con características específicas.

Vertebrados:

- ✓ **Presencia de esqueleto interno (endoesqueleto):** Compuesto por **hueso** o **cartílago**, que da soporte y protección a los órganos internos.
- ✓ **Simetría bilateral:** Su cuerpo puede dividirse en dos mitades simétricas mediante un eje imaginario.
- ✓ **División corporal:** El cuerpo de los vertebrados está dividido en tres regiones principales:
 - **Cabeza.**
 - **Tronco.**
 - **Extremidades** (generalmente dos pares, como brazos y piernas, en los tetrápodos).
- ✓ **Tetrápodos:** La mayoría de los vertebrados tienen **dos pares de extremidades**, que pueden ser aletas, patas o alas, dependiendo del grupo.
- ✓ **Desarrollo del sistema nervioso:** Tienen un **sistema nervioso complejo**, con un cerebro bien desarrollado.
- ✓ **Órganos de los sentidos:** Los vertebrados han desarrollado **órganos sensoriales especializados**, como los ojos, oídos y receptores de sabor y olfato, que les permiten interactuar mejor con su entorno.

En resumen, los **invertebrados** representan una enorme variedad de animales sin esqueleto interno, mientras que los **vertebrados** destacan por su esqueleto interno, sistema nervioso desarrollado y la simetría bilateral en su anatomía.



Autoevaluación

Los vertebrados tienen un sistema nervioso central bien desarrollado y generalmente un cráneo que protege el cerebro.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los vertebrados tienen un sistema nervioso central altamente desarrollado y, en la mayoría de los casos, un cráneo que protege el cerebro, lo cual es una de sus características distintivas.

Los invertebrados tienen una columna vertebral que les proporciona soporte y protección.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los invertebrados no tienen columna vertebral ni espina dorsal. En lugar de eso, pueden tener un exoesqueleto u otras estructuras de soporte.

Todos los vertebrados tienen sangre caliente (homeotermos).

☐ Verdadero ☒ Falso

Falso

Los vertebrados pueden ser de sangre caliente (homeotermos) o de sangre fría (poiquilotermos). Los mamíferos y aves son homeotermos, mientras que muchos reptiles, anfibios y peces son poiquilotermos.

Los invertebrados pueden presentar simetría radial o bilateral, dependiendo del grupo al que pertenecen.

☐ Verdadero ☒ Falso

Verdadero

Los invertebrados muestran una gran diversidad en cuanto a simetría. Algunos tienen simetría radial (como cnidarios), mientras que otros tienen simetría bilateral (como los artrópodos y moluscos).

Los vertebrados suelen tener un exoesqueleto compuesto de quitina para protección.

☐ Verdadero ☒ Falso

Falso

Los vertebrados no tienen exoesqueleto; en su lugar, poseen un endoesqueleto interno hecho de huesos o cartílago. Los exoesqueletos son característicos de muchos invertebrados, como los artrópodos.

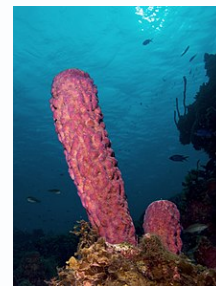
A. INVERTEBRADOS

Los invertebrados constituyen un grupo muy diverso con características muy diferenciadas, existen cerca de un millón de especies de invertebrados. A continuación se resumen las características de los diferentes subgrupos, taxonómicamente denominados **Filum**.

Invertebrados: características generales

✓ **Filum Poríferos** (esponjas)

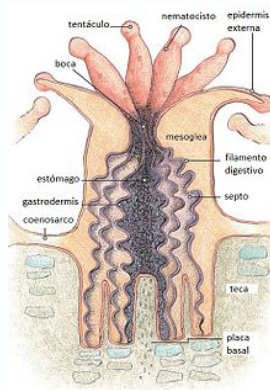
- Animales acuáticos sedentarios, viven fijos al suelo.
- Sin verdaderos tejidos y asimétricos.
- Cuerpo perforado por numerosos poros comunicados entre sí por canales.
- Exoesqueleto formado por una sustancia denominada espongina.
- Se alimentan por filtración.
- Reproducción alternante sexual y asexual



Wikipedia. *Filum esponja*
(CC BY-NC-SA)

✓ **Filum Cnidarios** (pólipos, medusas, hidras)

- Animales acuáticos que viven fijos al suelo, sedentarios (pólipos) o de vida libre (medusas).
- Con simetría radial.
- Carnívoros y llevan una sustancia urticante que es la que nos pica en las playas.
- Presencia de tentáculos con los que paralizan a sus presas.
- Los pólipos desarrollan exoesqueleto externo calcáreo.
- Reproducción alternante sexual y asexual.
- Los pólipos pueden forman



Wikipedia. *Aparato digestivo de los Cnidarios* (CC BY-NC-SA)



Wikipedia. *Esqueleto calcáreo*
(BY-NC-SA)

Tentáculos de Medusas

Reproducción
Cniadrios

colonias que pueden alcanzar grandes extensiones: **Arrecifes de coral** que constituyen ricos y variados ecosistemas.

Arrecife coralino

✔ **Filum Anélidos** (lombrices, gusanos marinos, sanguijuelas)

- Animales que pueden ser acuáticos, terrestres e incluso parásitos.
- Con simetría bilateral.
- Cuerpo blando y segmentado en anillos.
- Aparece el tubo digestivo con boca y ano.
- Respiración cutánea o por branquias.
- Hermafroditas, reproducción sexual. Ovíparos.

Clase Oligoquetos:
sin quetas, terrestres.



Wikipedia. Lombriz de tierra, anélido c [BY-NC-SA](#)

Clase Poliquetos: con quetas, marinos.



INTEF. Poliqueto marino, anélido [CC](#)

Clase Hirudíneos:
parásitos



FREE3D. Sanguijuela, anélido hirudineo [SA](#)

- ✓ **Filum Moluscos** (mejillones, caracoles, calamares, pulpos)
- ➔ Animales que pueden ser terrestres y o acuáticos.
 - ➔ Cuerpo blando no segmentado formado por cabeza, masa visceral y un pie musculoso.
 - ➔ Pliegue o **manto** que en algunos grupos genera una concha calcárea que actúa como exoesqueleto.
 - ➔ Respiración cutánea o por branquias.
 - ➔ Reproducción sexual. Ovíparos.

Clase Gasterópodos: concha de una sola pieza. Pie muy desarrollado que aloja el aparato digestivo y sirve para la locomoción, terrestres y acuáticos. Ej: Caracoles

Caracol de tierra
gasterópodo

Clase Bivalvos: concha formada por dos piezas, **valvas**, animales filtradores, marinos. Ej: mejillón, chirla, almeja.

Mejillón, molusco

Clase Cefalópodos: concha reducida a una lámina llamada **pluma**, presencia de tentáculos con ventosas en la cabeza de ahí el nombre (cefalo: cabeza, podos: pie), carnívoros. Ej: calamar, pulpo.

Calamar, molusco

- ✓ **Filum Artrópodos** (arañas, gambas, ciempiés, saltamontes)
- ➔ El grupo más numeroso de seres vivos, los hay terrestres, acuáticos y parásitos.
 - ➔ Cuerpo segmentado en **cabeza**, **torax** y **abdomen**.

Clase Arácnidos: cuatro pares de patas y un par de **palpos**, uña venenosa: **queliceros**. Cabeza y torax unidos formando el **cefalotorax**. Carnívoros. Ej: escorpiones y

escorpión, arácnido

➡ Apéndices articulados: patas. el número de patas es el criterio que se utiliza para clasificarlos. ➡ Simetría bilateral. ➡ Exoesqueleto que mudan periódicamente. ➡ Reproducción sexual. Ovíparos.	arañas. Clase Crustáceos: cinco pares de patas, el primero modificado en pinzas, un par de antenas. Exoesqueleto calcáreo. Cabeza y torax unidos formando el cefalotorax. Abdomen segmentado y con apéndices. Ej: gambas, langostas, cangrejos. Clase Insectos: tres pares de patas. Cabeza con un par de antenas, torax segmentado del que salen los tres pares de apéndices, en algunos ordenes: un par de alas, abdomen segmentado y sin apéndices. Presentan metamorfosis. Ej: saltamontes, moscas, abejas. Clase Miriápodos: muchos pares de patas. Cabeza con un par de antenas, el resto del cuerpo segmentado en anillos con un par de patas cada uno (ciempiés) o dos pares (milpiés), terrestres, algunos venenosos. Ej: ciempiés, milpiés, escolopendra.	Cangrejo, art crustáceo Mantis religiosa, insecto escolopendra, miriápodo
✓ Filum Equinodermos (estrellas de mar, erizos de mar, holoturias.) ➡ Marinos. Placas calcáreas, algunas especies con espinas, que actúan como exoesqueleto. ➡ Simetría radial. ➡ Locomoción mediante un sistema hidrostático		

denominado
ambulacral.

➡ Reproducción
Ovíparos.

sistema

sexual.

Clase Asteroideos:
Esqueleto calcáreo
sin espinas. Ej.:
estrellas de mar.



iStock. estrella de mar, equinoc
asteroideo ([CC BY-NC-SA](#))

Clase Equinoideos:
Esqueleto calcáreo
con espinas. Ej.:
erizos de mar.



freepik. erizo de mar, equinod
equinoideo ([CC BY-NC-SA](#))

Clase Crinoideos:
Placas calcáreas de
las que salen cinco
brazos, asemejan a
flores.. Ej.: lirios de
mar.



Wikipedia. lirio de mar, equinodermo crino
([NC-SA](#))

Clase Ofiuroideos:
disco central del que
salen cinco brazos
finos y delgados. Ej.:
ofiura.



iStock. ofiura, equinodermo ofiuroideo.jpg

Clase Holoturoideos:
de forma cilíndrica
pero mantienen la
simetría radial. Ej.:
holoturia, pepino de
mar.



Wikipedia. holoturia, equinodermo holoturoideo [\(CC BY-NC-SA\)](#)

Imágenes nº 27. Principales grupos de Invertebrados.
Fuente: [Proyecto Biosfera](#) **Autor:** Intef. **Licencia:**CC



Autoevaluación

Los Poríferos tienen un cuerpo perforado por numerosos poros comunicados entre sí por canales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los Poríferos, también conocidos como esponjas, tienen un cuerpo con numerosos poros que están comunicados por canales internos. Este diseño les permite filtrar el agua para obtener alimento.

Los Cnidarios tienen simetría bilateral y pueden formar colonias como los arrecifes de coral.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los Cnidarios tienen simetría radial, no bilateral. Pueden formar colonias, como los corales, que forman arrecifes de coral, pero no tienen simetría bilateral.

Los Anélidos tienen un cuerpo blando y segmentado en anillos, y presentan un tubo digestivo con boca y ano.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los Anélidos, como las lombrices y sanguijuelas, tienen un cuerpo segmentado en anillos y un tubo digestivo completo con boca y ano, lo que es característico de este filum.

Los Moluscos siempre tienen una concha calcárea que actúa como exoesqueleto.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los Moluscos tienen una concha calcárea en algunos grupos, como los bivalvos y gasterópodos, pero en otros grupos, como los cefalópodos, la concha está reducida o ausente.

Los Artrópodos tienen un exoesqueleto que mudan periódicamente para crecer.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los Artrópodos tienen un exoesqueleto, y para crecer, deben mudar periódicamente este exoesqueleto. Este proceso se llama ecdisis.

B. VERTEBRADOS

Vertebrados: características generales

(taxonómicamente, los vertebrados constituyen uno de los grupos del *Filum Cordados*)

✓ **Peces:** (lo que comúnmente llamamos peces, son en realidad tres grandes grupos llamadas **Clases**)

- Animales acuáticos de cuerpo fusiforme recubierto por escamas.
- Extremidades convertidas en aletas.
- Animales **poiquilotermos**, es decir son animales de sangre fría.
- Respiración por branquias.
- Vejiga natatoria que les permite nadar entre diferentes aguas.
- Corazón con dos cámaras.
- Reproducción sexual, ovíparos con desarrollo externo.

Clase **Ciclóstomos:**

vertebrados primitivos, los primeros en la escala evolutiva, sin mandíbulas. Ej.: lampréa.



pixabay. lampréa. (CC BY-NC-SA)

Clase **Condriktios:**

peces con esqueleto cartilaginoso, sin vejiga natatoria, fecundación interna. Ej.: rayas, tiburones.



freepik. tiburón (CC BY-NC-SA)

Clase **Osteíktios:**

peces con esqueleto óseo, con vejiga natatoria, fecundación externa. Ej.: salmón, trucha, atunes.



Wikipedia. Salmón (CC BY-NC-SA)

✓ **Clase Anfibios** (ranas, sapos, tritones, salamandras)

- Animales de doble vida, de ahí el nombre, en la fase juvenil viven en el agua, sufren **metamorfosis** y de adulto pasan a la tierra, en zonas húmedas cerca del agua.
- Cuerpo desnudo, o con piel muy fina.
- Animales **poiquilotermos**, es decir son animales de sangre fría.
- Respiración por branquias en la fase larvaria y por pulmones y por la piel en la fase adulta.
- Corazón con tres cámaras.
- Reproducción sexual, fecundación interna, ovíparos con desarrollo externo.
- Los primeros vertebrados que colonizan el medio terrestre, aunque sigan dependiendo del agua.

Orden Urodelos: anfibios con cola. Ej.: salamandra, tritón.



Wikipedia. Salamandra (CC BY-NC-SA)

Orden Anuros: anfibios sin cola. Ej.: ranas, sapos..



Wikipedia. Rana de San Antonio, anuro (CC BY-NC-SA)

✓ **Clase Reptiles** (serpientes, tortugas, lagartos, cocodrilos)

- Vertebrados terrestres.
- Cuerpo recubierto de escamas.
- Animales **poiquilotermos**, es decir son animales de sangre fría.
- Respiración por pulmones.
- Corazón con cuatro cámaras.
- Reproducción sexual, fecundación interna, ovíparos con desarrollo en huevos que presentan envolturas que protegen y

Orden Crocodylia: desarrollan placas óseas. Ej.: cocodrilos y caimanes.



Wikipedia. cocodrilo, reptil del orden cro (CC BY-NC-SA)

alimentan al embrión y con cáscara.

Orden Squamata: reptiles que mudan la piel periódicamente. Cuerpo cubierto de escamas córneas Ej.: lagartos y serpientes.



wikipedia. Dragón de Komodo ([CC BY-I](#))

Orden Quelónidos: cuerpo recubierto de un caparazón de origen óseo. Ej.: tortugas, galápagos..



Wikipedia. galápagos, reptil quelónic ([CC BY-NC-SA](#))

✓ **Clase Aves** (águilas, patos, gorriones)

- ➡ Animales voladores.
- ➡ Cuerpo cubierto de plumas.
- ➡ Extremidades anteriores modificadas para el vuelo: **alas**.
- ➡ Sin dientes pero con **pico**.
- ➡ Animales **homeotermos**, es decir son animales de sangre caliente.
- ➡ Respiración por pulmones.
- ➡ Corazón con cuatro cámaras.
- ➡ Reproducción sexual, fecundación interna, ovíparos con desarrollo en huevos que presentan envolturas que protegen y alimentan al embrión y con cáscara.

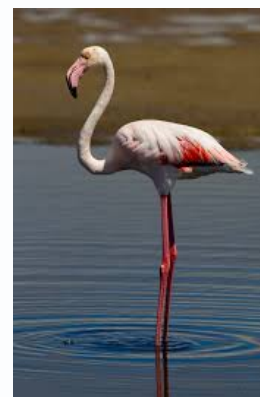
Superorden Paleognathae: aves corredoras, casi no vuelan, las más arcaicas.. Ej.: avestruces, kiwis, ñandúes.



Wikipedia. Avestruz, aves corredor ([CC BY-NC-SA](#))

Superorden Neognathae:

aves voladoras. Formado por unos 25 órdenes diferentes. Ej.: águilas, aplomas, gorrones, lechuzas, pelícanos, etc....



Wikipedia. flamencos, aves voladoras (CC BY-NC-SA)

✓ **Clase Mamíferos** (delfín, caballo, murciélago, especie humana)

- Animales terrestres, acuáticos y voladores.
- Cuerpo cubierto de pelo
- Presencia de **glándulas mamarias** con las que se alimenta a las crías..
- Animales **homeotermos**, es decir son animales de sangre caliente.
- Respiración por pulmones.
- Corazón con cuatro cámaras.
- Carnívoros, herbívoros, omnívoros.
- Reproducción sexual, fecundación interna, casi todos vivíparos, el nuevo animal se desarrolla en el interior del cuerpo, y se alimenta gracias a un órgano denominado **placenta**, paren a sus crías ya desarrolladas.

Subclase Protheria:

mamíferos ovíparos. Ej.: ornitorrinco.



freepik. Ornitorrinco, mamífero ovíparo (BY-NC-SA)

Subclase Methateria:

mamíferos sin placenta. Ej.: canguros.



iStock. canguro, mamífero sin placenta (NC-SA)

Subclase Eutheria:

mamíferos con placenta, 18 órdenes. Ej.: *Insectívoros*: topos. *Quirópteros*: murciélagos. *Carnívoros*: gatos, perros. *Primates*: humanos..



Principales grupos de Vertebrados. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

Para finalizar este apartado, podéis ver el siguiente vídeo, resumen de todos los reinos.

<https://www.youtube.com/embed/EU-mRA6q8Hs?rel=0&showinfo=0>

Los cinco reinos. [Youtube](#)



Reflexiona

Actividad de Repaso: Conceptos Clave de la Clasificación de los Seres Vivos

Completa cada definición con el término correcto:

1. ¿Qué ciencia estudia la clasificación de los seres vivos?
2. ¿Qué científico ideó el sistema de nomenclatura binomial?
3. ¿En qué grupo se agrupan las especies?
4. ¿En qué reino se incluyen organismos muy pequeños que solo pueden ser observados con microscopios muy potentes?
5. ¿A qué reino pertenecen las levaduras?
6. ¿Qué plantas tienen raíces, tallos y hojas?
7. ¿Qué plantas no producen frutos?
8. ¿Qué animales han desarrollado sistemas para relacionarse con el medio y tienen capacidad de moverse?
9. ¿Qué animales no tienen esqueleto interno?

Mostrar retroalimentación

Respuestas

1. **Taxonomía**
2. **Carlos Linneo**

3. **Géneros**
4. **Reino Monera**
5. **Reino Fungi**
6. **Cormofitas**
7. **Gimnospermas**
8. **Animales (Reino Animalia)**
9. **Invertebrados**

4. LAS FUNCIONES VITALES DE LOS SERES VIVOS

Las funciones vitales de los seres vivos son:

- ✓ La función de nutrición.
- ✓ La función de relación.
- ✓ La función de reproducción.

Función de Nutrición

Es el proceso mediante el cual los seres vivos obtienen y asimilan los nutrientes necesarios para realizar sus actividades vitales. Estos nutrientes son esenciales para la obtención de energía, la construcción y reparación de tejidos y la regulación de los procesos corporales.

Tipos de Nutrición:

✓ Autótrofos:

- ◆ **Definición:** Organismos que producen su propio alimento a partir de sustancias inorgánicas, utilizando la energía del sol o de reacciones químicas.
- ◆ **Ejemplos:**
 - **Fotosintéticos:** Plantas, algas y algunas bacterias que utilizan la luz solar para convertir dióxido de carbono y agua en glucosa y oxígeno.
 - **Quimiosintéticos:** Bacterias que obtienen energía de reacciones químicas con compuestos inorgánicos, como el sulfuro de hidrógeno.

✓ Heterótrofos:

- ◆ **Definición:** Organismos que no pueden producir su propio alimento y deben consumir otros organismos o sustancias orgánicas.
- ◆ **Ejemplos:**
 - **Herbívoros:** Consumen plantas (ej. vacas, conejos).
 - **Carnívoros:** Consumen otros animales (ej. leones, tiburones).
 - **Omnívoros:** Consumen tanto plantas como animales (ej. humanos, osos).
 - **Saprófitos:** Se alimentan de materia orgánica en descomposición (ej. hongos, bacterias).

Función de Relación

Es el conjunto de procesos que permiten a los seres vivos interactuar con su entorno y responder a estímulos. Esto incluye la percepción de cambios internos y externos y la coordinación de respuestas para mantener el equilibrio y la supervivencia.

Componentes Clave:

- ✓ **Receptores:** Células especializadas que detectan cambios en el ambiente. Estos pueden ser:
 - ◆ **Quimiorreceptores:** Detectan sustancias químicas (ej. gusto y olfato).
 - ◆ **Fotorreceptores:** Detectan la luz (ej. células de la retina).
 - ◆ **Termorreceptores:** Detectan cambios de temperatura (ej. piel).
 - ◆ **Mecanorreceptores:** Detectan cambios mecánicos (ej. presión y vibración).
- ✓ **Sistema Nervioso:**
 - ◆ **Función:** Procesa la información recibida de los receptores y coordina respuestas.
 - ◆ **Componentes:** Incluye el cerebro, la médula espinal y nervios periféricos.
 - ◆ **Ejemplo de Respuesta:** Reflejos, como el de retirar la mano de un objeto caliente.
- ✓ **Efectores:**
 - ◆ **Definición:** Órganos y estructuras que ejecutan las respuestas.
 - ◆ **Ejemplos:** Músculos (contracción) y glándulas (secreción).

Función de Reproducción

Es el proceso mediante el cual los seres vivos producen nuevos individuos, garantizando así la continuidad de la especie. La reproducción puede ser asexual o sexual, y cada tipo tiene sus propias estrategias y mecanismos.

Tipos de Reproducción:

- ✓ **Asexual:**
 - ◆ **Definición:** Un solo organismo produce descendencia sin la participación de otro individuo.
 - ◆ **Mecanismos:**
 - **Fisión Binaria:** División de un organismo en dos partes iguales (ej. bacterias).
 - **Gemación:** Formación de una nueva entidad a partir de una protuberancia en el organismo madre (ej. esponjas, levaduras).
 - **Esporulación:** Formación de esporas que se desarrollan en nuevos individuos (ej. mohos).
 - **Fragmentación:** Fragmentos del organismo se desarrollan en nuevos individuos (ej. lombrices de tierra).
- ✓ **Sexual:**

- ◆ **Definición:** Involucra la fusión de gametos masculinos y femeninos, resultando en una descendencia con combinación genética de ambos progenitores.
- ◆ **Mecanismos:**
 - **Fecundación:** Unión de espermatozoide y óvulo.
 - **Desarrollo del Embrión:** Formación de un nuevo individuo en el útero o en un ambiente protegido.
- ◆ **Ejemplos:**
 - **Insectos:** Mariposas y abejas.
 - **Vertebrados:** Mamíferos, aves, reptiles.

Las funciones vitales son fundamentales para la vida y el funcionamiento de todos los seres vivos. A través de la nutrición, los seres vivos obtienen los nutrientes necesarios, mediante la relación interactúan con su entorno y responden a estímulos, y gracias a la reproducción aseguran la continuidad de sus especies. Cada una de estas funciones es esencial y está interrelacionada, garantizando así la supervivencia y evolución de los organismos.



Autoevaluación

La función de nutrición permite a los seres vivos obtener y asimilar nutrientes necesarios para realizar sus actividades vitales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La función de nutrición es crucial para que los seres vivos obtengan los nutrientes necesarios para energía, crecimiento y reparación de tejidos.

Los organismos autótrofos obtienen su energía de compuestos orgánicos que deben consumir.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los organismos autótrofos producen su propio alimento a partir de sustancias inorgánicas utilizando la energía del sol (fotosíntesis) o reacciones químicas (quimiosíntesis), no de compuestos orgánicos.

Los heterótrofos incluyen organismos que se alimentan de materia orgánica en descomposición, como los hongos y algunas bacterias.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los saprófitos, que son una categoría de heterótrofos, obtienen su alimento de materia orgánica en descomposición, como es el caso de los hongos y ciertas bacterias.

La función de relación incluye la percepción de estímulos a través de receptores y la coordinación de respuestas mediante el sistema nervioso.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La función de relación permite a los seres vivos interactuar con su entorno y responder a estímulos a través de receptores y el sistema nervioso.

Los fotorreceptores son células especializadas que detectan cambios en la temperatura.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los fotorreceptores detectan la luz, no los cambios de temperatura. Los termorreceptores son los que detectan cambios en la temperatura.

4.1. FUNCIÓN DE RELACIÓN.

La función de relación es fundamental para la supervivencia de los seres vivos, ya que les permite detectar y reaccionar a los estímulos provenientes de su entorno. Esta función se manifiesta de diferentes maneras en animales y plantas, adaptándose a la estructura y necesidades de cada organismo.

En los Animales:

1. **Recepción de Estímulos:** Los animales cuentan con órganos sensoriales especializados para captar estímulos como luz, sonido, temperatura, sustancias químicas y presión.
2. **Procesamiento de Información:**
 - En **invertebrados** más simples, como los celentéreos, el sistema nervioso es difuso, lo que genera respuestas generales ante los estímulos.
 - En otros invertebrados más complejos, como los anélidos y artrópodos, se encuentra un **sistema ganglionar**, que permite respuestas rápidas y específicas.
 - En **vertebrados**, el sistema nervioso central (SNC), compuesto por el encéfalo y la médula espinal, procesa los estímulos de manera más sofisticada, permitiendo respuestas complejas y coordinadas.
3. **Respuestas Adaptativas:** Los animales responden a los estímulos a través de movimientos, cambios en el comportamiento o ajustes fisiológicos. Estos pueden incluir respuestas automáticas como los **actos reflejos**, que son inmediatos y sin intervención del cerebro.
4. **Coordinación de Respuestas:** El sistema nervioso central y periférico trabajan en conjunto para coordinar las respuestas a los estímulos. El **sistema nervioso autónomo** regula funciones involuntarias como la respiración y la digestión.

En las Plantas:

Aunque las plantas carecen de un sistema nervioso, también tienen mecanismos para percibir y responder a su entorno.

1. **Tropismos:** Son respuestas de crecimiento en una dirección específica ante estímulos como la luz (**fototropismo**) o la gravedad (**geotropismo**).
2. **Nastias:** Movimientos que no están dirigidos en una dirección específica y ocurren de manera cíclica, como la apertura y cierre de flores.
3. **Movimientos de Contacto:** Algunas plantas, como las carnívoras, responden físicamente al contacto, cerrando sus hojas al detectar la presencia de un insecto.
4. **Fotoperiodicidad:** Las plantas también responden a los cambios en la duración del día y la noche, lo que influye en fenómenos como la floración o la caída de hojas en otoño.

Importancia de la Función de Relación:

La función de relación es crucial porque permite a los organismos ajustarse a las condiciones cambiantes del entorno, asegurar su supervivencia y garantizar su reproducción. En los animales, esta interacción con el medio permite actividades como buscar alimento, escapar de depredadores o encontrar pareja. En las plantas, las respuestas les permiten optimizar su crecimiento y reproducción en función de las condiciones ambientales.

A lo largo de la evolución, los organismos han desarrollado estos sistemas de relación para adaptarse mejor a su entorno, lo que ha incrementado sus probabilidades de sobrevivir y perpetuar sus especies.



Autoevaluación

Los animales tienen sistemas nerviosos simples, como una red difusa de células nerviosas, solo en invertebrados como los celentéreos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los celentéreos, como las medusas, tienen un sistema nervioso difuso que permite la transmisión de estímulos de manera distribuida por el cuerpo.

El sistema nervioso central de los vertebrados se compone de un cordón nervioso que recorre el cuerpo y se ensancha en la cabeza formando el encéfalo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El sistema nervioso central de los vertebrados incluye el encéfalo y la médula espinal, que son responsables de procesar y coordinar la información del entorno.

En los vertebrados, el sistema nervioso periférico conecta el sistema nervioso central con los órganos y músculos a través de prolongaciones nerviosas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El sistema nervioso periférico extiende las conexiones entre el sistema nervioso central y el resto del cuerpo, incluyendo músculos y órganos.

Los actos reflejos en los vertebrados son respuestas automáticas que requieren la participación del encéfalo para su ejecución.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los actos reflejos se procesan en la médula espinal y no requieren la participación del encéfalo, lo que permite respuestas rápidas y automáticas.

Los vegetales tienen sistemas nerviosos similares a los de los animales para procesar información sobre su entorno.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los vegetales no tienen sistemas nerviosos. En lugar de ello, utilizan señales químicas y hormonas vegetales para coordinar sus respuestas a estímulos.

4.2. FUNCIÓN DE REPRODUCCIÓN.

La reproducción es la función que permite a los seres vivos dejar copias de sí mismos, tener descendientes que impidan que su especie se extinga y desaparezca.

Existen dos tipos principales de reproducción en los seres vivos, tanto en organismos unicelulares como pluricelulares, y tanto en animales como en plantas:

1. **Reproducción asexual**
2. **Reproducción sexual**

Reproducción en los Animales:

En los animales, los métodos de reproducción evolucionan a medida que los organismos se vuelven más complejos. Desde los seres unicelulares hasta los animales invertebrados, y finalmente los vertebrados, la reproducción asexual tiende a desaparecer, predominando la reproducción sexual.

Reproducción asexual en animales:

Este tipo de reproducción es más común en los invertebrados, especialmente en animales más primitivos, como los celentéreos, gusanos y equinodermos. En la reproducción asexual, solo se requiere un individuo para producir descendientes, los cuales son genéticamente idénticos al progenitor. Su función principal no es la mejora genética, sino la producción rápida y eficiente de muchos descendientes en un corto período, lo que es beneficioso en entornos estables.

Reproducción sexual en animales:

La reproducción sexual es el método predominante en todos los grupos de animales. Aunque en los invertebrados más primitivos la reproducción asexual sigue siendo importante, la reproducción sexual adquiere un papel esencial. En este proceso, los gametos masculinos, denominados espermatozoides, se producen en los testículos, mientras que los gametos femeninos, llamados óvulos, se producen en los ovarios. La fusión de estos gametos promueve la variabilidad genética, lo que aumenta la capacidad de adaptación de las especies a su entorno.

Reproducción en los Vegetales:

La reproducción en los vegetales es notablemente más diversa y compleja que en los animales, con métodos únicos que solo se presentan en las plantas. Tanto la reproducción asexual como la sexual están presentes en todos los grupos de plantas, ya sean primitivos o evolucionados.

Reproducción asexual en vegetales:

La reproducción asexual en plantas no implica la fusión de gametos y puede darse de varias formas, entre las más comunes se incluyen:

- ✔ **Propagación vegetativa:** Las plantas pueden generar nuevos individuos a partir de estructuras como estolones (tallos horizontales), rizomas (tallos subterráneos), bulbos o tubérculos, lo que les permite reproducirse de manera rápida y eficiente. Ejemplos incluyen fresas (estolones) y patatas (tubérculos).
- ✔ **Fragmentación:** Algunas plantas pueden regenerar individuos completos a partir de fragmentos de sus tejidos, como en el caso de las begonias.
- ✔ **Esquejes:** Consiste en cortar una parte de la planta (una hoja o rama) y plantarla para que desarrolle raíces, formando una nueva planta.
- ✔ **Partenogénesis:** Aunque es más rara, en algunas plantas una semilla puede formarse sin la fertilización por un gameto masculino.

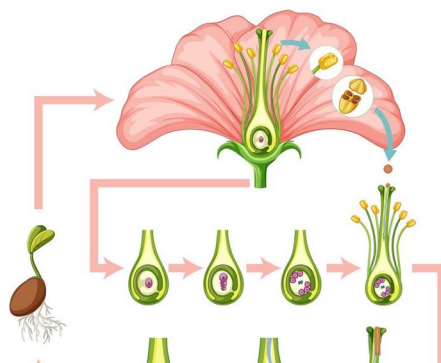


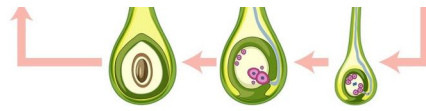
storyset. . Reproducción en animales (CC BY-NC-SA)

Reproducción sexual en vegetales:

La reproducción sexual en plantas implica la fusión de gametos masculinos y femeninos, y este proceso puede ser muy complejo:

- ✔ **Polinización:** En plantas con flores (angiospermas), la polinización es el proceso de transferencia del polen desde los estambres (órgano masculino) al pistilo (órgano femenino). Puede ser realizada por el viento, agua, insectos u otros animales.
- ✔ **Fertilización y formación de semillas:** Una vez que el polen llega al estigma del pistilo, viaja hacia los óvulos donde ocurre la fertilización, lo que da lugar a la formación de semillas que, al madurar, pueden ser dispersadas.
- ✔ **Dispersión de semillas y germinación:** Las semillas pueden dispersarse por diversos medios, como el viento, el agua o animales, para germinar en condiciones favorables y dar lugar a nuevas plantas.





brgfx. Reproducción en vegetales ([CC BY-NC-SA](#))



Autoevaluación

La reproducción asexual en animales requiere la participación de dos individuos para la formación de descendencia.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La reproducción asexual solo necesita un único individuo para producir descendencia, y no implica la fusión de gametos.

En los animales, la reproducción sexual involucra la producción de gametos masculinos y femeninos, como espermatozoides y óvulos, respectivamente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La reproducción sexual en animales implica la producción y unión de gametos masculinos (espermatozoides) y femeninos (óvulos).

La reproducción sexual en animales es menos común en los vertebrados comparado con los invertebrados.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La reproducción sexual es común en todos los grupos animales, incluidos los vertebrados, aunque puede ser más prominente en animales más complejos.

En los vegetales, la reproducción asexual puede ocurrir mediante mecanismos como estolones, rizomas y tubérculos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los vegetales pueden reproducirse asexualmente a través de diversos métodos como estolones, rizomas, bulbos y tubérculos.

La propagación vegetativa en plantas requiere la formación de gametos masculinos y femeninos para la reproducción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La propagación vegetativa no requiere la formación de gametos; se basa en la producción de nuevas plantas a partir de partes vegetativas.

4.2.1. CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE MUSGOS, HELECHOS, GIMNOSPERMAS Y ANGIOSPERMAS.

Las plantas pueden clasificarse según su tipo de reproducción en dos grandes categorías: **reproducción sexual** y **reproducción asexual**.

Tipos de Reproducción en las Plantas:

1. Reproducción Sexual:

Este tipo de reproducción implica la fusión de gametos masculinos y femeninos, generando una nueva planta con una combinación genética de ambos progenitores. Dentro de la reproducción sexual se pueden diferenciar dos grupos principales:

- ✓ **Plantas sin flores:** Este grupo incluye a los **musgos** y **helechos**, que se reproducen mediante **esporas**. Estas plantas no producen flores ni semillas; en su lugar, generan esporas que, al caer en un ambiente adecuado, germinan y forman nuevas plantas.
- ✓ **Plantas con flores:** Estas plantas producen semillas mediante un proceso que involucra la polinización y la fertilización. Se dividen en:
 - ◆ **Gimnospermas:** Plantas que producen semillas desnudas, sin estar protegidas por un fruto. Un ejemplo son los pinos, que tienen conos en lugar de flores.
 - ◆ **Angiospermas:** Son las plantas con flores verdaderas, donde las semillas se desarrollan dentro de un fruto. Este grupo es el más diverso e incluye la mayoría de las plantas que conocemos, como los árboles frutales, flores ornamentales, y muchas plantas de cultivo.

2. Reproducción Asexual:

En este tipo de reproducción, no se produce la fusión de gametos y la descendencia es genéticamente idéntica a la planta madre. Algunos mecanismos comunes de reproducción asexual incluyen:

- ✓ **Propagación vegetativa** mediante estolones, rizomas, bulbos o tubérculos.
- ✓ **Fragmentación** o formación de nuevas plantas a partir de partes de la planta madre, como hojas, tallos o raíces.

Resumen:

Las plantas, según su tipo de reproducción, se dividen en aquellas que se reproducen sexualmente, ya sea mediante esporas o semillas, y aquellas que se reproducen asexualmente, generando clones de sí mismas a través de diferentes estructuras vegetativas. Las plantas con flores, tanto gimnospermas como angiospermas, representan la diversidad más amplia en términos de formas de reproducción sexual.

Musgos (Bryophyta)

- ✓ **Estructura Simple:** Son plantas no vasculares, es decir, carecen de tejidos especializados para el transporte de agua y nutrientes.
- ✓ **Tamaño Pequeño:** Generalmente son plantas pequeñas y suelen formar alfombras en su hábitat.
- ✓ **Ciclo de Vida Dominado por el Gametofito:** La fase dominante del ciclo de vida es el gametofito (fase haploide).
- ✓ **Reproducción por Esporas:** Se reproducen principalmente a través de esporas, que se producen en una cápsula que crece en un esporófito (fase diploide).
- ✓ **Ambiente Húmedo:** Crecen en ambientes húmedos y sombríos, como bosques y zonas húmedas.

Helechos (Pteridophyta)

- ✓ **Plantas Vasculares:** Tienen tejidos vasculares especializados (xilema y floema) que permiten el transporte de agua y nutrientes.
- ✓ **Hojas Compuestas:** Las hojas son usualmente grandes y divididas en segmentos llamados frondes.
- ✓ **Reproducción por Esporas:** También se reproducen por esporas, pero estas se forman en estructuras especializadas llamadas soros situadas en el envés de las hojas.
- ✓ **Ciclo de Vida con Alternancia de Generaciones:** El ciclo de vida incluye una fase dominante de esporófito (fase diploide) y una fase de gametofito (fase haploide), que suele ser más pequeña y menos conspicua.
- ✓ **Ambiente:** Prefieren ambientes húmedos y sombreados, aunque algunas especies pueden adaptarse a condiciones más secas.

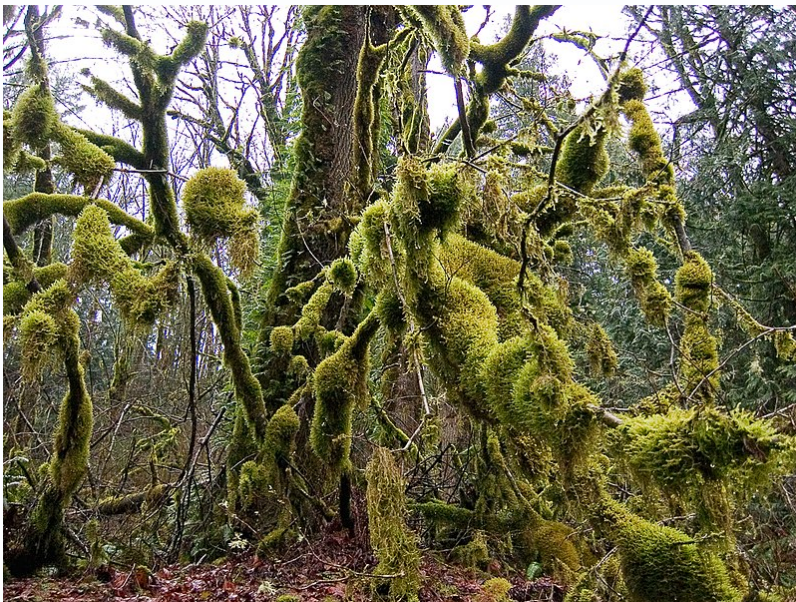
Gimnospermas (Gymnospermae)

- ✓ **Plantas Vasculares con Semillas:** Tienen tejidos vasculares y producen semillas, pero sus semillas no están encerradas en un fruto (a diferencia de las angiospermas).
- ✓ **Semillas Desnudas:** Las semillas se desarrollan en conos o estróbilos y no están rodeadas por un ovario.

- ✓ **Hojas en Forma de Aguja o Escama:** Las hojas suelen ser aciculadas (en forma de aguja) o en forma de escamas.
- ✓ **Ciclo de Vida Dominado por el Esporófito:** La fase dominante es el esporófito (fase diploide), y la fase de gametofito es pequeña y depende del esporófito.
- ✓ **Ejemplos:** Coníferas como pinos, abetos, cipreses y secuoyas son ejemplos típicos.

Angiospermas (Angiospermae)

- ✓ **Plantas Vasculares con Flores:** Son las plantas más avanzadas en términos de estructura y reproducción; producen flores y frutos.
- ✓ **Semillas Envueltas en Fruto:** Las semillas se desarrollan dentro de un ovario que se convierte en fruto.
- ✓ **Diversidad de Hojas y Flores:** Las hojas y flores pueden variar enormemente en forma y tamaño.
- ✓ **Ciclo de Vida con Alternancia de Generaciones:** El ciclo de vida también tiene una fase dominante de esporófito (fase diploide) y una fase de gametofito (fase haploide) en la flor.
- ✓ **Ejemplos:** Incluyen una enorme variedad de plantas, desde hierbas y arbustos hasta árboles, como rosas, manzanas y robles.



MUSGOS



HELECHOS



GIMNOSPERMAS



ANGIOSPERMAS

[Wikipedia](#). Licencia: Dominio público



Autoevaluación

Los musgos y los helechos son plantas con flores que se reproducen por semillas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los musgos y los helechos son plantas sin flores. Ambos tipos de plantas se reproducen por esporas, no por semillas.

Los musgos tienen un ciclo de vida dominado por la fase de esporófito, mientras que los helechos tienen una fase de gametofito dominante.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En los musgos, la fase dominante del ciclo de vida es el gametofito (fase haploide). En los helechos, la fase dominante es el esporófito (fase diploide), y la fase de gametofito es más pequeña.

Los helechos tienen tejidos vasculares especializados, lo que les permite transportar agua y nutrientes de manera eficiente.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los helechos son plantas vasculares que poseen xilema y floema, permitiendo el transporte eficiente de agua y nutrientes.

Las gimnospermas producen semillas desnudas, que no están envueltas en un fruto.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las gimnospermas producen semillas que se desarrollan en conos o estróbilos y no están rodeadas por un ovario que forme un fruto.

Las angiospermas tienen un ciclo de vida dominado por la fase de gametofito.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En las angiospermas, como en todas las plantas con alternancia de generaciones, la fase dominante es el esporófito (fase diploide), y el gametofito (fase haploide) es pequeño y está asociado a la flor.

A. MUSGOS.

Los **musgos** son los vegetales más representativos del grupo de las **Briófitas**, caracterizados por su estructura simple. Estas plantas carecen de vasos conductores, flores y frutos, lo que limita su tamaño y las confina a ambientes muy húmedos y sombríos. A pesar de ello, tienen una notable capacidad para resistir periodos de sequía, recuperándose rápidamente cuando las condiciones mejoran.

Los musgos suelen formar densas **alfombras verdes** que cubren rocas, muros y los bordes de arroyos o fuentes. Su supervivencia y reproducción dependen de un ambiente con alta humedad, esencial para que puedan completar su ciclo vital. Junto a los líquenes, los musgos son **pioneros en la colonización de suelos** en hábitats terrestres, desempeñando un papel crucial en la formación de suelo fértil. Gracias a su acción, contribuyen a crear un sustrato que facilita la posterior instalación de otras plantas, lo que subraya su **gran importancia ecológica** en los ecosistemas donde habitan.



Wikipedia. *Musgo* ([CC BY-NC-SA](#))

[Mostrar](#)

Los musgos

— **Biología y Estructura**

— **Reproducción**

— **Ecología**

— **Adaptaciones**

— **Usos y Aplicaciones**

— **Ejemplos de Especies de Musgos**



Autoevaluación

Los musgos son plantas vasculares que poseen tejidos especializados para el transporte de agua y nutrientes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los musgos son plantas no vasculares, por lo que carecen de tejidos especializados como el xilema y el floema. En lugar de tejidos vasculares, absorben agua y nutrientes a través de todo su cuerpo.

La fase dominante del ciclo de vida de un musgo es el esporófito.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En los musgos, la fase dominante del ciclo de vida es el gametofito, que es la estructura visible que reconocemos como musgo. El esporófito, que produce esporas, es una fase más corta y dependiente del gametofito.

Los musgos pueden reproducirse asexualmente mediante fragmentación o gemas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los musgos tienen la capacidad de reproducirse asexualmente a través de fragmentación y gemas. Esto les permite formar nuevas plantas a partir de partes del organismo original.

Los musgos tienen hojas verdaderas y tallos que permiten la absorción eficiente de agua.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque los musgos tienen estructuras que se asemejan a hojas y tallos, carecen de verdaderos tallos y hojas. Estas estructuras son en realidad células modificadas que ayudan en la absorción de agua y nutrientes.

Los musgos son buenos indicadores ambientales y pueden señalar la calidad del aire y la humedad del suelo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los musgos son sensibles a las condiciones ambientales y se utilizan como indicadores de la calidad del aire y la humedad del suelo debido a su alta sensibilidad a cambios en estos factores.

B. HELECHOS.

Los **helechos** son plantas sin flores ni frutos que prosperan en ambientes sombríos y húmedos, como los bosques o las riberas de cursos de agua. Estos vegetales jugaron un papel importante en la historia geológica, ya que, una vez mineralizados y fosilizados, contribuyeron a la formación del carbón durante la era primaria.

Una de sus características más distintivas son sus **grandes hojas**, conocidas como **frondes**, que están profundamente divididas. En el envés de las frondes se encuentran los **soros**, que son agrupaciones de **esporangios** (pequeñas bolsas donde se desarrollan las esporas), las cuales se encargan de la reproducción asexual.

El **tallo de los helechos** es subterráneo, denominado **rizoma**, y de él emergen raíces finas que permiten la absorción de agua y nutrientes, además de contener tejidos conductores que transportan la savia por la planta. Al igual que los musgos, los helechos dependen del agua para completar su ciclo reproductivo, ya que el agua es necesaria para que los gametos se encuentren y se produzca la fecundación.



Wikipedia. *Helecho* ([CC BY-NC-SA](#))

Mostrar

Los helechos

Características Generales

Tipos de Helechos

Adaptaciones y Usos

Importancia Ecológica



Autoevaluación

¿Cuál es la función principal del rizoma en los helechos?

- ☐ Producción de esporas.
- ☐ Almacenamiento y soporte.
- ☐ Captura de luz.
- ☐ Transporte de agua.

Incorrecto

Correcto. El rizoma es un tallo subterráneo en los helechos que sirve para el almacenamiento de nutrientes y proporciona soporte a la planta. No está directamente relacionado con la producción de esporas, captura de luz o transporte de agua

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Dónde se encuentran los soros en los helechos?

- ☐ En la base de las hojas.

- ☐ En el envés de las frondes.
- ☐ En el tallo subterráneo.
- ☐ En el extremo de las raíces.

Incorrecto

Correcto. Los soros, que contienen los esporangios con las esporas, están localizados en el envés de las frondes (hojas) de los helechos. No se encuentran en la base de las hojas, el tallo subterráneo o el extremo de las raíces.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cómo se reproduce el helecho?

- ☐ Por semillas.
- ☐ Por esporas.
- ☐ Por fragmentación.
- ☐ Por tubérculos.

Incorrecto

Correcto. Los helechos se reproducen a través de esporas, que se encuentran en los soros de sus frondes. No utilizan semillas, fragmentación ni tubérculos para reproducirse.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué tipo de helecho crece sobre otras plantas sin ser parásito?

- ☐ Helecho de roca.
- ☐ Helecho arbóreo.
- ☐ Helecho epífito.
- ☐ Helecho de tierra.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Los helechos epífitos crecen sobre otras plantas, como troncos de árboles, sin ser parásitos. Esto es diferente de los helechos de roca, arbóreos o de tierra, que tienen diferentes hábitats y características.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

C. GIMNOSPERMAS.

La flor de las **gimnospermas**, o **coníferas**, es de estructura simple y se caracteriza por ser **unisexual**, es decir, cada flor es exclusivamente masculina o femenina. A diferencia de otras plantas, las flores de las gimnospermas carecen de pétalos y sépalos.

Las **flores femeninas** forman estructuras conocidas como **conos** o **piñas**, que inicialmente son verdosas y, con el tiempo, se vuelven leñosas y de color marrón. Estas piñas, a menudo mal llamadas frutos, contienen las **semillas** (como los piñones en los pinos) que se liberan cuando las piñas se abren.

Por otro lado, las **flores masculinas** son más pequeñas y contienen sacos llenos de **polen**. Este polen tiene pequeñas estructuras en forma de flotadores que facilitan su dispersión por el viento, un mecanismo clave para la fertilización en este grupo de plantas.



Gimnosperma. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

[Mostrar](#)

Estructuras Reproductivas

Las gimnospermas tienen diferentes tipos de estructuras reproductivas según el grupo al que pertenecen. Los principales grupos son las coníferas (como los pinos y abetos), las cicadófitas, las ginkgoes y las gnetófitas. A continuación te explico cómo es la estructura reproductiva de las coníferas, que son el grupo más conocido de gimnospermas:

- **Coníferas**
- **Conos Masculinos**
- **Conos Femeninos**

Polinización y Fertilización

La polinización en gimnospermas ocurre cuando el polen de los conos masculinos es transportado al cono femenino. Esto puede ocurrir a través del viento (anemofilia) u otros métodos. Aquí está el proceso básico:

- **Polinización**
- **Fertilización**

Desarrollo de la Semilla

Después de la fertilización:

- **Desarrollo del Semen**
- **Liberación de la Semilla**

Ejemplos de Gimnospermas

- **Coníferas**
- **Cicadáceas**
- **Ginkgoáceas**
- **Gnetáceas**



Autoevaluación

¿Qué características tienen las flores femeninas de las gimnospermas?

- ☐ Son grandes, lechosas y se convierten en piñas que sueltan piñones.
- ☐ Son pequeñas, de color verde y se convierten en frutos carnosos.
- ☐ Tienen pétalos y sépalos distintivos y forman cápsulas con semillas.
- ☐ Son unisexuales, sin pétalos ni sépalos, y forman conos que se convierten en espigas.

Correcto. Las flores femeninas de las gimnospermas forman conos grandes y lechosos, llamados piñas, que al abrirse liberan los piñones, las semillas de los pinos.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Dónde se encuentran los conos masculinos en las coníferas?

- ☐ En la parte superior de la planta.
- ☐ En la base de la planta.
- ☐ A lo largo de las ramas intermedias.
- ☐ En las raíces de la planta.

Incorrecto

Correcto. Los conos masculinos suelen estar situados en la parte inferior del árbol o arbusto, y son responsables de la producción y liberación de polen.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cómo se transporta el polen desde los conos masculinos a los conos femeninos en las gimnospermas?

- ☐ Por animales que se alimentan de polen.
- ☐ Por el agua que arrastra el polen.
- ☐ Por el viento (anemofilia).
- ☐ Por el crecimiento de raíces especializadas.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. En las gimnospermas, el polen es transportado principalmente por el viento (anemofilia), lo que facilita la polinización de los conos femeninos.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué función tienen los sacos polínicos en los conos masculinos de las coníferas?

- ☐ Producir óvulos.
- ☐ Contener polen con flotadores para la dispersión.
- ☐ Producir granos de polen, las gametas masculinas.
- ☐ Servir de refugio para las semillas en desarrollo.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. Los sacos polínicos en los conos masculinos contienen granos de polen, que son las gametas masculinas necesarias para la fertilización.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

D. ANGIOPERMAS.

Las partes de la flor de una angiosperma se dividen en estructuras masculinas y femeninas, además de elementos de protección y atracción.

- ✔ La **parte masculina** se compone de los **estambres**, formados por un **filamento** que sostiene las **anteras**, las cuales contienen los sacos de polen.
- ✔ La **parte femenina** se denomina **carpelo**, y está formada por el **estigma** (donde se deposita el polen), el **estilo** (un tubo que conecta el estigma con el ovario), y el **ovario**, donde se encuentran los óvulos que serán fertilizados.
- ✔ Además, la flor posee estructuras de protección y atracción:
 - ➡ El **cáliz**, compuesto por **sépalos** verdes que protegen la flor en desarrollo.
 - ➡ La **corola**, formada por **pétalos** de colores vivos que atraen a los insectos polinizadores.

Dependiendo de la composición de los órganos reproductivos, una flor puede ser:

- ✔ **Masculina**, si solo tiene estambres.
- ✔ **Femenina**, si solo tiene carpelos.
- ✔ **Hermafrodita**, si posee tanto estambres como carpelos en la misma flor, lo que es común en muchas angiospermas.



Angiospermas. [Proyecto Biosfera](#) Autor: Intef. Licencia:CC

Partes Principales de la Flor

- ✔ **Sépalo:** Son las partes exteriores que forman el cáliz. Generalmente, los sépalos son verdes y sirven para proteger el capullo antes de que la flor se abra. En muchas plantas, el cáliz está compuesto por varios sépalos que pueden ser separados o fusionados.
- ✔ **Pétalo:** Se encuentra dentro del cáliz, y suele ser la parte más vistosa de la flor. El

conjunto de pétalos se llama corola. Los pétalos pueden tener diferentes formas, colores y tamaños y sirven principalmente para atraer polinizadores como abejas, aves y mariposas.

- ✓ **Estambres:** Son los órganos reproductores masculinos de la flor. Cada estambre está compuesto por dos partes:
 - ◆ **Antera:** La parte superior donde se produce el polen.
 - ◆ **Filamento:** El tallo que sostiene la antera.
- ✓ **Pistilo (o Carpel):** Es el órgano reproductor femenino de la flor y suele estar ubicado en el centro. El pistilo puede ser simple (un solo carpelo) o compuesto (varios carpelos fusionados). Está compuesto por:
 - ◆ **Estigma:** La parte superior pegajosa donde el polen se adhiere.
 - ◆ **Estilo:** Un tubo que conecta el estigma con el ovario.
 - ◆ **Ovario:** La estructura que contiene los óvulos. Después de la fertilización, el ovario se desarrolla en el fruto.

Tipos de Flores

- ✓ **Flores Perfectas:** Tienen tanto estambres como pistilos, lo que las hace completas para la reproducción.
- ✓ **Flores Imperfectas:** Carecen de uno de los dos órganos reproductores (o sólo tienen estambres o sólo pistilos). Las flores imperfectas pueden ser masculinas o femeninas.

Tipos de Inflorescencias

Las flores pueden agruparse de diversas maneras en una planta:

- ✓ **Racimo:** Un tipo de inflorescencia en la que las flores están dispuestas a lo largo de un eje central.
- ✓ **Umbela:** Las flores se sitúan en el extremo de un eje común, como una sombrilla.
- ✓ **Cima:** Una inflorescencia con un crecimiento de la flor en la parte superior, donde las flores más jóvenes están en la parte superior del tallo.

Reproducción en Angiospermas

La reproducción en angiospermas generalmente involucra dos procesos clave:

- ✓ **Polinización:** La transferencia de polen desde la antera hasta el estigma. Puede ser realizada por el viento, el agua, o por animales polinizadores.
- ✓ **Fertilización:** El polen viaja a través del estilo hasta el ovario, donde fertiliza los óvulos. Luego, el óvulo fertilizado se convierte en una semilla, y el ovario se desarrolla en un fruto que protege las semillas.

Estructuras Asociadas

- ✓ **Nectarios:** Glándulas que producen néctar para atraer a los polinizadores.
- ✓ **Óvulos:** Estructuras dentro del ovario que se desarrollarán en semillas tras la fertilización.

Cada una de estas partes y sus variaciones permiten una increíble diversidad en las flores y sus métodos de reproducción, adaptándose a diferentes ambientes y tipos de polinizadores.



Autoevaluación

Los estambres son la parte femenina de la flor y están formados por el estigma, el estilo y el ovario.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los estambres son la parte masculina de la flor. Están compuestos por filamentos y anteras, que producen el polen. La parte femenina de la flor está formada por el pistilo o carpelo, que incluye el estigma, el estilo y el ovario.

El cáliz está formado por los pétalos de la flor y tiene la función principal de atraer a los polinizadores.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El cáliz está formado por los sépalos, no por los pétalos. Los sépalos son las partes exteriores de la flor y protegen el capullo. Los pétalos, que forman la corola, son los que suelen atraer a los polinizadores.

Una flor hermafrodita contiene tanto estambres como carpelos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las flores hermafroditas tienen ambos órganos reproductores: estambres (parte masculina) y carpelos (parte femenina) en la misma flor, lo que les permite realizar la reproducción sexual.

Las flores imperfectas carecen de uno de los dos órganos reproductores, por lo que pueden ser masculinas o femeninas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las flores imperfectas tienen sólo uno de los dos órganos reproductores. Si tienen estambres pero no carpelos, son masculinas. Si tienen carpelos pero no estambres, son femeninas.

El pistilo de una flor es la parte que contiene los óvulos y se desarrolla en el fruto después de la fertilización.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El pistilo, también conocido como carpelo, contiene el estigma, el estilo y el ovario. Después de la fertilización, el ovario se convierte en el fruto, y los óvulos en semillas.

4.3. FUNCIÓN DE NUTRICIÓN



vectorjuice. Función de la nutrición (CC BY-NC-SA)

Una de las funciones vitales de los seres vivos es la Nutrición, destacamos dos tipos de Nutrición:

- ✓ **Nutrición autótrofa.** Es la que realizan los vegetales. Vamos a analizar este tipo de nutrición, debido a su importancia para el conjunto de los seres vivos.
- ✓ **Nutrición heterótrofa.** Los animales para vivir necesitan energía, pero no pueden tomarla del sol directamente. Sólo pueden obtener la energía de la transformación de los alimentos y del oxígeno que toman del aire. Así se realiza la nutrición heterótrofa.

Nutrición Autótrofa

La **nutrición autótrofa** es un proceso mediante el cual los organismos obtienen sus nutrientes a partir de sustancias inorgánicas y una fuente de energía para producir compuestos orgánicos. Los principales organismos que realizan nutrición autótrofa son las plantas, algunas bacterias y algas. Vamos a desglosar este proceso:

1. Fotosíntesis:

La mayoría de los organismos autótrofos, especialmente las plantas, utilizan la fotosíntesis para producir su alimento. La fotosíntesis es un proceso en el cual la energía solar es convertida en energía química. Este proceso ocurre principalmente en las hojas de las plantas en los cloroplastos, que contienen clorofila.

Fórmula general de la fotosíntesis:



Donde:

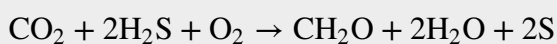
- ✓ **CO₂** (dióxido de carbono) y **H₂O** (agua) son los reactivos.
- ✓ **C₆H₁₂O₆** (glucosa) es el producto orgánico que sirve de alimento para la planta.
- ✓ **O₂** (oxígeno) es el subproducto que se libera al ambiente.
- ✓ **Captura de Energía Solar:** La fotosíntesis comienza cuando las plantas (y otros organismos fotosintéticos como algas y algunas bacterias) capturan la luz solar. Esta energía es absorbida por la clorofila, un pigmento verde presente en los cloroplastos de las células vegetales.
- ✓ **Conversión de Energía:** La energía solar capturada es utilizada para dividir las moléculas de agua (**H₂O**) en oxígeno (**O₂**), protones y electrones. Este proceso ocurre en los tilacoides de los cloroplastos y se conoce como la fase luminosa de la fotosíntesis.
- ✓ **Producción de Energía Química:** Los electrones y protones generados en la fase luminosa se utilizan para convertir el dióxido de carbono (**CO₂**) del aire en glucosa (**C₆H₁₂O₆**) a través del ciclo de Calvin, que ocurre en el estroma de los cloroplastos. La glucosa sirve como fuente de energía y material para el crecimiento de la planta.

Importancia:

- ✓ **Generación de Oxígeno:** La fotosíntesis produce oxígeno como un subproducto, que es esencial para la respiración de los organismos aeróbicos.
- ✓ **Base de las Cadenas Alimenticias:** Los autótrofos, como las plantas, son la base de las cadenas alimenticias, ya que convierten la energía solar en biomasa que otros organismos (heterótrofos) consumen.

2. Quimiosíntesis:

Algunos organismos, como ciertas bacterias, realizan quimiosíntesis, un proceso similar a la fotosíntesis pero en lugar de usar luz solar, utilizan energía química obtenida de la oxidación de sustancias inorgánicas (como el sulfuro de hidrógeno o el amoníaco) para producir compuestos orgánicos.

Fórmula general para la quimiosíntesis usando sulfuro de hidrógeno:**Donde:**

- ✓ **CO₂** es el dióxido de carbono.
- ✓ **H₂S** es el sulfuro de hidrógeno.
- ✓ **CH₂O** es un compuesto orgánico (glucosa u otro carbohidrato).
- ✓ **S** es el azufre que se libera.
- ✓ **Obtención de Energía:** Las bacterias quimiosintéticas obtienen energía a partir de la oxidación de compuestos inorgánicos, como el sulfuro de hidrógeno (**H₂S**), el amoníaco (**NH₃**) o el hierro ferroso (**Fe²⁺**).
- ✓ **Conversión en Biomasa:** La energía química obtenida se usa para fijar el dióxido de carbono (**CO₂**) en compuestos orgánicos, similar al ciclo de Calvin en la

fotosíntesis, pero utilizando energía química en lugar de luz solar.

Ejemplo:

- ✓ **Bacterias Sulfobacterias:** Estas bacterias viven en ambientes extremos como los fondos marinos cerca de fuentes hidrotermales y pueden utilizar el sulfuro de hidrógeno para obtener energía.

Importancia:

- ✓ **Ecosistemas Extremófilos:** Las bacterias quimiosintéticas pueden vivir en ambientes sin luz solar, como las profundidades oceánicas, y son la base de los ecosistemas en estos hábitats extremos.

Nutrición Heterótrofa

La **nutrición heterótrofa** es el proceso mediante el cual los organismos obtienen su energía y nutrientes a partir de compuestos orgánicos que ya han sido producidos por otros organismos. A diferencia de los autótrofos, los heterótrofos no pueden sintetizar sus propios alimentos a partir de sustancias inorgánicas. Este tipo de nutrición es característico de los animales, hongos y la mayoría de los microorganismos.

1. Tipos de Nutrición Heterótrofa

Holozoica:

- ✓ **Ingestión:** Los animales, incluidos los humanos, ingieren alimentos sólidos que son más complejos y deben ser descompuestos en moléculas más simples.
- ✓ **Digestión:** La digestión puede ser mecánica (como masticar) y química (como la acción de enzimas). Los alimentos se descomponen en moléculas pequeñas como aminoácidos, monosacáridos y ácidos grasos.
- ✓ **Absorción:** Las moléculas pequeñas son absorbidas a través de las paredes del tracto digestivo hacia el sistema circulatorio.
- ✓ **Asimilación:** Los nutrientes absorbidos son utilizados por las células para producir energía, crecer y reparar tejidos.
- ✓ **Excreción:** Los desechos no digeridos y los productos de desecho metabólico son eliminados del cuerpo.

Saprófita:

- ✓ **Descomposición:** Los hongos y algunos microorganismos descomponen materia orgánica muerta, como hojas y cadáveres, desintegrándola en compuestos más simples.
- ✓ **Absorción:** Estos desechos descompuestos son absorbidos por los hongos a

través de sus hifas, y los nutrientes se utilizan para el crecimiento y reproducción de los hongos.

Parásita:

- ✓ **Obtención de Nutrientes:** Los parásitos obtienen nutrientes directamente del cuerpo de un organismo huésped. Esto puede implicar alimentarse de fluidos corporales o de tejidos.
- ✓ **Daño al Huésped:** Los parásitos a menudo causan daño a su huésped, que puede variar desde síntomas menores hasta enfermedades graves.

2. Proceso de Digestión en Animales

- ✓ **Ingestión:** Los alimentos entran en el tracto digestivo a través de la boca y pasan por la esófago hasta el estómago o el intestino.
- ✓ **Digestión Mecánica y Química:** En el estómago, los alimentos son mezclados y descompuestos químicamente con enzimas digestivas. En el intestino, la digestión continúa y los nutrientes se descomponen en formas absorbibles.
- ✓ **Absorción:** En el intestino delgado, los nutrientes descompuestos son absorbidos a través de la pared intestinal hacia el torrente sanguíneo.
- ✓ **Transporte y Asimilación:** Los nutrientes transportados en la sangre son utilizados por las células del cuerpo para diversas funciones, incluyendo la producción de energía (a través de la respiración celular), crecimiento, y reparación de tejidos.
- ✓ **Eliminación de Desechos:** Los restos no digeridos y los productos de desecho son eliminados del cuerpo a través del recto y el ano.

Importancia:

- ✓ **Energía y Nutrientes:** Los heterótrofos dependen de los autótrofos para obtener energía y nutrientes, ya que no pueden fabricar su propio alimento.
- ✓ **Reciclaje de Nutrientes:** Los saprófitos juegan un papel crucial en el reciclaje de nutrientes al descomponer materia orgánica y devolver los nutrientes al suelo.

Importancia de la Nutrición

- ✓ **Para la nutrición autótrofa:** La fotosíntesis y la quimiosíntesis son fundamentales para la vida en la Tierra porque producen el oxígeno necesario para la respiración de todos los seres vivos y forman la base de las cadenas alimenticias.
- ✓ **Para la nutrición heterótrofa:** Los organismos heterótrofos dependen de los productores primarios (autótrofos) para obtener energía y nutrientes. Además, los procesos de descomposición y reciclaje de nutrientes realizados por saprófitos y

parásitos son esenciales para la salud de los ecosistemas.

Ambos tipos de nutrición son esenciales para el equilibrio y la sostenibilidad de los ecosistemas, garantizando que la energía y los nutrientes fluyan y se reciclen en la naturaleza.



Autoevaluación

La nutrición autótrofa permite a los organismos obtener nutrientes a partir de compuestos orgánicos que han sido producidos por otros seres vivos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La nutrición autótrofa permite a los organismos obtener nutrientes a partir de sustancias inorgánicas y una fuente de energía, como la luz solar o compuestos químicos, para producir compuestos orgánicos. La nutrición heterótrofa, en cambio, depende de compuestos orgánicos producidos por otros organismos.

En la fotosíntesis, el dióxido de carbono y el agua se convierten en glucosa y oxígeno con la ayuda de la luz solar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La fotosíntesis convierte dióxido de carbono y agua en glucosa y oxígeno utilizando la energía de la luz solar. Esta conversión ocurre en los cloroplastos de las células vegetales.

Los organismos quimiosintéticos utilizan luz solar para producir compuestos orgánicos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los organismos quimiosintéticos obtienen energía a partir de la oxidación de compuestos inorgánicos, no de la luz solar. Utilizan esta energía para fijar el dióxido de carbono en compuestos orgánicos.

Las bacterias sulfobacterias son un ejemplo de organismos que realizan quimiosíntesis en ambientes extremos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las bacterias sulfobacterias viven en ambientes sin luz solar, como los fondos marinos cerca de fuentes hidrotermales, y realizan quimiosíntesis utilizando compuestos como el sulfuro de hidrógeno.

La digestión mecánica y química de los alimentos ocurre principalmente en el intestino delgado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La digestión mecánica y química de los alimentos ocurre principalmente en el estómago y el intestino delgado. El estómago realiza una digestión mecánica y química inicial, mientras que el intestino delgado continúa la digestión y absorbe los nutrientes.

4.3.1. NUTRICIÓN AUTÓTROFA

La nutrición de las plantas consiste en obtener materia y energía a partir de sustancias inorgánicas, como el agua y las sales minerales, a través de un proceso llamado **fotosíntesis**. Para realizar este proceso, las plantas requieren luz solar y **clorofila**, un pigmento presente en las partes verdes de la planta, principalmente en las hojas.

Las **raíces** son responsables de absorber el agua y las sales minerales del suelo. Estas sustancias, conocidas como **savia bruta**, son transportadas hacia las hojas a través del **xilema**, un tejido conductor que recorre todo el tallo de la planta. En las hojas, las plantas capturan el **dióxido de carbono (CO₂)** del aire mediante pequeños poros llamados **estomas**.

Además de anclar la planta al suelo, la raíz juega un papel crucial en la absorción de agua y nutrientes, gracias a unos finos pelillos que se encuentran en la **zona pilífera**. Una vez que el agua y las sales llegan a las hojas, se produce la fotosíntesis, donde la energía solar se utiliza para convertir el CO₂ y el agua en **glucosa** y oxígeno. Los productos sintetizados en la fotosíntesis, principalmente glucosa, se distribuyen desde las hojas a todas las partes de la planta a través del **floema**, otro tejido conductor.

El **ascenso de la savia bruta** desde las raíces hasta las hojas se produce gracias a la **transpiración**, que es la pérdida de agua en forma de vapor a través de las hojas. Este proceso genera una fuerza de succión que impulsa el agua y los nutrientes hacia arriba, completando el ciclo de la nutrición en las plantas.



freepik.. La nutrición autótrofa (CC BY-NC-SA)

Una vez que las sustancias inorgánicas, como el agua y las sales minerales, llegan a las hojas, estas absorben el **dióxido de carbono (CO₂)** del aire a través de los **estomas**, pequeños poros en la superficie de las hojas. En los **cloroplastos**, utilizando la energía del sol, se produce la **fotosíntesis**, que transforma la **savia bruta** (agua y sales) en **savia elaborada**, rica en azúcares y otros compuestos orgánicos. Esta savia elaborada, que contiene los nutrientes esenciales para la planta, es transportada al resto del vegetal mediante el **floema**.

Una vez que la planta ha sintetizado los compuestos orgánicos a través de la fotosíntesis, debe utilizarlos para realizar sus funciones vitales. Los vegetales requieren energía para crecer, producir flores, reemplazar hojas marchitas y llevar a cabo otras actividades metabólicas. Esa energía proviene del uso de los azúcares y otros productos generados en la fotosíntesis. Estos compuestos orgánicos son procesados en las **mitocondrias** de las células mediante la **respiración celular**, un proceso que, en presencia de oxígeno, convierte la materia orgánica en **energía** (en forma de ATP) y **dióxido de carbono (CO₂)** como subproducto.

Recuerda: Este proceso es similar al que ocurre en los animales, con la diferencia de que los animales obtienen la materia orgánica de otros seres vivos, mientras que las plantas la fabrican a través de la fotosíntesis.



Autoevaluación

La nutrición autótrofa en las plantas requiere de la presencia de luz solar y clorofila, que se encuentra en las partes verdes de la planta.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La nutrición autótrofa en las plantas, específicamente la fotosíntesis, requiere luz solar y clorofila. La clorofila está presente en los cloroplastos de las partes verdes de la planta, donde ocurre la fotosíntesis.

Las raíces absorben agua y sales minerales del suelo, que se transportan a las hojas a través del floema.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El agua y las sales minerales son absorbidos por las raíces y transportados a las hojas a través del xilema, no del floema. El floema transporta la savia elaborada, rica en azúcares, desde las hojas a otras partes de la planta.

El xilema es responsable de transportar la savia elaborada desde las hojas al resto del vegetal.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El xilema transporta agua y sales minerales desde las raíces hacia las hojas. La savia elaborada, rica en azúcares, es transportada por el floema desde las hojas al resto del vegetal.

La evaporación del agua en las hojas, conocida como transpiración, proporciona la fuerza necesaria para el ascenso de la savia bruta desde las raíces hasta las hojas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La transpiración en las hojas genera una fuerza que ayuda a ascender la savia bruta desde las raíces a través del xilema, facilitando el transporte de

agua y sales minerales.

La fotosíntesis convierte la savia bruta en savia elaborada utilizando el dióxido de carbono del aire y la energía solar en los cloroplastos de las hojas.

☐ Verdadero ☐ Falso

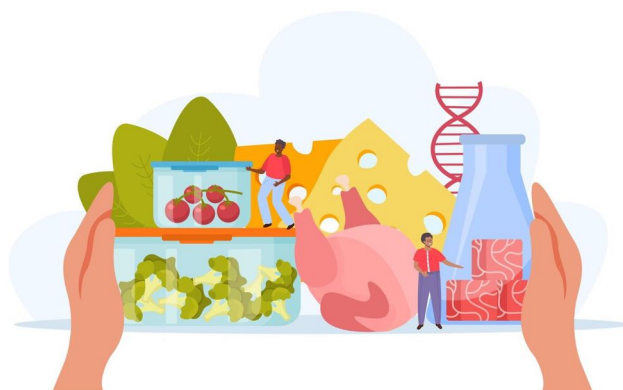
Verdadero

En la fotosíntesis, la savia bruta (compuesta de agua y sales minerales) se convierte en savia elaborada (rica en azúcares) utilizando el dióxido de carbono y la energía solar en los cloroplastos de las hojas.

4.3.2. NUTRICIÓN HETERÓTROFA

Los **animales** necesitan energía para sobrevivir, pero a diferencia de las plantas, no pueden obtenerla directamente del sol. En su lugar, obtienen la energía mediante la **transformación de los alimentos** que consumen, combinada con el **oxígeno** que respiran del aire. Este proceso, conocido como **nutrición heterótrofa**, les permite descomponer los nutrientes orgánicos y convertirlos en energía utilizable para sus funciones vitales.

Los seres unicelulares tienen un proceso de nutrición relativamente simple, ya que obtienen directamente del medio las sustancias que necesitan para sobrevivir. Sin embargo, en los seres pluricelulares, este proceso es más complejo. Debido a la mayor organización de sus cuerpos, no todas las células tienen acceso directo al medio externo. Para solucionar esto, las células se especializan y forman **tejidos**, que a su vez se agrupan en **órganos**. Estos órganos, organizados en **aparatos o sistemas**, cumplen funciones específicas dentro del organismo, permitiendo que todas las células reciban los nutrientes necesarios para su funcionamiento.



macrovector... La nutrición heterótrofa (CC BY-NC-SA)

Los principales aparatos que intervienen en la función de nutrición de los animales son:

- ✓ **Aparato Digestivo:** Se encarga de procesar los alimentos y transformarlos en nutrientes que las células pueden utilizar para obtener energía y construir sus estructuras.
- ✓ **Aparato Respiratorio:** Permite la absorción de **oxígeno**, esencial para la respiración celular, y la eliminación del **dióxido de carbono**, un subproducto de este proceso.
- ✓ **Aparato Excretor:** Su función es eliminar del organismo las sustancias de desecho y tóxicas producidas durante el metabolismo celular.
- ✓ **Aparato Circulatorio:** Distribuye los nutrientes y el oxígeno a todas las células del cuerpo, y recoge los residuos y el dióxido de carbono para transportarlos a los órganos encargados de eliminarlos del cuerpo.

Este conjunto de aparatos y sistemas asegura que las células de los organismos pluricelulares reciban lo necesario para mantener sus funciones vitales y contribuyan al equilibrio y buen funcionamiento del organismo completo.

Aquí tienes un esquema resumen que explica las diferencias entre la **nutrición autótrofa** y la **nutrición heterótrofa** en los seres vivos:

Nutrición Autótrofa:

- ✓ **Organismos:** Plantas, algas, algunas bacterias.
- ✓ **Fuente de energía:** Luz solar (fotosíntesis) o compuestos químicos (quimiosíntesis).
- ✓ **Proceso:**
 - ➡ Captan **sustancias inorgánicas** (agua, dióxido de carbono, sales minerales).
 - ➡ Usan la **energía solar** o **energía química** para producir **compuestos orgánicos** (glucosa).
 - ➡ Principal proceso: **Fotosíntesis** (en plantas y algas) o **quimiosíntesis** (en bacterias).
- ✓ **Productos:** Glucosa (como fuente de energía), oxígeno (en la fotosíntesis).
- ✓ **Independencia:** Pueden producir su propio alimento sin depender de otros seres vivos.
- ✓ **Ejemplo:** Las plantas convierten la energía solar en glucosa a través de la fotosíntesis.

Nutrición Heterótrofa:

- ✓ **Organismos:** Animales, hongos, la mayoría de bacterias y protozoos.
- ✓ **Fuente de energía:** **Compuestos orgánicos** que obtienen de otros seres vivos.
- ✓ **Proceso:**
 - ➡ Ingerir alimentos **orgánicos** (plantas o animales).
 - ➡ Los alimentos se **descomponen** en nutrientes simples mediante digestión.
 - ➡ Los nutrientes son usados para **producir energía** a través de la **respiración celular**.
- ✓ **Productos:** Dióxido de carbono, agua, energía (ATP).
- ✓ **Dependencia:** Necesitan obtener su alimento de otros seres vivos, ya que no pueden producirlo.
- ✓ **Ejemplo:** Los animales ingieren plantas o presas y obtienen energía de su descomposición.



Debes conocer

Diferencias clave:

✓ Producción de alimento:

- ➡ Autótrofos: Producen su propio alimento.
- ➡ Heterótrofos: Consumen alimentos ya producidos por otros seres vivos.

✓ Fuente de energía:

- ➡ Autótrofos: Luz solar o compuestos químicos.
- ➡ Heterótrofos: Materia orgánica de otros organismos.

✓ Ejemplo típico:

- ➡ Autótrofos: Plantas, algas.
- ➡ Heterótrofos: Animales, hongos.

Ponte a prueba



Caso práctico

Define biodiversidad y los motivos para conservarla.

Mostrar retroalimentación

Definición de Biodiversidad:

La **biodiversidad** se refiere a la variedad de vida en la Tierra en todos sus niveles, incluyendo la diversidad de **especies** (animales, plantas, hongos, microorganismos), la **diversidad genética** dentro de esas especies y la **diversidad de ecosistemas** en los que viven. La biodiversidad no solo abarca la riqueza de especies, sino también las complejas relaciones entre ellas y con su entorno, lo que da lugar a sistemas ecológicos interdependientes y funcionales.

Motivos para Conservar la Biodiversidad:

Mantenimiento de los Ecosistemas:

La biodiversidad asegura la estabilidad y funcionamiento de los ecosistemas. Cada especie juega un papel fundamental en su entorno, y la pérdida de una puede alterar el equilibrio de todo el ecosistema. Ecosistemas sanos y diversos proporcionan servicios vitales como la purificación del agua, la polinización de cultivos, la regulación del clima, y el reciclaje de nutrientes.

Sostenibilidad de Recursos Naturales:

La biodiversidad es crucial para la provisión de recursos esenciales para la supervivencia humana, como **alimentos**, **medicamentos**, **materias primas** y **combustibles**. Muchas especies vegetales y animales son fuentes de alimentos, y gran parte de los medicamentos modernos provienen de compuestos descubiertos en organismos naturales.

Adaptación al Cambio Climático:

Ecosistemas diversos tienen una mayor capacidad para adaptarse a los cambios ambientales, incluidos los efectos del cambio climático. Mantener la biodiversidad ayuda a los ecosistemas a ser más resilientes frente a fenómenos como sequías, inundaciones y otras alteraciones.

Valor Económico:

La biodiversidad contribuye directamente a sectores económicos importantes como la **agricultura**, la **pesca**, el **turismo** y la **silvicultura**. La degradación de los ecosistemas y la pérdida de biodiversidad pueden impactar negativamente en estos sectores, comprometiendo las economías locales y globales.

Valor Cultural y Estético:

Muchas culturas tienen fuertes lazos con la biodiversidad a través de tradiciones, creencias y actividades recreativas. Además, la naturaleza tiene un valor estético intrínseco, y la biodiversidad enriquece la belleza y el disfrute del mundo natural.

Preservación de la Diversidad Genética:

La diversidad genética dentro de las especies permite que los organismos se adapten a las condiciones cambiantes. Esta variabilidad es clave para la evolución y la supervivencia a largo plazo de las especies, incluida la nuestra.

Ética y Responsabilidad:

Tenemos una responsabilidad ética de proteger la biodiversidad y respetar todas las formas de vida. Todas las especies tienen derecho a existir y cumplir su papel en la naturaleza, independientemente de su valor económico o utilitario para los humanos.

Respuesta:

Conservar la biodiversidad es esencial no solo para el funcionamiento de los ecosistemas, sino también para nuestra propia supervivencia y bienestar. La

biodiversidad garantiza que los ecosistemas permanezcan equilibrados y que continúen proporcionando recursos y servicios cruciales para la humanidad. Además de su valor económico, la biodiversidad tiene un profundo valor cultural, ético y estético, lo que hace que su conservación sea fundamental para las generaciones presentes y futuras.

Licencia: licencia propietaria

Tema 6. Investigación Científica.



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



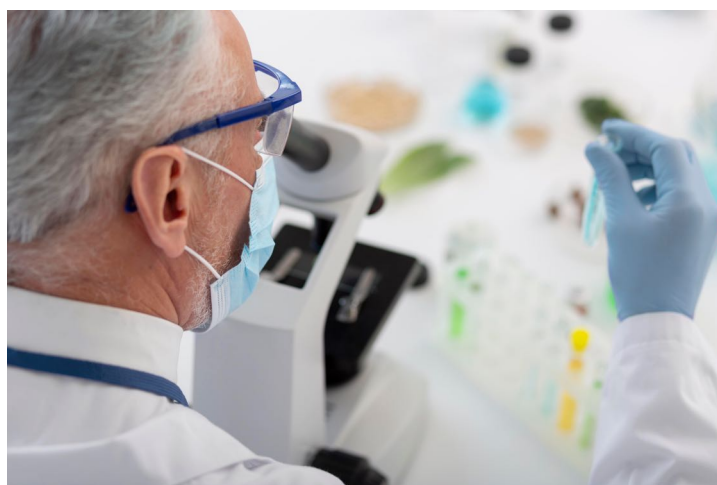
Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

La investigación científica en el ámbito de la química permite entender las transformaciones que ocurren en la materia, clasificándose en cambios físicos y químicos. Los cambios físicos no alteran la composición de las sustancias, mientras que las transformaciones químicas implican reacciones donde se forman nuevas sustancias, lo cual se expresa mediante ecuaciones químicas que deben ajustarse para cumplir con la ley de conservación de la masa. Este principio fundamental asegura que la masa total de los reactivos sea igual a la de los productos.

Las reacciones químicas se dividen en diversas categorías, como reacciones de síntesis, descomposición, desplazamiento y combustión, cada una con aplicaciones prácticas en la industria química. La investigación y desarrollo (I+D+i) desempeñan un papel crucial en sectores como el farmacéutico, alimentario y energético, promoviendo innovaciones que mejoran la calidad de vida y optimizan procesos industriales. Así, la química no solo es una disciplina científica, sino un pilar fundamental en la evolución tecnológica y social de nuestra era.



Freepik. Investigación ([CC BY-NC-SA](#))

1. Transformaciones químicas

Las **transformaciones químicas** son procesos en los que una o más sustancias se convierten en una o más sustancias diferentes mediante la reorganización de átomos y enlaces químicos, resultando en la formación de nuevos productos con propiedades distintas.

Ejemplo: La combustión del metano (CH_4) con oxígeno (O_2) produce dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O): $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

Utilidad y Aplicación: Las transformaciones químicas son esenciales para entender y controlar procesos industriales, como la producción de materiales y energía, así como en aplicaciones cotidianas como la fabricación de productos de limpieza, alimentos y medicamentos. Su estudio permite optimizar estos procesos y desarrollar nuevas tecnologías.

1.1. Cambios físicos y químicos

Cambio físico: Es cualquier alteración en la forma o estado de una sustancia que no afecta su composición química, es decir, no se forman nuevas sustancias. Ejemplos comunes incluyen los cambios de estado (como la fusión o la evaporación) y las disoluciones.

Cambio químico: Es un proceso en el que una o más sustancias se transforman en una o más sustancias diferentes, con propiedades distintas a las originales. Ejemplos incluyen la oxidación de un metal y la combustión de un material.

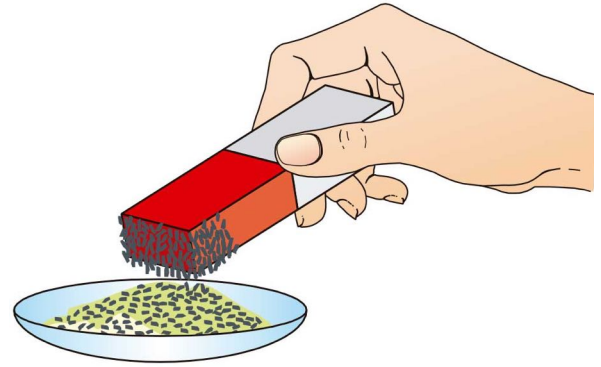


Imagen 1: Separación de una mezcla de azufre y limaduras de hierro.
Fuente: blinklearning Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplo práctico:

- ✓ **Cambio físico:** Mezclar azufre y limaduras de hierro produce una mezcla en la que se pueden separar las limaduras con un imán, ya que no se han formado nuevas sustancias.
- ✓ **Cambio químico:** Calentar una mezcla de azufre y hierro produce un sólido de color pardo oscuro, diferente en propiedades a los componentes originales, indicando la formación de nuevas sustancias.

Utilidad y Aplicación: Comprender la diferencia entre cambios físicos y químicos es esencial para la manipulación de materiales en laboratorios y procesos industriales, así como para aplicaciones en la vida cotidiana, como en la fabricación de productos, tratamiento de materiales y reciclaje.



Ejercicio 1

Clasifica los siguientes cambios en físicos o químicos:

- Quemar alcohol con una cerilla.
- Derretir mantequilla en una sartén.
- Se “quema” una rebanada de pan olvidada en la tostadora.
- Evaporación del agua.

Mostrar retroalimentación

Aquí está la clasificación de los cambios:

- Quemar alcohol con una cerilla: Cambio químico. El alcohol se transforma en otras sustancias (como dióxido de carbono y agua) al reaccionar con el oxígeno durante la combustión.
- Derretir mantequilla en una sartén: Cambio físico. La mantequilla pasa de sólido a líquido, pero su composición química permanece igual.

c) Se “quema” una rebanada de pan olvidada en la tostadora: Cambio químico. El pan se quema y se transforma en sustancias diferentes debido a la reacción química que ocurre a alta temperatura (como la formación de carbón).

d) Evaporación del agua: Cambio físico. El agua cambia de estado de líquido a vapor, pero sigue siendo agua (H_2O) y no se forman nuevas sustancias.

1.2. Reacción química y ecuaciones químicas

Una **reacción química** es un proceso en el que una o más sustancias, denominadas **reactivos**, se transforman en nuevas sustancias, llamadas **productos**. Durante este proceso, los enlaces entre los átomos de los reactivos se rompen y se forman nuevos enlaces, creando compuestos diferentes. Aunque los átomos permanecen igual, se reorganizan en nuevas combinaciones.

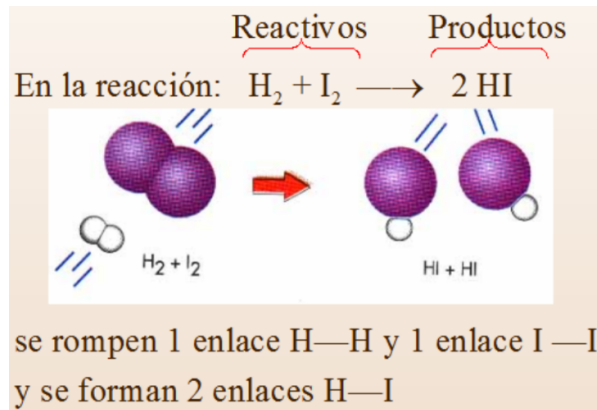


Imagen 2: Ejemplo de una reacción química.

Fuente: [monografías](#) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Representación de Reacciones Químicas:

Las reacciones químicas se representan mediante **ecuaciones químicas**. Estas ecuaciones constan de dos partes, separadas por una flecha que indica la dirección de la reacción. En el lado izquierdo de la flecha se encuentran las fórmulas de los reactivos, y en el lado derecho, las fórmulas de los productos. Si hay más de un reactivo o producto, sus fórmulas se separan con el signo +.

Forma general: $A + B \rightarrow C + D$

Aquí, **A** y **B** son los reactivos, y **C** y **D** son los productos. La flecha $\rightarrow$ indica que la reacción es **irreversible**, es decir, los productos no se combinan entre sí para regenerar los reactivos.

Ejemplo: $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ Esta ecuación muestra que el carbono (**C**) reacciona con oxígeno (**O₂**) para formar dióxido de carbono (**CO₂**).

En las ecuaciones químicas:

- ✓ El signo + se lee como "reacciona con".
- ✓ La flecha $\rightarrow$ significa "para formar".

Reacciones Reversibles: En algunas reacciones, los productos pueden reaccionar entre sí para formar los reactivos originales. Estas se indican con una **doble flecha**.

Forma general: $A + B \leftrightarrow C + D$

Ejemplo: $\text{PCl}_5 \leftrightarrow \text{PCl}_3 + \text{Cl}_2$

Símbolos de Estado:

- ✓ (s): sólido
- ✓ (l): líquido
- ✓ (g): gaseoso
- ✓ (aq): acuoso (disuelto en agua)

Ejemplo con símbolos de estado: $\text{C}(s) + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g)$ Aquí, el carbono (**C**) está en estado sólido, mientras que tanto el oxígeno (**O₂**) como el dióxido de carbono (**CO₂**) están en estado gaseoso.

Símbolos adicionales:

- ✓ ↑: Indica la liberación de gas.
- ✓ ↓: Indica la formación de un precipitado sólido.

Estos símbolos y notaciones permiten representar con precisión las reacciones químicas y entender mejor los procesos que ocurren durante las transformaciones químicas.



Autoevaluación

Las ecuaciones químicas representan las reacciones químicas mediante dos partes separadas por una flecha.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La ecuación química muestra los reactivos a la izquierda y los productos a la derecha de la flecha.

La flecha en una ecuación química reversible se representa como una flecha simple hacia la derecha.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En las reacciones reversibles, se utiliza una doble flecha ($\leftrightarrow$) para indicar que los productos pueden reaccionar entre sí para regenerar los reactivos.

El símbolo (g) en una ecuación química indica que la sustancia está en estado líquido.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El símbolo (g) indica que la sustancia está en estado gaseoso.

En una ecuación química, el símbolo (aq) se utiliza para indicar que una sustancia está disuelta en agua.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El símbolo (aq) o (ac) se usa para representar sustancias disueltas en agua.

La flecha hacia arriba ($\uparrow$) en una ecuación química indica la formación de un precipitado sólido.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La flecha hacia arriba ($\uparrow$) indica la liberación de un gas, mientras que la flecha hacia abajo ($\downarrow$) señala la formación de un precipitado sólido.

Los coeficientes en una ecuación química indican el número de moles de cada reactivo o producto involucrado en la reacción.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los coeficientes en las ecuaciones químicas representan la cantidad de moles de cada sustancia que participa en la reacción.

El término "catalizador" se refiere a una sustancia que disminuye la velocidad de una reacción química.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Un catalizador acelera la velocidad de una reacción química. Un inhibidor es el que disminuye la velocidad de la reacción.

En la ecuación $C + O_2 \rightarrow CO_2$, el oxígeno se encuentra en estado sólido.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En esta ecuación, el oxígeno está en estado gaseoso, indicado por el símbolo (g).

En una ecuación química, el símbolo (s) representa un estado físico sólido.

☐ Verdadero ☒ Falso

Verdadero

El símbolo (s) se usa para indicar que una sustancia está en estado sólido.

1.3. Ley de conservación de la masa

El científico Antoine Lavoisier, en el siglo XVIII, formuló la **ley de la conservación de la masa**. Mediante un meticuloso uso de la balanza, Lavoisier estableció que "la materia ni se crea ni se destruye, sino que se transforma". Esta ley se puede aplicar a las reacciones químicas de la siguiente manera:

"En una reacción química, la masa total de las sustancias antes de la reacción es igual a la masa total de las sustancias después de la reacción."



Desconocido. Lavoisier ([CC BY-NC-SA](#))

Durante una reacción química, los enlaces en los reactivos se rompen y se forman nuevos enlaces en los productos. Sin embargo, el número total de átomos de cada elemento permanece constante. Los átomos presentes en los reactivos se reorganizan para formar los productos, sin que se cree ni se destruya materia. Por lo tanto, la masa total de los reactivos es idéntica a la masa total de los productos, asegurando que la masa se conserva en todo proceso químico.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA MATERIA (LAVOISIER, 1743-1794)

Los átomos no se pueden crear ni dividir en partículas más pequeñas, ni se destruyen en el proceso químico. Una reacción química simplemente cambia la forma en que los átomos se agrupan.



Imagen 5: Ley de Lavoisier.

Fuente: [liceoagb](#) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Como se puede observar en la siguiente figura, para la reacción: $\text{CaCl}_2 + \text{Na}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CaSO}_4 + 2 \text{NaCl}$, se cumple la ley de Lavoisier.

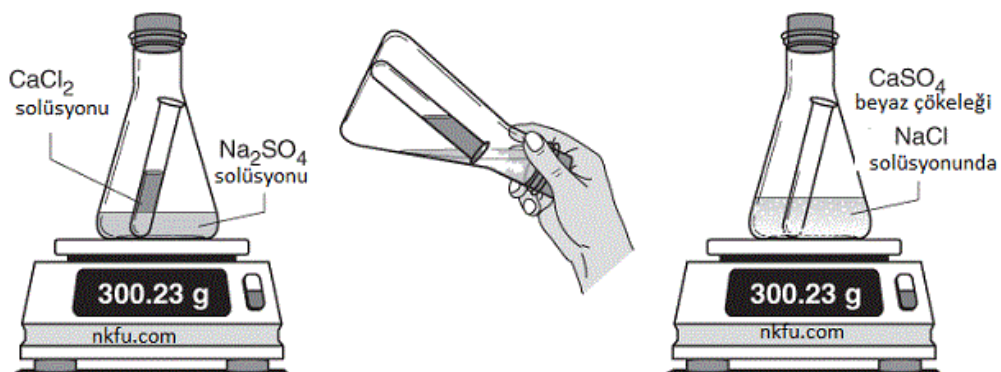


Imagen 6: La masa se conserva en una reacción química.

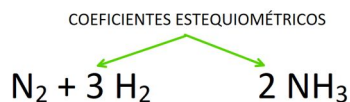
Fuente: [nkfu](#) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

1.4. Ajuste de ecuaciones químicas

En las reacciones químicas y, por lo tanto, en sus ecuaciones químicas se tiene que cumplir la Ley de conservación de la masa. Es decir, como una reacción química es un reagrupamiento de átomos debe haber el mismo número de átomos de cada elemento en los reactivos y en los productos. Si escribimos una ecuación química y no es así, tendremos que ajustar la ecuación.

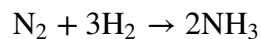
Por ejemplo, la ecuación $\text{N}_2 + \text{H}_2 \rightarrow \text{NH}_3$ no está ajustada porque tenemos dos átomos de nitrógeno en el primer miembro y uno en el segundo y de hidrógeno, dos en el primero y tres en el segundo.

Para **ajustar una ecuación** hay que encontrar unos números, llamados **coeficientes estequiométricos**, que se colocan delante de cada fórmula para conseguir que el número de átomos de cada elemento sea igual en los reactivos y en los productos. Estos coeficientes pueden ser números enteros o fraccionarios, ya que estos últimos se pueden eliminar multiplicándolos por el común denominador. Se prefiere que sean los números enteros menores posibles.



El **coeficiente estequiométrico** en una ecuación química indica el número de moléculas o átomos de una sustancia que participan en la reacción. Cuando el coeficiente es 1, este generalmente se omite en la notación.

Por ejemplo, en la ecuación química balanceada:



los coeficientes indican lo siguiente:

- ✓ 1 molécula de nitrógeno (N_2) reacciona con
- ✓ 3 moléculas de hidrógeno (H_2)
- ✓ para formar 2 moléculas de amoníaco (NH_3).

Este balanceo asegura que el número de átomos de cada elemento es el mismo en los reactivos y en los productos, manteniendo la ley de conservación de la masa.

Muy importante: no se puede ajustar el número de átomos de un elemento cambiando el subíndice de este elemento en la fórmula en la que aparece (modificando su fórmula).

Ajustar una reacción

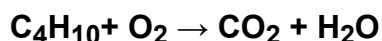
Para ajustar una reacción se puede hacer de varias formas:

a) **Método por "tanteo"**. Consiste en buscar coeficientes hasta conseguir el ajuste correcto. Para ajustar con este método se recomienda:

- ✓ Ajustar primero aquellos elementos que estén en un solo compuesto en ambos miembros.
- ✓ Cuando uno de los reactivos o productos sea un elemento libre se ajustará en último lugar.

- ✔ Normalmente, se dejan los átomos de hidrógeno y oxígeno para el final ya que están presentes en muchas sustancias.

Como ejemplo, **ajustaremos paso a paso la reacción de combustión del butano**. Una reacción de combustión es una reacción de una sustancia con el oxígeno (O₂). Si esa sustancia es un hidrocarburo; es decir, un compuesto formado por carbono e hidrógeno como el butano (C₄H₁₀), los productos de reacción serán dióxido de carbono (CO₂) y agua (H₂O). La ecuación química que representa la reacción de combustión del butano es la siguiente:



Cuando tengamos que utilizar una ecuación química, comprobaremos si la reacción está ajustada o no, para ello contamos los átomos de cada elemento en los reactivos y en los productos.

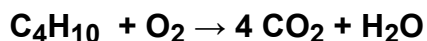
En las fórmulas, **los subíndices nos indican el número de átomos** que hay de cada elemento en una molécula. Por ejemplo, como la fórmula del butano es C₄H₁₀, esto quiere decir que una molécula de butano está formada por 4 átomos de carbono y diez átomos de hidrógeno. Si solo hay un átomo de un elemento en una molécula no se pone ningún subíndice (el subíndice uno se omite). Por ejemplo, como la fórmula del dióxido de carbono es CO₂, las moléculas de este compuesto están formadas por un átomo de carbono y dos de oxígeno.

El número de átomos de oxígeno en el segundo miembro es tres, dos debidos a los átomos de oxígeno de la molécula de CO₂ y otro debido al de la molécula de H₂O (2+1 = 3). Por lo tanto, el número de átomos de cada elemento será el siguiente. Como se puede observar ningún elemento está ajustado.

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	1	2	3

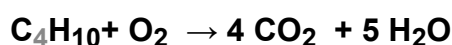
Podemos ajustar el número de átomos de los distintos elementos en el orden que queramos, pero como comentamos antes, es mejor comenzar por aquellos que forman parte de un solo compuesto en los reactivos y en los productos. En nuestro caso, estos elementos son el C y el H. Dejaremos el ajuste de los átomos de oxígeno para el final, cuando ya tengamos ajustados los de carbono y de hidrógeno, ya que el oxígeno se encuentra presente en tres sustancias: oxígeno (O₂), dióxido de carbono (CO₂) y agua (H₂O). Además, el oxígeno en el primer miembro se encuentra como elemento (O₂).

1) En primer lugar, **ajustamos los átomos de carbono**. En nuestro caso, hay cuatro átomos de carbono en los reactivos (C₄H₁₀) y un átomo de carbono en los productos (CO₂). Como vemos faltan átomos de carbono en el segundo miembro, para que también tengamos 4 átomos de carbono en los productos tendría que haber cuatro moléculas de CO₂ ya que cada molécula está constituida por un átomo de carbono y dos de oxígeno. Para conseguir esto, debemos poner el coeficiente 4 delante de la fórmula del CO₂. Para calcular el número total de átomos de cada elemento, se multiplica el coeficiente estequiométrico por el número de átomos de cada elemento que aparece como subíndice en la fórmula. Por eso, el número de átomos de oxígeno en el segundo miembro es nueve (4.2 + 1 = 9). Ocho debidos a las cuatro moléculas de CO₂, puesto que cada molécula tiene 2 átomos de oxígeno más otro átomo debido a la molécula de agua, que solo contiene un átomo de oxígeno (H₂O).



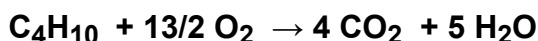
REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	4	2	9

2) A continuación, **ajustamos los átomos de hidrógeno**. Como podemos ver en la tabla anterior, hay 10 átomos de hidrógeno en los reactivos (C_4H_{10}) y solo 2 átomos de hidrógeno en los productos (H_2O). Puesto que el número de átomos de hidrógeno es menor en los productos, para que también tengamos 10 átomos de hidrógeno en el segundo miembro, necesitamos 5 moléculas de agua ya que cada una tiene 2 átomos de hidrógeno, por lo que pondremos el coeficiente 5 delante del H_2O . De este modo, el número de átomos de hidrógeno en el segundo miembro es $5 \times 2 = 10$.



REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	4	10	13

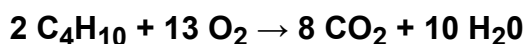
3) Por último, nos quedan por **ajustar los átomos de oxígeno**. Como se indica en la tabla anterior, hay 2 átomos de oxígeno en los reactivos (O_2) y 13 átomos en los productos (8 átomos debidos a las 4 moléculas de CO_2 y 5 átomos debidos a las 5 moléculas de H_2O). En este caso, hay menos átomos en los reactivos. Para tener 13 átomos de oxígeno también en los reactivos debemos tener la mitad de moléculas de oxígeno ($13/2$) ya que cada molécula de oxígeno está formada por dos átomos de oxígeno. Por lo tanto, pondremos el coeficiente $13/2$ delante del O_2 . Así, el número de átomos de oxígeno será $13/2 \cdot 2 = 13$.



Los **coeficientes estequiométricos** son estos, 1 (se omite), $13/2$, 4 y 5. Por último, comprobamos que con estos coeficientes todos los elementos están ajustados:

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	13	4	10	13

4) Aunque ya tenemos la ecuación ajustada. Como uno de los coeficientes es un número fraccionario ($13/2$) y se prefiere que los coeficientes sean **números enteros**, multiplicaremos todos los coeficientes por el denominador del coeficiente fraccionario para convertirlo en un número entero. En este caso, como es $13/2$ multiplicaremos todos los coeficientes por 2. De modo que la ecuación ajustada quedaría del siguiente modo:



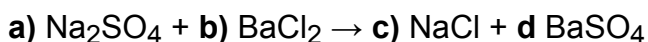
Como se puede comprobar la ecuación también quedaría ajustada.

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
8	20	26	8	20	26

b) **Método algebraico.** Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Se asigna una letra a cada coeficiente estequiométrico. Conviene asignarlas por orden alfabético de izquierda a derecha.
2. Se empieza por el primer elemento de la izquierda y se plantea la ecuación que representa el ajuste de átomos de dicho elemento: número de átomos del elemento en la izquierda = número de átomos del elemento en la derecha.
3. Se continúa por la izquierda de la reacción química, planteando otra ecuación para el siguiente elemento diferente. De esta forma tendremos el ajuste de átomos de todos los elementos diferentes que existen en la reacción química. Siempre tendremos una ecuación menos que incógnitas. En algún caso podríamos obtener más ecuaciones pero si nos fijamos bien veremos que algunas son equivalentes.
4. Se asigna el valor 1 a la letra (incógnita) que queramos.
5. Se resuelven el resto de las ecuaciones.
6. Si en los resultados se obtienen decimales o fracciones, se deben multiplicar todas las incógnitas (coeficientes estequiométricos) por un mismo número de tal forma que desaparezcan los decimales o las fracciones.

Veámoslo con un ejemplo:



$$\text{Na : } 2a = c$$

$$\text{S : } a = d$$

$$\text{O : } 4a = 4d \quad (\text{ecuación equivalente a la anterior})$$

$$\text{Ba: } b = d$$

$$\text{Cl: } 2b = c$$

Por tanto , las ecuaciones son: $2a = c$; $a = d$; $b = d$; $2b = c$

Si por ejemplo, asignamos a 'd' el valor 1 entonces:

$$\text{Si } d=1, \text{ como } a = d \rightarrow a = 1$$

$$\text{como } b = d \rightarrow b = 1$$

$$\text{como } 2 \cdot b = c \rightarrow 2 \cdot 1 = c \rightarrow \mathbf{c = 2}$$

Ahora, se sustituyen las letras por sus valores numéricos correspondientes.

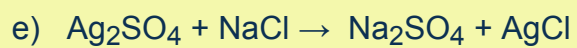
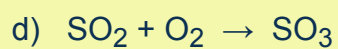
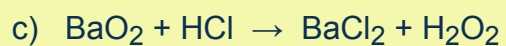
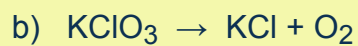
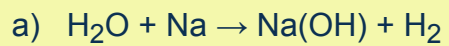
La ecuación ajustada es la siguiente: $\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{BaCl}_2 \rightarrow 2\text{NaCl} + \text{BaSO}_4$

c) **Método del ión-electrón** (no se estudiará en este nivel).



Ejercicio 2

Ajusta las siguientes ecuaciones químicas:



1.5. Tipos de reacciones químicas

Considerando solo el resultado global y sin atender al proceso íntimo de la reacción, podemos agrupar las reacciones químicas en cuatro tipos: síntesis o combinación, descomposición, sustitución o desplazamiento y doble descomposición o intercambio.

a) Síntesis o combinación

Dos o más sustancias reaccionan para dar otra más compleja.

Tienen la forma general: $A + B \rightarrow AB$

(A y B pueden representar elementos o compuestos y combinarse en una relación diferente a 1:1)

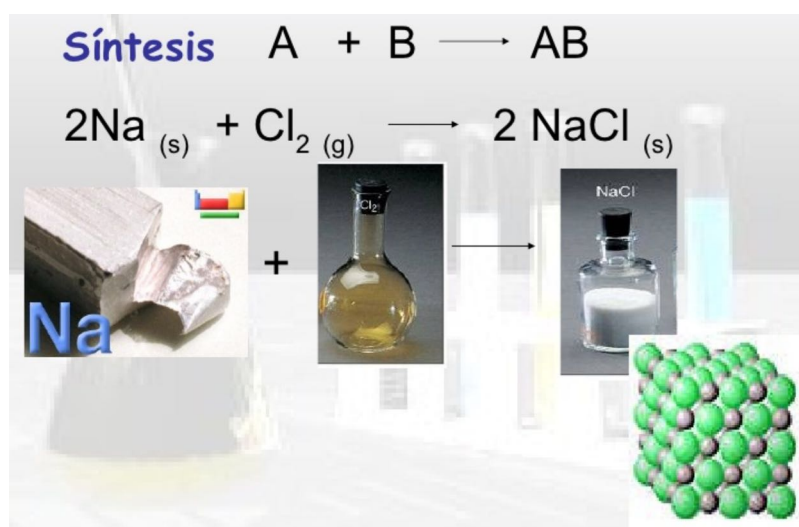
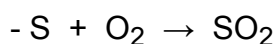
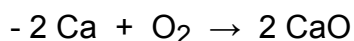
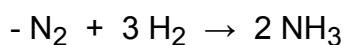


Imagen 7: Ejemplo de reacción de síntesis.

Fuente: [slidesharecdn](https://www.slidesharecdn.com) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplos:



b) Descomposición

Es el proceso inverso del anterior. Una sustancia se descompone formando dos o más simples.

Su forma general es: $AB \rightarrow A + B$

REACCION DE DESCOMPOSICIÓN: Ejemplo

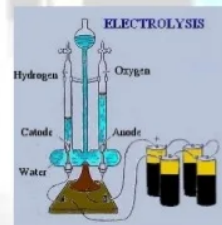
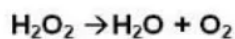
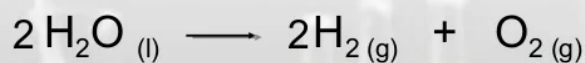
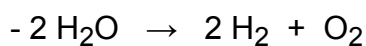
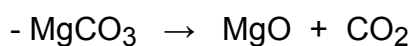
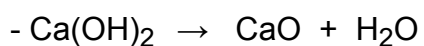


Imagen 8: Ejemplo de reacción de descomposición.

Fuente: [slidesharecdn](https://www.slidesharecdn.com) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplos:



c) Desplazamiento o sustitución

Uno de los elementos de un compuesto es sustituido por otro elemento.

La ecuación general es: $AB + X \rightarrow XB + A$

Sustitución Simple: Ejemplo

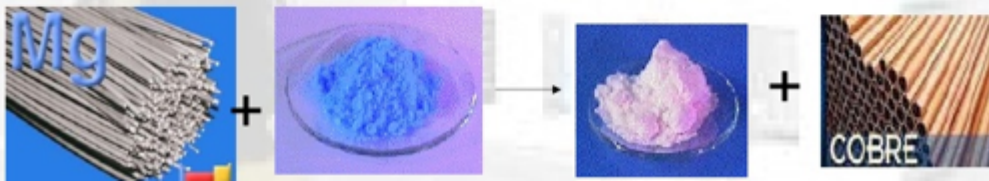
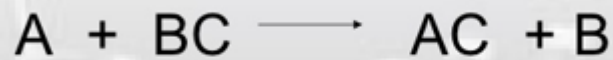
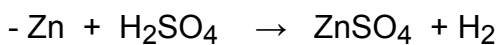
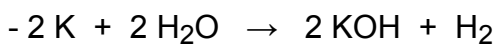
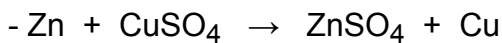


Imagen 9: Ejemplo de reacción de sustitución simple.

Fuente: [slidesharecdn](https://www.slidesharecdn.com) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplos:



d) Doble descomposición o intercambio

Estas reacciones equivalen a una doble sustitución o un intercambio.

Su forma general es: $\text{AB} + \text{XY} \longrightarrow \text{AY} + \text{XB}$

Sustitución Doble

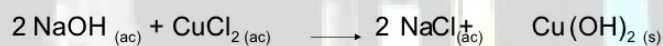
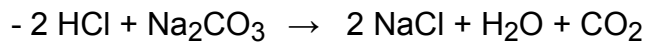
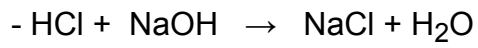
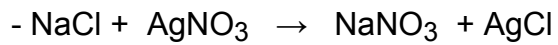


Imagen 10: Ejemplo de reacción de sustitución doble.

Fuente: [slidesharecdn](#) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplos:



1.6. Masa atómica, masa molecular y masa molar

La masa de un átomo es extremadamente pequeña para ser medida en gramos o kilogramos, por lo que los químicos utilizan una unidad especializada llamada **unidad de masa atómica (uma)**, que es la doceava parte de la masa del átomo de carbono-12. Esta unidad se representa como **u** o **uma**. Por ejemplo, la masa de un átomo de hidrógeno es aproximadamente 1,008 u.

Para relacionar esta unidad con unidades más prácticas en el laboratorio, se utiliza la siguiente equivalencia: $1 \text{ g} = 6,022 \times 10^{23} \text{ u}$

Esto significa que 1 gramo es equivalente a $6,022 \times 10^{23}$ unidades de masa atómica.

La **masa atómica absoluta** de un elemento es la masa de un solo átomo de ese elemento expresada en unidades de masa atómica (u). Por ejemplo, la masa atómica del oxígeno es 15,99 u. Para convertir esto a gramos, se usa la fórmula: $\text{Masa en gramos} = \frac{\text{Masa en u}}{6,022 \times 10^{23}}$

Por lo tanto, la masa de un átomo de oxígeno en gramos sería: $\text{Masa} = \frac{15,99 \text{ u}}{6,022 \times 10^{23}} = 2,655 \times 10^{-23} \text{ g}$

Esta unidad permite una representación y comparación efectiva de la masa atómica de diferentes elementos, como se muestra en el Sistema Periódico, donde la masa atómica del hierro, por ejemplo, es 55,847 u.



Actividad

3.- ¿Cuál es la masa de un átomo de los siguientes elementos expresada en u y g?

a) Ca b) Zn c) Al d) C e) O

En un compuesto, se utiliza el término **masa molecular** en lugar de masa atómica. La masa molecular es la masa de una molécula del compuesto y se calcula sumando las masas atómicas de todos los átomos presentes en la molécula.

Por ejemplo, para calcular la masa molecular del agua (H_2O):

1. Identificamos los átomos en la molécula y sus respectivas masas atómicas:

- ✓ Hidrógeno (H): 2 átomos, cada uno con una masa atómica de 1 u.
- ✓ Oxígeno (O): 1 átomo, con una masa atómica de 16 u.

2. Calculamos la masa molecular sumando las contribuciones de cada tipo de átomo:

$$\text{Masa molecular} = (2 \times 1 \text{ u}) + (1 \times 16 \text{ u}) = 2 \text{ u} + 16 \text{ u} = 18 \text{ u}$$

Por lo tanto, la masa molecular del agua es 18 u.



Actividad

4.- Calcula la masa molecular de las siguientes sustancias:

- a) hidróxido de sodio (NaOH)
- b) ácido nítrico (HNO_3)
- c) permanganato de calcio ($\text{Ca}(\text{MnO}_4)_2$)
- d) cloruro de magnesio (MgCl_2)
- e) cromato de aluminio ($\text{Al}_2(\text{CrO}_4)_3$)

5.- ¿Cuál es la masa en g de una molécula de cada una de las sustancias anteriores?

Las sustancias no reaccionan en términos de gramos individuales; en cambio, los átomos o moléculas se combinan en proporciones de números enteros sencillos. Debido a que los átomos y moléculas son extremadamente pequeños y numerosos, es impráctico manipularlos individualmente en el laboratorio. Por esta razón, se define una unidad de cantidad de sustancia llamada **mol**.

El **mol** se define como la cantidad de sustancia que contiene exactamente 6.022×10^{23} partículas (átomos, moléculas, iones, electrones, etc.), que es conocido como el **número de Avogadro (N_A)**. En otras palabras, un mol de cualquier sustancia contiene 6.022×10^{23} entidades elementales de esa sustancia.

Para evitar ambigüedades, es importante especificar si el mol se refiere a átomos, moléculas u otras entidades. Por ejemplo, un mol de oxígeno puede referirse a un mol de átomos de oxígeno (O) o un mol de moléculas de oxígeno diatómico (O_2).

Una conclusión importante es que la masa de un mol de una sustancia, es decir, la masa de 6.022×10^{23} átomos o moléculas de esa sustancia, es igual a su masa atómica (en el caso de elementos) o masa molecular (en el caso de compuestos), expresada en gramos. Por ejemplo:

- ✓ La masa atómica del oxígeno es 16 u. Por lo tanto, la masa de un mol de átomos de oxígeno es 16 gramos.
- ✓ La masa molecular del agua (H_2O) es 18 u. Por lo tanto, la masa de un mol de moléculas de agua es 18 gramos.

Como ejemplo, hallaremos la masa de un mol de moléculas de agua. Para ello, multiplicaremos el número de moléculas que constituyen 1 mol (N_A) por la masa de una molécula de agua expresada en g.

La masa molecular del H_2O , como calculamos anteriormente es igual a 18 u. Es decir, una molécula de agua tiene una masa de 18 u, ahora expresaremos en g esa cantidad.

$$\text{masa de 1 molécula } \text{H}_2\text{O} = 18 \text{ u} = 18 \text{ u}. \quad 1 \text{ g} / 6,022 \cdot 10^{23} \text{ u} = 2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g} = 0,000000000000000000000000299 \text{ g}.$$

Por lo tanto,

$$\text{Masa de 1 mol de moléculas } (6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}) \text{ de } \text{H}_2\text{O} = N_A \text{ moléculas } \text{H}_2\text{O} \cdot \text{masa 1 molécula } \text{H}_2\text{O} =$$

$$= 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g} = 18 \text{ g}$$

Vemos que efectivamente la masa de una molécula y la masa de 1 mol de moléculas coinciden en el valor numérico pero se expresan en distintas unidades, la masa de una molécula en u y la masa de 1 mol de moléculas en g. Una molécula de agua tiene una masa de 18 u y un mol de moléculas de agua de 18 g.

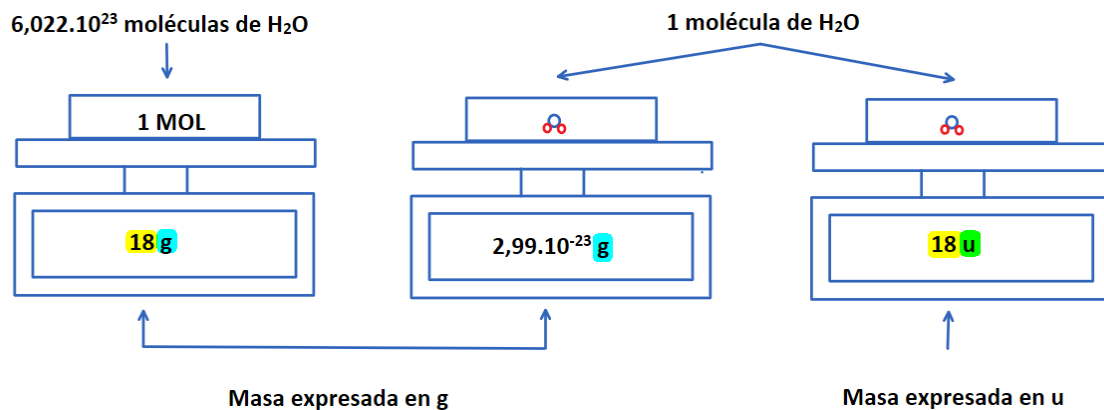


Imagen 11: Masas molecular y molar del agua.

Fuente: Elaboración propia.

A la masa de un mol de átomos o moléculas se le denomina Masa Molar y se expresa en g/mol. Para hallar la masa molar, se calcula la masa molecular a partir de las masas atómicas de los elementos que compongan esa sustancia y se expresa en g/mol.

Por ejemplo, Calcula la masa molar del ácido sulfúrico (H_2SO_4). Masas atómicas: H = 1 u, S = 32 u, O = 16 u

$$\text{Masa molecular } \text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98 \text{ u}$$

$$\text{Masa molar } \text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g/mol}$$

Es decir, 1 mol de ácido sulfúrico tiene una masa igual a 98 g. Es decir, en 98 g de ácido sulfúrico tenemos $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas de ácido sulfúrico.

IMPORTANTE: 1 mol de cualquier sustancia contiene el mismo número de partículas (N_A partículas $= 6,022 \cdot 10^{23}$ partículas) pero no tiene la misma masa. Esta depende del valor de su masa molar.

Por ejemplo:

$6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas de **H₂O** tienen una masa de 18 g y

$6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas de **H₂SO₄** una masa de 98 g.

Esto es lógico, ya que la molécula de ácido sulfúrico tiene una masa mayor que la de agua.



Actividad

6.- Calcula la masa molar de las siguientes sustancias:

- a) ácido carbónico (H₂CO₃)
- b) cloruro de sodio (NaCl)
- c) hidróxido de aluminio (Al(OH)₃)
- d) trióxido de azufre (SO₃)
- e) carbonato de hierro (III) (Fe₂(CO₃)₃)

Para determinar el número de moles de átomos o de moléculas que hay en una determinada cantidad (masa) de un elemento o compuesto, se utiliza la siguiente expresión:

$$n = \frac{m \text{ (g)}}{M \text{ molar (g/mol)}}$$

donde n = número de moles de átomos o moléculas de una sustancia.

m = masa de esa sustancia expresada en g.

Por ejemplo, calcula el número de moles que hay en 196 g de ácido sulfúrico (H₂SO₄)

$$n = \frac{m \text{ (g)}}{M \text{ molar (g/mol)}} = \frac{196 \text{ g}}{98 \text{ g/mol}} = 2 \text{ mol}$$

Masa molecular H₂SO₄ = $2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98 \text{ u}$

Masa molar H₂SO₄ = 98 g/mol



Actividad

7.- Calcula el número de moles (n) que hay en 300 g de las siguientes sustancias:

- a) ácido carbónico (H_2CO_3)
- b) cloruro de sodio (NaCl)
- c) hidróxido de aluminio ($\text{Al}(\text{OH})_3$)
- d) trióxido de azufre (SO_3)
- e) carbonato de hierro (III) ($\text{Fe}_2(\text{CO}_3)_3$)

Para determinar la **masa (m) de un número determinado de moles de una sustancia**, tenemos que multiplicar dicho número por la masa molar de esa sustancia, ya que la masa molar nos indica la masa que tiene un mol de una sustancia. Así, aplicaremos la siguiente fórmula:

$$m \text{ (g)} = n \text{ (mol)} \cdot \text{Masa molar (g/mol)}$$

Por ejemplo, calcula la masa que tienen 4 mol de ácido sulfúrico (H_2SO_4).

Masa molecular $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 = 98 \text{ u}$.

Masa molar = 98 g/mol.

$$m \text{ (g)} = n \text{ (mol)} \cdot \text{Masa molar (g/mol)} = 4 \text{ mol} \cdot 98 \text{ g/mol} = 392 \text{ g}$$



Actividad

8.- Calcula la masa de 2,5 mol de las siguientes sustancias:

- a) ácido carbónico (H_2CO_3)
- b) cloruro de sodio (NaCl)
- c) hidróxido de aluminio ($\text{Al}(\text{OH})_3$)
- d) trióxido de azufre (SO_3)
- e) carbonato de hierro (III) ($\text{Fe}_2(\text{CO}_3)_3$)

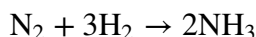
1.7. Cálculos estequiométricos

En este apartado, abordaremos la **estequiometría**, que es el estudio cuantitativo de las reacciones químicas. Los **cálculos estequiométricos** son aquellos que se realizan para determinar las cantidades de las sustancias involucradas en una reacción química, a partir de una cantidad conocida de otra sustancia. Estos cálculos son útiles para responder preguntas como:

- ✓ ¿Qué cantidad de producto se obtiene a partir de una cantidad dada de reactivo?
- ✓ ¿Cuánto de un reactivo se necesita para reaccionar con una cantidad específica de otro reactivo?
- ✓ ¿Qué cantidad de un reactivo se debe partir para obtener una cantidad concreta de producto?

Para llevar a cabo cálculos estequiométricos, es esencial escribir la **ecuación química ajustada**. Los **coeficientes estequiométricos** en una ecuación química ajustada indican las proporciones en las que los átomos o moléculas de las sustancias están presentes.

Por ejemplo, consideremos la ecuación ajustada para la síntesis de amoníaco:



De esta ecuación, podemos deducir que:

- ✓ 1 molécula de nitrógeno (N_2) reacciona con 3 moléculas de hidrógeno (H_2) para formar 2 moléculas de amoníaco (NH_3).

Aplicando el número de Avogadro (N_A), esto se traduce en:

- ✓ 1 mol de moléculas de N_2 reacciona con 3 moles de moléculas de H_2 para formar 2 moles de moléculas de NH_3 .

En términos de moles, los coeficientes estequiométricos también indican la proporción de las sustancias que intervienen en la reacción química. Así, 1 mol de N_2 reacciona con 3 moles de H_2 para producir 2 moles de NH_3 .

Cuando las sustancias son gases y están en las mismas condiciones de presión y temperatura, los coeficientes estequiométricos también representan la proporción en volumen. Por ejemplo, en la reacción dada, dado que todas las sustancias son gases, podemos decir que:

- ✓ 1 litro de nitrógeno (N_2) reacciona con 3 litros de hidrógeno (H_2) para formar 2 litros de amoníaco (NH_3).

a) Cálculos mol-mol

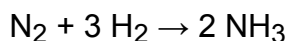
Este sería el ejercicio más sencillo de estequiometría.

Ejemplo

Calcula el número de moles de amoníaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno.

mol $\text{H}_2 \rightarrow$ n amoníaco = ?

Lo primero que hay que hacer es escribir la ecuación química ajustada, ya que ésta nos indica la proporción en moles en que se encuentran todas las sustancias que intervienen en la reacción.



Como queremos calcular el número de moles amoníaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno, a partir de la ecuación química obtendremos la proporción en que se encuentran esas sustancias. Como podemos observar, a partir de 3 mol de hidrógeno se obtienen 2 mol de amoníaco (los coeficientes estequiométricos nos indican la proporción en que se encuentran las distintas sustancias).

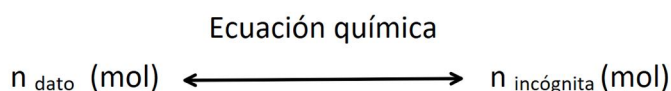
Por lo tanto, planteamos la siguiente proporción:

$$\frac{n \text{ amoníaco}}{12 \text{ mol hidrógeno}} = \frac{2 \text{ mol amoníaco}}{3 \text{ mol hidrógeno}}$$

Despejamos el n amoníaco

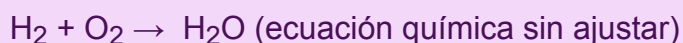
$$n \text{ amoníaco} = 12 \text{ mol hidrógeno} \times \frac{2 \text{ mol amoníaco}}{3 \text{ mol hidrógeno}} = 8 \text{ mol amoníaco}$$

Es decir, para resolver un ejercicio en el que nos piden n (número de moles) de una sustancia (incógnita) a partir de un número de moles conocido de otra sustancia (dato) tenemos que utilizar la relación molar obtenida a partir de la ecuación química y plantear una proporción.



Actividad

9.- Calcula los moles de agua (H_2O) que se obtienen a partir de 3,5 mol de oxígeno (O_2).



10.- ¿Cuántos moles de hidrógeno reaccionan con 6 moles de oxígeno?

11.- Calcula los moles de oxígeno necesarios para obtener 5 mol de agua.

b) Cálculos mol-masa

Ejemplo

Calcula masa de amoníaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno.

Datos: A (N) = 14; A (H) = 1

12 mol H₂ → m amoníaco = ?

En este problema también nos piden la cantidad de amoníaco que se obtiene a partir de la misma cantidad de hidrógeno (12 mol) pero en lugar de la cantidad de amoníaco que se obtiene en moles nos pide su masa (g). Por lo tanto, tendremos que averiguar primero el número de moles como lo hicimos en el ejercicio anterior y después hallar la masa de ese número de moles.

1º)

$$\frac{n \text{ amoníaco}}{12 \text{ mol hidrógeno}} = \frac{2 \text{ mol amoníaco}}{3 \text{ mol hidrógeno}}$$

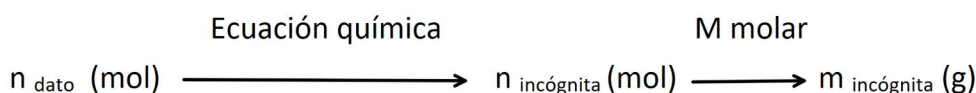
$$n \text{ amoníaco} = 12 \text{ mol hidrógeno} \times \frac{2 \text{ mol amoníaco}}{3 \text{ mol hidrógeno}} = 8 \text{ mol amoníaco}$$

2º) masa = n . M molar

Para hallar la masa tenemos que calcular la M molar

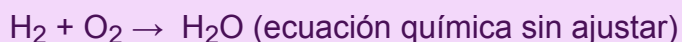
Masa molecular amoníaco = 14 + 3.1 = 17 u, luego la M molar = 17 g/mol

masa = n . M molar = 8 mol . 17 g/mol = 136 g amoníaco



Actividad

12.- Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 3,5 mol de oxígeno (O₂).



13.- Calcula la masa de hidrógeno que reacciona con 6 mol de oxígeno.

14.- Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 9 mol de hidrógeno (H₂).

c) Cálculos masa-masa

Ejemplo

Calcula masa de amoniaco que se obtiene a partir de 24 g de hidrógeno. Datos: A (N) = 14; A (H) = 1

24 g H₂ → m amoniaco = ?

1º) En primer lugar calculamos el n hidrógeno

$$n \text{ hidrógeno} = \frac{\text{masa (g)}}{M \text{ molar } (\frac{\text{g}}{\text{mol}})} = \frac{24 \text{ g}}{2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 12 \text{ mol hidrógeno}$$

Masa molecular H₂ = 2 . 1 = 2 u, luego la M molar es 2 g/mol

2º)

$$\frac{n \text{ amoniaco}}{12 \text{ mol hidrógeno}} = \frac{2 \text{ mol amoniaco}}{3 \text{ mol hidrógeno}}$$

$$n \text{ amoniaco} = 12 \text{ mol hidrógeno} \times \frac{2 \text{ mol amoniaco}}{3 \text{ mol hidrógeno}} = 8 \text{ mol amoniaco}$$

3º) masa = n . M molar

Para hallar la masa tenemos que calcular la M molar

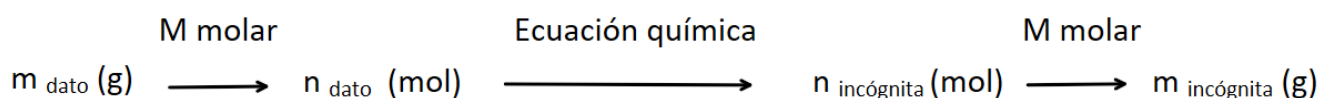
Masa molecular amoniaco = 14 + 3.1 = 17 u, luego la M molar es 17 g/mol

masa = n . M molar = 8 mol . 17 g/mol = 136 g amoniaco

Como podemos deducir a partir de estos tres ejercicios, en todo cálculo estequiométrico se deben dar los siguientes pasos:

1. Si la cantidad de la sustancia (dato) a partir de la cuál queremos saber la cantidad de otra (incógnita) no está en moles, tendremos que calcular su número de moles (n dato).
2. Mediante la ecuación química que nos proporciona la relación entre el n de todas las sustancias que intervienen en la reacción, se calculará mediante una proporción el n (número de moles) de la sustancia que nos pida el problema (incógnita).
3. A partir del n de la sustancia incógnita se calculará la magnitud que nos pida el ejercicio: masa, nº de átomos o moléculas, volumen a unas determinadas presión y temperatura, etc.

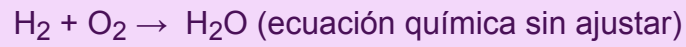
Por ejemplo, en el ejercicio anterior tendríamos que seguir el siguiente esquema:





Actividad

15.- Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 40 g de hidrógeno.



16.- Calcula la masa de oxígeno que reacciona con 10 g de hidrógeno.

17.- Calcula la masa de oxígeno necesaria para obtener 36 g de agua.

2. Química en la sociedad

En los medios de comunicación, a menudo se destaca la industria del automóvil, el sector del ocio como los videojuegos y el cine, entre otros. Sin embargo, una de las ramas más fundamentales y menos mencionadas es la **industria química**.

La **química** es una ciencia experimental que explora la estructura interna de la materia y sus transformaciones. Esta disciplina no solo avanza el conocimiento científico, sino que también tiene un impacto significativo en la vida cotidiana, mejorando nuestra calidad de vida a través de la creación de sustancias que utilizamos en diversas actividades.



Imagen 13: Industrie-Landschaft Dow Chemical Deutschland. Fuente: Wikimedia. Autor: Carsten Eggers. Licencia: Creative Commons (CC)

La **industria química** se dedica a transformar materias primas en una amplia variedad de productos de uso diario. Estos productos van desde materiales utilizados en laboratorios de **I+D+i** (Investigación, Desarrollo e Innovación) hasta aquellos que encontramos en nuestros hogares.

Utilidad y Aplicaciones en el Día a Día:

1. **Higiene y Salud:** La industria química produce detergentes, jabones y productos de limpieza que son esenciales para mantener la higiene en nuestros hogares. También fabrica productos farmacéuticos y cosméticos que mejoran nuestra salud y bienestar.
2. **Alimentación:** Los aditivos alimentarios, conservantes y colorantes, que son productos químicos, permiten que los alimentos sean seguros, duraderos y atractivos.
3. **Materiales de Construcción:** La química industrial proporciona materiales como plásticos, cementos y pinturas que son fundamentales en la construcción y el mantenimiento de viviendas y edificios.
4. **Energía:** La industria química desarrolla combustibles, baterías y otras tecnologías energéticas que son cruciales para el transporte y el almacenamiento de energía.
5. **Textiles:** Los productos químicos son esenciales en la fabricación de telas y prendas de vestir, mejorando su durabilidad y confort.
6. **Medio Ambiente:** La química también contribuye a la protección del medio ambiente mediante la creación de productos para el tratamiento de aguas residuales y la reducción de la contaminación.



Debes conocer

En resumen, la industria química no solo impulsa avances científicos y tecnológicos, sino que también está presente en muchos aspectos de nuestra vida cotidiana. Desde los productos que usamos a diario hasta las innovaciones que mejoran nuestras condiciones de vida, la química industrial desempeña un papel crucial en la calidad y conveniencia de nuestras vidas.

2.1. La industria química

La Industria Química y su Impacto en la Vida Cotidiana

La industria química es una rama fundamental del sector secundario, dedicada a transformar materias primas en productos elaborados que impactan significativamente en nuestra vida diaria. Esta industria abarca diversos campos, desde los procesos más tradicionales hasta las áreas más innovadoras y sostenibles.

Sectores Económicos

Las actividades económicas se dividen en tres grandes sectores:

1. **Sector Primario:** Obtiene productos y materias primas directamente de la naturaleza, como la agricultura, la pesca y la minería.
2. **Sector Secundario:** Transforma las materias primas en productos elaborados. Incluye el sector industrial, energético y de la construcción, en el cual se encuentra la industria química.
3. **Sector Terciario:** Proporciona servicios en lugar de bienes, englobando una amplia gama de actividades como el comercio, la educación y la salud.

Áreas Tradicionales de la Industria Química

1. Industria Química Básica:

- ✓ **Metalurgia:** Proceso de extracción y tratamiento de metales.
- ✓ **Obtención de Ácido Sulfúrico y Amoníaco:** Producción de estos compuestos esenciales para diversas aplicaciones industriales y agrícolas.

2. Industria Química Farmacéutica:

Desarrollo y producción de medicamentos y productos farmacéuticos que mejoran la salud y la calidad de vida.

3. Industria Petroquímica:

Transformación del petróleo y sus derivados en productos químicos utilizados en plásticos, fertilizantes, y combustibles.

Áreas Actuales e Innovadoras

1. Industria Química Verde:

- ✓ **Tecnologías Limpias:** Desarrollo de procesos que minimizan el impacto ambiental, como el uso de catalizadores más eficientes y la creación de productos biodegradables.

2. Industria Química de Materiales Avanzados:

- ✓ **Nanotecnología:** Manipulación de la materia a nivel atómico para crear materiales con propiedades únicas, como alta resistencia o conductividad.
- ✓ **Materiales Inteligentes:** Desarrollo de materiales que responden a estímulos externos, utilizados en aplicaciones como ropa inteligente y recubrimientos.

autolimpiantes.

3. Industria Química Biotecnológica:

- ✓ **Biocombustibles:** Producción de combustibles sostenibles a partir de biomasa, como etanol y biodiésel.
- ✓ **Biosensores:** Dispositivos que detectan sustancias químicas o biológicas para aplicaciones en diagnóstico médico y monitoreo ambiental.

4. Industria Química de la Energía Renovable:

- ✓ **Celdas de Combustible:** Conversión de energía química en electricidad para aplicaciones en transporte y generación de energía.
- ✓ **Baterías Avanzadas:** Desarrollo de baterías con mayor capacidad y eficiencia, como las baterías de estado sólido y de ion de litio mejoradas.

5. Industria Química de la Salud y la Biomedicina:

- ✓ **Terapias Génicas y Celulares:** Técnicas para tratar enfermedades mediante la modificación genética o de células.
- ✓ **Nanomedicina:** Aplicación de nanotecnología para administrar fármacos con precisión y mejorar técnicas de imagen médica.

La industria química, en sus formas tradicionales y más avanzadas, desempeña un papel crucial en nuestra vida diaria. Desde la fabricación de productos esenciales hasta la innovación en tecnologías sostenibles y médicas, la química contribuye de manera significativa a la mejora de la calidad de vida y al desarrollo de soluciones para desafíos globales.



Actividad

La industria química es la industria que se ocupa de dos acciones fundamentales:

1. La extracción y procesamiento de las materias primas, tanto naturales como sintéticas.
2. La transformación de las materias primas en otras sustancias con características diferentes a las que tenían originalmente.

El objetivo final de esta industria es satisfacer las necesidades de las personas mejorando su calidad de vida, elaborando un producto de buena calidad con el costo mas bajo posible y tratando de ocasionar el menor daño posible al medio ambiente.

2.1.1. La industria química básica

La **industria química básica** comprende una serie de procesos fundamentales que forman la base para muchas aplicaciones industriales. Las principales áreas de esta industria incluyen:

1. La Metalurgia:

- ✓ **Descripción:** Proceso de extracción y procesamiento de metales a partir de minerales. Incluye la fundición, refinamiento y aleación de metales para producir materiales utilizados en la construcción, fabricación de maquinaria, y otros sectores industriales.
- ✓ **Aplicaciones:** Producción de acero, aluminio, cobre, y otros metales básicos utilizados en una amplia gama de productos y estructuras.

2. Obtención de Ácido Sulfúrico:

- ✓ **Descripción:** Producción de ácido sulfúrico (H_2SO_4) a partir de dióxido de azufre (SO_2) mediante el proceso de contacto. El ácido sulfúrico es un ácido fuerte y uno de los compuestos químicos más producidos y utilizados en la industria.
- ✓ **Aplicaciones:** Fabricación de fertilizantes (superfosfatos y sulfatos), procesos de refinación de metales, tratamiento de aguas residuales, y producción de detergentes y productos químicos industriales.

3. Obtención de Amoníaco:

- ✓ **Descripción:** Producción de amoníaco (NH_3) principalmente mediante el proceso de Haber-Bosch, que combina nitrógeno (N_2) e hidrógeno (H_2) bajo condiciones de alta presión y temperatura. El amoníaco es una base fuerte y un compuesto clave en la química industrial.
- ✓ **Aplicaciones:** Fabricación de fertilizantes (urea, nitratos), productos de limpieza, explosivos y en la producción de otros productos químicos como el ácido nítrico.

Estos procesos no solo son esenciales para la industria química, sino que también sirven como base para la producción de una gran variedad de productos industriales y de consumo que utilizamos en nuestra vida diaria.

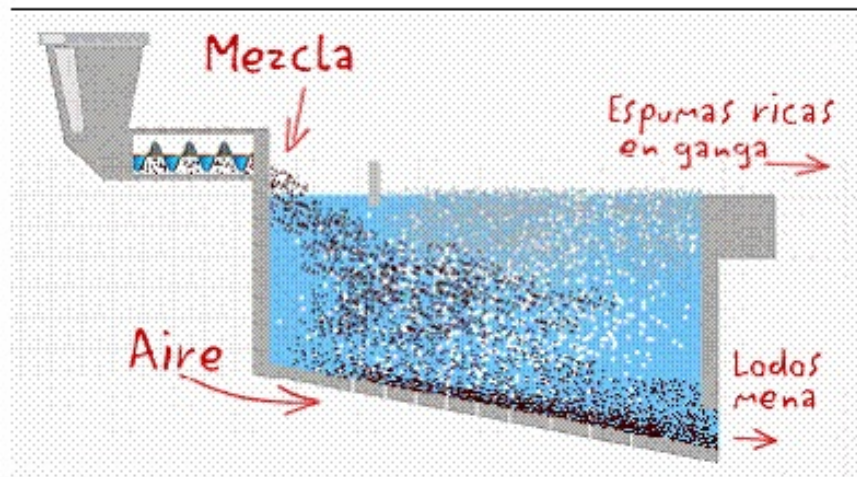
2.1.1.1. Metalurgia

En el mundo moderno, los metales son esenciales para numerosos aparatos e instrumentos, y son fundamentales para la distribución de electricidad en nuestros hogares. La **metalurgia** es la ciencia y técnica dedicada a la extracción, tratamiento y obtención de metales, y se extiende a la manipulación de materias minerales extraídas por minería.

La metalurgia comprende dos procesos principales:

1. Concentración

La **concentración** es el proceso mediante el cual se separa el mineral rico en metal, conocido como **mena**, del material no útil, llamado **ganga**, que lo acompaña en la mina. Este proceso es crucial para obtener una mayor pureza del metal y facilitar su refinado posterior. Existen varios métodos de concentración:



Metalurgia (CC BY-NC-SA)

- ✓ **Magnetización:** Utiliza imanes para separar minerales férricos, como la magnetita, de otros minerales no magnéticos.
 - ➡ **Ejemplo:** En la minería del hierro, los imanes separan la magnetita (Fe_3O_4) de las rocas que no contienen hierro.
- ✓ **Amalgamación:** Emplea mercurio para formar una amalgama con metales preciosos, como el oro, facilitando su separación del material residual.
 - ➡ **Ejemplo:** En la extracción de oro, el mercurio forma una amalgama con el oro, permitiendo su separación de la arena y otros minerales.
- ✓ **Flotación:** Se añaden detergentes a una mezcla de agua y minerales, formando una espuma que arrastra los sólidos hacia la superficie. La mena se hunde mientras que la ganga flota y se retira.
 - ➡ **Ejemplo:** En la minería del cobre, se utiliza flotación para separar el mineral de cobre de la ganga. Los reactivos químicos hacen que los minerales de cobre se adhieran a las burbujas de aire y floten, mientras que los minerales de ganga se hunden.
 - ➡ **Otro Ejemplo:** En la minería de plomo y zinc, la flotación separa los sulfuros de plomo y zinc de la ganga, con los sulfuros flotando y recolectándose en la superficie.

2. Refinado

El **refinado** es el proceso mediante el cual la mena, ya separada de la ganga, se trata para obtener el metal puro o casi puro. Este proceso puede incluir varios métodos, siendo el tratamiento en fundiciones o altos hornos uno de los más comunes, especialmente para la

obtención de hierro.

- ✔ **Ejemplo:** En la producción de hierro, el mineral de hierro se funde en altos hornos a altas temperaturas, eliminando las impurezas y obteniendo hierro casi puro.

Estos procesos son fundamentales en la industria metalúrgica y minera, permitiendo la obtención de metales que son cruciales para múltiples aplicaciones en la vida cotidiana.



Pregunta de Selección Múltiple

¿A qué llamamos ganga?

- ☐ a) Minerales y rocas que acompañan al metal en la mina.

- ☐ b) Mineral puro para refinar.

- ☐ c) Minerales más densos que el que se quiere purificar.

- ☐ d) Procesos para separar metales.

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Correcto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto



Pregunta de Selección Múltiple

¿A qué llamamos mena?

- ☐ a) El mineral que acompaña al metal precioso.

- ☐ b) Los detergentes que favorecen la flotabilidad.

- ☐ c) El mineral rico en el metal.

- ☐ d) Proceso de separación del mineral.

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Correcto
4. Incorrecto

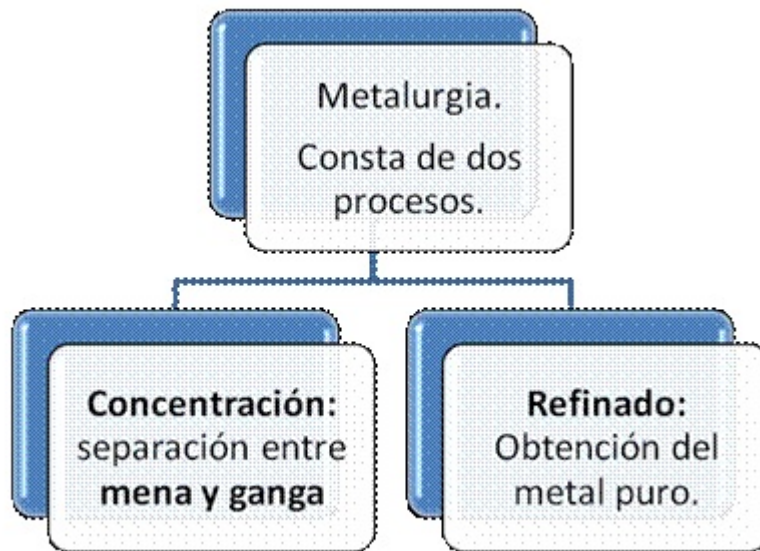


Imagen 15: Esquema de la metalurgia. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Mira el siguiente esquema y estúdialo:

2.1.1.2. Ácido sulfúrico

El **ácido sulfúrico**, de fórmula H_2SO_4 es un **ácido fuerte, muy corrosivo, líquido, soluble en agua, que hierve a 340 °C y congela a 10.8 °C**, llamado antiguamente **aceite de vitriolo**, tiene múltiples aplicaciones en el laboratorio y en la industria, hasta tal punto que el consumo de ácido sulfúrico puede considerarse un índice de la riqueza industrial de una nación.

En la industria se emplea para la **fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, de fibras sintéticas, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo**, etc.

Existen dos métodos para la obtención de ácido sulfúrico, ambos parten de azufre (S_8) o pirita (Fe_2S):

A) Método de las cámaras de plomo.

El azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo. La combustión produce dióxido de azufre que en el aire reacciona con oxígeno, óxidos de nitrógeno y vapor de agua, produciendo gotitas de ácido sulfúrico que caen al fondo de las torres. Los óxidos de nitrógeno se recuperan de los gases y se reintroducen en las cámaras de plomo. El ácido sulfúrico así obtenido es una disolución al 65 % en agua. Este método cada vez es menos empleado.

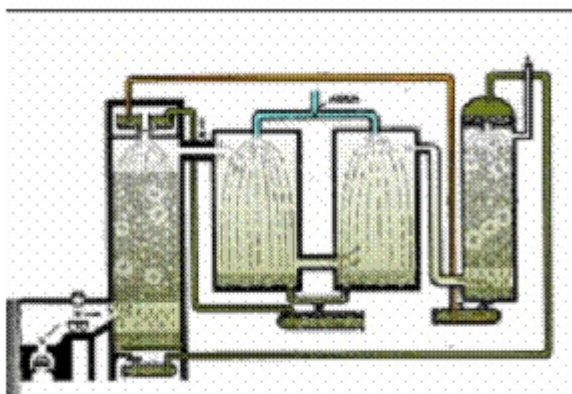
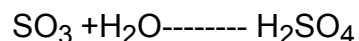
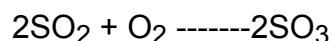
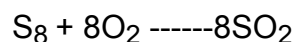


Imagen 16: Método de cámaras de plomo. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

B) Método de contacto.

La combustión de la pirita o el azufre en un horno produce dióxido de azufre. Este dióxido de azufre se hace pasar a unas cámaras donde se oxida con aire y un catalizador a 400 °C para obtener trióxido de azufre, que se disuelve en agua con ácido sulfúrico. Dependiendo de la cantidad de agua y ácido sulfúrico que se añade al trióxido de azufre se obtiene ácido sulfúrico de distinta concentración. Normalmente se emplean dos catalizadores, uno, más barato, de óxido de

vanadio y después otro más caro y efectivo, normalmente platino. Este es el método más empleado en la actualidad.



El siguiente esquema, se recogen algunos datos acerca del proceso de obtención del ácido sulfúrico. Estudia el texto y el esquema e intenta resolver el siguiente ejercicio.

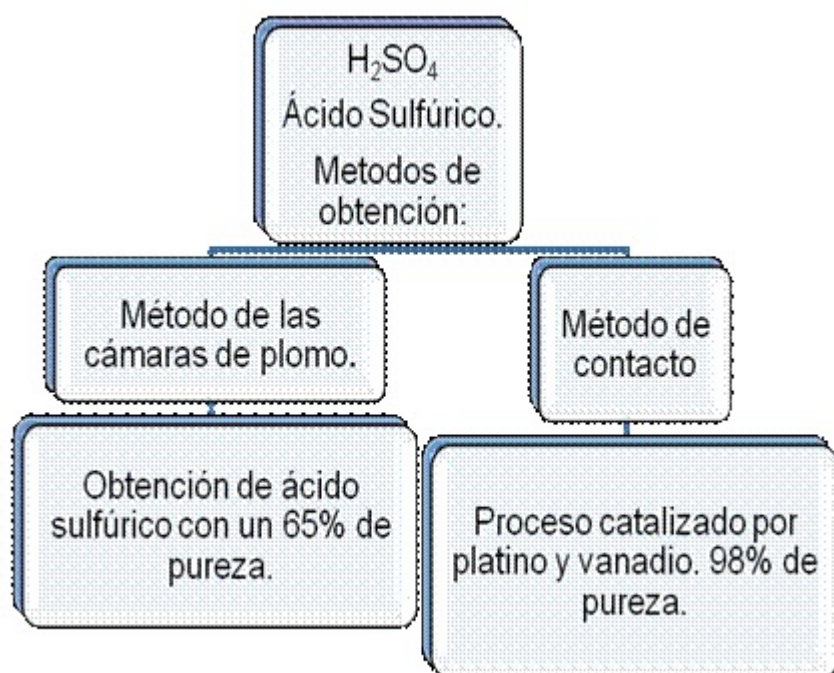


Imagen 17: Esquema de la obtención del ácido sulfúrico. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE



Pregunta Verdadero-Falso

¿Son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones?

a) El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido débil y nada corrosivo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido fuerte, muy corrosivo.

b) Se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

c) El método de las cámaras de plomo, es el más usado y se obtiene también plomo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El método de las cámaras de plomo es menos usado que el método de contacto. No se obtiene plomo.

d) En el método de las cámaras de plomo, el azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

e) El ácido sulfúrico obtenido por el método de las cámaras de plomo es una disolución al 65 % en agua.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

f) En el método de contacto no se usan catalizadores.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

En el método de contacto se usa una combinación de catalizadores o aceleradores del proceso, de vanadio y platino.

g) El método de contacto es el método más empleado en la actualidad

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Verdadera.

2.1.1.3. Amoniaco

El amoniaco, cuya fórmula química es NH_3 , es un gas incoloro con un olor picante característico. Hierve a -33 °C y se congela a -78 °C . En la industria y en los hogares, el amoniaco se encuentra comúnmente en disoluciones acuosas al 30-40%.

Aunque su uso doméstico es conocido por su disolución en productos de limpieza debido a su fuerte alcalinidad, sus aplicaciones industriales son aún más significativas. El amoniaco es un componente esencial en varias áreas:

- ✔ **Fertilizantes:** El amoniaco se utiliza principalmente como fertilizante, ya sea en su forma pura o como parte de compuestos como la urea. Los fertilizantes que contienen amoniaco aportan nitrógeno al suelo, esencial para el crecimiento de las plantas.
- ✔ **Producción de ácido nítrico (HNO_3):** Para obtener ácido nítrico, se requiere amoniaco y ácido sulfúrico. El ácido nítrico es un químico crucial en la fabricación de explosivos, así como en la producción de fertilizantes y productos químicos industriales.

Estas aplicaciones industriales subrayan la importancia del amoniaco no solo en la agricultura, sino también en la manufactura de productos químicos clave.

El amoniaco se produce industrialmente mediante el proceso de **Bosch-Haber**, una técnica fundamental en la química industrial. Este proceso implica la reacción de nitrógeno (N_2) e hidrógeno (H_2) bajo condiciones específicas:

- ✔ **Presión:** Más de 200 atmósferas.
- ✔ **Temperatura:** Alrededor de 200 °C .
- ✔ **Catalizador:** Contiene hierro para acelerar la reacción.

El proceso Haber es crucial para la producción de fertilizantes nitrogenados, con una capacidad de más de 100 millones de toneladas al año. Este método consume aproximadamente el 0,75% del consumo total de energía mundial anual. Los fertilizantes derivados del amoniaco son responsables de sustentar a más de un tercio de la población global, al mejorar significativamente los rendimientos agrícolas.

Sin embargo, el proceso no está exento de impactos ambientales. El uso extensivo de fertilizantes puede causar varios problemas ecológicos, como la contaminación de aguas por nitratos y la emisión de gases de efecto invernadero. A pesar de estos desafíos, el proceso Haber sigue siendo una piedra angular en la producción de alimentos a nivel mundial.

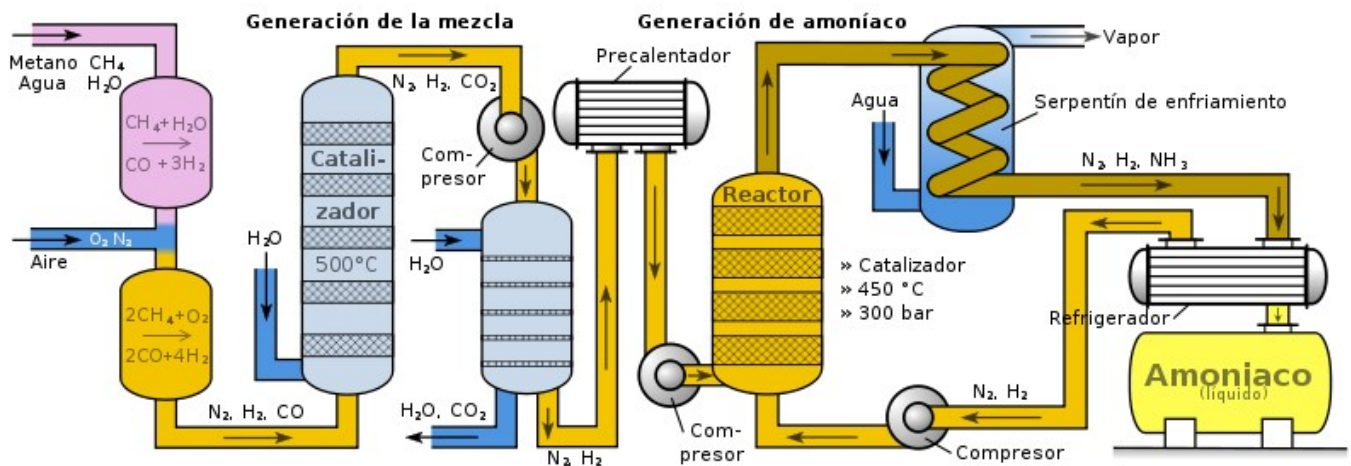


Imagen 18: Esquema proceso de Haber-Bosch. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Diagrama del proceso de Haber-Bosch. De forma más resumida:



Imagen 19: Esquema proceso de Haber-Bosch. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE



Autoevaluación

El amoníaco se produce industrialmente mediante el proceso de Haber-Bosch.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El proceso de Bosch-Haber opera a bajas presiones y temperaturas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso (Opera a más de 200 atm de presión y 200 °C de temperatura)

El amoníaco es un gas que hierve a -33 °C y congela a -78 °C.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El amoníaco se utiliza únicamente en la limpieza doméstica.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso (Se usa principalmente como fertilizante y en la fabricación de ácido nítrico, entre otras aplicaciones industriales)

El proceso Haber consume alrededor del 1% del consumo total de energía mundial al año.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso (Consume aproximadamente el 0,75%)

Los fertilizantes producidos mediante el proceso Haber son responsables del sustento de más de la mitad de la población mundial.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso (Sustentan a más de un tercio de la población mundial)

El ácido nítrico, que se obtiene a partir del amoníaco, se usa en la fabricación de explosivos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El proceso de producción de amoníaco no tiene impactos ambientales significativos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso (El uso de fertilizantes puede causar problemas ecológicos, como la contaminación de aguas y emisiones de gases de efecto invernadero)

El amoníaco se encuentra en disolución acuosa al 30 o 40 % en su uso doméstico.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El proceso de Haber-Bosch es un método reciente que no consume mucha energía.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso (Es un proceso antiguo y consume una cantidad significativa de energía)

2. 1. 2. Química farmacéutica

La **química farmacéutica** es una rama especializada de la química que se centra en el diseño, desarrollo, y la producción de medicamentos. Su objetivo principal es descubrir y crear sustancias químicas que puedan prevenir, tratar o curar enfermedades, así como mejorar la salud y el bienestar de las personas. Esta disciplina combina principios de química orgánica, bioquímica, y farmacología para transformar compuestos químicos en medicamentos efectivos.

Importancia de la Química Farmacéutica

La química farmacéutica es crucial para el avance de la medicina moderna y la mejora de la calidad de vida. A través de esta disciplina, se desarrollan nuevos fármacos que pueden tratar una variedad de enfermedades y condiciones médicas, desde infecciones bacterianas hasta enfermedades crónicas como la diabetes y el cáncer. La investigación y desarrollo en química farmacéutica también permiten la optimización de medicamentos existentes para hacerlos más efectivos y seguros.

Ejemplo de la Química Farmacéutica: Aspirina

Uno de los ejemplos más conocidos de la química farmacéutica es la aspirina (ácido acetilsalicílico). Desarrollada a finales del siglo XIX por Bayer, la aspirina se utiliza como analgésico, antiinflamatorio y antipirético. Su descubrimiento y desarrollo fueron posibles gracias a la química farmacéutica, que permitió la síntesis del ácido acetilsalicílico a partir del ácido salicílico, un compuesto natural.

Uso y Aplicaciones

- 1. Desarrollo de Medicamentos:** La química farmacéutica se encarga de crear y modificar compuestos químicos para obtener nuevos medicamentos. Este proceso incluye la síntesis de nuevas moléculas, la optimización de las propiedades farmacológicas y la evaluación de la seguridad y eficacia.
- 2. Optimización de Medicamentos:** Además de desarrollar nuevos fármacos, la química farmacéutica también se ocupa de mejorar medicamentos existentes. Esto puede implicar la modificación de la estructura química de un fármaco para reducir efectos secundarios, mejorar su eficacia o facilitar su administración.
- 3. Control de Calidad:** En la producción de medicamentos, la química farmacéutica asegura que los productos sean de alta calidad y cumplan con las normativas de seguridad. Esto incluye la realización de pruebas y análisis para verificar la pureza, estabilidad y potencia de los fármacos.
- 4. Investigación y Desarrollo:** Los químicos farmacéuticos trabajan en investigación básica y aplicada para descubrir nuevos compuestos con potencial terapéutico. Esto implica la identificación de nuevas dianas terapéuticas y la evaluación de la actividad biológica de los compuestos.



Debes conocer

La química farmacéutica juega un papel fundamental en la medicina moderna al facilitar el desarrollo de nuevos fármacos y la mejora de los existentes. Su impacto en la salud global es significativo, ya que permite el tratamiento efectivo de enfermedades y contribuye al bienestar general de la población. La continua investigación y avance en esta disciplina son esenciales para enfrentar los desafíos médicos actuales y futuros.

2.1.2.1. Medicamentos

Los Medicamentos y su Clasificación

Los medicamentos son sustancias diseñadas para prevenir, combatir o mitigar los efectos de enfermedades. Se dividen en dos categorías principales:

1. **Medicamentos de Prescripción:** También conocidos como medicamentos éticos, requieren una receta médica para su adquisición. Estos medicamentos suelen ser más complejos y se prescriben para tratar condiciones específicas bajo la supervisión de un profesional de salud.
2. **Medicamentos de Venta Libre:** Estos medicamentos, también llamados de propiedad, no requieren receta médica y están destinados a tratar afecciones menores. Generalmente, son más seguros para el uso general y están disponibles sin restricciones en farmacias y tiendas.

Orígenes de los Medicamentos

Los medicamentos pueden originarse de diversas fuentes:

- ✔ **Vegetal:** Muchos medicamentos provienen de plantas. Por ejemplo, la morfina se obtiene de la amapola, y la quinina de la corteza del quina.
- ✔ **Animal:** Algunos medicamentos se extraen de tejidos animales. La insulina, por ejemplo, se obtenía inicialmente del páncreas de animales.
- ✔ **Mineral:** Algunos medicamentos, como ciertos antiácidos y suplementos, provienen de minerales.
- ✔ **Sintético:** Muchos medicamentos modernos se sintetizan químicamente en laboratorios, aunque pueden derivarse de compuestos naturales.



Imagen 20: Medicamentos. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Ejemplos de Medicamentos Químicos Importantes

1. **Aspirina (Ácido Acetilsalicílico):** La aspirina, desarrollada a partir del ácido salicílico, se obtiene ahora sintéticamente. Originalmente derivado de la corteza del sauce, la aspirina es conocida por sus efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes. Además de aliviar el dolor y reducir la fiebre, la aspirina se usa para la prevención de infartos, ciertos tipos de cáncer y complicaciones asociadas con la diabetes, como la ceguera y las cataratas.
2. **Sulfamidas:** Las sulfamidas fueron los primeros antibióticos descubiertos. Aunque han sido en gran medida reemplazadas por los antibióticos derivados de la penicilina, como la amoxicilina, todavía se utilizan para tratar infecciones causadas por cepas bacterianas resistentes a la penicilina. Las sulfamidas siguen siendo útiles en el tratamiento de algunas infecciones específicas.

Práctica en casa: Aspirina y aspirina efervescente.

La aspirina se comercializa en varias formas. Una de ellas es la efervescente, que es aspirina con bicarbonato de sodio. Para entender la utilidad de esa presentación haz la siguiente experiencia:

1. En un vaso de agua de 250 ml aproximadamente, pon una aspirina y añade unos 100 ml de agua. Remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?
2. Añade al vaso anterior una cantidad de bicarbonato de sodio equivalente a dos cucharadas de café y remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

Solución: La aspirina convencional no se disuelve en agua, el bicarbonato sódico es un compuesto básico, que reacciona con el ácido acetilsalicílico de la aspirina dando como resultado de la reacción una sal sódica, que es un compuesto iónico y así soluble en agua. Por tanto, la mezcla aspirina, bicarbonato si se disuelve en agua. Los efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes del ácido acetilsalicílico se conservan en la forma de sal sódica.



Debes conocer

Los medicamentos desempeñan un papel vital en la medicina moderna, ofreciendo soluciones para una amplia gama de problemas de salud. Desde su origen en fuentes naturales hasta su síntesis en laboratorios, la evolución de los medicamentos refleja los avances en la química y la farmacología. La continua investigación en este campo asegura el desarrollo de nuevas terapias y mejoras en el tratamiento de enfermedades, contribuyendo significativamente al bienestar y la salud global.



Autoevaluación

Completa los huecos con los términos correctos relacionados con los medicamentos y la química farmacéutica:

1. Los medicamentos que requieren receta médica son **medicamentos de** , mientras que los que no necesitan receta son **medicamentos de** .
2. La , originalmente del ácido salicílico de la corteza del sauce, es conocida por sus efectos analgésicos y antipiréticos y se usa para prevenir infartos.
3. Las , los primeros antibióticos, aún se utilizan para cepas resistentes a otros antibióticos, aunque han sido reemplazadas en gran parte por los derivados de la penicilina.
4. Muchos medicamentos modernos se químicamente en

laboratorios a partir de compuestos naturales.

Enviar

2.1.2.2. Ingeniería genética

La **ingeniería genética** permite modificar el material genético de un organismo, añadiendo o eliminando segmentos del ADN.

En **agricultura**, esta técnica ha desarrollado cultivos más resistentes a plagas y enfermedades, y que requieren menos agua y nutrientes. Esto incrementa la producción y reduce el uso de plaguicidas, beneficiando económicamente a los agricultores.

En **medicina**, la ingeniería genética ha transformado la producción de medicamentos. Antes, sustancias complejas como la **insulina** se extraían de páncreas de animales, limitando su disponibilidad y elevando su costo. Ahora, se producen grandes cantidades de insulina a bajo costo mediante bacterias modificadas genéticamente, facilitando el acceso para los diabéticos.

Un avance reciente y significativo es la **terapia génica**, que está revolucionando el tratamiento de enfermedades genéticas al corregir defectos en el ADN de las células del paciente. Por ejemplo, el tratamiento con **Zolgensma** para la atrofia muscular espinal (AME) ha mostrado resultados prometedores, proporcionando una solución de una sola dosis que puede mejorar significativamente la calidad de vida y la supervivencia en bebés afectados.

La ingeniería genética también promete futuros avances en el **tratamiento de enfermedades** y en la **elaboración de vacunas**, con expectativas de grandes mejoras en estos campos.



Imagen 21: Plantas modificadas genéticamente. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.3. La industria Petroquímica

La **industria petroquímica** se dedica a la producción de compuestos químicos derivados del petróleo y del gas natural. Estos compuestos, conocidos como **productos petroquímicos**, son fundamentales para fabricar una amplia gama de productos que usamos en nuestra vida cotidiana.

La industria petroquímica es crucial porque proporciona materias primas para innumerables productos industriales y de consumo. Sin ella, sería imposible fabricar plásticos, fibras sintéticas, detergentes, y muchos otros productos esenciales.

Usos y Aplicaciones

1. **Plásticos:** Los plásticos como el polietileno, el polipropileno y el PVC son productos petroquímicos ampliamente utilizados en envases, componentes de automóviles, y productos de consumo.
2. **Fibras Sintéticas:** Las fibras como el nylon, el poliéster y el acrílico se obtienen de productos petroquímicos y se utilizan en la confección de ropa y textiles industriales.
3. **Productos Farmacéuticos:** Muchos medicamentos y productos de cuidado personal se derivan de compuestos petroquímicos.
4. **Detergentes y Productos de Limpieza:** Los surfactantes y otros ingredientes activos en detergentes y limpiadores suelen ser petroquímicos.



Debes conocer

En la industria petroquímica es el desarrollo de **tecnologías más sostenibles** y la búsqueda de alternativas para reducir el impacto ambiental. En este sentido, se están investigando y aplicando métodos de **reciclaje químico** y el uso de **biomateriales**.

Ejemplo: Un avance reciente es la **biotecnología aplicada al reciclaje de plásticos**. Empresas como **Loop Industries** están desarrollando procesos que convierten plásticos usados en productos petroquímicos de alta calidad para ser reutilizados en nuevos productos. Esto no solo ayuda a reducir el impacto ambiental de los desechos plásticos, sino que también ofrece una solución más sostenible para la industria petroquímica.

Este enfoque de reciclaje químico promete revolucionar la industria petroquímica al hacerla más ecológica y eficiente, alineándose con las tendencias actuales de sostenibilidad y economía circular.

2.1.3.1. Fibras

El petróleo no solo es una fuente de energía; sus derivados tienen numerosos usos en la vida moderna. Además de combustibles, se obtienen de él fibras, plásticos, detergentes, medicamentos y colorantes. Las fibras, formadas por largas cadenas moleculares, pueden ser de origen animal (como la lana o la seda), vegetal (como el lino o el algodón), mineral (como la fibra de vidrio) o sintético, siendo estas últimas las más comunes y obtenidas del petróleo.

La primera fibra sintética del petróleo fue el **naílon**, desarrollado en 1938 como sustituto de la seda y utilizado en paracaídas durante la Segunda Guerra Mundial. Desde entonces, se han desarrollado otras fibras sintéticas, como el **poliéster**, la **lycra** y las **fibras acrílicas**.

Aunque la mayor parte de las fibras sintéticas se usa para tejidos y prendas de vestir, algunas se desarrollan para aplicaciones especializadas, como **aislantes térmicos** para astronautas, **tejidos antibalas** para soldados y policías, y **trajes ignífugos** para bomberos, antes de ser adaptadas para el uso cotidiano.

2.1.3.2. Plásticos

Los plásticos, con una estructura molecular similar a las fibras, se caracterizan por tener largas cadenas moleculares entrelazadas, formando láminas en lugar de hilos. Aunque existen plásticos de origen natural, como el hule o el caucho, los más importantes son los sintéticos derivados del petróleo.

Los plásticos se destacan por su facilidad de moldeo, resistencia a productos químicos, impermeabilidad, aislamiento térmico y eléctrico, y tenacidad. Estas propiedades los hacen ideales para aplicaciones como recipientes, aislantes de cables eléctricos y asas de utensilios de cocina.

Entre los plásticos más comunes y sus aplicaciones se incluyen:

- ✓ **PVC (Policloruro de vinilo):** Derivado del cloruro de vinilo ($\text{CH}_2=\text{CHCl}$), el PVC es rígido, impermeable y resistente a los agentes químicos. Se utiliza en la fabricación de tuberías, láminas y recubrimientos de suelos. Con la adición de plastificantes, como poliéster, se vuelve flexible y se emplea como aislante en cables eléctricos y para fabricar envases de alimentos.



Imagen 22: PVC. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

- ✓ **Teflón (Politetrafluoretileno):** Derivado del tetrafluoretileno ($\text{CF}_2=\text{CF}_2$), el teflón es altamente resistente al calor, la humedad y los agentes químicos. Inicialmente desarrollado para la industria aeronáutica, se ha popularizado como recubrimiento antiadherente en utensilios de cocina debido a su facilidad de limpieza.

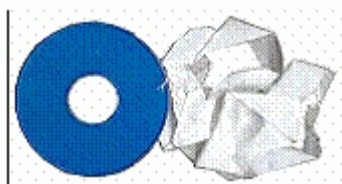


Imagen 23: Teflón, Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

- ✓ **Poliéster:** Utilizado tanto en textiles como en envases, los poliésteres como el PET (tereftalato de polietileno) son conocidos por su durabilidad y resistencia a la humedad, lo

que los hace ideales para botellas y ropa.

- ✔ **Policarbonato:** Este plástico es extremadamente resistente y se utiliza en aplicaciones que requieren alta durabilidad y claridad, como lentes de seguridad y carcasas de equipos electrónicos.

Los plásticos continúan evolucionando, con desarrollos recientes como plásticos biodegradables y bioplásticos derivados de fuentes naturales, que buscan reducir el impacto ambiental y ofrecer alternativas sostenibles.

2.1.3.3. Detergentes

Los detergentes y jabones son agentes de limpieza que funcionan gracias a sus propiedades surfactantes.

Detergentes:

- ✓ **Estructura:** Son moléculas largas con un extremo hidrófilo (afín al agua) y otro hidrófobo (afín a las grasas).
- ✓ **Funcionamiento:** En agua, forman micelas, esferas con la parte hidrófila hacia el exterior y la parte hidrófoba en el interior. Esta estructura atrapa y elimina grasas, facilitando la limpieza.
- ✓ **Historia:** Durante la Segunda Guerra Mundial, debido a la escasez de grasas para la fabricación de jabones, se desarrollaron detergentes sintéticos a partir del benceno. Los primeros detergentes no eran biodegradables y permanecían en el agua durante años.
- ✓ **Actualidad:** Los detergentes modernos son biodegradables, se descomponen rápidamente por microorganismos y no contaminan el agua. Además, suelen contener agentes que eliminan el calcio (dureza del agua) y espumantes que generan mucha espuma pero tienen menor capacidad de limpieza. Los detergentes para vajillas, por ejemplo, a menudo incluyen protectores para la piel.



freepik. Detergente (CC BY-NC-SA)

Jabones:

- ✓ **Origen:** Son surfactantes naturales obtenidos de aceites y grasas animales o vegetales.
- ✓ **Propiedades:** Los jabones también tienen un extremo hidrófilo y otro hidrófobo, pero su fabricación se basa en procesos de saponificación.
- ✓ **Uso:** Tradicionalmente se han utilizado en la limpieza de ropa y superficies, y hoy en día se emplean tanto en su forma pura como en productos combinados con detergentes.

Ejemplos actuales:

- ✓ **Detergentes biodegradables:** Ejemplos incluyen productos como Tide PurClean y Seventh Generation, que son diseñados para descomponerse rápidamente y reducir el impacto ambiental.
- ✓ **Espumantes y protectores de la piel:** Detergentes para lavavajillas como Dawn, que no solo limpian eficazmente sino que también protegen la piel.

Además de como agentes de limpieza, los detergentes se emplean en minería para facilitar la flotación de ganga o mena y separar el mineral útil de las rocas que lo acompañan.

2.1.3.4. Combustibles y asfaltos

Además de fibras, plásticos, detergentes y colorantes, el petróleo es fundamental para la obtención de combustibles y energía.

Origen y Refinado del Petróleo:

- ✓ **Origen:** Formado a partir de plantas y microorganismos marinos primitivos, el petróleo se encuentra junto con el gas natural en yacimientos subterráneos.
- ✓ **Composición:** Es una mezcla compleja de hidrocarburos (compuestos de carbono e hidrógeno).
- ✓ **Proceso de Refinado:** El petróleo crudo se somete a una destilación fraccionada para separar sus componentes en diferentes fracciones.

Productos del Petróleo:

- ✓ **Combustibles:** Una gran parte del petróleo refinado se convierte en combustibles. De un barril de petróleo (159 litros), se obtienen aproximadamente 115 litros de combustibles como gasolina y gasóleo.
 - ➔ **Gasolina:** Usada principalmente en vehículos de combustión interna, como automóviles y motocicletas.
 - ➔ **Gasóleo:** Utilizado en vehículos más grandes, como camiones y autobuses, así como en centrales térmicas para la generación de electricidad.
- ✓ **Asfalto:** Componente residual del proceso de refinado. Se utiliza como impermeabilizante y en la construcción de carreteras.

Ejemplos:

- ✓ **Combustibles Alternativos:** Se están desarrollando combustibles más limpios y sostenibles, como los biocombustibles y el hidrógeno, para reducir la dependencia del petróleo y minimizar el impacto ambiental.
- ✓ **Asfalto Modificado:** Se están investigando nuevas fórmulas de asfalto para mejorar la durabilidad y reducir el impacto ambiental de las carreteras.



Imagen 25: Destilación fraccionada del petróleo. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE



Pregunta de Selección Múltiple

1. Señala de cuál del los siguientes productos procede del petróleo:

☐ a) Plástico

☐ b) Algunos detergentes

☐ c) Algunos medicamentos

☐ d) PVC

☐ e) Teflón

☐ f) Combustibles

☐ g) Todos

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto
5. Incorrecto
6. Incorrecto
7. Correcto



Autoevaluación

Los plásticos derivados del petróleo pueden moldearse fácilmente y son resistentes a productos químicos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Esto es correcto. Los plásticos derivados del petróleo tienen propiedades como la facilidad de moldeado y la resistencia a productos químicos, lo que los hace útiles en una variedad de aplicaciones.

El PVC se vuelve flexible al añadirle un plastificador, lo que lo hace adecuado para fabricar envases de alimentos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Esto es incorrecto. El PVC puede volverse flexible con un plastificador y se usa para fabricar envases de alimentos. La afirmación es verdadera, no falsa.

El teflón es conocido por su resistencia al calor y a los agentes químicos y se usa principalmente en la industria aeronáutica.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Esto es correcto. El teflón tiene propiedades destacadas como resistencia al calor y a los agentes químicos y se desarrolló inicialmente para la industria aeronáutica, pero ahora también se usa en utensilios de cocina.

El poliéster se utiliza exclusivamente en la fabricación de textiles y no tiene aplicaciones en envases.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Esto es incorrecto. El poliéster tiene múltiples aplicaciones, incluyendo la fabricación de textiles y envases, como botellas de plástico.

El policarbonato es un plástico conocido por su alta durabilidad y se usa en lentes de seguridad y carcasas de equipos electrónicos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Esto es correcto. El policarbonato es conocido por su durabilidad y se usa en aplicaciones como lentes de seguridad y carcasas de equipos electrónicos.

3. Investigación, desarrollo e innovación (I+D+i).

I+D+i es un concepto moderno que se refiere al proceso integral que abarca Investigación, Desarrollo e Innovación. Este enfoque ha evolucionado del antiguo concepto de **Investigación y Desarrollo (I+D)**.

Componentes:

1. **Investigación:** Busca generar nuevos conocimientos y descubrimientos fundamentales que puedan llevar a avances científicos.
2. **Desarrollo:** Aplica estos conocimientos para crear o mejorar productos, procesos o servicios.
3. **Innovación:** Introduce estos desarrollos en el mercado o en aplicaciones prácticas, mejorando la competitividad y generando valor.

Importancia:

- ✓ **Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC):** I+D+i es esencial en el avance de las TIC, que impulsan la transformación digital en diversos sectores.
- ✓ **Competitividad y Progreso:** Promueve la creación de soluciones novedosas y eficientes, aumentando la competitividad en el mercado global y contribuyendo al progreso tecnológico y económico.

Aplicaciones Actuales:

- ✓ **Tecnologías Emergentes:** Desarrollo de inteligencia artificial, biotecnología, nanotecnología y energías renovables.
- ✓ **Innovación Empresarial:** Implementación de nuevas tecnologías para optimizar procesos y productos en industrias como la automotriz, farmacéutica y de telecomunicaciones.



freepik. Investigación (CC BY-NC-SA)

3.1. Plan Estatal de Investigación Científica y Técnica y de Innovación (PEICTI)

Plan Estatal de Investigación Científica y Técnica y de Innovación (PEICTI):

- ✓ **Diseño y Elaboración:** El PEICTI es una iniciativa del Ministerio de Ciencia e Innovación, desarrollado en colaboración con diversas instituciones, agencias y expertos en ciencia y tecnología.
- ✓ **Participación:** Involucra a la Administración General del Estado, centros de investigación, universidades, centros tecnológicos, asociaciones empresariales, plataformas tecnológicas y expertos nacionales e internacionales.
- ✓ **Objetivo:** Impulsar la investigación científica y técnica, y la innovación, fomentando la transferencia de tecnología, la colaboración público-privada y la internacionalización de la ciencia española.
- ✓ **Áreas Prioritarias:** Se centra en áreas clave como la transición ecológica, digitalización, salud y biotecnología, con el objetivo de abordar los retos globales y mejorar la sostenibilidad y resiliencia del país.
- ✓ **Financiación y Medidas:** Incluye un aumento en la financiación de proyectos innovadores y la mejora de mecanismos de evaluación y coordinación entre distintas entidades.

Aplicaciones Actuales:

- ✓ **Tecnologías Emergentes:** Avances en inteligencia artificial, biotecnología, nanotecnología y energías renovables.
- ✓ **Innovación Empresarial:** Optimización de procesos y productos en diversas industrias como la automotriz, farmacéutica y de telecomunicaciones.
- ✓ **Sostenibilidad:** Desarrollo de tecnologías y procesos que promuevan la economía circular y la reducción de la huella ecológica.



Para saber más

En el siguiente enlace puedes ver sobre PEICTI:

 [PEICTI](#)

3.2. I+D+i Industria farmacéutica

En la actualidad, la industria farmacéutica está muy activa en I+D+i (Investigación, Desarrollo e Innovación) con una serie de iniciativas y enfoques innovadores. Estas iniciativas buscan no solo mejorar los tratamientos existentes, sino también desarrollar nuevas terapias y tecnologías que puedan transformar la atención médica y la salud global. A continuación se detallan algunas de las principales iniciativas:

1. Desarrollo de Terapias Personalizadas:

- ✓ **Medicina de Precisión:** Utilización de datos genéticos y moleculares para desarrollar tratamientos adaptados a las características individuales de los pacientes. Por ejemplo, el análisis de perfiles genéticos para ofrecer terapias específicas en cáncer o enfermedades raras.
- ✓ **Farmacogenómica:** Estudio de cómo la genética de una persona afecta su respuesta a los medicamentos. Esto permite personalizar los tratamientos para mejorar la eficacia y reducir los efectos secundarios.

2. Avances en Biotecnología:

- ✓ **Terapias con Células y Genes:** Desarrollo de terapias basadas en la modificación genética de células para tratar enfermedades genéticas y ciertos tipos de cáncer. Ejemplos incluyen las terapias CAR-T para el cáncer y la edición genética con CRISPR.
- ✓ **Vacunas de ARNm:** La tecnología de ARN mensajero, utilizada en las vacunas contra COVID-19, se está explorando para otras enfermedades infecciosas y enfermedades crónicas.

3. Uso de Inteligencia Artificial y Big Data:

- ✓ **Descubrimiento de Fármacos:** Aplicación de algoritmos de IA para analizar grandes volúmenes de datos y predecir cómo las nuevas moléculas pueden interactuar con objetivos biológicos, acelerando el descubrimiento de nuevos medicamentos.
- ✓ **Desarrollo de Ensayos Clínicos:** Utilización de IA para diseñar ensayos clínicos más eficientes y seleccionar los candidatos más adecuados, mejorando la tasa de éxito y reduciendo los costos.

4. Investigación en Enfermedades Raras y Complejas:

- ✓ **Tratamientos Innovadores:** Investigación y desarrollo de nuevas terapias para enfermedades raras, que afectan a un pequeño porcentaje de la población, pero que a menudo carecen de tratamientos efectivos.
- ✓ **Medicamentos Huérfanos:** Incentivos para desarrollar medicamentos para enfermedades raras mediante subvenciones y extensiones de exclusividad de mercado.

5. Sostenibilidad y Eficiencia en la Producción:

- ✓ **Manufactura Verde:** Implementación de procesos de producción más sostenibles y ecológicos para reducir el impacto ambiental. Esto incluye el uso de tecnologías limpias y la reducción de residuos.
- ✓ **Optimización de Recursos:** Desarrollo de métodos más eficientes para la producción de medicamentos, incluyendo la minimización de costos y el uso de recursos naturales de manera más efectiva.

6. Innovaciones en Formulación y Administración de Medicamentos:

- ✓ **Tecnología de Liberación Controlada:** Creación de formulaciones que permiten la liberación gradual de medicamentos, mejorando la eficacia y la adherencia al tratamiento.
- ✓ **Administración no Invasiva:** Desarrollo de nuevas formas de administración, como parches transdérmicos y dispositivos portátiles para la administración de medicamentos, que mejoran la comodidad del paciente.

Ejemplo: Terapias con Anticuerpos Monoclonales: Un ejemplo reciente de innovación es el uso de anticuerpos monoclonales para tratar enfermedades como el cáncer y COVID-19. El medicamento *Roche's Ronapreve*, una combinación de anticuerpos monoclonales, ha demostrado ser eficaz en la prevención y tratamiento de COVID-19, y ha sido aprobado para su uso en varios países. Esta tecnología está siendo expandida para abordar otras enfermedades infecciosas y enfermedades autoinmunes.

3 .3. I+D+i Industria alimentaria

La industria alimentaria está en constante evolución, impulsada por la necesidad de satisfacer las demandas cambiantes de los consumidores, mejorar la seguridad alimentaria y enfrentar los desafíos globales. Las iniciativas actuales en I+D+i (Investigación, Desarrollo e Innovación) en este sector abarcan una variedad de áreas clave:

1. Innovaciones en Ingredientes y Procesos

- ✓ **Ingredientes Funcionales:** Desarrollo de ingredientes que no solo mejoran el sabor o la textura, sino que también aportan beneficios para la salud, como prebióticos, probióticos, y antioxidantes.
- ✓ **Procesos de Producción Sostenibles:** Implementación de tecnologías que reducen el desperdicio de alimentos y minimizan el impacto ambiental, como técnicas de extracción y procesamiento más eficientes.

2. Seguridad Alimentaria y Calidad

- ✓ **Tecnologías de Detección:** Desarrollo de métodos avanzados para detectar contaminantes y patógenos en los alimentos, como biosensores y técnicas de espectroscopía.
- ✓ **Blockchain para Trazabilidad:** Uso de la tecnología blockchain para garantizar la trazabilidad de los alimentos desde el origen hasta el consumidor, aumentando la transparencia y la confianza en la cadena de suministro.

3. Nuevas Formas de Alimentación

- ✓ **Alimentos de Origen Vegetal:** Innovación en la formulación de productos basados en plantas que imitan la textura y el sabor de la carne, como las hamburguesas y salchichas vegetales.
- ✓ **Cultivos Celulares:** Desarrollo de carne cultivada en laboratorio que ofrece una alternativa sostenible a la producción convencional de carne.

4. Nutrición Personalizada

- ✓ **Alimentos Personalizados:** Utilización de datos genéticos y biométricos para desarrollar productos alimenticios adaptados a las necesidades nutricionales individuales.
- ✓ **Aplicaciones y Dispositivos:** Creación de aplicaciones móviles y dispositivos portátiles que ayudan a los consumidores a monitorizar y gestionar su ingesta de

alimentos para mejorar la salud y el bienestar.

5. Sostenibilidad y Economía Circular

- ✓ **Reducción de Residuos:** Investigación en métodos para reducir el desperdicio de alimentos, como la reutilización de subproductos y la creación de envases reciclables o compostables.
- ✓ **Producción Ecológica:** Implementación de prácticas agrícolas sostenibles, como la agricultura regenerativa y la reducción del uso de pesticidas y fertilizantes químicos.

6. Tecnología de Alimentos

- ✓ **Impresión de Alimentos:** Desarrollo de impresoras 3D que pueden crear alimentos personalizados y complejos a partir de ingredientes frescos.
- ✓ **Microencapsulación:** Tecnologías para encapsular ingredientes activos, como vitaminas y sabores, para mejorar su estabilidad y liberación controlada en los productos alimenticios.

Ejemplo: Alimentos Basados en Células: La empresa *Upside Foods* (anteriormente conocida como *Memphis Meats*) está a la vanguardia de la carne cultivada en laboratorio. Su carne cultivada en células, que incluye pollo y carne de res, es producida sin la necesidad de criar y sacrificar animales, ofreciendo una alternativa más sostenible y ética a la carne convencional. Este enfoque no solo tiene el potencial de reducir significativamente el impacto ambiental de la producción de carne, sino que también aborda preocupaciones sobre el bienestar animal.

3.4. I+D+i Industria química

La industria química está en la vanguardia de la innovación, impulsada por la necesidad de desarrollar productos más sostenibles, eficientes y seguros. Las iniciativas actuales en I+D+i (Investigación, Desarrollo e Innovación) en este sector abarcan varias áreas clave:

1. Sostenibilidad y Química Verde

- ✓ **Desarrollo de Catalizadores Ecológicos:** Investigación en catalizadores que reduzcan el uso de metales preciosos y tóxicos, minimizando el impacto ambiental de las reacciones químicas.
- ✓ **Procesos de Producción Limpios:** Implementación de procesos de producción que generen menos residuos y consuman menos energía, como la química de flujo continuo y la tecnología de microreactores.

2. Nuevos Materiales y Nanotecnología

- ✓ **Materiales Avanzados:** Creación de nuevos materiales con propiedades mejoradas, como polímeros más fuertes y ligeros, o materiales con capacidades autorreparadoras.
- ✓ **Nanomateriales:** Desarrollo de nanomateriales con aplicaciones en diversos campos, desde la medicina (como sistemas de liberación controlada de fármacos) hasta la electrónica y la energía (como nanocapacitores y nanocatalizadores).

3. Química de Sostenibilidad y Reciclaje

- ✓ **Reciclaje Químico:** Investigación en métodos avanzados para el reciclaje químico de plásticos y otros materiales, convirtiéndolos en nuevos productos o materias primas en lugar de simplemente reciclarlos mecánicamente.
- ✓ **Bioplásticos y Biocombustibles:** Desarrollo de plásticos y combustibles derivados de fuentes biológicas, como algas o residuos agrícolas, que sean más sostenibles y biodegradables.

4. Farmacéutica y Biotecnología

- ✓ **Medicamentos Personalizados:** Avances en la producción de medicamentos personalizados basados en el perfil genético del paciente, mejorando la eficacia y reduciendo los efectos secundarios.
- ✓ **Biotecnología para Síntesis de Fármacos:** Uso de organismos genéticamente modificados para producir fármacos complejos que son difíciles de sintetizar.

químicamente, como proteínas terapéuticas y vacunas.

5. Energía y Medio Ambiente

- ✓ **Tecnologías de Energía Limpia:** Desarrollo de tecnologías para la producción de energía a partir de fuentes renovables, como la energía solar, eólica y la conversión de CO₂ en combustibles útiles.
- ✓ **Tratamiento de Agua y Aire:** Creación de nuevos métodos para la purificación del agua y el aire, utilizando técnicas avanzadas de separación y adsorción, así como materiales con alta capacidad de absorción de contaminantes.

6. Digitalización y Automatización

- ✓ **Química Digital:** Aplicación de tecnologías digitales, como inteligencia artificial y aprendizaje automático, para optimizar procesos químicos, diseñar nuevos compuestos y predecir reacciones químicas.
- ✓ **Automatización de Laboratorios:** Implementación de robots y sistemas automatizados en laboratorios para aumentar la eficiencia y la precisión en la síntesis y análisis de compuestos químicos.

Ejemplo: Química Verde en la Industria de los Plásticos: La empresa *Unilever* ha desarrollado un proceso de reciclaje químico para plásticos en colaboración con *Loop Industries*. Este proceso convierte plásticos reciclados en materia prima virgen, lo que permite la producción de nuevos plásticos con el mismo nivel de calidad que los fabricados a partir de petróleo virgen. Esta tecnología aborda el problema del reciclaje de plásticos complejos y mejora la sostenibilidad del ciclo de vida del plástico.

3.5. I+D+i Industria energética

La industria energética está en un proceso de transformación impulsado por la necesidad de transición hacia fuentes de energía más sostenibles y eficientes. Las iniciativas actuales en I+D+i en esta industria se centran en varias áreas clave:

1. Energías Renovables

- ✓ **Tecnologías de Energía Solar:** Avances en células solares de alta eficiencia, incluyendo paneles fotovoltaicos de perovskita y tecnologías de concentración solar. La investigación también se enfoca en la mejora de la durabilidad y el costo de los paneles solares.
- ✓ **Energía Eólica:** Desarrollo de turbinas eólicas más grandes y eficientes, así como la investigación en aerogeneradores flotantes que permiten la instalación en aguas más profundas y en regiones con vientos más constantes.

2. Almacenamiento de Energía

- ✓ **Baterías Avanzadas:** Investigación en nuevas tecnologías de baterías, como baterías de estado sólido, baterías de flujo y baterías de litio-azufre, que prometen mayor capacidad, durabilidad y seguridad.
- ✓ **Sistemas de Almacenamiento de Energía en Red:** Desarrollo de soluciones de almacenamiento a gran escala para equilibrar la oferta y demanda de energía en la red, incluyendo tecnologías como el almacenamiento de energía en aire comprimido (CAES) y en sales fundidas.

3. Energía de Hidrógeno

- ✓ **Producción de Hidrógeno Verde:** Investigación en métodos eficientes y económicos para producir hidrógeno utilizando energía renovable, como la electrólisis del agua. El hidrógeno verde se considera una solución clave para descarbonizar sectores industriales y del transporte.
- ✓ **Almacenamiento y Distribución de Hidrógeno:** Desarrollo de tecnologías para almacenar y transportar hidrógeno de manera segura y eficiente, incluyendo métodos de compresión, licuefacción y almacenamiento en materiales sólidos.

4. Eficiencia Energética

- ✓ **Tecnologías de Edificios Inteligentes:** Investigación en sistemas de gestión energética para edificios que optimizan el consumo de energía mediante el uso de

sensores y tecnologías de automatización.

- ✓ **Eficiencia en la Generación de Energía:** Desarrollo de tecnologías que mejoran la eficiencia de las plantas de energía, como ciclos combinados de gas y vapor y tecnologías avanzadas de captura de carbono.

5. Redes de Energía Inteligente

- ✓ **Smart Grids:** Implementación de redes eléctricas inteligentes que utilizan tecnología de comunicación para mejorar la gestión y distribución de la energía, integrando de manera efectiva las fuentes de energía renovable y mejorando la resiliencia de la red.
- ✓ **Medidores Inteligentes:** Desarrollo de medidores de energía avanzados que permiten a los consumidores monitorear y gestionar su consumo de manera más eficiente, y proporcionan datos en tiempo real a las compañías de energía.

6. Captura y Almacenamiento de Carbono (CAC)

- ✓ **Tecnologías de Captura de Carbono:** Investigación en métodos para capturar dióxido de carbono de fuentes industriales y de generación de energía, incluyendo la captura directa del aire y la captura en el punto de emisión.
- ✓ **Utilización del CO₂:** Desarrollo de procesos para convertir el CO₂ capturado en productos útiles, como combustibles sintéticos y materiales de construcción, contribuyendo a la economía circular.

Ejemplo: Energía Solar de Perovskita: La empresa Oxford PV ha desarrollado células solares basadas en perovskita que prometen una eficiencia significativamente mayor en comparación con las células solares tradicionales de silicio. Estas células también pueden ser más económicas de fabricar, lo que podría reducir el costo general de la energía solar y aumentar su adopción a nivel global.

Licencia: licencia propietaria

Tema 7. Energía.



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

La **necesidad de energía** forma parte desde el **comienzo** de la vida misma. Un organismo para crecer y reproducirse precisa energía, el movimiento de cualquier animal supone un gasto energético, e incluso el mismo hecho de la respiración de plantas y animales implica una acción energética. En todo lo relacionado con la vida individual o social está presente la energía.

La obtención de luz y calor está vinculada a la **producción y al consumo de energía**. Ambos términos son imprescindibles para la supervivencia de la tierra y consecuentemente de la vida vegetal, animal y humana.

El ser humano desde sus primeros pasos en la tierra, y a lo largo de la historia, ha sido un buscador de formas de **generación de esa energía** necesaria y facilitadora de una vida más agradable. Gracias al uso y conocimiento de las formas de energía ha sido capaz de cubrir necesidades básicas: luz, calor, movimiento, fuerza, y alcanzar mayores cotas de confort para tener una vida más cómoda y saludable. También estudiaremos cómo el hombre ha sido capaz de aprovechar esos recursos para su uso particular, por eso, estudiaremos las distintas **instalaciones de una vivienda**.

Sin embargo, el uso y el abuso de determinadas fuentes de energía produce una **modificación del entorno** y un agotamiento de los recursos del medio ambiente. Así, el uso de la energía ha acarreado un efecto secundario de desertización, erosión y contaminación principalmente, que ha propiciado la actual problemática medioambiental y el riesgo potencial de acrecentar la misma con los desechos y residuos de algunas de las formas de obtención de energía.

Por eso al finalizar el tema estudiaremos algunas medidas de **ahorro energético** y nos concienciaremos para contribuir nuestro grano de arena.



Imagen 1: Rayo. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Nelumadau. Licencia: Dominio público.

1. ¿Qué es la energía?

El término energía se utiliza mucho en la vida cotidiana. Por ejemplo se dice que una persona es muy "energética" cuando realiza mucho trabajo. También hemos oído la importancia de un buen desayuno para no quedarnos "sin energía" a media mañana. Por tanto, el concepto de energía está ligado al de trabajo por eso debemos conocerlo.

Se realiza **Trabajo** sobre un cuerpo cuando se desplaza o se deforma debido a la acción de una fuerza. Se mide en Julios (J).

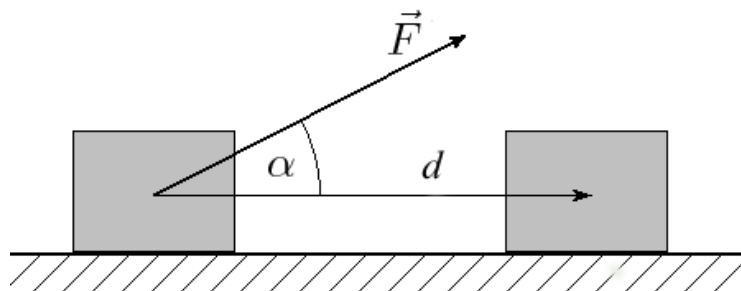


Imagen 2: Trabajo (Física). Fuente: [Wikipedia](#).
Autor: Ignacio Marcoux. Licencia: Creative commons (CC)

Y por tanto es concepto de energía:

La Energía es la capacidad que poseen los cuerpos para poder realizar un trabajo. La capacidad que tiene un cuerpo de producir energía puede depender de factores como su composición, su posición o de si se encuentra o no en movimiento.

La energía es una magnitud física y, como tal, puede medirse y cuantificarse. La unidad de medida de la energía en el Sistema Internacional es el **Julio** (J), aunque también puede expresarse en **calorías** (cal), **kilocalorías** (kcal) o **kilovatios-hora** (kWh). La equivalencia entre ellas:

$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$
$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal} = 4180 \text{ J}$
$1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ J}$



Caso práctico

2) ¿A cuántos Julios equivalen 8 calorías?

Mostrar retroalimentación

Como $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$ entonces:

$$8 \text{ cal} * (4,18 \text{ J}/1 \text{ cal}) = 33,44 \text{ J}$$



Caso práctico

3) ¿Cuántas calorías son 12 Julios?

Mostrar retroalimentación

Como $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$ entonces:

$$12 \text{ J} * (1 \text{ cal}/4,18 \text{ J}) = 2,87 \text{ cal}$$



Caso práctico

4) ¿Cuántos KJ son 5000 J?

Mostrar retroalimentación

Sabemos que $1 \text{ KJ} = 1000 \text{ J}$ entonces:

$$5000 \text{ J} * (1 \text{ KJ}/1000 \text{ J}) = 5 \text{ KJ}$$



Caso práctico

5) ¿Cuántos J son 5 KWh?

Mostrar retroalimentación

Conociendo que $1 \text{ KWh} = 3600000 \text{ J}$ entonces:

$$5 \text{ KWh} * (3600000 \text{ J} / 1 \text{ KWh}) = 18000000 \text{ J}$$

1.1. Características de la energía.

Tras varios siglos empleando la energía, la Ciencia ha podido identificar y definir las características de la energía que se enumeran a continuación:

1. La **energía** puede **transferirse** de unos cuerpos a otros. Por ejemplo, al empujar un columpio transferimos la energía desde nuestro organismo al sillín.
2. La **energía** puede **transformarse**. Por ejemplo, si frotas fuertemente la palma de la mano contra la mesa transformas energía cinética (la que se transfiere al movimiento) en energía calorífica, pues la mesa y la mano se calientan.
3. La **energía** se **conserva**, es decir, **ni se crea ni se destruye, sólo se transfiere entre cuerpos o se transforma de un tipo a otro**. Por ejemplo, si dejas caer una pelota desde cierta altura, el objeto al principio tiene una energía potencial (debido a la altura) que se transforma en energía cinética (debido a la velocidad que va adquiriendo a medida que cae).
4. La **energía** se **degrada**. Esto no quiere decir que no se pierda, sino que pasa a estados en los que no nos resulta útil. Por ejemplo, si deslizas un coche de juguete por el suelo se acaba parando a los pocos segundos.
5. La **energía** puede **transportarse** de un lugar a otro. Por ejemplo, la energía eléctrica se puede transportar a lugares lejanos gracias a los tendidos eléctricos.
6. La **energía** puede **almacenarse** para ser utilizada en cualquier momento. Por ejemplo, la gasolina de los coches o cualquier batería.



Rellenar huecos

6) Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan. El texto hace referencia a las características de la energía.

La energía se , es decir, que pasa a unos estados en los que ya no nos resulta útil. La energía también puede de unos cuerpos a otros, es decir, al empujar un columpio transferimos la energía desde nuestro organismo al sillín. Otra característica de la energía es que puede y transferirse en cualquier momento. Es el caso, de las baterías de los coches. Por último resaltar que la energía se , es decir, ni se crea ni se destruye, sólo se transfiere entre cuerpos o se transforma de un tipo a otro.

Enviar



Caso práctico

- 1) Escribe algunos ejemplos de la evolución de la energía a lo largo de la Historia.

Mostrar retroalimentación

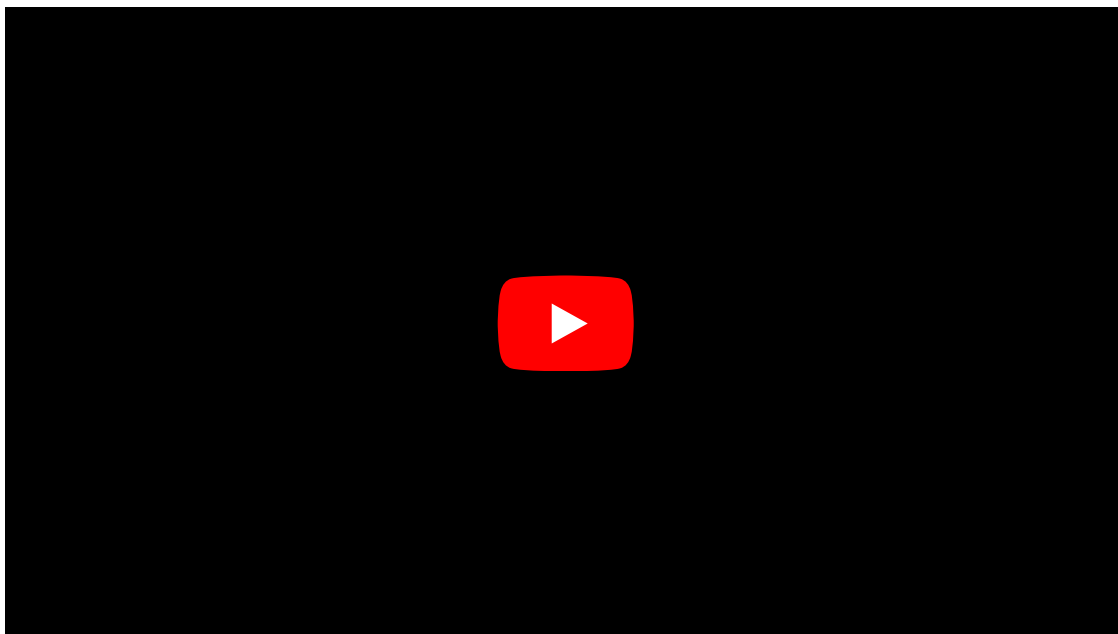
El fuego, la utilización de las persas de los molinos de viento, la extracción del primer pozo petrolífero, la utilización del carbón como combustible...

1.2. Tipos de energía

La energía recibe distintos nombres según la capacidad que tienen los cuerpos de usarla para realizar trabajo. Destacamos la **energía cinética**, la **energía potencial**, la **energía mecánica**, la **energía química**, la **energía eléctrica**, la **energía electromagnética**, la **energía térmica** y la **energía nuclear**.

1. La **energía cinética** es la que tiene un cuerpo por el hecho de estar en movimiento.
2. La **energía potencial** es aquella que tiene un cuerpo debido a su posición.
3. La **energía mecánica** que es la suma de las energías cinética y potencial.
4. La **energía química** es la que poseen los compuestos químicos debido a sus propiedades. Puesto que esta energía está almacenada, se pondrá de manifiesto cuando se produzca una reacción química.
5. La **energía eléctrica** se debe al movimiento de cargas eléctricas dentro de un conductor. Este movimiento de las cargas eléctricas se conoce como corriente eléctrica y es el responsable del funcionamiento de electrodomésticos o de cualquier aparato eléctrico.
6. La **energía electromagnética** es la energía que transportan las ondas electromagnéticas, como la luz, las ondas de radio, las microondas o las rayos X.
7. La **energía térmica** es la energía que poseen los cuerpos por el hecho de que las moléculas y átomos que los componen están en continuo movimiento.
8. La **energía nuclear** es la que puede extraerse de los núcleos de algunos átomos mediante las radiaciones nucleares.

A continuación se muestra un vídeo donde se demuestra la conservación de la energía Mecánica.



Vídeo 1. Principio de conservación de la energía mecánica. Fuente: [Youtube](#).



Caso práctico

Investiga en Internet si existe relación entre el consumo de energía y los continentes.

No. No existe ninguna relación. Está totalmente desproporcionado.



Pregunta Verdadero-Falso

7) Identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

Un ejemplo de energía nuclear es cuando quemamos carbón

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las ondas de radio son un ejemplo de energía electromagnética

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La energía potencial es aquella asociada a su velocidad

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La energía eléctrica se manifiesta cuando encendemos un electrodoméstico

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La energía térmica está asociada a las partículas en movimiento

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Un ejemplo de energía cinética lo representa un coche en movimiento

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La energía nuclear se extrae de algunos núcleos mediante reacciones nucleares

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y química

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

1.3. Relación entre energía, calor y temperatura.

La **teoría cinético-molecular de la materia** es una extensión de la teoría cinética de los gases que nos permite explicar el comportamiento de las sustancias en cada uno de los estados, a partir de unos **postulados generales**:

1. La materia está formada por entidades muy pequeñas llamadas **partículas**.
2. Las partículas están en **continuo movimiento**, chocando entre sí de manera elástica.
3. Entre partículas existen **interacciones**, más o menos intensas dependiendo del estado de agregación.

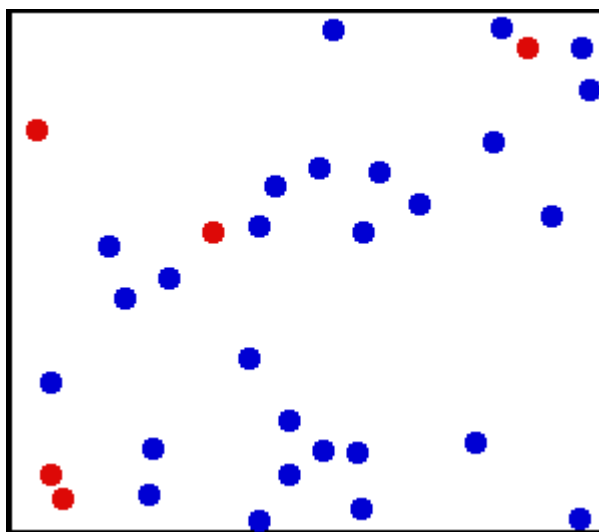


Imagen 3: Teoría cinético-molecular. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Greg L: Licencia: Creative Commons (CC)

Esta teoría también permite explicar las diferencias entre energía, calor y temperatura. Por eso debemos definir cada una de ellas.

Llamamos **calor** a la transferencia de energía que tiene lugar de un cuerpo caliente (temperatura mayor) a otro frío (temperatura menor) cuando se ponen en contacto. Cuando dos cuerpos están a la misma temperatura, diremos que se encuentran en **equilibrio térmico**.

Por otra parte se define, **Temperatura** como una medida de la agitación térmica de un cuerpo, es decir, de la energía cinética de las partículas que lo forman. A mayor energía cinética de las partículas, mayor movimiento de éstas y mayor temperatura.

En la actualidad se utilizan tres escalas de temperatura: Fahrenheit, Celsius o centígrada y absoluta. Se diferencian en la elección del punto 0 y en la escala.

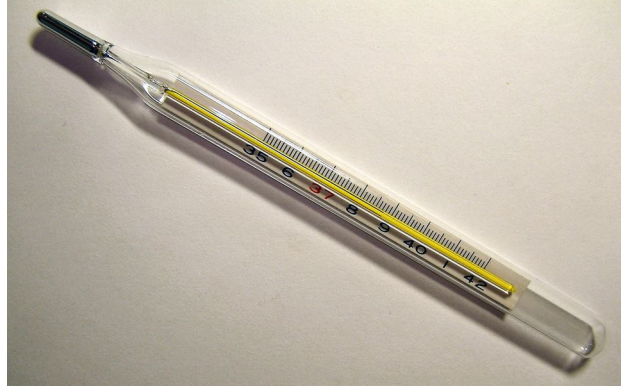


Imagen 4: Termómetro clínico. Fuente: [Wikipedia](#).
Autor: Menchi. Licencia: Creative Commons.

En nuestro caso vamos a estudiar las escalas Celsius y Fahrenheit. Si llamamos C a la temperatura en grados centígrados, y K a la temperatura Kelvin, la relación entre ellas es:

$$t (^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273$$

Con la temperatura también relacionamos el concepto de **dilatación**. Este es un concepto indispensable en la Teoría Cinética ya que en esta se explica claramente de la siguiente forma: "Al calentar un sistema material, aumenta su temperatura y la agitación de sus partículas, sea un sólido, un líquido o un gas. Al moverse más rápidamente, las partículas necesitan de un mayor espacio o volumen y por ello el sistema material se dilata". Un claro ejemplo es el funcionamiento de las juntas de dilatación. Cuando hace calor las paredes se dilatan y cuando hace frío se contraen. Con las juntas una casa aguantará muchos años.



Imagen 5: Juntas de dilatación de un puente. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

8) ¿Cuántos grados centígrados son -10 K?

Mostrar retroalimentación

$$T(^{\circ}\text{C}) = -10 - 273 = -283^{\circ}\text{C}$$



Caso práctico

9) ¿Cuántos grados centígrados son 273 K?

Mostrar retroalimentación

$$T(^{\circ}\text{C}) = 273 - 273 = 0^{\circ}\text{C}$$



Caso práctico

10) ¿Cuántos grados Kelvin son 0 °C?

Mostrar retroalimentación

$$T(\text{K}) = 0 + 273 = 273 \text{ K}$$



Caso práctico

11) ¿Cuántos grados Kelvin son 25 °C?

Mostrar retroalimentación

$$T(K) = 25 + 273 = 298 \text{ K}$$



Caso práctico

12) Investiga qué ocurriría si no se construyeran las juntas de dilatación en un puente?

Mostrar retroalimentación

Cuando la temperatura aumentara generaría unos esfuerzos tan grandes que fracturarían el puente.

2. Fuentes de energía

Fuente de energía es un fenómeno físico o químico del que es posible explotar la energía.

Según un **primer criterio de clasificación**, se les llama «**primarias**» si provienen de un fenómeno natural y no han sido transformadas (el sol, la biomasa, las corrientes de agua, el viento...); y «**secundarias**» si son resultado de una transformación intencionada a partir de las primarias para obtener la forma de energía deseada (por ejemplo, la energía química de los distintos combustibles utilizados para el transporte, la calefacción o la industria).

Según un **segundo criterio**, a las fuentes de energía primarias se las llama «**renovables**» si sus reservas no disminuyen de forma significativa en la escala de tiempo de su explotación (como la hidroeléctrica, la eólica, la solar, la geotérmica, la mareomotriz o la utilización energética de la biomasa); y «**no renovables**» si lo hacen (como los combustibles fósiles carbón, petróleo o gas natural).

Según un **tercer criterio**, se las llama «limpias» si se las valora positivamente en un contexto ecologista (lo que coincide en su mayor parte con las renovables); y «sucias» si son valoradas negativamente lo que coincide en su mayor parte con las no renovables, aunque en realidad, ninguna fuente de energía carece de impacto ambiental en su uso (pudiendo ser más o menos negativo en distintos ámbitos).

En este tema vamos a estudiar el segundo criterio de clasificación.



Caso práctico

13) Escribe cinco ejemplos de fuentes de energía renovables.

Mostrar retroalimentación

Solar, eólica, geotérmica, mareomotriz y biomasa.



Caso práctico

14) ¿En qué consisten las fuentes de energía secundarias?

Mostrar retroalimentación

Son aquellas que son el resultado de una transformación a partir de las primarias para obtener la energía deseada.

2.1 Fuentes no renovables

Las Fuentes de energía **no renovables** son aquellas que se encuentran de forma **limitada** en el planeta y cuya velocidad de consumo es mayor que la de su regeneración.

Entre sus **ventajas** se encuentran:

1. Facilidad de extracción (casi todos).
2. Gran disponibilidad temporal.

Y sus **inconvenientes**:

1. Emisión de gases contaminantes en la atmósfera que resultan tóxicos para la vida.
2. Posibilidad de terminación de reservas a corto y medio plazo.
3. Disminución de disponibilidad de materias primas aptas para fabricar productos, en vez de ser quemadas.



Imagen 6: Smog in New York City. Fuente. [Wikipedia](#). Autor: Dr. Edwin P. Ewing, Jr. Licencia: Dominio público.

Existen varias fuentes de energía no renovables, como son:

1. Carbón.
2. Petróleo.
3. Gas natural



Caso práctico

15) ¿Cuáles son las ventajas de las fuentes de energía no renovables?

Mostrar retroalimentación

Facilidad de extracción (casi todos).Gran disponibilidad temporal.



Caso práctico

16) ¿Y los inconvenientes?

Mostrar retroalimentación

Emisión de gases contaminantes en la atmósfera que resultan tóxicos para la vida.Posibilidad de terminación de reservas a corto y medio plazo.Disminución de disponibilidad de materias primas aptas para fabricar productos, en vez de ser quemadas.

2.1.1. Carbón

El **carbón** es un sólido **negro**. Procede de grandes masas vegetales que quedaron sepultadas hace millones de años y fosilizaron.

Se extraen excavando en minas a cielo abierto o en minas con galerías a diferentes profundidades.

Se **utiliza** principalmente como **combustible** para calefacción y en centrales térmicas.



Imagen 7 : Antracita. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Educerba. Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

17) ¿De dónde procede el carbón?

Mostrar retroalimentación

Procede de grandes masas vegetales que quedaron sepultadas hace millones de años y fosilizaron



Caso práctico

18) ¿Cuáles son las formas de extracción de carbón?

Mostrar retroalimentación

Se extraen excavando en minas a cielo abierto o en minas con galerías a diferentes profundidades.



Caso práctico

19) ¿Cuáles son las aplicaciones del carbón?

Mostrar retroalimentación

Se utiliza principalmente como combustible para calefacción y en centrales térmicas.

2.1.2. Petróleo

El **petróleo** es un líquido oscuro y viscoso que se encuentra en grandes bolsas bajo el suelo.

Procede de organismos marinos que vivieron hace millones de años.

Se obtiene perforando pozos en tierra firme o en el fondo del mar.



Imagen 8: Plataforma petrolífera en el mar del Norte. Fuente: Wikipedia. Autor: Licencia: Creative Commons (CC)

Del **petróleo se extraen** combustibles de gran demanda: gasolina, gasóleo y fuel. También es la base para fabricar disolventes, caucho, ceras, plásticos o asfalto.



Caso práctico

20) ¿Qué es el petróleo?

Mostrar retroalimentación

El **petróleo** es un líquido oscuro y viscoso que se encuentra en grandes bolsas bajo el suelo.



Caso práctico

21) ¿De dónde procede el petróleo?

Mostrar retroalimentación

Se obtiene perforando pozos en tierra firme o en el fondo del mar.



Caso práctico

22) ¿Cuáles son sus aplicaciones?

Mostrar retroalimentación

Gasolina, gasóleo, disolventes, caucho, ceras, plásticos...

2.1.3. Gas natural

El **gas natural** es una mezcla de gases, mayoritariamente metano. Se formó junto con el petróleo, por lo que se encuentra en las mismas bolsas subterráneas.

Se **usa** en las centrales térmicas y en las viviendas, para calefacción y para cocinar.



Imagen 9: Central térmica de Compostilla II en Cubillos del Sil. León. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Silvia Alba. Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

23) ¿Qué es el gas natural?

Mostrar retroalimentación

El **gas natural** es una mezcla de gases, mayoritariamente metano. Se formó junto con el petróleo, por lo que se encuentra en las mismas bolsas subterráneas



Caso práctico

24) Investiga dónde se encuentran las mayores reservas del mundo de gas natural.

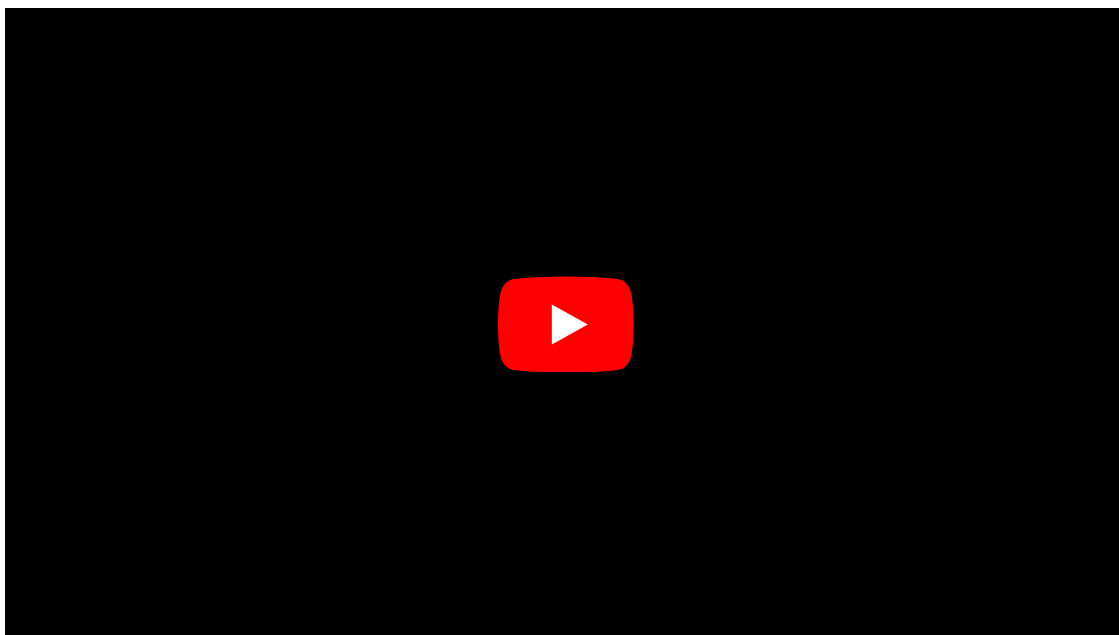
Mostrar retroalimentación

Oriente Medio es la zona geográfica con mayores reservas, con un 43 % del total mundial (destacando Irán y Qatar), seguida de Asia Central con un 31 % (principalmente Rusia y Turkmenistán)

2.2. Fuentes renovables.

Las energías renovables son las inagotables. Suelen ser energías limpias, es decir, que no contaminan. Las energías renovables son aquellas que llegan en forma continua a la Tierra y que a escalas de tiempo real parecen ser inagotables.

En el siguiente vídeo se muestran las ventajas e inconvenientes de las principales fuentes renovables que serán desarrolladas en los siguientes epígrafes.



Vídeo 2: Las fuentes de energía renovables. Fuente: [Youtube](#).



Caso práctico

¿Cuáles son algunas de las ventajas de las fuentes de energía renovables?

Mostrar retroalimentación

Inagotables, limpias, no contaminan...

2.2.1. La energía eólica.

Es la que se obtiene de convertir la energía cinética del viento en electricidad, por medio de aerogeneradores (molinos de viento modernos), se agrupan en parques eólicos. El potencial de la energía eólica se estima en veinte veces superior al de la energía hidráulica. Está adquiriendo cada vez mayor implantación gracias a la concreción de zonas de aprovechamiento eólico y a una optimización en la utilización de nuevos los materiales de los aerogeneradores.

Desde aplicaciones aisladas para el bombeo de agua, hasta la producción de varios MW con parques eólicos. El impacto ambiental de los parques eólicos es mucho menor que cualquier tipo de central productora de energía convencional, y su agresión al entorno estriba en la incidencia de accidentes de la avifauna y el impacto de los grandes parques, cuestiones que pueden ser minimizadas estudiando adecuadamente la ubicación y el sistema de distribución. El emplazamiento de la instalación de aprovechamiento eólico, la velocidad del viento y su rango de valor constante va a determinar su capacidad y autonomía productiva.



Imagen 10 :Viento, sol y biomasa. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Jürgen de Sandesneben.
Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

26) ¿Cuál es una de las principales ventajas de la energía eólica?

Mostrar retroalimentación

El impacto ambiental de los parques eólicos es mucho menor que cualquier tipo de central productora de energía convencional



Caso práctico

27) ¿Y cuál es su principal inconveniente?

Mostrar retroalimentación

Los accidentes de la avifauna.

2.2.2. La energía solar

Energía **producida** mediante el efecto del calor del **sol** en una **placa solar**. Éste tipo de energía tiene un gran potencial debido a que es obtenida del sol, y se transforma en energía eléctrica por medio de paneles solares, las más conocida es la obtenida por medio de [células fotovoltaicas](#).

Es la mayor fuente de energía disponible. El sol proporciona una energía de 1,34 kw/m² a la atmósfera superior. Un 25% de esta radiación no llega directamente a la tierra debido a la presencia de nubes, polvo, niebla y gases en el aire. A pesar de ello, disponiendo de captadores energéticos apropiados y con sólo el 4% de la superficie desértica del planeta captando esa energía, podría satisfacerse la demanda energética mundial, suponiendo un rendimiento de aquellos del 1%. Como dato comparativo con otra fuente energética importante, sólo tres días de sol en la tierra proporcionan tanta energía como la que puede producir la combustión de los bosques actuales y los combustibles fósiles originados por fotosíntesis vegetal (carbón, turba y petróleo).

El problema más importante de la energía solar consiste en disponer de sistemas eficientes de aprovechamiento (captación o transformación).



Imagen 11: Central solar termoeléctrica en Sanlúcar la Mayor. Sevilla. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Afloresm. Licencia Creative Commons (CC)

Tres son los sistemas más desarrollados de aprovechamiento de la energía solar:

1. El calentamiento de agua, de utilidad para proporcionar calor y refrigerar, mediante colectores planos y tubos de vacío principalmente.
2. La producción de electricidad, con la utilización del efecto fotovoltaico. Dado que determinados materiales tienen la cualidad de ser excitados ante un fotón lumínico y crear corriente eléctrica (efecto fotovoltaico), una forma de aprovechar la radiación consiste en instalar células y paneles fotovoltaicos que suministren energía eléctrica.
3. El aprovechamiento de la energía solar en la edificación, también denominada "edificación bioclimática", consiste en diseñar la edificación aprovechando las características climáticas de la zona en donde se ubique y utilizando materiales que proporcionen un máximo rendimiento a la radiación recibida, con la finalidad de conseguir establecer niveles de confort térmico para la habitabilidad.



Imagen 12: Viviendas sostenibles
alimentadas con energía solar fotovoltaica en
Friburgo (Alemania). Fuente: [Wikipedia](#).
Autor: Andrewglaser. Fuente: Creative
Commons (CC)

Ahora bien, a pesar de ser la fuente energética más acorde con el medio, inagotable y con capacidad suficiente para abastecer las necesidades de energía del planeta, el aprovechamiento de la energía solar habrá de solventar el conflicto derivado del hecho de que se produce sólo durante unas determinadas horas (a lo largo del día), y por tanto el almacenamiento de energía y los diferentes sistemas para realizarlo habrán de ser simultaneados.



Caso práctico

28) ¿En qué consiste la energía solar?

Mostrar retroalimentación

Es la energía **producida** mediante el efecto del calor del **sol** en una **placa solar**. Éste tipo de energía tiene un gran potencial debido a que es obtenida del sol, y se transforma en energía eléctrica por medio de paneles solares, las más conocida es la obtenida por medio de [células fotovoltaicas](#).



Caso práctico

29) ¿Cuáles son los sistemas de aprovechamiento de la energía solar?

Mostrar retroalimentación

1. El calentamiento de agua, de utilidad para proporcionar calor y refrigerar, mediante colectores planos y tubos de vacío principalmente.
2. La producción de electricidad, con la utilización del efecto fotovoltaico. Dado que determinados materiales tienen la cualidad de ser excitados ante un fotón lumínico y crear corriente eléctrica (efecto fotovoltaico), una forma de aprovechar la radiación consiste en instalar células y paneles fotovoltaicos que suministren energía eléctrica.
3. El aprovechamiento de la energía solar en la edificación, también denominada "edificación bioclimática", consiste en diseñar la edificación aprovechando las características climáticas de la zona en donde se ubique y utilizando materiales que proporcionen un máximo rendimiento a la radiación recibida, con la finalidad de conseguir establecer niveles de confort térmico para la habitabilidad.



Caso práctico

30) ¿Cuál es el principal inconveniente de la energía solar?

Mostrar retroalimentación

El hecho de que se produce sólo durante unas determinadas horas a lo largo del día.



Caso práctico

31) Investiga el país con mayor consumo de células fotovoltaicas del mundo en el año 2017.

Mostrar retroalimentación

Alemania.

2.2.3. La energía geotérmica

Es la **proveniente del subsuelo**. Procede del calor solar acumulado en la tierra, es decir, del calor que se origina bajo la corteza terrestre.

La energía procedente del flujo calorífico de la tierra es susceptible de ser **aprovechada en forma de energía mecánica y eléctrica**. Es una fuente energética agotable, si bien por el volumen del almacenamiento y la capacidad de extracción se puede valorar como renovable. **Su impacto ambiental es reducido, y su aplicabilidad está en función de la relación entre facilidad de extracción y de ubicación.**



Imagen 13: Planta geotérmica de Nesjavellir en Islandia. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Gretar Írvarsson. Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

32) ¿En qué consiste la energía geotérmica?

Mostrar retroalimentación

Es la proveniente del subsuelo. Puede proceder del calor solar acumulado en la tierra es decir, del calor que se origina bajo la corteza terrestre.



Caso práctico

33) Investiga qué tipo de energía se utiliza en Islandia.

Mostrar retroalimentación

La energía en Islandia se basa casi por completo en las energías renovables. En 2011 el país produjo 65 444 GWh de energía primaria, de los cuales más del 85 % provenía de fuentes locales de energía renovable. La energía geotérmica proporcionó el 66,3 % de la energía primaria, la hidroeléctrica el 19,1 % y los combustibles fósiles el 14,6 % (12,9 % el petróleo y 1,7 % el carbón).

2.2.4. La energía hidráulica.

Energía hidráulica, energía hídrica o hidroenergía es aquella que se obtiene del aprovechamiento de las energías cinética y potencial de la corriente del agua, saltos de agua o mareas.

Se puede transformar a muy diferentes escalas. Existen, desde hace siglos, pequeñas explotaciones en las que la corriente de un río, con una pequeña represa, mueve una rueda de palas y genera un movimiento aplicado, por ejemplo, en molinos rurales. Sin embargo, la utilización más significativa la constituyen las centrales hidroeléctricas de represas.

Es generalmente considerada un tipo de energía renovable puesto que no emite productos contaminantes. Sin embargo, produce un gran impacto ambiental debido a la construcción de las presas, que inundan grandes superficies de terreno y modifican el caudal del río y la calidad del agua.



Imagen 14: Central hidroeléctrica. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Vadimpl.
Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

34) ¿En qué consiste la energía hidráulica?

Mostrar retroalimentación

Energía hidráulica, energía hídrica o hidroenergía es aquella que se obtiene del aprovechamiento de las energías cinética y potencial de la corriente del agua, saltos de agua o mareas.



Caso práctico

35) ¿Cuál es su principal inconveniente?

Mostrar retroalimentación

Produce un gran impacto ambiental debido a la construcción de las presas, que inundan grandes superficies de terreno y modifican el caudal del río y la calidad del agua

2.2.5. Biomasa.

La bioenergía o energía de biomasa es un tipo de energía renovable procedente del aprovechamiento de la materia orgánica o industrial formada en algún proceso biológico o mecánico; generalmente se obtiene de las sustancias que constituyen los seres vivos (plantas, animales, entre otros), o sus restos y residuos. El aprovechamiento de la energía de la biomasa se hace directamente (por ejemplo, por combustión), o por transformación en otras sustancias que pueden ser aprovechadas más tarde como combustibles o alimentos.

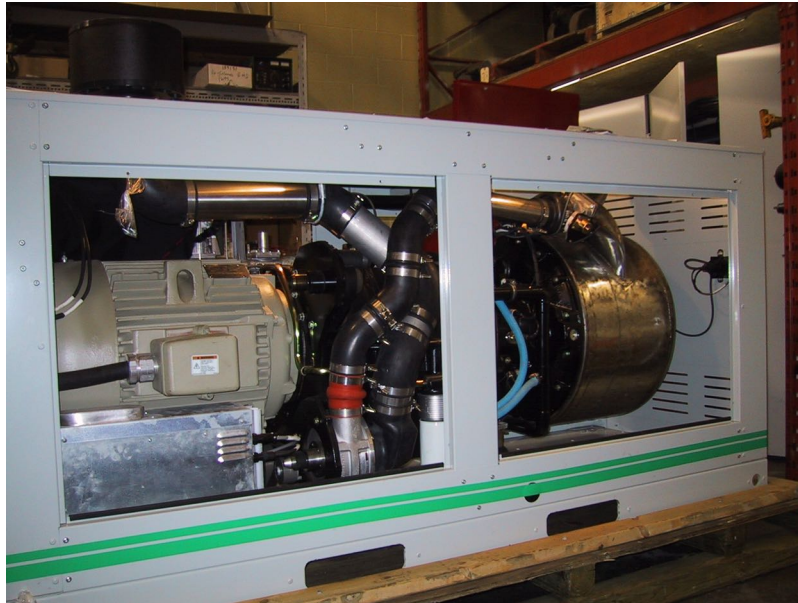


Imagen 15: Motores Stirling, capaz de producir electricidad a partir del calor producido en la combustión de la **biomasa**. Fuente: [Wikipedia](#). Licencia: Dominio público.



Caso práctico

36) ¿En qué consiste la Biomasa?

Mostrar retroalimentación

La bioenergía o energía de biomasa es un tipo de energía renovable procedente del aprovechamiento de la materia orgánica o industrial formada en algún proceso biológico o mecánico



Caso práctico

37) Investiga el nombre de algunas plantas de bioetanol en España.

Mostrar retroalimentación

Ecocarburantes españoles en Cartagena, Bioetanol Galicia en Teixeiro (La Coruña), Biocarburantes Castilla y León en Babilafuente (Salamanca) y bioetanol de la Mancha en Alcázar de San Juan (Ciudad Real)

3. Comparativa de las fuentes de energía y sus efectos sobre el Medio Ambiente

En el siguiente gráfico se muestra una comparativa entre lo que llamamos fuentes de energía convencionales y no convencionales y se observa que existe una utilización masiva de recursos naturales:

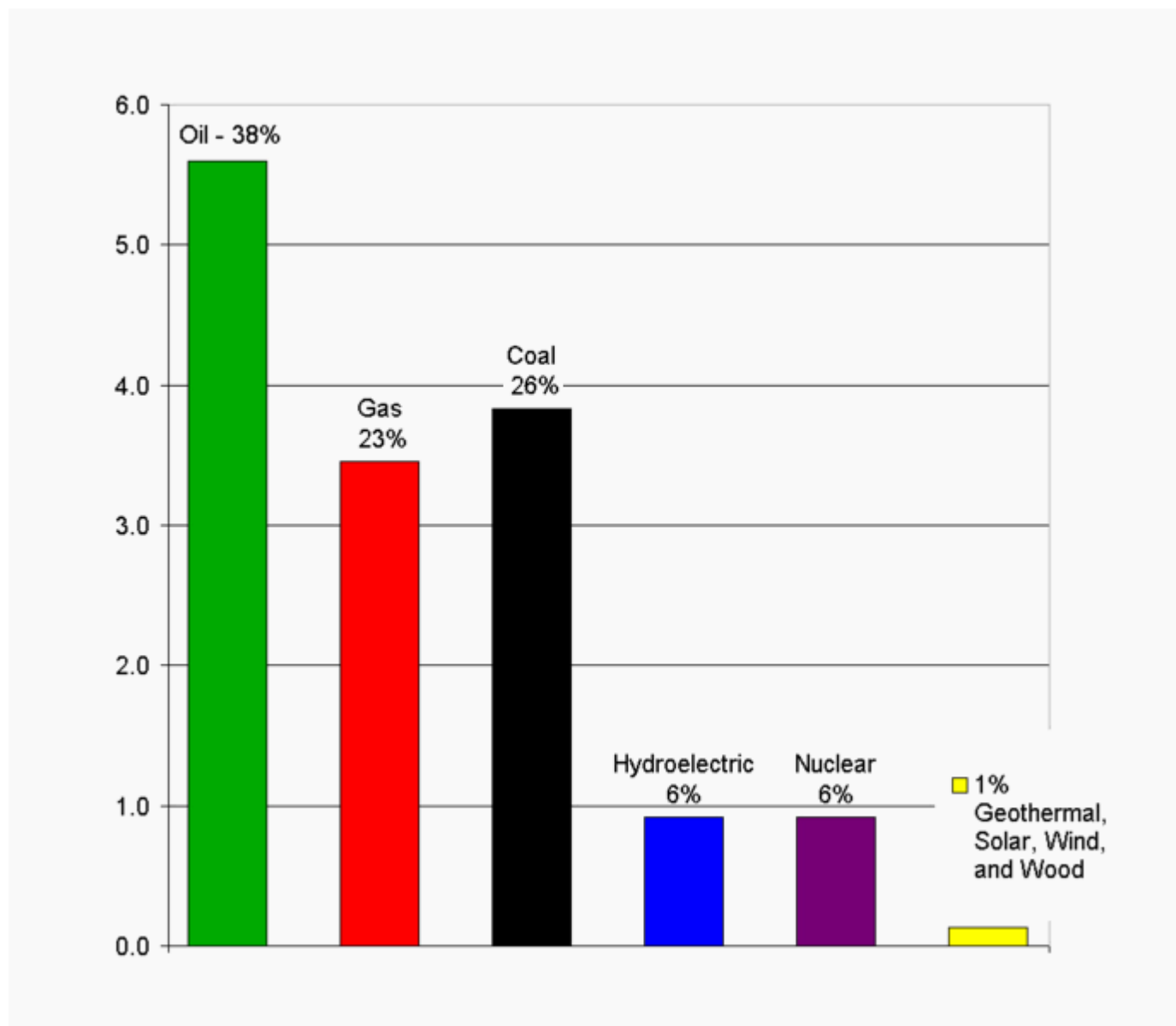


Imagen 16: Suministro energético mundial en TW. Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Frank van Mierlo. Licencia: Creative Commons (CC)

La utilización de estos recursos naturales implica, además de su cercano y progresivo agotamiento, un constante **deterioro** para el medio ambiente, que se manifiesta en **emisiones de CO₂, NO_x, y SO_x**, con el agravamiento del **efecto invernadero**, contaminación radioactiva y su riesgo potencial incalculable, un aumento progresivo de la desertización y la erosión y una modificación de los mayores ecosistemas mundiales con la consecuente desaparición de biodiversidad y pueblos indígenas, la inmigración forzada y la generación de núcleos poblacionales aislados tendentes a la desaparición.

Estas agresiones van acompañadas de grandes obras de considerable impacto ambiental (difícilmente cuantificable) como las centrales hidroeléctricas, el sobrecalentamiento de agua en costas y ríos generado por las centrales nucleares, la creación de depósitos de elementos radiactivos, y de una gran emisión de pequeñas partículas volátiles que provocan la lluvia ácida, agravando aún más la situación del entorno: parajes naturales defoliados, ciudades con altos índices de contaminación, afecciones de salud en personas y animales, desaparición de especies animales y vegetales que no pueden seguir la aceleración de la nueva exigencia de adaptación.

El futuro amenazador para nuestro entorno, aún se complica más si se tiene en cuenta que sólo un 25% de la población mundial consume el 75% de la producción energética. Este dato, además de poner de manifiesto la injusticia y desequilibrio social existente en el mundo, indica el riesgo que se está adquiriendo al exportar un modelo agotado y fracasado de países desarrollados a países en desarrollo.



Caso práctico

38) ¿Cuáles son los problemas relacionados con las fuentes de energía tradicionales?

SOLUCION

Los combustibles fósiles son muy contaminantes, produciendo un grave deterioro del medio ambiente y tenemos una gran dependencia de ellos. Además son recursos que tarde o temprano se agotarán. También son responsables del efecto invernadero.



Caso práctico

39) Investiga cuántos años se "estima" los combustibles carbón, gas natural y petróleo.

Mostrar retroalimentación

Es difícil predecir pero en los últimos estudios que dependen del consumo

actual podemos decir que:

CARBÓN	200 AÑOS
GAS NATURAL	60-80 AÑOS
PETRÓLEO	40-50 AÑOS

4. Instalaciones en una vivienda.

La **Tecnología** también se aplica a los hogares para hacernos la **vida más cómoda y confortable**. Por ello, las **viviendas** se construyen con una serie de **instalaciones** que nos traen energía del exterior.

Podemos considerar **instalaciones de una vivienda todos los sistemas de distribución y recogida de energía o de fluidos que forman parte de la edificación de manera intrínseca**, es decir que son inseparables de ella. Suelen ser de cuatro tipos : de electricidad, de agua, calefacción y de gas. Todas ellas parten de una red pública de suministro, llegan a las viviendas pasando por un contador y se distribuyen mediante una red interna hasta llegar a los puntos que interesen para disponer de su servicio.

Vamos a estudiar los distintos componentes de los que forma parte las instalaciones.



Caso práctico

¿Cuáles son los cuatro tipos de instalaciones que se van a estudiar?

Mostrar retroalimentación

De electricidad, de agua, calefacción y de gas.

4.1. Instalación eléctrica.

Una **instalación eléctrica** es el conjunto de circuitos eléctricos que tiene como objetivo dotar de energía eléctrica a edificios, instalaciones, lugares públicos, infraestructuras, etc. Incluye los equipos necesarios para asegurar su correcto funcionamiento y la conexión con los aparatos eléctricos correspondientes.

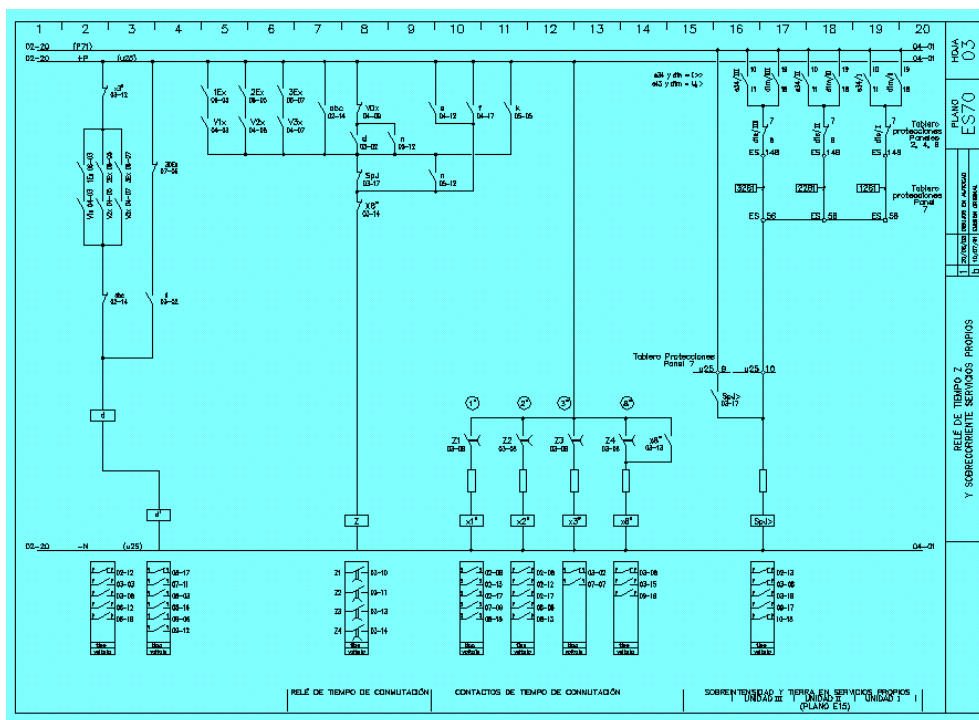


Imagen 17: Esquema eléctrico típico. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Instalaci%C3%B3n_el%C3%A9ctrica). Autor: P. Thomasset. Licencia: Dominio público.

Los distintos elementos de una instalación eléctrica son:

ELEMENTOS DEL CUADRO PROTECCIÓN: tienen como misión proteger el circuito de posibles sobrecargas, cortocircuitos o contactos indirectos (contacto con una corriente que no tenía que estar, por ejemplo una fuga por la carcasa de la lavadora).

- **I.C.P. (INTERRUPTOR DE CONTROL DE POTENCIA):** es el interruptor automático que coloca la compañía suministradora al inicio de la instalación eléctrica de cada vivienda, de acuerdo con la potencia que el cliente ha contratado. Si conectamos a la vez mas potencia de la contratada el ICP salta cortandonos el suministro. Las potencias que se pueden contratar para viviendas son de: 3,3Kw, 5,5Kw y 8Kw. Esta separado del resto de componentes y precintado. Elementos del cuadro son:

- **IGA:** es el primer elemento de la caja (después claro del ICP) es una PIA que corta todos los circuitos de la vivienda al activarlo. Esta PIA se llama IGA (interruptor general automático).

- **DIFERENCIAL:** la función que tiene es desconectar la instalación eléctrica de forma rápida cuando existe una fuga a tierra (por la carcasa de metal de la lavadora por ejemplo), con lo que la instalación se desconectará antes de que alguien toque el aparato averiado. En caso de que una persona toque una parte activa, y no haya toma de tierra, el interruptor diferencial desconectará la instalación en un tiempo lo suficientemente corto como para no provocar daños graves a la persona. La sensibilidad es el valor que aparece en catálogo y que identifica al modelo, sirve para diferenciar el valor de la corriente a la que se queremos que "salte" el diferencial, es decir, valor de corriente de fuga que si se alcanza en la instalación, ésta se desconectará. El tipo de

interruptor diferencial que se usa en las viviendas es de alta sensibilidad (30 mA) , ya que son los que quedan por debajo del límite considerado peligroso para el cuerpo humano.El diferencial corta toda la instalación (todos los circuitos).

- Las **PIAS** son dispositivos que protegen a los aparatos y a los conductores de cortocircuitos y sobrecargas,. Se instala un PIA por circuito tal que la intensidad capaz de soportar depende de la sección de los conductores del circuito. Existen PIAs de 10A, 15A, 20A, 25A o 40A (depende de la potencia máxima del circuito a proteger: $P=V \times I$). Al sobrepasar la intensidad de la PIA por el circuito esta corta el suministro de corriente en el circuito que protege. (por ejemplo en caso de cortocircuito). Separan circuitos.

Cuando se trata de un circuito eléctrico normal, la corriente se desplaza por el conductor de la fase hasta un aparato o lámpara, y regresa al generador por el neutro. Si durante el recorrido, el conductor se encuentra dañado en su aislamiento y contacta con la carcasa metálica de un aparato, ésta pasa a estar bajo tensión, y si alguien la toca ofrece a la corriente el camino más corto para desviarse a tierra, produciendo una descarga sobre la persona.

La toma de tierra es un cable (verde-amarillo) que une directamente el aparato a la tierra. Al ser superior la conductividad de éste (tiene menos resistencia que la del cuerpo humano), en caso de fuga de corriente, esta irá por el cable de toma de tierra hasta una pica metálica en el suelo del edificio saltando el diferencial (si existe) y protegiéndonos de la descarga. La toma de tierra (T.T) protege de contactos indirectos.

CANALIZACIONES: son el conjunto de elementos por los que discurre el cableado de una instalación eléctrica. Su finalidad es proteger los conductores. Pueden ir empotradas o en el exterior. Están formadas por los tubos (corrugado o rígido) o canaletas y por las cajas de derivación.

CAJAS DE DERIVACIÓN: sirven para alojar las conexiones de los conductores de una instalación eléctrica. Suele haber una por cada habitación y llevan una tapa extraíble para poder manipular las conexiones en su interior, que deben ser todas mediante regletas.

LOS CONDUCTORES: son elementos que transportan la corriente eléctrica a los diferentes elementos del circuito. Se llaman hilos si están formados por un solo elemento cilíndrico, y cables si están formados por varios hilos. Los hay flexibles o rígidos.

Los **terminales** son elementos de fijación metálicos que se acoplan al extremo de un cable facilitando la conexión de este. Las regletas son piezas de plástico que llevan unos contactos metálicos en su interior y sirven para unir los extremos de dos cables.

Cuando compremos una base de enchufe (enchufe hembra) deberemos de tener en cuenta el tipo de base que queremos utilizar y la intensidad máxima que soportan. Existen tres tipos fundamentales: de superficie, empotradas y tomas aéreas alargadores.

Clavijas de base de enchufe (enchufe macho): Son elementos de un circuito eléctrico que sirven para conectar los receptores eléctricos al circuito. El método más utilizado es a través de clavijas y/o bases de enchufes (tomas de corriente). En el mercado existen dos tipos diferenciados según sus elementos de conexión: tipos americano (conectores planos) y tipo europeo (conectores redondos).

ELEMENTOS DE MANIOBRA: son los elementos de un circuito que cortan o permiten el paso de la corriente para que el circuito (los receptores) funcione como lo hemos diseñado. Algunos de ellos son: interruptores (2 contactos), conmutadores (de 3 y 4 contactos) y los pulsadores. En todos ellos el conductor que deben de cortar es la fase.



Caso práctico

41) ¿Cuál es la función de los elementos del cuadro de protección?

Mostrar retroalimentación

Tienen como misión proteger el circuito de posibles sobrecargas, cortocircuitos o contactos indirectos (contacto con una corriente que no tenía que estar, por ejemplo una fuga por la carcasa de la lavadora)



Caso práctico

42) ¿Para qué sirve la toma de tierra?

Mostrar retroalimentación

La toma de tierra es un cable (verde-amarillo) que une directamente el aparato a la tierra. Al ser superior la conductividad de éste (tiene menos resistencia que la del cuerpo humano), en caso de fuga de corriente, esta irá por el cable de toma de tierra hasta una pica metálica en el suelo del edificio saltando el diferencial (si existe) y protegiéndonos de la descarga. La toma de tierra (T.T) protege de contactos indirectos



Caso práctico

43) ¿Qué son los elementos de maniobra?

Mostrar retroalimentación

Son los elementos de un circuito que cortan o permiten el paso de la corriente para que el circuito (los receptores) funcione como lo hemos diseñado. Algunos de ellos son: interruptores (2 contactos), conmutadores (de 3 y 4 contactos) y los pulsadores. En todos ellos el conductor que deben de cortar es la fase.

4.2. Instalación de agua

El agua que llega a las viviendas se almacena en las ciudades en torres o depósitos elevados con el fin de que llegue el agua con presión a las tomas de las viviendas. Cuando en un edificio aún así no le llega suficiente presión de agua lo que se hace es colocar un depósito de agua en la azotea subiendo el agua hasta el depósito mediante bombas de agua, así el agua llega a las viviendas del edificio por caída. Los componentes de la instalación de agua son:

-**Contador:** situado a la entrada de la vivienda (o centralizados), su lectura permite conocer el gasto de agua efectuado en m³. Pertenece a la compañía.

-**Válvulas de corte:** son llaves que permiten interrumpir el flujo del agua por las tuberías.

-**Válvulas de regulación de presión:** se utilizan para aumentar o disminuir la presión del agua por las tuberías.

-**Tuberías:** suelen ser de PVC y tienen distintos diámetros dependiendo del caudal de agua.

-**Desagüe:** Es donde se recoge el agua usada que va a para al alcantarillado.

-**El sifón:** es un codo en forma de S, de tal forma que siempre contiene agua en su interior impidiendo así el paso de los malos olores al interior de la vivienda de la bajante de aguas residuales.

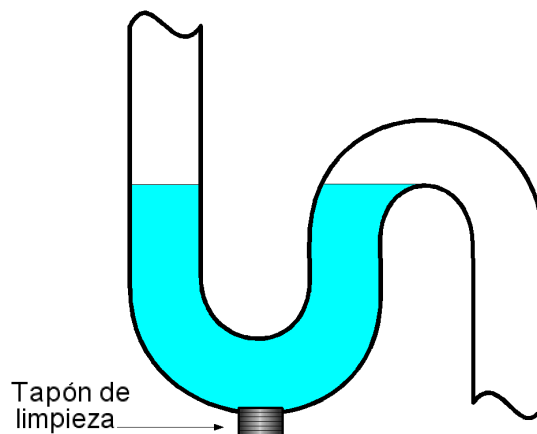


Imagen 18: Sifón de un desagüe.

Fuente: [Wikipedia](#). Autor: Antonio Pedreira. Licencia: Dominio público.

La distribución de agua caliente se hace igual que la fría con la única diferencia, en que antes de distribuirla, pasa por un elemento calefactor que eleva su temperatura. Estos elementos pueden ser calderas (combustibles gaseosos como gas, propano, butano, etc.) o calentadores o termos eléctricos (calienta el agua una resistencia que hay en su interior). También están las solares.

El agua se distribuye en las viviendas por dos circuitos principales, el de agua fría y el de agua caliente. Los dos circuitos son abiertos, es decir, tienen una salida final (se pierde) y una vía de llegada.



Caso práctico

44) ¿Cuáles son los principales componentes de una instalación de agua?

Mostrar retroalimentación

Contador, válvulas de corte, válvulas de regulación de presión, tuberías, desagüe y el sifón:



Caso práctico

45) ¿Para qué sirve un sifón?

Mostrar retroalimentación

Es un codo en forma de S, de tal forma que siempre contiene agua en su interior impidiendo así el paso de los malos olores al interior de la vivienda de la bajante de aguas residuales.



Caso práctico

46) Investiga qué Imperio utilizó el sifón.

Mostrar retroalimentación

El nombre de sifón (del griego antiguo σίφων 'tubo, cañería') se daba a los dispositivos que permitían al agua de un canal o acueducto, pasar por debajo de un camino o por una vaguada para retomar su nivel al otro lado y continuar su curso. Físicamente se basa en los vasos comunicantes. El sifón era utilizado por el Imperio Romano que lo utilizaba en sus acueductos.

4.3. Instalación de calefacción.

Desde un punto de vista genérico, **calefacción es el método o sistema, mediante el cual se aporta calor** a alguien o algo con el fin de mantener o elevar su temperatura. Aplicado a la edificación se refiere al conjunto de aparatos y accesorios que se instalan para alcanzar y mantener las condiciones de bienestar térmico durante las estaciones frías en uno o muchos habitáculos.

Los componentes en una instalación de calefacción son:

-Generador: Produce el calor que se utilizará después. Normalmente es una caldera, en la que se quema un combustible (gas, fuel, gasóleo, carbón, etc.) que transmite la energía calorífica de la combustión a un fluido (agua, vapor o aceites térmicos). En la caldera tenemos: Válvulas de seguridad que evitan sobrepresiones en el interior de la caldera, con el consiguiente riesgo de explosión, Termostatos para mantener el agua de la caldera a una temperatura determinada. En las habitaciones para regular la temperatura del habitáculo a calentar y Termómetro para controlar la temperatura del agua, también tienen un medidor de la presión a la que se encuentra.

-Distribuidores del calor: se realiza por un circuito cerrado formado por tuberías de acero o cobre. La tubería de ida conduce el agua caliente a los diferentes emisores (radiadores), y la de retorno lleva el agua enfriada de vuelta a la caldera para aprovechar el calor residual. Es un circuito cerrado.

-Emisores: son los radiadores que pueden ser de fundición o de aluminio. Tienen conductos por los que circula el aire de la habitación calentándolo. Suelen colocarse debajo de las ventanas para que el aire frío que entra en la habitación se caliente al pasar por las aletas.



Imagen 19: Radiador fundido.

Fuente: [Wikipedia](#). Autor:
Infrogmation. Licencia: Creative
Commons (CC)



Caso práctico

47) ¿Cuáles son los componentes más importantes de una instalación de calefacción? Descríbelos brevemente.

Mostrar retroalimentación

-Generador: Produce el calor que se utilizará después. Normalmente es una caldera, en la que se quema un combustible (gas, fuel, gasóleo, carbón, etc.) que transmite la energía calorífica de la combustión a un fluido (agua, vapor o aceites térmicos).

-Distribuidores del calor: se realiza por un circuito cerrado formado por tuberías de acero o cobre. La tubería de ida conduce el agua caliente a los diferentes emisores (radiadores), y la de retorno lleva el agua enfriada de vuelta a la caldera para aprovechar el calor residual. Es un circuito cerrado.

-Emisores: son los radiadores que pueden ser de fundición o de aluminio. Tienen conductos por los que circula el aire de la habitación calentándole. Suelen colocarse debajo de las ventanas para que el aire frío que entra en la habitación se caliente al pasar por las aletas.



Caso práctico

48) ¿Qué es un hipocausto?

Mostrar retroalimentación

El hipocausto (en latín hypocaustum, desde el gr. ὑπόκαυστον, de ὑπό-, debajo, y καυστόν, quemado) era el sistema de calefacción del suelo, inventado o perfeccionado por el ingeniero romano Cayo Sergio Orata y utilizado sobre todo en las termas del Imperio romano. Los vestigios más antiguos se han hallado en Olimpia, fechados en el siglo I a. C.. en los siglos siguientes se perfeccionó el sistema con su utilización en el caldarium de las termas y también en las casas particulares más ricas.

4..4. Instalación de gas.

El gas es una fuente de energía económica, y puede llegar a las viviendas canalizado o en bombonas. Vamos a estudiar el GAS CANALIZADO cuyo combustible usado es el gas natural o ciudad (una vez extraído el petróleo, se separa el gas natural).



Imagen 20: LLave de paso. Fuente: [Wikipedia](#).
Autor: Elemaki. Licencia: Creative Commons.

Las partes de una instalación de gas canalizado son:

- **Red general de transporte (RGT):** pertenece a la empresa suministradora y generalmente es subterránea.
- **Estación de regulación y medida (ERM):** Controla el caudal y la presión del gas que circula por la tubería.
- **Red de distribución (RDD):** de ella parten las derivaciones que van a para a los edificios (o una vivienda individual).
- **Llave de acometida (Ac o AI):** punto que separa la red de distribución (de la compañía) de la instalación receptora (el usuario: edificio, fábrica o individual). Si la compañía tiene que cortar el suministro a un edificio es la llave que cortaría
- **Llave de edificio (Ed):** da entrada al edificio.
- **Contadores:** cada vivienda lleva una para con su lectura saber lo que se consume.
- **Montantes:** son las tuberías que suben del contador a las viviendas (a cada vivienda sube una montante). Una vez dentro de la vivienda existen elementos como filtros, reguladores de presión, llaves de control y válvulas de seguridad.



Caso práctico

49) ¿Cuáles son las partes de una instalación de gas canalizado?

Mostrar retroalimentación

Red general de transporte, estación de regulación y medida, red de distribución, llave de acometida, llave de edificio, contadores y montantes.



Caso práctico

50) Investiga cuáles son las normas de seguridad en una instalación de gas.

Mostrar retroalimentación

- Solicitar revisiones periódicas por personal debidamente acreditado y exigir un certificado al final de la revisión.
- Instalar rejillas de ventilación en las habitaciones donde funcionen gaseodomésticos (aparatos que funcionen con gas).
- Vigilar los tubos y uniones de goma teniendo en cuenta su fecha de caducidad.
- En caso de fuga NO accionar ningún interruptor eléctrico, cerrar la llave general de gas y abrir las puertas y ventanas.

5. Actividad humana y medio ambiente

La necesidad de **aumento productivo** de las sociedades industrializadas lleva parejo un **incremento de los bienes de consumo** y la creación de un mecanismo en el que se establece una **equivalencia entre el confort y el consumo**. Ello ha supuesto en las últimas décadas una avidez consumista, en donde el consumo es una finalidad en sí misma. La acumulación de bienes útiles o no, el despilfarro como signo de poder adquisitivo y distinción social, la exigencia de gasto de elementos perecederos, son consecuencias del mecanismo de sostenimiento que el sistema económico de las sociedades desarrolladas ha establecido para mantener la capacidad productiva creciente que lo sustenta.

Así, la **demanda de energía** no sólo ha tenido que crecer en la industria, sino también en los consumidores de los productos manufacturados, dado que estos precisan mayoritariamente energía para cumplir con su finalidad. Para satisfacer esta demanda no sólo de bienes, sino de exigencia de nuevas cotas de confort, se hace precisa una mayor generación y oferta de energía.

El **estado del bienestar**, ha generado el "**estado del gasto y de la dependencia energética**". No es de extrañar por tanto, que uno de los parámetros más importantes para clasificar el grado de desarrollo de un país, sea su gasto energético per cápita.

La energía ha pasado a lo largo de la historia, de ser un instrumento al servicio del ser humano para satisfacer sus necesidades básicas, a ser la gran amenaza que se cierne sobre el planeta, hipotecando la existencia de las generaciones venideras.

Una de las aportaciones a la solución, o al menos paralización de esta problemática medioambiental, es lograr que satisfaciendo las necesidades actuales de energía, ésta sea producida sin alterar esos almacenes energéticos que cumplen una función de equilibrio ecológico, y que su uso, además de ser más eficiente, no sea origen de fuentes de contaminación ni aumento del deterioro actual y futuro del entorno, evitando el derroche de energía y aprovechando al máximo la producción realizada.

En resumen, **tres son los problemas** a los que nos ha abocado el consumo desmedido de la energía: En primer lugar, **un deterioro del entorno**; en segundo lugar, un paulatino **agotamiento de los recursos naturales**; y en tercer lugar, un **desequilibrio irracional en el reparto del consumo y uso de la energía**.

Ante esta situación, las energías de origen renovable, adquieren un papel primordial, necesario y urgente tanto en su aplicación como en la difusión de su uso.



Caso práctico

51) ¿Cuáles son los problemas a los que nos ha abocado un consumo desmedido de energía?

Mostrar retroalimentación

Un deterioro del entorno; en segundo lugar, un paulatino **agotamiento de los recursos naturales**; y en tercer lugar, un **desequilibrio irracional en el reparto del consumo y uso de la energía**



Caso práctico

52) Investiga la relación entre bienestar y consumo de energía

Mostrar retroalimentación

El consumo de energía por habitante constituye uno de los indicadores más fiables del grado de desarrollo económico y de bienestar de una sociedad determinada. En este sentido, la demanda energética se asocia de forma generalizada con el Producto Nacional Bruto (PNB) de un país, con su capacidad industrial y con el nivel de vida alcanzado por sus habitantes.

Mientras Europa, incluyendo la antigua URSS, con una población de 870 millones de habitantes, necesita 2.913 millones de toneladas equivalentes de petróleo (Mtep) anuales, África, con parecida población, 831 millones, sólo requiere 300 Mtep. Otro dato completa lo dicho si nos referimos a la totalidad del planeta, donde la tercera parte de los 6.500 millones de habitantes que lo habitan no tiene acceso al suministro eléctrico ni a sistemas garantizados de suministro de agua potable. Lo anterior no es más que un ejemplo de una realidad que establece la correlación entre el consumo de energía y el nivel de vida. El 20% de la población que consume el 80% de la energía es el que disfruta de un nivel de vida y bienestar más avanzado. Este desequilibrio implica a las sociedades en régimen de penuria a acercarse a los modelos de las sociedades avanzadas, lo que significa, inevitablemente, importantes expectativas de incremento de su consumo energético.

6. Medidas de ahorro energético

1. Actualmente el uso de la energía es fundamental para realizar gran parte de nuestras actividades; gracias a la energía tenemos una mejor calidad de vida pero es importante no despilfarrar. A continuación se citan algunas medidas de ahorro energético:
2. Limitar la contaminación, ejerciendo un mayor control de las emisiones de elementos contaminantes de los centros de producción energética y disminuyendo el uso de combustibles de origen fósil. Favorecer el ahorro de energía por medio de la sensibilización, la modificación de hábitos de consumo, la investigación y la exigencia de fabricación de equipos de mayor eficiencia energética y bajo consumo.
3. Diversificar las fuentes de energía con la paulatina sustitución de fuentes de energía convencionales por fuentes de energía de origen renovable y su propia combinación.
4. Investigar nuevas formas de aprovechamiento y almacenamiento energético a través de la promoción de planes de I+D, y el apoyo a experiencias piloto de posterior aplicación.
5. Acercar los centros de producción a los lugares de consumo mediante el aprovechamiento del potencial energético de las energías de origen renovable, aumentando los centros de producción y tendiendo a dejar de operar con centros de gran capacidad productiva.
6. Establecer una legislación energética adoptando normativas nacionales, regionales y suprarregionales que den cumplimiento a las recomendaciones y acuerdos en materia de conservación del entorno y de igualdad entre los pueblos.
7. Realizar planes de sensibilización energética mediante campañas de difusión acerca de la problemática que generan determinados usos y formas de producción energética, y el desarrollo de planes educativos que muestren la viabilidad del uso de las energías de origen renovable, y la necesidad de un uso racional de la energía para lograr un desarrollo sostenible.



Imagen 21: Lámpara led en forma de bombilla. Fuente: [Wikipedia](#). Licencia: Creative Commons (CC)



Caso práctico

53) ¿Qué acciones puedes desarrollar en casa como ciudadano para favorecer el ahorro energético?

SOLUCION

Usar bombillas de bajo consumo, utilizar transporte público, usar vehículos que consuman biocombustible, pagar luces, usar electrodomésticos clase A...



Caso práctico

54) Investiga la relación entre bienestar y consumo de energía.

Mostrar retroalimentación

El consumo de energía por habitante constituye uno de los indicadores más fiables del grado de desarrollo económico y de bienestar de una sociedad determinada. En este sentido, la demanda energética se asocia de forma generalizada con el Producto Nacional Bruto (PNB) de un país, con su capacidad industrial y con el nivel de vida alcanzado por sus habitantes.

Mientras Europa, incluyendo la antigua URSS, con una población de 870 millones de habitantes, necesita 2.913 millones de toneladas equivalentes de petróleo (Mtep) anuales, África, con parecida población, 831 millones, sólo requiere 300 Mtep. Otro dato completa lo dicho si nos referimos a la totalidad del planeta, donde la tercera parte de los 6.500 millones de habitantes que lo habitan no tiene acceso al suministro eléctrico ni a sistemas garantizados de suministro de agua potable. Lo anterior no es más que un ejemplo de una realidad que establece la correlación entre el consumo de energía y el nivel de vida. El 20% de la población que consume el 80% de la energía es el que disfruta de un nivel de vida y bienestar mas avanzado. Este desequilibrio induce a las sociedades en régimen de penuria a acercarse a los modelos de las sociedades avanzadas, lo que significa, inevitablemente, importantes expectativas de incremento de su consumo energético



Caso práctico

55) Investiga las diferencias entre una bombilla led y una de bajo consumo.

Mostrar retroalimentación

1. El consumo con la iluminación de una bombilla LED, se caracteriza porque dura mucho y consume muy poco. De hecho, se estima que tienen una duración aproximada de 70.000 horas, por lo que pueden llegar a durar hasta 50 años. Su precio es más elevado pero se compensa con creces. El precio medio de una bombilla LED para el consumo de luz en el hogar es de 7 euros, pudiendo variar según nuestras necesidades, mientras que el precio de las bombillas de bajo consumo medio está en los 3,5€.

2. Las bombillas LED no contienen ningún elemento tóxico y alcanzan el 100% de su rendimiento desde el mismo momento en que las encendemos, por lo que resultan más eficientes a largo plazo.

3. Las LED transforman hasta el 98% de su energía en luz y sólo un 2% en calor.

Sin duda la mejor opción a pesar de ser algo más caras, es optar por bombillas LED, ya que son más eficientes y menos contaminantes. Su precio actualmente resulta algo elevado, pero la misma situación pasaron las bombillas de bajo consumo, por lo que se espera que en un tiempo se regulen sus precios.

Licencia: licencia propietaria

Tema 8. Dispositivos digitales.



Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia



Castilla-La Mancha

Material financiado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional y por la Unión Europea-Next GenerationEU, en el marco del Componente 19, inversión 1 del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia.

Introducción.

En la actualidad, nos encontramos inmersos en la **era de las comunicaciones**, donde los **dispositivos digitales** han revolucionado nuestra forma de interactuar y llevar a cabo actividades diarias. Desde gestiones cotidianas hasta el acceso a **materiales educativos**, la **tecnología** se ha vuelto indispensable gracias a las **tecnologías de la información y la comunicación (TIC)** y la **digitalización**. Este entorno tecnológico no solo facilita la comunicación y el aprendizaje, sino que también impulsa una transformación significativa a través de la **inteligencia artificial (IA)**. La IA está reconfigurando el panorama digital al **automatizar procesos**, **optimizar la toma de decisiones** y mejorar la eficiencia en diversas áreas, desde la industria hasta la educación. Los **datos** se han convertido en **aliados fundamentales** en nuestra búsqueda por una vida más **conectada** y **eficiente**.



www. *Iniciación a las TIC* (CC BY-NC-SA)

digital al **automatizar procesos, optimizar la toma de decisiones y mejorar la eficiencia** en diversas áreas, desde la industria hasta la educación. Así, los dispositivos digitales y la IA se han convertido en **aliados fundamentales** en nuestra búsqueda de un mundo más **interconectado y eficiente**.

¿Qué aprenderás en esta Unidad?

En esta unidad, te introducirás en el mundo de las **TIC**, la **digitalización** y la **IA**. Aprenderás a:

- ✔ Identificar las partes de una computadora y sus funciones.
- ✔ Conocer los elementos básicos de un sistema operativo.
- ✔ Explorar plataformas web, sistemas de intercambio de información y contraseñas seguras.
- ✔ Comprender cómo la **IA** se integra en herramientas tecnológicas para optimizar procesos.
- ✔ Entender el impacto de la digitalización en el acceso a la información y la comunicación.

Definición de TIC, Digitalización e Inteligencia Artificial (IA)

1. **TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación):** Conjunto de tecnologías que permiten la creación, almacenamiento, intercambio y gestión de información. Incluyen:
 - ✔ Computadoras y dispositivos móviles.
 - ✔ Internet y redes.
 - ✔ Software y aplicaciones digitales.
 - ✔ Sistemas de comunicación, como el correo electrónico y redes sociales.
2. **Digitalización:** Proceso mediante el cual la información, procesos y procedimientos tradicionales se transforman en formatos digitales. Este proceso facilita el acceso, la gestión y el uso de datos, haciéndolos más eficientes y accesibles.
3. **Inteligencia Artificial (IA):** Rama de la informática que permite a las máquinas realizar tareas que normalmente requieren inteligencia humana. Esto incluye:

- ✓ Aprendizaje automático (machine learning).
- ✓ Reconocimiento de voz e imágenes.
- ✓ Automatización de procesos.
- ✓ Análisis predictivo y recomendaciones personalizadas.

Objetivos de la Iniciación a las TIC, Digitalización e IA

1. **Familiarización con dispositivos:** Comprender el funcionamiento básico de computadoras, tabletas, teléfonos inteligentes y otros dispositivos tecnológicos.
2. **Uso de sistemas operativos:** Manejar sistemas operativos populares como Windows, macOS, Android e iOS.
3. **Navegación en Internet:** Aprender a buscar información de manera eficiente, utilizar motores de búsqueda y manejar navegadores.
4. **Seguridad digital:** Desarrollar buenas prácticas en la creación de contraseñas seguras, protección frente a amenazas en línea y gestión de datos personales.
5. **Uso de aplicaciones básicas:** Familiarizarse con herramientas como procesadores de texto, hojas de cálculo y software de presentaciones.
6. **Comunicación digital:** Utilizar correos electrónicos, mensajería instantánea y redes sociales de manera segura y eficaz.
7. **Fundamentos de la IA:** Entender cómo la IA está revolucionando el mundo digital a través de tecnologías como asistentes virtuales, automatización y análisis de datos.
8. **Impacto de la digitalización:** Reconocer cómo la digitalización facilita el acceso a la información, mejora la productividad y permite una mejor gestión de recursos.

Contenidos Clave en la Iniciación a las TIC, Digitalización e IA

1. **Hardware:** Conocimiento de los componentes físicos de una computadora (CPU, memoria RAM, discos duros, periféricos).
2. **Software:** Diferencias entre software de sistema y software de aplicación, y su importancia en el uso diario.
3. **Internet:** Conceptos básicos, historia, motores de búsqueda, y prácticas de navegación segura.
4. **Redes sociales:** Creación de perfiles, configuración de privacidad y uso responsable.
5. **Seguridad en línea:** Principios básicos para protegerse en el entorno digital, uso de antivirus, firewalls y protección de datos personales.
6. **Ofimática:** Uso de programas como Word, Excel y PowerPoint para tareas diarias.
7. **Comunicación digital:** Uso de correos electrónicos, videollamadas y aplicaciones de mensajería.
8. **IA y su impacto:** Cómo las tecnologías de inteligencia artificial, como chatbots y asistentes virtuales, optimizan la experiencia de usuario.
9. **Digitalización en la vida cotidiana:** Cómo la conversión de información física a digital mejora la accesibilidad y eficiencia en tareas y servicios.

Metodología de Enseñanza

1. **Clases teóricas y prácticas:** Combina la teoría con ejercicios prácticos para consolidar los conceptos.
2. **Tutoriales interactivos y ejemplos prácticos:** Uso de tutoriales paso a paso y ejemplos reales.
3. **Proyectos y actividades:** Realización de proyectos pequeños para aplicar los conocimientos adquiridos.
4. **Soporte continuo:** Apoyo a través de tutores, facilitadores y recursos en línea para reforzar el aprendizaje.

Herramientas y Recursos

1. **Software educativo:** Programas diseñados para facilitar el aprendizaje de las TIC, digitalización e IA.
2. **Plataformas de aprendizaje online:** Acceso a MOOCs y tutoriales en plataformas como Coursera, Khan Academy o YouTube.
3. **Comunidades y foros:** Espacios de interacción donde los usuarios pueden resolver dudas y compartir experiencias (foros, grupos de Facebook, etc.).

Importancia de la Iniciación a las TIC, Digitalización e IA

1. **Empoderamiento digital:** Facilita la integración de los usuarios en la sociedad digital moderna, otorgando acceso a información y recursos de manera eficiente.
2. **Mejora de la empleabilidad:** El conocimiento de TIC y habilidades digitales es fundamental en el mercado laboral actual, donde la competencia digital es una necesidad.
3. **Optimización mediante IA:** La inteligencia artificial mejora la eficiencia en la toma de decisiones y en la automatización de tareas, aumentando la productividad.
4. **Accesibilidad gracias a la digitalización:** La digitalización permite un acceso más amplio y rápido a la información, lo que mejora los procesos de aprendizaje y gestión de recursos en todos los ámbitos de la vida.

En resumen, esta unidad te proporcionará una sólida base en **TIC, digitalización e inteligencia artificial**, competencias fundamentales para desenvolverse de manera eficaz en la era digital actual y enfrentar los retos tecnológicos del futuro.

IA, Digitalización y TIC

Categoría	Aplicación/Usos	Descripción/Beneficios
-----------	-----------------	------------------------

Inteligencia Artificial (IA)	ChatGPT (Asistente Virtual)	Desarrollado por OpenAI, ChatGPT es un modelo de lenguaje que utiliza IA para interactuar en conversaciones naturales. Su uso abarca desde la asistencia personal hasta la creación de contenido, programación, tutorías, y servicio al cliente.
	Recomendaciones Personalizadas (Netflix, Spotify)	Netflix, Spotify y otras plataformas de entretenimiento usan IA para analizar el comportamiento del usuario y ofrecer recomendaciones de contenido personalizadas, mejorando la experiencia del usuario y aumentando el tiempo de interacción.
	Vehículos Autónomos (Tesla, Waymo)	Los vehículos autónomos utilizan IA para interpretar el entorno a través de sensores, cámaras y algoritmos avanzados, lo que les permite tomar decisiones de conducción sin intervención humana, aumentando la seguridad y la eficiencia en el transporte.
	Diagnóstico Médico (IBM Watson Health)	IA aplicada al sector salud ayuda a los médicos en la detección de enfermedades y el análisis de grandes volúmenes de datos médicos. IBM Watson Health es un ejemplo que asiste en diagnósticos complejos y recomendaciones de tratamiento.
Digitalización	Educación en Línea (Coursera, Khan Academy)	Las plataformas digitales permiten acceder a una gran variedad de cursos y programas educativos a nivel global. Esto democratiza el acceso al conocimiento, permite el aprendizaje flexible y fomenta la educación a distancia.
	Banca Digital (BBVA, PayPal)	La banca digital ha transformado el acceso a servicios financieros, permitiendo a los usuarios realizar transacciones, transferencias y pagos de manera rápida y segura desde cualquier lugar del mundo.
	Telemedicina (Teladoc, Doctoralia)	La digitalización ha permitido la consulta médica a distancia, permitiendo a los pacientes recibir atención médica sin tener que desplazarse. Las plataformas de telemedicina facilitan la gestión de citas, diagnósticos y recetas electrónicas.
	Comercio Electrónico (Amazon, Alibaba)	La digitalización del comercio ha revolucionado el sector minorista. Amazon y Alibaba ofrecen una experiencia de compra en línea eficiente, con acceso a millones de productos y opciones de entrega rápida.
Internet de las Cosas (IoT)	Hogar Inteligente (Nest, Philips Hue)	Dispositivos IoT permiten el control remoto de sistemas domésticos como luces, termostatos y cámaras de seguridad. Esto mejora la eficiencia energética y la comodidad en el hogar.

	Cadenas de Suministro Inteligentes	La monitorización de la cadena de suministro mediante sensores IoT permite rastrear el movimiento de productos, controlar las condiciones de transporte y optimizar la logística en tiempo real.
	Salud Conectada (Relojes Inteligentes)	Dispositivos como el Apple Watch permiten a los usuarios monitorear su estado de salud en tiempo real, incluyendo ritmo cardíaco, sueño y actividad física, mejorando la prevención y el cuidado personal.
Domótica	Automatización de Iluminación (Philips Hue)	Los sistemas de iluminación inteligente permiten ajustar las luces según la hora del día, la presencia de personas o preferencias del usuario, lo que optimiza el uso de energía y mejora el confort.
	Seguridad Inteligente (Cámaras y Sensores)	Los sistemas de seguridad inteligentes utilizan cámaras conectadas y sensores que notifican a los usuarios en tiempo real sobre movimientos o actividades sospechosas en el hogar, aumentando la protección.
Robótica	Robots Industriales (Fábricas Automatizadas)	Los robots industriales se utilizan para automatizar tareas repetitivas y de precisión en fábricas, mejorando la productividad y reduciendo errores. Son esenciales en la manufactura avanzada.
	Cirugía Robótica (Da Vinci)	El sistema Da Vinci es una plataforma de cirugía robótica que permite a los cirujanos realizar operaciones de alta precisión asistidos por robots, lo que reduce el riesgo de complicaciones y mejora la recuperación.
	Robots Sociales (Pepper)	Pepper es un robot diseñado para interactuar con personas, brindando asistencia en entornos como hospitales, aeropuertos y centros de atención al cliente. Reconoce emociones y responde a preguntas.
Inteligencia Artificial (IA)	Gemini (Google)	Gemini es una IA de Google que combina procesamiento del lenguaje natural con visión por computadora para proporcionar soluciones integradas en tareas complejas, como la búsqueda de información avanzada y el análisis de imágenes.



Autoevaluación

Las TIC incluyen solamente computadoras y dispositivos móviles.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Las TIC comprenden un conjunto más amplio de tecnologías que incluye computadoras, dispositivos móviles, Internet, redes, software, aplicaciones digitales y sistemas de comunicación como el correo electrónico y las redes sociales.

Los sistemas operativos más comunes son Windows, macOS, Android e iOS.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Estos sistemas operativos son ampliamente utilizados en diferentes tipos de dispositivos, como computadoras y teléfonos inteligentes, y cada uno tiene sus propias características y funciones.

Las redes sociales se utilizan exclusivamente para compartir fotos y mensajes personales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque compartir fotos y mensajes es una parte importante de las redes sociales, también se utilizan para una variedad de propósitos, como la comunicación profesional, el marketing y la formación de comunidades en línea.

Un antivirus es una herramienta que ayuda a proteger una computadora contra virus informáticos y otros tipos de malware.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Los antivirus son programas diseñados para detectar, prevenir y eliminar software malicioso, ayudando a proteger la seguridad del sistema y los datos del usuario.

El uso de contraseñas seguras no es importante si se tiene un firewall activado en el dispositivo.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque un firewall es importante para proteger el dispositivo contra accesos no autorizados, las contraseñas seguras son cruciales para proteger cuentas y datos personales. Ambas medidas de seguridad son complementarias y necesarias.

La inteligencia artificial solo se utiliza en aplicaciones científicas y no tiene impacto en la vida cotidiana.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La IA se utiliza ampliamente en la vida cotidiana, como en asistentes virtuales, sistemas de recomendación (Netflix, Amazon), coches autónomos, entre otros.

El aprendizaje automático es una rama de la inteligencia artificial que permite a las máquinas aprender de los datos sin ser programadas explícitamente para cada tarea.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La IA fuerte es capaz de realizar cualquier tarea cognitiva que un ser humano pueda hacer.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La IA fuerte, que imita completamente la inteligencia humana, es un concepto teórico que aún no se ha desarrollado. Actualmente, solo existe la IA débil o específica, que realiza tareas limitadas.

El reconocimiento facial es una aplicación de la inteligencia artificial.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Un chatbot es un ejemplo de IA que utiliza procesamiento de lenguaje natural para interactuar con los usuarios.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La digitalización solo afecta a las empresas tecnológicas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La digitalización afecta a casi todos los sectores, desde la salud y la educación hasta la agricultura y la manufactura.

Uno de los beneficios de la digitalización es que facilita el acceso a la información de manera rápida y global.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La digitalización ha eliminado por completo los problemas relacionados con la privacidad y la seguridad de los datos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La digitalización ha planteado nuevos desafíos en términos de privacidad y protección de datos personales, que requieren soluciones continuas.

La digitalización ha contribuido a la creación de empleos y nuevas profesiones en áreas como el marketing digital, la gestión de redes sociales y la ciberseguridad.

☐ Verdadero ☐ Falso

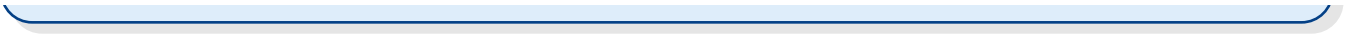
Verdadero

La digitalización y la automatización basadas en IA pueden sustituir completamente la intervención humana en todos los procesos productivos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Aunque la digitalización y la IA pueden automatizar muchos procesos, la intervención humana sigue siendo crucial en áreas que requieren juicio crítico y decisiones complejas.

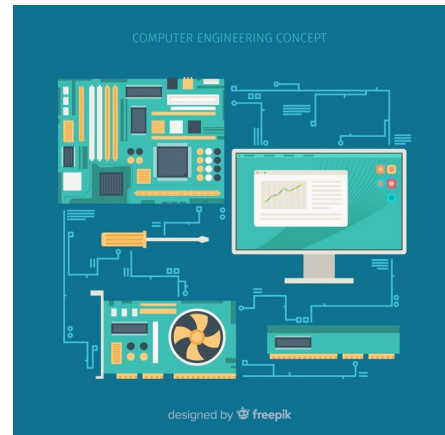


1. Partes de un Ordenador

El **ordenador** es uno de los inventos más revolucionarios y beneficiosos para la humanidad. Se trata de una máquina electrónica diseñada para el **tratamiento digital de la información**. Su funcionamiento básico consiste en **recibir datos de entrada**, **procesarlos** y generar **datos de salida**, facilitando innumerables tareas en diversos campos.

Lo que hace posible el funcionamiento del ordenador es la combinación de dos elementos fundamentales: el **hardware** y el **software**.

- ✓ **HARDWARE:** Se refiere a los componentes físicos del ordenador, es decir, todas las partes tangibles que conforman la máquina. Esta palabra, de origen anglosajón, podría traducirse como "cacharrería". Incluye elementos como el procesador, la memoria RAM, los discos duros, la tarjeta gráfica, el teclado y la pantalla.
- ✓ **SOFTWARE:** Son los componentes lógicos, es decir, los programas y aplicaciones que permiten que el ordenador realice una gran variedad de tareas. El software incluye tanto los sistemas operativos (como Windows, macOS, Linux) como las aplicaciones específicas (por ejemplo, procesadores de texto, navegadores web o programas de edición).



freepik. Partes de un Ordenador (CC BY-NC-SA)

La **sinergia entre hardware y software** es lo que permite que un ordenador realice una amplia variedad de funciones, desde las más sencillas hasta las más complejas. Esta integración permite ejecutar tareas básicas como la **escritura** y la **navegación por internet**, así como procesos avanzados como el diseño gráfico, la programación, o la simulación científica. Esta combinación hace que los ordenadores sean herramientas versátiles, adaptadas a las necesidades de diferentes usuarios y sectores, como la educación, la medicina, el entretenimiento y la industria.



Caso práctico

La principal diferencia entre **hardware** y **software** radica en su naturaleza:

SOLUCIÓN

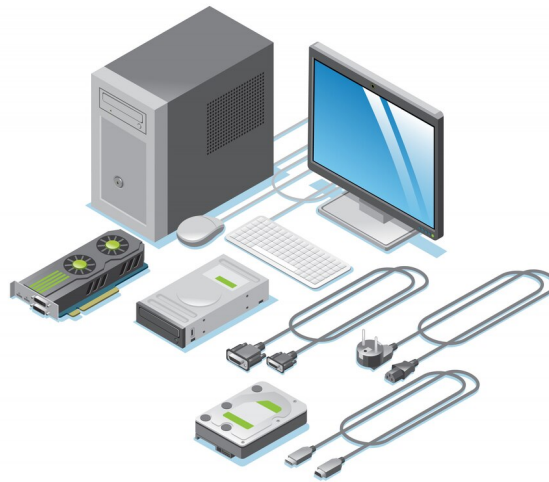
- ✓ **Hardware:** Se refiere a los **componentes físicos** de un ordenador, es decir, las partes tangibles que conforman la máquina, como el procesador, la memoria, el teclado, la pantalla, y otros dispositivos

electrónicos que permiten su funcionamiento.

- ✔ **Software:** Son los **componentes lógicos** del sistema, es decir, los programas y datos que indican al hardware qué hacer. El software incluye el sistema operativo, las aplicaciones y todas las instrucciones que permiten realizar tareas específicas, desde escribir un documento hasta ejecutar programas más complejos.

En resumen, el **hardware** es lo que puedes tocar, mientras que el **software** son los programas que hacen posible que el hardware funcione y ejecute tareas. Ambos trabajan juntos para que el sistema sea funcional.

1.1. Hardware



macrovector. Hardware (CC BY-NC-SA)

Dentro del hardware destacaremos elementos visibles (exteriores) y elementos que no se ven (interiores), así cabe destacar dentro de los visibles los periféricos (de entrada, salida, almacenamiento y comunicación) y de los interiores podemos encontrar microprocesador o cpu, placa base, memorias, ranuras, bios, fuente de alimentación, ventilador, tarjetas...)

Unidad Central de Procesamiento (CPU)

La **CPU**, o procesador, es el "cerebro" del ordenador. Se encarga de ejecutar las instrucciones de los programas. Sus principales componentes son:

- ✓ **Unidad de Control (CU):** Dirige las operaciones del procesador y coordina las actividades de los demás componentes del sistema.
- ✓ **Unidad Aritmético-Lógica (ALU):** Realiza operaciones aritméticas y lógicas.
- ✓ **Registros:** Memorias pequeñas y rápidas dentro de la CPU que almacenan datos temporales y las instrucciones que se están procesando.

Otros componentes:

- ✓ **Núcleos:** Cada núcleo puede procesar instrucciones de manera independiente. Más núcleos permiten realizar más tareas simultáneamente.
- ✓ **Caché:** Memoria interna del procesador que almacena datos y instrucciones frecuentemente utilizados para acelerar el acceso.

Memoria

- ✓ **Memoria RAM (Random Access Memory):** Memoria volátil que se utiliza para almacenar datos y programas que están en uso actualmente. Pierde su contenido cuando se apaga el ordenador.
- ✓ **Tipos:**
 - ➔ **DDR (Double Data Rate):** La más común en computadoras modernas. Incluye DDR3, DDR4, y DDR5, cada una con mayores velocidades y eficiencia energética.
- ✓ **Memoria ROM (Read-Only Memory):** Memoria no volátil que contiene el firmware del sistema, incluyendo el BIOS. Su contenido no se pierde al apagar el ordenador.
- ✓ **Memoria Caché:** Memoria extremadamente rápida que almacena datos a los que la CPU necesita acceder de manera rápida y frecuente.

Almacenamiento

- ✓ **Disco Duro (HDD):** Dispositivo de almacenamiento no volátil que utiliza discos magnéticos para almacenar grandes cantidades de datos.
- ✓ **Unidad de Estado Sólido (SSD):** Dispositivo de almacenamiento no volátil que utiliza memoria flash para almacenar datos, ofreciendo velocidades de acceso y escritura más rápidas que los HDDs.
- ✓ **Unidades Ópticas:** Dispositivos que leen y escriben datos en discos ópticos como CDs, DVDs y Blu-ray.

Placa Base (Motherboard)

La placa base es el componente principal que conecta todos los demás componentes del ordenador. Incluye:

- ✓ **Zócalos para la CPU y la RAM.**
- ✓ **Conectores para discos duros y SSDs.**
- ✓ **Puertos para dispositivos periféricos (USB, HDMI, etc.).**
- ✓ **Chipset:** Conjunto de circuitos integrados que gestionan el flujo de datos entre la CPU, la RAM y los dispositivos periféricos.

Otros Componentes:

- ✓ **Socket del CPU:** Donde se instala el procesador.
- ✓ **Slots de RAM:** Donde se instalan los módulos de RAM.
- ✓ **Conectores de energía:** Para suministrar energía a la placa base y otros componentes.
- ✓ **Puertos de expansión:** Como PCIe para tarjetas gráficas y otros periféricos.

Tarjetas de Expansión

Tarjetas que se pueden agregar a la placa base para ampliar sus capacidades, como:

- ✓ **Tarjeta Gráfica (GPU):** Maneja el procesamiento de gráficos y es crucial para aplicaciones de videojuegos y diseño gráfico.
- ✓ **Componentes:**
 - ◆ **VRAM:** Memoria dedicada a la GPU.
 - ◆ **Núcleos CUDA/Cores:** Unidades de procesamiento dentro de la GPU que manejan las tareas gráficas.
- ✓ **Tarjeta de Sonido:** Mejora la calidad del audio del sistema.
- ✓ **Tarjeta de Red (NIC):** Proporciona conectividad a redes.

Dispositivos Periféricos

- ✓ **Dispositivos de Entrada:** Permiten al usuario interactuar con el ordenador, como el teclado, el ratón, los escáneres y las cámaras.
- ✓ **Dispositivos de Salida:** Permiten al ordenador comunicar información al usuario, como monitores, impresoras y altavoces.

Fuentes de Alimentación (PSU)

Proporcionan la energía necesaria para que todos los componentes del ordenador funcionen. Convierte la corriente alterna (AC) de la toma de corriente en corriente continua (DC) utilizable por el ordenador.

Características:

- ✔ **Potencia:** Medida en vatios (W), determina cuánta energía puede suministrar.
- ✔ **Eficiencia:** Certificaciones como 80 Plus indican eficiencia energética.

Sistemas de Refrigeración

- ✔ **Ventiladores y Disipadores de Calor:** Mantienen la CPU, la GPU y otros componentes críticos a temperaturas operativas seguras.
- ✔ **Refrigeración Líquida:** Sistema avanzado de refrigeración que utiliza líquidos para disipar el calor, utilizado en sistemas de alto rendimiento.

Cajas y Gabinetes

Estructuras que albergan y protegen todos los componentes internos del ordenador. Incluyen mecanismos para la gestión de cables y la ventilación adecuada.

Conectividad

- ✔ **Puertos USB, HDMI, Ethernet, etc.:** Facilitan la conexión de dispositivos periféricos y redes.
- ✔ **WiFi y Bluetooth:** Permiten la conectividad inalámbrica para dispositivos y redes.

Baterías (en dispositivos portátiles)

Proveen energía en dispositivos portátiles como laptops y tablets, permitiendo su uso sin conexión directa a una fuente de alimentación.

Cada uno de estos componentes juega un papel crucial en el funcionamiento general de un sistema informático, permitiendo realizar desde tareas simples hasta complejas



Autoevaluación

La Unidad Central de Procesamiento (CPU) es conocida como el "cerebro" del ordenador.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La CPU es fundamental en el ordenador porque ejecuta las instrucciones de los programas y coordina las actividades de los componentes del sistema.

La memoria RAM es una memoria no volátil que almacena datos y programas, y no pierde su contenido al apagar el ordenador.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La memoria RAM es volátil, lo que significa que pierde su contenido cuando el ordenador se apaga. La memoria no volátil que mantiene su contenido es la ROM.

La caché de la CPU es una memoria extremadamente rápida utilizada para almacenar datos y instrucciones frecuentemente utilizados.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La memoria caché ayuda a acelerar el acceso a datos e instrucciones que la CPU necesita con frecuencia, mejorando el rendimiento del procesador.

Los discos duros (HDD) utilizan memoria flash para almacenar datos, ofreciendo una velocidad de acceso superior a la de los SSDs.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Los discos duros utilizan discos magnéticos para el almacenamiento,

mientras que los SSDs utilizan memoria flash, que ofrece velocidades de acceso y escritura más rápidas que los HDDs.

La placa base (motherboard) es el componente que conecta todos los demás componentes del ordenador y contiene el chipset que gestiona el flujo de datos.

☒ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La placa base conecta y permite la comunicación entre la CPU, la memoria, los dispositivos de almacenamiento y otros periféricos a través del chipset.

1.1.1. Periféricos

Los **periféricos** son el conjunto de dispositivos que permiten realizar operaciones de entrada/salida complementarias al proceso de datos del ordenador.

Los periféricos pueden clasificarse en 4 categorías principales:

Periféricos de entrada:

Los periféricos de entrada son los encargados de **introducir datos externos** al ordenador para que sean procesados. Permiten que el usuario interactúe con el sistema proporcionando instrucciones o información.

- ✔ **Teclado:** Similar a una máquina de escribir, el teclado cuenta con un conjunto de **teclas** que permiten al usuario ingresar texto, números y comandos al ordenador. Además, incluye teclas de función que permiten desplazarse por la pantalla o realizar acciones específicas.
- ✔ **Ratón:** Es un dispositivo de entrada **apuntador** que detecta su movimiento en una superficie plana y lo refleja en el monitor mediante un **cursor**. El ratón permite realizar acciones como seleccionar, arrastrar o hacer clic en íconos y menús.
- ✔ **Cámara web:** Una cámara digital que **captura imágenes** y las transmite en tiempo real a través de internet, permitiendo videollamadas, conferencias y la creación de contenido audiovisual.
- ✔ **Escáner:** Dispositivo que emplea un **haz luminoso** para leer y convertir documentos físicos en **señales digitales**, permitiendo que el ordenador procese la información escaneada como imágenes o texto.
- ✔ **Micrófono:** Permite la grabación de **sonidos** o la comunicación a través de internet, como en videollamadas o reuniones virtuales. Muchos dispositivos incluyen un micrófono **incorporado** en la pantalla o el monitor, mejorando la facilidad de uso.



Ana José García Tejas. Periféricos de entrada. (CC BY-NC-SA)

Periféricos de salida:

Los **periféricos de salida** son dispositivos que reciben información procesada por el ordenador y la presentan de una forma comprensible y perceptible para el usuario. Estos periféricos permiten que el usuario interactúe y reciba datos visuales, auditivos o físicos generados por el sistema. Principales periféricos de salida:

- ✔ **Monitor:** Es el periférico de salida más importante, ya que **muestra de forma visual y gráfica** la información procesada por el ordenador. Los monitores pueden ser de diferentes

tecnologías, como **LCD**, **LED**, o **OLED**, y su tamaño y resolución influyen directamente en la calidad de la imagen y la experiencia del usuario.

- ✓ **Impresora:** Produce una **copia física** de documentos, gráficos o imágenes en papel. Las impresoras más comunes son:

- ➔ **Impresoras de inyección de tinta:** Utilizan pequeños cartuchos de tinta para imprimir textos y gráficos con buena calidad en papel.

- ➔ **Impresoras láser:** Utilizan un haz láser para transferir el tóner al papel, permitiendo impresiones rápidas y de alta calidad, especialmente adecuadas para grandes volúmenes.

- ✓ **Altavoces:** Dispositivo que emite **sonidos** procesados por el ordenador, permitiendo escuchar música, sonidos de vídeos, conferencias, y otras señales auditivas. Los altavoces pueden ser externos o integrados en algunos monitores o portátiles.
- ✓ **Auriculares:** Similar a los altavoces, pero diseñados para un uso más **personal**. Se colocan directamente sobre los oídos, permitiendo que solo la persona que los usa escuche los sonidos emitidos por el ordenador. Son ideales para entornos donde no se quiere generar ruido externo.
- ✓ **Fax:** Aunque en desuso, el **fax** era un dispositivo que recibía y enviaba documentos a través de líneas telefónicas. Permitía la impresión de una copia física del documento enviado desde otro fax. Con el avance del correo electrónico y la digitalización, su uso ha disminuido considerablemente.

PERIFÉRICOS DE SALIDA



Ana José García Tejas. Periféricos de salida. (CC BY-NC-SA)

En la actualidad, los **periféricos de salida** se han diversificado, incorporando nuevas tecnologías que mejoran la experiencia del usuario y aumentan las posibilidades de interacción con el ordenador:

- ✓ **Proyectores:** Estos dispositivos proyectan la imagen del ordenador en una pantalla o superficie grande, permitiendo presentaciones visuales en reuniones, aulas o conferencias.
- ✓ **Pantallas táctiles:** Algunas pantallas, además de ser periféricos de salida, funcionan como **dispositivos de entrada**, permitiendo al usuario interactuar directamente con la interfaz mediante el tacto, como en las tabletas o dispositivos 2 en 1.
- ✓ **Impresoras 3D:** Estas impresoras crean objetos tridimensionales a partir de diseños digitales. Utilizan materiales como plástico o resinas para **materializar diseños** en la realidad, siendo muy útiles en áreas como el prototipado, la medicina y el arte.

En resumen, los periféricos de salida juegan un papel crucial en la forma en que interactuamos con la información procesada por los ordenadores, ya sea a través de imágenes, sonidos o impresiones físicas. Con el avance de la tecnología, estos dispositivos continúan evolucionando para ofrecer más versatilidad y una experiencia más inmersiva para el usuario.

¿Cuáles son los tipos de almacenamiento?

Periféricos de almacenamiento:

Los **periféricos de almacenamiento** se encargan de **guardar** o **almacenar** los datos para que la CPU pueda hacer uso de ellos cuando sea necesario, incluso después de haber sido eliminados de la memoria principal, que se borra al apagar la computadora. Estos dispositivos pueden ser **internos**, como el disco duro, o **externos**, como dispositivos de almacenamiento removibles.

Tipos de dispositivos de almacenamiento:

- ✔ **Disco duro (HDD/SSD):** Es el principal dispositivo de almacenamiento en la mayoría de los ordenadores. En los discos duros tradicionales (**HDD**), los datos se almacenan de manera magnética en discos giratorios. Los **SSD** (discos de estado sólido), más recientes, utilizan memoria flash y ofrecen mayor velocidad y durabilidad. Tanto HDD como SSD contienen el sistema operativo, las aplicaciones, y una amplia variedad de archivos como documentos, música, videos y fotos.
- ✔ **Grabadora y/o lector de CD, DVD, o Blu-ray:** Estos dispositivos utilizan un láser para **leer** y **grabar** datos en discos ópticos. Aunque han caído en desuso frente a otros métodos más eficientes, los discos **CD**, **DVD**, y **Blu-ray** aún se utilizan en algunas áreas para almacenar grandes cantidades de datos de forma física.
- ✔ **Memoria USB o pen drive:** Este dispositivo de **almacenamiento portátil** utiliza memoria **flash** para guardar grandes cantidades de datos en un formato compacto. Los pen drives son muy populares por su facilidad de uso, capacidad de almacenamiento y portabilidad, permitiendo transportar archivos fácilmente de un lugar a otro.

Almacenamiento en línea o en la nube (Cloud Storage):

En la actualidad, el almacenamiento no se limita solo a dispositivos físicos. Existen opciones de **almacenamiento en línea**, que permiten guardar y acceder a los archivos desde cualquier dispositivo con conexión a Internet. Algunas de las plataformas más populares incluyen:

- ✔ **Google Drive:** Ofrece almacenamiento en la nube gratuito y de pago, integrando herramientas como Google Docs, Sheets y Slides, lo que facilita la colaboración en tiempo real.
- ✔ **Dropbox:** Permite almacenar y sincronizar archivos en línea con fácil acceso desde múltiples dispositivos. Es muy utilizado para compartir archivos entre equipos de trabajo.
- ✔ **Microsoft OneDrive:** Parte del ecosistema de Microsoft, ofrece almacenamiento en la nube con integración directa con **Microsoft Office** y **Windows**, permitiendo guardar documentos y sincronizarlos automáticamente entre dispositivos.
- ✔ **iCloud:** El sistema de almacenamiento en la nube de **Apple**, utilizado principalmente para respaldar y sincronizar datos en dispositivos como iPhone, iPad y Mac.

Ventajas del almacenamiento en la nube:

1. **Acceso remoto:** Los archivos pueden ser accedidos desde cualquier lugar con conexión a Internet.
2. **Copia de seguridad automática:** Los servicios de almacenamiento en línea ofrecen copias de seguridad automáticas, reduciendo el riesgo de pérdida de datos.
3. **Sincronización multi-dispositivo:** Permite tener los mismos archivos actualizados en todos los dispositivos, como teléfonos, tabletas y ordenadores.
4. **Espacio adicional:** A diferencia de los dispositivos físicos, las cuentas de almacenamiento en línea pueden ampliarse comprando más espacio según se necesite.

En resumen, el almacenamiento digital ha evolucionado desde discos duros físicos y dispositivos extraíbles hacia soluciones más modernas como el almacenamiento en la nube, que ofrece mayor flexibilidad, accesibilidad y seguridad para los usuarios.



Rellenar huecos

Indica cuáles de los siguientes periféricos son de entrada, cuáles de salida y cuáles de almacenamiento:

1. - Altavoces.-
2. - Monitor.-
3. - Disco duro.-
4. - Teclado.-
5. - Ratón.-
6. - Pen Drive.-
7. - Impresora.-
8. - Micrófono.-
9. - Escáner.-
10. - Cd.-
11. - Cámara.-
12. - Auriculares.-

Enviar

1.2.1. Unidad Central de Procesamiento (CPU).

Muchos usuarios suelen referirse incorrectamente a la **carcasa** o caja del ordenador como la "CPU". Sin embargo, esto no es cierto, ya que la **CPU** (Unidad Central de Procesamiento) es solo uno de los componentes internos del ordenador. Al retirar la carcasa, podemos observar varios componentes clave, anclados a un bastidor, que conforman el funcionamiento del sistema.

En los **Mac**, especialmente en los **iMac** y algunos modelos de **MacBook**, la **CPU** no es visible a simple vista porque está **integrada dentro del monitor** o del cuerpo del dispositivo. Esto significa que todo el procesamiento, almacenamiento y otros componentes esenciales, incluidos los chips **Apple Silicon** (M1, M2) o los procesadores **Intel** en modelos más antiguos, están contenidos de manera compacta y eficiente dentro de la carcasa, lo que contribuye al diseño elegante y minimalista característico de los equipos de Apple.



Mac Pro. Mac Pro ([CC BY-NC-SA](#))

Componentes principales del ordenador:

✔ Placa base o placa madre:

Es el **componente central** del ordenador donde se conectan y comunican todos los demás elementos. Fabricada con materiales sintéticos y equipada con **circuitos electrónicos**, proporciona las conexiones necesarias para integrar dispositivos clave como el procesador, la memoria RAM y las tarjetas de expansión. Actúa como el "esqueleto" del ordenador, permitiendo que todas las piezas funcionen en conjunto.

Ejemplo:

- **ASUS ROG Strix Z490-E Gaming:** Una placa base diseñada para gaming y productividad avanzada, compatible con procesadores Intel de última generación.

✓ **Microprocesador (CPU):**

Conocido como el **cerebro del ordenador**, es el componente más importante para el **procesamiento de datos**. Se encarga de interpretar y ejecutar las instrucciones de los programas, operando en lenguaje binario (0s y 1s). Su rendimiento se mide en **gigahertzios (GHz)**, lo que indica cuántas instrucciones puede ejecutar por segundo. Un procesador más rápido ofrece mayor capacidad de procesamiento, mejorando el rendimiento general del sistema.

Ejemplo:

- **Intel Core i9-11900K:** Procesador de alto rendimiento con 8 núcleos y velocidades de hasta 5.3 GHz.
- **AMD Ryzen 9 5900X:** Procesador con 12 núcleos y 24 hilos, ideal para tareas multitarea exigentes.

✓ **Fuente de alimentación (PSU):**

Es la encargada de **proporcionar energía eléctrica** a todos los componentes del ordenador. Convierte la corriente alterna (CA) en corriente continua (CC), que es utilizada por los dispositivos electrónicos del sistema. Cada componente se conecta a la fuente de alimentación para recibir la energía necesaria, asegurando un suministro eléctrico estable y seguro.

Ejemplo:

- **Corsair RM850x:** Fuente de alimentación modular de 850 W con certificación 80 Plus Gold para una eficiencia energética óptima.

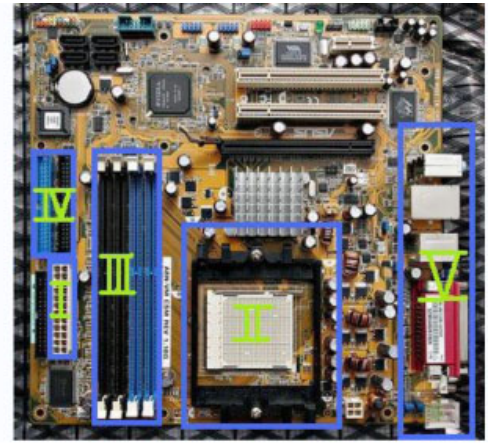
✓ **Memoria RAM (Memoria de Acceso Aleatorio):**

Es la **memoria temporal** del ordenador, donde se cargan los programas y datos que el procesador necesita para ejecutar tareas en tiempo real. La RAM es volátil, lo que significa que su contenido se borra cuando el ordenador se apaga. Su capacidad y velocidad influyen directamente en el rendimiento del sistema, facilitando una ejecución más rápida y eficiente de múltiples tareas.

Ejemplo:

- **Corsair Vengeance LPX 16GB DDR4 3200 MHz:** Memoria RAM de alto rendimiento ideal para gaming y multitarea.
- **G.Skill Trident Z RGB 32GB DDR4 3600 MHz:** RAM con iluminación RGB y velocidades altas, perfecta para gaming avanzado y diseño gráfico.

✓ **Tarjetas de expansión:**



I – Conector desde la fuente de alimentación
II – Slot para Microprocesador
III – Ranuras para tarjetas de memoria RAM
IV – Sistemas de conexión con dispositivos de almacenamiento o lectura (discos duros, lector de CD o DVD)
V – Conectores para periféricos.

Autor: Ana José García Tejas. Placa base. (CC BY-NC-SA)

Estas tarjetas se conectan a las **ranuras de expansión** en la placa base y permiten **aumentar las capacidades** del ordenador. Aunque muchas funciones ya están integradas en la placa base, algunas tarjetas, como las **tarjetas gráficas**, se utilizan para mejorar el rendimiento de gráficos. Otras tarjetas añaden puertos adicionales o mejoran la conectividad de red y sonido.

Ejemplo:

- **NVIDIA GeForce RTX 3080:** Tarjeta gráfica de alto rendimiento con trazado de rayos y DLSS para juegos en 4K y creación de contenido.
- **ASUS Xonar AE:** Tarjeta de sonido de alta calidad para una experiencia de audio mejorada.

✓ Ventilador y sistema de refrigeración:

Durante su funcionamiento, los componentes electrónicos generan **calor**, lo que puede afectar negativamente el rendimiento o dañar el hardware si no se controla. Para evitar el sobrecalentamiento, los ordenadores están equipados con **ventiladores** y sistemas de refrigeración. El ventilador principal está en la CPU, mientras que las **tarjetas gráficas** y otros componentes de alto rendimiento pueden tener sus propios sistemas de refrigeración, que pueden incluir **refrigeración líquida** en modelos avanzados.

Ejemplo:

- **Noctua NH-D15:** Un potente sistema de refrigeración por aire con doble ventilador para mantener la CPU en temperaturas óptimas.
- **Corsair Hydro Series H100i:** Sistema de **refrigeración líquida** de alto rendimiento, ideal para procesadores que ejecutan tareas intensivas.

En resumen, estos componentes principales trabajan juntos para asegurar el rendimiento y la estabilidad del sistema, haciendo que el ordenador sea capaz de realizar tareas que van desde la navegación web hasta el gaming y la edición de contenido multimedia avanzado.



TARJETA MEMORIA RAM

FUENTE DE ALIMENTACIÓN

VENTILADOR

Otros componentes de la placa base. Autor: Elaboración propia

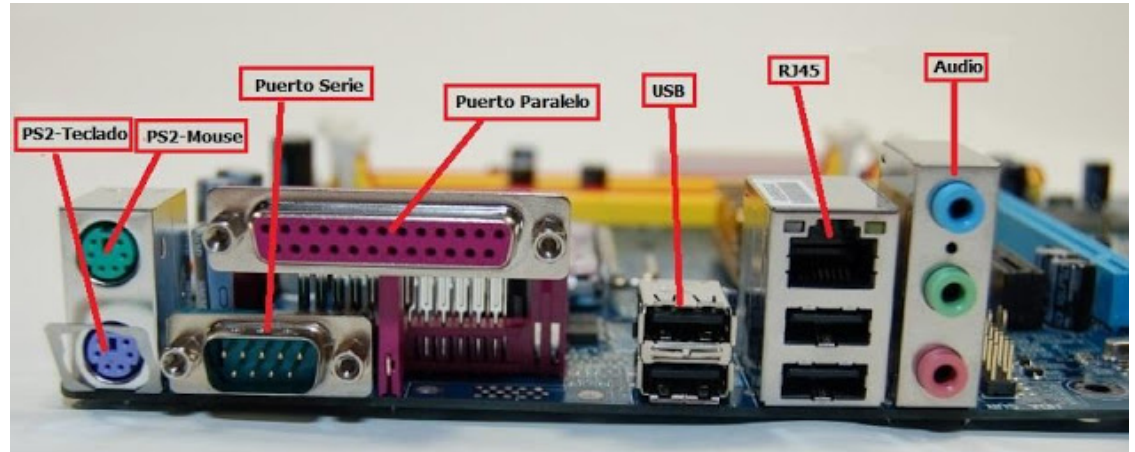
Conectores externos:

Los **conectores externos**, también conocidos como **puertos**, permiten conectar **periféricos** al ordenador, como ratones, teclados, impresoras, monitores y otros dispositivos. Tradicionalmente, estos puertos se encontraban en la parte trasera del ordenador, pero los ordenadores modernos suelen incluir puertos de acceso rápido en la parte frontal, como **USB** y **audio**, para facilitar la comodidad del usuario.

Tipos de puertos en la placa base:

✓ Puertos PS/2:

Estos
puertos
eran



Francisco Cano.. Puertos. (CC BY-NC-SA)

comunes para conectar **ratones** y **teclados**. Se distinguen por el código de colores: **verde** para el ratón y **morado** para el teclado. Aunque fueron ampliamente utilizados en el pasado, hoy en día han sido casi completamente reemplazados por **puertos USB**, que son más versátiles y universales, permitiendo la conexión de dispositivos de entrada sin depender de un conector específico.

✓ Puerto serie:

Se utilizaba para conectar dispositivos antiguos como **modems externos** y ratones. En la actualidad, su uso ha desaparecido prácticamente, debido a la adopción de tecnologías más modernas, como el **USB**.

✓ Puerto paralelo:

Principalmente utilizado para **impresoras** en los primeros sistemas, este puerto también ha caído en desuso con la llegada del **USB** y las conexiones inalámbricas como **WiFi** y **Bluetooth**. Hoy en día, las impresoras modernas se conectan utilizando estos métodos más eficientes.

✓ Puerto VGA:

El **VGA** es el conector estándar para conectar un **monitor** al ordenador, transmitiendo la señal de video desde la tarjeta gráfica. Aunque sigue siendo común en muchos sistemas, los conectores digitales más avanzados, como **HDMI** y **DisplayPort**, lo han reemplazado progresivamente debido a su mejor calidad de imagen y facilidad de uso.

✓ Puerto de red (Ethernet):

Este puerto utiliza un conector **RJ45** para conectar el ordenador a una **red local** o internet mediante un cable Ethernet. Aporta una conexión rápida y estable, siendo ideal para entornos que requieren una conexión por cable robusta, como redes domésticas o profesionales.

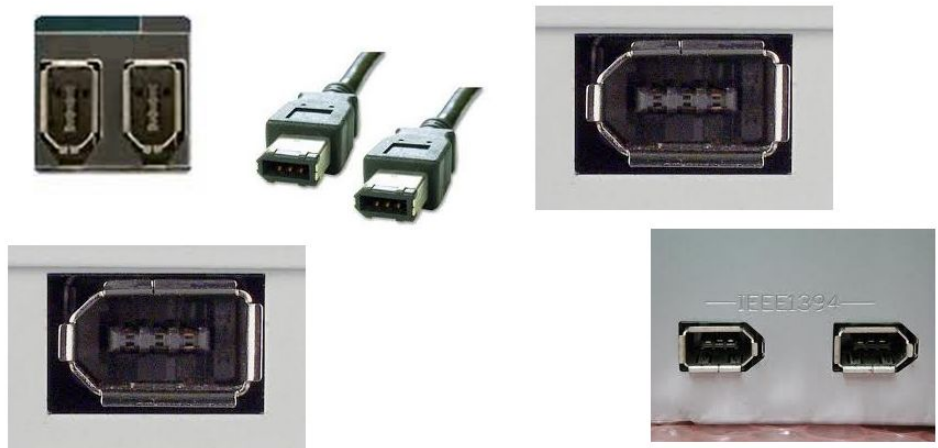
✓ Puerto USB (Universal Serial Bus):

El puerto **USB** es uno de los más versátiles y comunes en los ordenadores actuales, permitiendo la conexión de una amplia variedad de dispositivos como **discos duros externos**, **ratones**, **teclados**, **cámaras**, y más. Hay diferentes versiones, como **USB 2.0**, **USB 3.0** y el más reciente **USB-C**, que ofrece mayores velocidades de transferencia de datos y energía, además de ser **reversible**, lo que facilita su uso.

Puertos adicionales en ordenadores modernos:

✓ Puerto HDMI:

El **HDMI** permite la transmisión de **video y audio** de alta definición a través de un solo cable. Es el estándar para conectar monitores, televisores y proyectores a los ordenadores, siendo ideal para **contenido multimedia y gaming**.



Elaboración propia. Puertos. (CC BY-NC-SA)

✓ Puerto DisplayPort:

Similar al HDMI, el **DisplayPort** transmite señales de video y audio, pero está optimizado para **monitores de alta resolución**, lo que lo hace ideal para configuraciones de alta gama. Es especialmente útil para **diseñadores gráficos y jugadores** que requieren una calidad de imagen superior.

✓ Puerto Thunderbolt:

Este puerto combina tecnología de alta velocidad con un diseño similar al **USB-C**. **Thunderbolt** permite la transferencia rápida de **datos, video y energía**, siendo ideal para dispositivos que requieren alto rendimiento, como **discos duros externos** de alta velocidad y **pantallas 4K o 8K**.

✓ Puerto FireWire:

Aunque su uso ha disminuido con el tiempo, **FireWire** era valorado por su alta velocidad en la transferencia de datos, especialmente para dispositivos multimedia como **videocámaras**. Permitía la conexión de hasta 63 dispositivos simultáneamente, lo que lo hacía útil para tareas como la **edición de video**.

✓ Puerto de audio:

Permite la conexión de **auriculares, micrófonos y altavoces**. Los ordenadores modernos suelen incluir puertos de audio de **3.5 mm** en la parte frontal y trasera para facilitar su uso. Los colores de los puertos de audio son:

- **Verde:** Altavoces o auriculares.
- **Rosa:** Micrófono.
- **Azul:** Entrada de audio.

Resumen:

Los **conectores externos o puertos** en un ordenador son esenciales para interactuar con el hardware a través de **periféricos**. A lo largo de los años, hemos visto una evolución desde los **puertos paralelos** y **PS/2** hacia soluciones más avanzadas como **USB-C, HDMI, Thunderbolt, y DisplayPort**, que ofrecen mayores velocidades de transmisión, facilidad de uso y mejor calidad

de datos.



Actividad desplegable

Lea y complete

La parte donde se conectan los componentes del ordenador se llama . A partir de ella se construye el ordenador.

La Unidad Central de Procesamiento o utiliza un lenguaje binario para interpretar las instrucciones que le envían los programas informáticos.

A la placa base se le añade también una memoria llamada donde se guardan los datos necesarios para procesar la información, borrándose cuando se apaga el ordenador. No obstante, se pueden añadir para ampliar la memoria del ordenador.

Los componentes del ordenador pueden tener un exceso de calor por lo que es necesario el ventilador, aunque hay tarjetas que los llevan incorporados como la tarjeta de .

Existen unos conectores externos llamados que permiten conectar el ordenador con los periféricos.

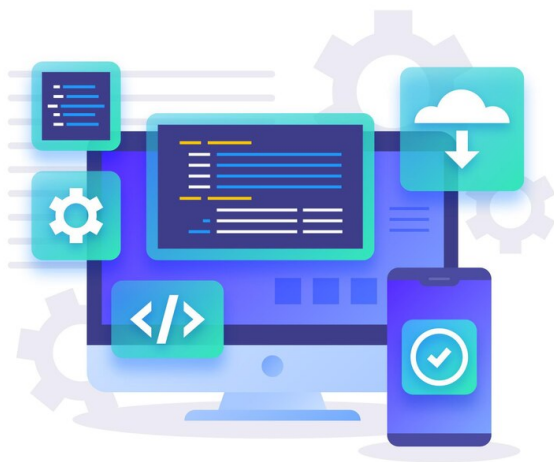
Comprobar

1.2. Software

El **software** es el conjunto de instrucciones y programas que permiten el **funcionamiento** y **control** de los dispositivos físicos que componen el hardware. Sin el software, el hardware no podría realizar ninguna tarea útil. Dentro del software, se distinguen dos categorías principales:

- ✔ **Sistemas Operativos:** Son el núcleo del software, ya que gestionan los recursos del hardware y permiten la comunicación entre los diferentes componentes del ordenador. Además, proporcionan la interfaz que permite al usuario interactuar con el sistema. Ejemplos de sistemas operativos incluyen **Windows**, **macOS**, **Linux** y **Android**.
- ✔ **Aplicaciones:** Son programas diseñados para realizar tareas específicas, como procesamiento de textos, edición de fotos, navegación por internet o reproducción multimedia. Estas aplicaciones funcionan sobre el sistema operativo, facilitando la interacción del usuario con el hardware para lograr resultados concretos. Ejemplos incluyen **Microsoft Word**, **Adobe Photoshop**, y **Google Chrome**.

En resumen, el **software** es lo que permite que los componentes físicos del hardware trabajen en conjunto y ejecuten las tareas que el usuario necesita, desde las más simples hasta las más complejas.



freepik. Software (CC BY-NC-SA)

El software es un conjunto de instrucciones, datos y programas que le indican a una computadora cómo realizar tareas específicas. Es lo que permite a los dispositivos electrónicos llevar a cabo funciones variadas, desde procesar texto hasta manejar redes de comunicación complejas. Vamos a desglosarlo en varias partes para entenderlo mejor:

Tipos de Software

1. Software de Sistema:

- ✔ **Sistemas Operativos:** Son el software fundamental que gestiona el hardware de la computadora y proporciona servicios comunes para los programas de aplicación. Ejemplos incluyen Windows, macOS, Linux y Android.
- ✔ **Controladores:** Son programas que permiten que el sistema operativo interactúe con el hardware específico, como impresoras, tarjetas gráficas y teclados.

2. Software de Aplicación:

- ✔ **Aplicaciones de Productividad:** Programas que ayudan a realizar tareas específicas, como Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), Google Docs y similares.
- ✔ **Navegadores Web:** Como Chrome, Firefox y Safari, que permiten acceder y visualizar información en la web.
- ✔ **Software Multimedia:** Incluye programas para ver videos, escuchar música o editar imágenes, como VLC Media Player, Adobe Photoshop y iTunes.

3. Software de Programación:

- ✔ **Compiladores e Intérpretes:** Herramientas que transforman el código fuente en código máquina que la computadora puede ejecutar. Ejemplos incluyen GCC (GNU Compiler Collection) y Python interpreter.
- ✔ **Entornos de Desarrollo Integrados (IDEs):** Plataformas que combinan herramientas de desarrollo en un solo entorno, como Visual Studio Code, Eclipse y IntelliJ IDEA.

Componentes del Software

1. **Código Fuente:** Es el texto escrito por los programadores en un lenguaje de programación. Este código se convierte en un programa ejecutable a través de un proceso de compilación o interpretación.
2. **Bibliotecas y Frameworks:** Son conjuntos de funciones y herramientas reutilizables que facilitan el desarrollo de software. Ejemplos incluyen la biblioteca estándar de C++ y frameworks como Django para Python y React para JavaScript.
3. **Algoritmos y Estructuras de Datos:** Son los métodos y estructuras que definen cómo se procesan y almacenan los datos. Los algoritmos son pasos o reglas para resolver problemas, y las estructuras de datos son formas de organizar y almacenar datos de manera eficiente.

Desarrollo de Software

1. Fases del Desarrollo:

- ✓ **Análisis de Requisitos:** Determinar qué necesita el software.
- ✓ **Diseño:** Crear un diseño del software que especifica cómo funcionará.
- ✓ **Implementación:** Escribir el código fuente.
- ✓ **Pruebas:** Verificar que el software funciona correctamente y es libre de errores.
- ✓ **Mantenimiento:** Actualizar y mejorar el software después de su lanzamiento.

2. Metodologías de Desarrollo:

- ✓ **Modelo Cascada:** Un enfoque lineal donde cada fase debe completarse antes de pasar a la siguiente.
- ✓ **Desarrollo Ágil:** Un enfoque iterativo y flexible que permite la revisión continua y la adaptación a los cambios.

Importancia del Software

- ✓ **Innovación y Eficiencia:** Facilita avances tecnológicos y mejora la productividad en múltiples sectores.
- ✓ **Conectividad y Comunicación:** Permite la interconexión global a través de Internet y redes de comunicación.
- ✓ **Diversidad de Aplicaciones:** Desde entretenimiento y educación hasta ciencia y medicina, el software toca casi todos los aspectos de la vida moderna.

En resumen, el software es esencial para el funcionamiento de cualquier sistema computacional y su desarrollo es una disciplina amplia y dinámica que combina teoría, creatividad y práctica técnica.



Autoevaluación

¿Cuál de las siguientes opciones describe mejor el software de sistema?

- ☐ Programas que ayudan en la edición de imágenes y videos.

- ☐ Herramientas para navegar por internet.
- ☐ Sistemas operativos y controladores que gestionan el hardware de la computadora.
- ☐ Aplicaciones para procesar texto y hojas de cálculo.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. El software de sistema incluye sistemas operativos y controladores, los cuales gestionan el hardware de la computadora y permiten que otros programas funcionen. Los sistemas operativos como Windows y Linux manejan el hardware y proporcionan servicios a otros programas, mientras que los controladores permiten la interacción con hardware específico. Las opciones a), b) y d) corresponden a otros tipos de software.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Qué tipo de software se encarga de transformar el código fuente en código máquina ejecutable?

- ☐ Navegadores Web
- ☐ Compiladores e Intérpretes
- ☐ Aplicaciones de Productividad

☐ Software Multimedia

Incorrecto

Correcto. Los compiladores e intérpretes son herramientas de software de programación que transforman el código fuente en código máquina que la computadora puede ejecutar. Los compiladores, como GCC, traducen el código completo de una vez, mientras que los intérpretes, como el de Python, lo hacen línea por línea durante la ejecución. Las otras opciones se refieren a otros tipos de software que no realizan esta función.

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál de las siguientes fases del desarrollo de software se centra en la creación de un diseño detallado del sistema?

- ☐ Análisis de Requisitos
- ☐ Implementación
- ☐ Diseño
- ☐ Mantenimiento

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La fase de diseño se encarga de crear un esquema detallado de cómo funcionará el software, especificando la arquitectura y el funcionamiento del sistema. La fase de análisis de requisitos identifica las necesidades del software, la fase de implementación se dedica a escribir el código fuente, y la fase de mantenimiento se ocupa de actualizar y mejorar el software tras su lanzamiento.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es la principal ventaja del desarrollo ágil en comparación con el modelo cascada?

- ☐ Permite la revisión continua y adaptación a cambios durante el desarrollo.
- ☐ Es un enfoque lineal y secuencial que evita cambios en el proyecto.
- ☐ Facilita la creación de un diseño detallado antes de comenzar la implementación.
- ☐ Se centra exclusivamente en la fase de pruebas.

Correcto. El desarrollo ágil es un enfoque iterativo que permite la revisión continua y la adaptación a cambios, lo que facilita la flexibilidad y la respuesta rápida a nuevas necesidades durante el desarrollo. El modelo cascada es un enfoque lineal donde cada fase debe completarse antes de pasar a la siguiente, lo que puede dificultar la adaptación a cambios. Las otras opciones no reflejan las características principales del desarrollo ágil.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

1.2.1. Sistema Operativo

El **Sistema Operativo** es un software indispensable para que un ordenador funcione. Actúa como intermediario entre el usuario y el hardware, gestionando los recursos y permitiendo que se ejecuten múltiples tareas simultáneamente.

¿De qué está compuesto un Sistema Operativo (SO)?

Un SO está compuesto por varios elementos esenciales:

- ✓ **Núcleo (Kernel):** Es el corazón del sistema operativo, responsable de las funciones más básicas, como la **gestión de la memoria**, el **control de procesos**, el **manejo de archivos**, y la **gestión de entradas y salidas**. El núcleo se asegura de que todos los recursos del sistema estén disponibles para los programas que los necesiten de manera eficiente.
- ✓ **Intérprete de comandos (Shell):** Permite la comunicación entre el usuario y el sistema sin necesidad de conocer los detalles técnicos del hardware. El usuario puede ejecutar comandos o instrucciones para controlar el ordenador y sus periféricos.
- ✓ **Sistema de archivos:** Se encarga de **organizar** y **almacenar** los datos en una estructura lógica, generalmente en forma de árbol, para que los archivos puedan ser fácilmente localizados y administrados.



storyset.. Sistema Operativo (CC BY-NC-SA)

Funciones principales del SO:

1. **Gestión de hardware:** Distribuye y controla los recursos del hardware entre los programas que se están ejecutando, lo que permite que varias aplicaciones funcionen al mismo tiempo. Por ejemplo, un usuario puede estar **imprimiendo**, **escuchando música**, y **escribiendo un correo electrónico** de manera simultánea.
2. **Gestión de memoria y archivos:** Se encarga de asignar el espacio de memoria que necesita cada aplicación y gestiona la lectura y escritura en el sistema de archivos. Además, se ocupa de las autorizaciones de acceso a archivos para garantizar la seguridad de los datos.
3. **Organización de la información:** Facilita la creación de **carpetas** y **archivos**, asegurando que la información esté ordenada y sea accesible. Al instalar un programa, por ejemplo, el sistema operativo crea una carpeta con los archivos necesarios para su funcionamiento.
4. **Interacción con el usuario:** Permite que el usuario realice operaciones como **ejecutar programas**, **abrir y mover archivos**, **gestionar carpetas** o ver el contenido del disco duro. Todo esto se hace de manera amigable a través de una interfaz gráfica o línea de

comandos.

SO más utilizados:

- ✔ **Windows:** Es el sistema operativo más común tanto en hogares como en empresas. Existen diversas versiones, con **Windows 10** y **Windows 11** siendo las más actuales, mientras que versiones antiguas como **XP**, **Vista**, y **7** ya no reciben soporte oficial.
- ✔ **Linux:** Muy popular en el ámbito educativo y en administraciones públicas. Es de código abierto y se utiliza ampliamente en servidores. Existen muchas distribuciones, como **Ubuntu**, **Debian**, y **Fedora**.
- ✔ **macOS (anteriormente Mac OS):** Desarrollado por **Apple**, es exclusivo para ordenadores Macintosh. Es conocido por su estabilidad y es muy utilizado en el mundo del diseño gráfico, la edición de video y música.

Estabilidad del sistema informático:

A pesar de los avances en software, **la inestabilidad** es una característica común en muchos sistemas informáticos. Existen múltiples factores que pueden afectar el buen funcionamiento de un ordenador, entre ellos:

- ✔ **Potencia del hardware:** Un sistema con hardware limitado tendrá más dificultades para ejecutar programas complejos o múltiples tareas a la vez.
- ✔ **Programas instalados:** La instalación de demasiados programas, o de software mal optimizado, puede ralentizar el sistema y causar errores.
- ✔ **Infecciones de virus y malware:** Los virus, software espía y otras amenazas de seguridad son una causa importante de inestabilidad en los sistemas operativos. Para mitigar estos riesgos, se utilizan **antivirus**, **software anti-espía**, y **cortafuegos**.

Soluciones ante la inestabilidad:

Para minimizar los efectos de la inestabilidad, los sistemas operativos modernos incluyen herramientas y estrategias como:

1. **Antivirus y cortafuegos:** Estos programas protegen el sistema contra virus y ataques de malware, que pueden comprometer el funcionamiento de los equipos.
2. **Copias de seguridad:** Se recomienda realizar **copias regulares de seguridad** de los archivos importantes para evitar la pérdida de datos en caso de fallos.
3. **Particiones del disco:** Separar el sistema operativo y los programas de los archivos personales mediante **particiones** ayuda a proteger los datos y facilita la restauración del sistema en caso de que ocurra un problema grave.
4. **Capacidades de restauración:** Los sistemas operativos, como **Windows** y **macOS**, incluyen herramientas de **restauración del sistema**, que permiten regresar el sistema a un estado anterior si surge algún problema.

Estas soluciones permiten a los usuarios mantener un nivel adecuado de estabilidad y seguridad en sus sistemas, protegiendo sus datos y asegurando el funcionamiento óptimo del ordenador.



Reflexiona

¿Cuáles son las principales ventajas y desventajas de macOS frente a Windows?

Mostrar retroalimentación

Ventajas de macOS frente a Windows

1. **Optimización Hardware-Software**
 - Diseñado específicamente para dispositivos Apple, lo que garantiza un rendimiento y fluidez superior.
2. **Estabilidad y Fiabilidad**
 - Menos propenso a fallos del sistema debido a la perfecta integración entre hardware y software.
3. **Seguridad**
 - Menor riesgo de virus y malware gracias a una estructura de permisos más estricta y menos enfoque de los desarrolladores de malware.
4. **Interfaz Sencilla y Elegante**
 - Interfaz gráfica intuitiva, minimalista y fácil de usar.
5. **Integración con el Ecosistema Apple**
 - Excelente sincronización con dispositivos como iPhone, iPad y Apple Watch mediante funciones como AirDrop, Handoff e iCloud.
6. **Menor Mantenimiento**
 - Menos necesidad de limpieza del sistema y actualizaciones automáticas más simples y eficientes.
7. **Aplicaciones Integradas y Herramientas Profesionales**
 - Herramientas como Final Cut Pro, Logic Pro, y otras aplicaciones de alta calidad optimizadas para macOS.
8. **Menos Bloatware**
 - Viene sin software no deseado preinstalado, a diferencia de muchos dispositivos Windows.
9. **Soporte y Actualizaciones Constantes**
 - Soporte prolongado y actualizaciones de seguridad frecuentes que garantizan mayor longevidad.

Desventajas de macOS frente a Windows

1. Compatibilidad de Software

- Algunos programas y videojuegos están optimizados o disponibles solo para Windows, lo que limita las opciones en macOS.

2. Costo Elevado

- Los dispositivos Apple son generalmente más caros que los PCs con Windows, lo que puede ser una barrera para algunos usuarios.

3. Menor Flexibilidad de Hardware

- A diferencia de los PCs con Windows, los Mac tienen menos opciones para personalización y actualización de hardware (RAM, tarjetas gráficas, etc.).

4. Compatibilidad con Juegos

- La mayoría de los juegos están diseñados principalmente para Windows, por lo que macOS no es la mejor opción para gamers.

5. Limitada Selección de Dispositivos

- Mientras que Windows se encuentra en una amplia gama de dispositivos de diferentes fabricantes, macOS solo funciona en productos de Apple.

6. Curva de Aprendizaje

- Usuarios que vienen de Windows pueden encontrar una curva de aprendizaje más pronunciada al adaptarse a macOS debido a las diferencias en la interfaz y el funcionamiento.

7. Disponibilidad de Software Empresarial

- Algunas aplicaciones empresariales o de nicho pueden estar disponibles solo para Windows, dificultando su uso en entornos profesionales específicos.

8. Falta de Juegos y Aplicaciones de Realidad Virtual

- La compatibilidad con juegos y aplicaciones de realidad virtual es mucho más limitada en macOS.



Cuestionario SCORM

Señala la respuesta correcta.

A. ¿Qué sistema operativo es exclusivo para ordenadores Macintosh?

- ☐ Windows
- ☐ Linux
- ☐ macOS

B. Las funciones básicas del Sistema Operativo las realiza...

- ☐ Núcleo
- ☐ Intérprete de comandos
- ☐ Sistema de archivos

C. ¿Qué no hace un Sistema Operativo?

- ☐ Ejecuta otros programas
- ☐ Organiza la información en carpetas y archivos
- ☐ Proporciona energía al ordenador

ENVIAR RESPUESTAS

1.2.2. Aplicaciones

Las **aplicaciones**, también conocidas como **Apps**, son programas informáticos diseñados para permitir a los usuarios realizar **tareas específicas** de manera eficiente. Existen **apps** para una amplia variedad de dispositivos, incluidos **ordenadores**, **teléfonos móviles**, **tabletas** y otros dispositivos inteligentes. Estas aplicaciones cubren múltiples áreas como productividad, entretenimiento, comunicación y educación, adaptándose a las necesidades y características del dispositivo en el que se ejecutan, desde un software de oficina en un ordenador hasta una app de mensajería en un smartphone.

Las **Aplicaciones** son programas que permiten a los usuarios llevar a cabo las tareas más específicas. Entre los programas cabría distinguir:

1. Software propietario:

- ✓ **Descripción:** El código pertenece a una empresa. Se otorga una licencia de uso, pero no se puede modificar.
- ✓ **Ejemplo: Microsoft Office**

2. Software libre:

- ✓ **Descripción:** Se incluye el código fuente, permitiendo su modificación y redistribución. Puede ser gratuito o de pago.
- ✓ **Ejemplo: Linux (Ubuntu)**

3. Shareware:

- ✓ **Descripción:** Se ofrece de manera gratuita por un periodo de prueba, tras el cual se debe pagar para seguir usándolo.
- ✓ **Ejemplo: WinRAR**

4. Demo:

- ✓ **Descripción:** Versión limitada de un programa, restringida en funciones, pero no en tiempo de uso.
- ✓ **Ejemplo: Adobe Photoshop (versión demo)**

5. Freeware:

- ✓ **Descripción:** Software gratuito que no se puede modificar, solo se usa con fines personales o académicos.
- ✓ **Ejemplo: Google Chrome**

6. Adware:

- ✓ **Descripción:** Software gratuito que incluye publicidad para financiar su desarrollo.



storyset. Aplicaciones (CC BY-NC-SA)

✔ Ejemplo: Spotify (versión gratuita)

En la siguiente tabla puedes ver un resumen de las principales aplicaciones y ejemplos:

Resumen de Aplicaciones

Aplicaciones	Características	Ejemplos
Software propietario	✔ Control de la Empresa: La empresa que desarrolla el software mantiene el control total sobre el código fuente y las actualizaciones. ✔ Licencia de Uso: Los usuarios compran una licencia para utilizar el software, lo cual generalmente implica aceptar los términos de uso impuestos por la empresa. ✔ Restricciones de Modificación: Los usuarios no pueden modificar, copiar, ni distribuir el software. ✔ Ejemplos: Microsoft Office, Adobe Photoshop, Windows OS.	✔ Microsoft Office: Un paquete de aplicaciones ofimáticas como Word, Excel y PowerPoint. ✔ Adobe Photoshop: Un programa de edición de imágenes ampliamente utilizado en diseño gráfico.
Software libre	✔ Acceso al Código Fuente: Los usuarios tienen acceso completo al código fuente y pueden modificarlo según sus necesidades. ✔ Distribución Libre: Los usuarios pueden compartir el software con otros, ya sea en su forma original o modificada. ✔ Comunidad Colaborativa: El desarrollo del software suele ser colaborativo, con contribuciones de una comunidad global de desarrolladores. ✔ Licencias: Se distribuye bajo licencias que garantizan estas libertades, como la GPL (General Public License). ✔ Ejemplos: Linux, LibreOffice, GIMP.	✔ Linux: Un sistema operativo de código abierto. ✔ LibreOffice: Un paquete de software de productividad que incluye un procesador de textos, una hoja de cálculo y más.
Shareware	✔ Período de Prueba: Los usuarios pueden probar el software gratuitamente durante un tiempo limitado. ✔ Pago Posterior: Después del	✔ WinRAR: Un programa de compresión y descompresión de archivos que se ofrece como shareware.

	período de prueba, se debe pagar una tarifa para seguir usando el software. ✔ Funcionalidades Completas: Generalmente, el software es completamente funcional durante el período de prueba. ✔ Ejemplos: WinRAR (después de 40 días de prueba), algunos antivirus.	✔ Juegos de PC: Muchos juegos ofrecen una versión de prueba limitada en tiempo o características.
Demo	✔ Funciones Limitadas: Solo se permiten ciertas funciones o niveles del software. ✔ Duración Ilimitada: No suelen tener un límite de tiempo de uso, pero las capacidades están restringidas. ✔ Promocionales: Su objetivo es demostrar las capacidades del software para atraer a los usuarios a comprar la versión completa. ✔ Ejemplos: Versiones de prueba de videojuegos, demostraciones de software de edición como Adobe Premiere Pro.	✔ Videojuegos: Versiones demo que permiten jugar un nivel o etapa. ✔ Software de diseño: Demos que permiten probar herramientas básicas pero no guardar o exportar proyectos.
Freeware	✔ Gratuidad: Los usuarios pueden descargar y usar el software sin ningún costo. ✔ Restricciones de Modificación: No se permite modificar, adaptar ni redistribuir el software modificado. ✔ Uso Académico y Personal: Generalmente, se permite su uso para fines personales, académicos y a veces comerciales sin costo. ✔ Ejemplos: Skype, Adobe Acrobat Reader, VLC Media Player.	✔ Skype: Un software de videollamadas y mensajería. ✔ Adobe Acrobat Reader: Un lector de archivos PDF.
Adware	✔ Gratuidad con Publicidad: El software es gratuito pero muestra anuncios a los usuarios. ✔ Financiación por Anuncios: La inclusión de publicidad financia el desarrollo y mantenimiento del software. ✔ Versiones Comerciales: A menudo	✔ Spotify (versión gratuita): Servicio de música en streaming que incluye anuncios entre canciones. ✔ Muchas aplicaciones móviles: Aplicaciones gratuitas que muestran

hay una versión de pago disponible sin anuncios.

✔ **Ejemplos:** Spotify (versión gratuita con anuncios), muchas aplicaciones móviles gratuitas.

anuncios mientras se usan.

Cada tipo de software ofrece diferentes beneficios y limitaciones. La elección de uno u otro dependerá de las necesidades específicas del usuario, las condiciones de uso, y las políticas de distribución y derechos establecidas por los desarrolladores del software.



Caso práctico

¿Qué son las aplicaciones?

Solución

Las **aplicaciones**, también conocidas como **apps**, son programas informáticos diseñados para permitir a los usuarios realizar **tareas específicas** de manera eficiente. Existen **apps** para una amplia variedad de dispositivos, incluidos **ordenadores**, **teléfonos móviles**, **tabletas** y otros dispositivos inteligentes. Estas aplicaciones cubren múltiples áreas como productividad, entretenimiento, comunicación y educación, adaptándose a las necesidades y características del dispositivo en el que se ejecutan, desde un software de oficina en un ordenador hasta una app de mensajería en un smartphone.

2. Internet

Internet es una red global de dispositivos conectados que permite la **comunicación** y el **intercambio de información** a nivel mundial. Una de las principales herramientas que utilizamos en Internet es la **World Wide Web (WWW)**, que es un sistema de **documentos interconectados** y accesibles a través de navegadores web. Esta infraestructura permite a los usuarios comunicarse entre sí, acceder a una amplia variedad de **información** y utilizar **servicios** como:

- ✓ Buscar información en **páginas web**.
- ✓ **Descargar programas** y aplicaciones.
- ✓ Acceder a **servicios bancarios**, noticias, y otras plataformas.
- ✓ Interactuar mediante **chats** y videollamadas con otros usuarios.
- ✓ Enviar y recibir **correos electrónicos** y otros mensajes en tiempo real.

Características Principales de Internet

1. **Globalidad:** Internet conecta computadoras y dispositivos en todo el mundo, permitiendo el acceso a información y comunicación a nivel global.
2. **Interconexión de Redes:** Es una red de redes, lo que significa que múltiples redes más pequeñas se conectan para formar la infraestructura de Internet.
3. **Protocolo TCP/IP:** Este conjunto de protocolos es fundamental para la comunicación en Internet. TCP (Protocolo de Control de Transmisión) se encarga de dividir los datos en paquetes y asegurar su entrega, mientras que IP (Protocolo de Internet) se encarga de direccionar y encaminar esos paquetes.
4. **Acceso a la Información:** Proporciona acceso a una vasta cantidad de información, desde sitios web y bases de datos hasta recursos multimedia y aplicaciones.
5. **Comunicación en Tiempo Real:** Facilita la comunicación instantánea a través de servicios de correo electrónico, mensajería instantánea, videollamadas y redes sociales.
6. **Interactividad:** Los usuarios pueden interactuar con el contenido, por ejemplo, publicando comentarios en blogs, participando en foros, y usando aplicaciones web interactivas.
7. **Descentralización:** No hay una entidad única que controle todo Internet. Es una red distribuida sin un punto único de control.



freepik. Internet (CC BY-NC-SA)

Ejemplos de uso de Internet y aplicaciones

Ejemplos de Uso de Internet

✓ **Correo Electrónico (Email):**

- ◆ **Características:** Permite enviar y recibir mensajes electrónicos. Ejemplos de servicios: Gmail, Outlook.
- ◆ **Uso:** Comunicación personal y profesional, envío de archivos adjuntos.

✓ **Navegación Web:**

- ◆ **Características:** Acceso a páginas web a través de navegadores como Chrome, Firefox, Safari.
- ◆ **Uso:** Buscar información, leer noticias, realizar compras en línea.

✓ **Redes Sociales:**

- ◆ **Características:** Plataformas que permiten a los usuarios conectarse y compartir contenido. Ejemplos: Facebook, Twitter, Instagram.
- ◆ **Uso:** Comunicación social, compartir fotos y videos, crear y seguir comunidades.

✓ **Videoconferencias:**

- ◆ **Características:** Herramientas para realizar reuniones en línea con video y audio. Ejemplos: Zoom, Microsoft Teams.
- ◆ **Uso:** Reuniones de trabajo, clases en línea, eventos virtuales.

✓ **Streaming de Video y Música:**

- ◆ **Características:** Servicios que permiten la transmisión de contenido multimedia en tiempo real. Ejemplos: Netflix, YouTube, Spotify.
- ◆ **Uso:** Ver series y películas, escuchar música, transmitir eventos en vivo.

✓ **Comercio Electrónico:**

- ◆ **Características:** Plataformas para comprar y vender productos y servicios en línea. Ejemplos: Amazon, eBay.
- ◆ **Uso:** Comprar productos, vender artículos, realizar transacciones en línea.

✓ **Foros y Comunidades en Línea:**

- ◆ **Características:** Sitios web donde los usuarios pueden discutir temas específicos y compartir conocimientos. Ejemplos: Reddit, Stack Overflow.
- ◆ **Uso:** Resolución de problemas, discusión de intereses comunes, intercambio de ideas y experiencias.

✓ **Servicios en la Nube:**

- ◆ **Características:** Almacenamiento y procesamiento de datos en servidores remotos accesibles a través de Internet. Ejemplos: Google Drive, Dropbox.
- ◆ **Uso:** Almacenar archivos, hacer copias de seguridad, colaborar en documentos en tiempo real.

Ejemplos Específicos de Aplicaciones y Sitios Web

✓ **Wikipedia:**

- ◆ **Uso:** Enciclopedia en línea editada de forma colaborativa.
- ◆ **Características:** Acceso gratuito, información extensa sobre una multitud de temas.

✓ **Google:**

- ◆ **Uso:** Motor de búsqueda.
- ◆ **Características:** Permite encontrar información en la web, servicios adicionales como mapas, correo electrónico, almacenamiento en la nube.

✓ **Amazon:**

- ◆ **Uso:** Plataforma de comercio electrónico.
- ◆ **Características:** Venta de productos y servicios, opiniones de clientes, recomendaciones personalizadas.

✓ **LinkedIn:**

- ◆ **Uso:** Red social profesional.
- ◆ **Características:** Conectar con otros profesionales, buscar empleo, compartir contenido relacionado con la industria.

Internet ha revolucionado la forma en que vivimos, trabajamos y nos comunicamos. Sus características de globalidad, interconexión, y accesibilidad han abierto innumerables oportunidades y han hecho que el mundo esté más conectado que nunca. Con ejemplos que van desde el correo electrónico hasta el comercio electrónico, Internet sigue siendo una herramienta esencial en la vida moderna.



Reflexiona

¿Es lo mismo Internet que WWW?

Mostrar retroalimentación

No, **Internet** y la **World Wide Web (WWW)** no son lo mismo, aunque están estrechamente relacionados.

Diferencias entre Internet y WWW:

1. **Internet:**

- **Definición:** Es la **infraestructura global** de redes que conecta millones de ordenadores y dispositivos en todo el mundo. Es un conjunto de redes interconectadas que permite la comunicación y el intercambio de datos entre esos dispositivos.
- **Servicios:** Internet permite una amplia variedad de servicios, como el **correo electrónico (email)**, la **transferencia de archivos (FTP)**,

la **mensajería instantánea**, el **streaming de video/audio**, y también la **WWW**.

- **Propósito:** Su función es facilitar la **comunicación** entre dispositivos y ofrecer varios servicios en línea.

2. World Wide Web (WWW):

- **Definición:** Es un **sistema de información** que se ejecuta sobre Internet, compuesto por documentos y recursos interconectados mediante **hipervínculos** y accesibles a través de **navegadores web**.
- **Acceso:** Se accede a través de navegadores (como Chrome, Firefox o Safari) y se utiliza el **protocolo HTTP/HTTPS**.
- **Propósito:** Permite a los usuarios **navegar** y **acceder a páginas web**, imágenes, videos, etc., en Internet.

Resumen:

- **Internet** es la red de redes que permite el intercambio de información y alberga diversos servicios.
- **WWW** es un **servicio** que funciona **dentro de Internet**, facilitando el acceso a **sitios web** y **documentos** mediante navegadores.

En otras palabras, la **WWW** es **parte de Internet**, pero **Internet** incluye mucho más que solo la navegación web.



Autoevaluación

Internet es una red que conecta únicamente redes gubernamentales y académicas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Internet conecta redes de diversos tipos, incluidas redes privadas, públicas, académicas, comerciales y gubernamentales. Es una red global de redes informáticas que abarca mucho más que solo redes gubernamentales y académicas.

El protocolo TCP/IP se encarga de dividir los datos en paquetes y asegurar su entrega, y también de direccionar y encaminar esos paquetes.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El protocolo TCP/IP es fundamental para la comunicación en Internet. TCP (Protocolo de Control de Transmisión) se encarga de dividir los datos en paquetes y asegurar su entrega, mientras que IP (Protocolo de Internet) se encarga de direccionar y encaminar esos paquetes a través de la red.

El acceso a Internet está controlado por una única entidad centralizada.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Internet es una red descentralizada sin una entidad única que la controle. Está formada por una vasta cantidad de redes independientes que se conectan entre sí, sin un punto único de control.

La navegación web se realiza a través de servicios de correo electrónico como Gmail y Outlook.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

La navegación web se realiza a través de navegadores como Chrome, Firefox, y Safari. Los servicios de correo electrónico, como Gmail y Outlook, son herramientas separadas para enviar y recibir correos electrónicos.

Las redes sociales permiten a los usuarios compartir fotos y videos, y crear comunidades en línea.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Las redes sociales, como Facebook, Twitter e Instagram, permiten a los usuarios conectarse, compartir contenido multimedia como fotos y videos, y crear o seguir comunidades en línea.

2.1. La World Wide Web

¿Qué es la WWW?

La **WWW** está compuesta por millones de **páginas web** que pueden contener **texto**, **imágenes**, **videos**, **sonido** y otros tipos de contenido multimedia. Estas páginas se crean utilizando un lenguaje llamado **HTML** (HyperText Markup Language), que define la estructura y el formato de los elementos que componen la página.

El número de páginas web aumenta constantemente, y en ellas se puede encontrar información de prácticamente cualquier tema, desde las letras de las canciones de tu grupo musical favorito, hasta los precios de hoteles en ciudades que deseas visitar, o las últimas noticias globales.

Hipervínculos o Links

En cada página web es común encontrar **hipervínculos** o **enlaces** (también llamados **links**), que son elementos interactivos que permiten a los usuarios saltar de una página a otra. Estos enlaces suelen aparecer subrayados o en un color diferente al del texto normal. Al pasar el ratón por encima de ellos, el cursor cambia a una mano, y al hacer clic, el navegador nos lleva a otra página web o recurso.

Dirección de una Página Web

La **dirección web** o **URL** (Uniform Resource Locator) de una página web tiene una estructura específica. Por ejemplo, una dirección puede comenzar con **http://** o **https://** (que indica el protocolo de transferencia), seguido del **nombre del servidor** o dominio donde está alojada la página (por ejemplo, www.educa.jccm.es), y puede incluir la **ruta** a una carpeta o archivo específico en ese servidor (por ejemplo, <http://www.educa.jccm.es/educa-jccm>).

Navegación Web

El acto de explorar páginas web se conoce como **navegar** o **surfear** en la Web. Para hacerlo, los usuarios emplean programas llamados **navegadores** (browsers), que son capaces de interpretar y mostrar correctamente la información escrita en **HTML**.

Navegadores Web

Uno de los navegadores más conocidos es **Internet Explorer**, que solía estar incluido en sistemas operativos Windows. Sin embargo, hoy en día hay muchos otros navegadores más populares y avanzados, como **Google Chrome**, **Mozilla Firefox**, **Microsoft Edge**, **Safari** y **Opera**. Estos programas son los que nos permiten acceder a las páginas web, navegar por ellas y disfrutar de su contenido.

Para **iniciar un navegador**, simplemente se localiza en la lista de programas del menú **Inicio** o se hace doble clic en su icono en el escritorio o la barra de tareas.

En resumen, la **World Wide Web** es una de las herramientas más potentes de Internet, permitiendo el acceso a un vasto universo de información, entretenimiento y servicios con solo unos pocos clics.

Identificando una dirección en la Web

Para acceder a una página en la Web, deberemos conocer su dirección, o URL.

Una dirección típica de una página web podría tener la siguiente estructura:

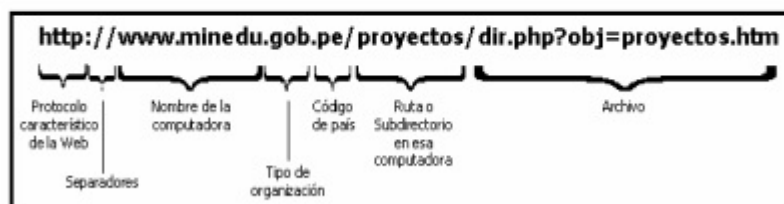


Imagen n° 8. Dirección Web. Autor: Elaboración propia

Resumen - Elementos clave de la WWW y Navegación Web.

Elementos Clave de la WWW	Navegación Web
✓ Páginas Web: Son documentos que pueden incluir texto, imágenes, vídeos y otros contenidos multimedia. Cada página web se crea usando HTML y está diseñada para ser visualizada en navegadores web. ✓ Hipervínculos (Enlaces o Links): Dentro de las páginas web, los hipervínculos son referencias a otras páginas web. Estos enlaces suelen estar resaltados con un color diferente y al pasar el ratón sobre ellos, el cursor se transforma en una mano. Al hacer clic en un enlace, el navegador nos lleva a otra página web. ✓ Direcciones Web (URLs): Cada página web tiene una dirección única conocida como URL (Uniform Resource Locator). Una URL típica se compone de: ➤ <code>http://</code>: Protocolo que indica que es una página web. ➤ <code>www.educa.jccm.es</code>: Nombre del ordenador (dominio) donde está alojada la página. ➤ <code>educa-jccm</code>: Carpeta o ruta en el servidor donde se encuentra la página específica. ✓ Crecimiento y Diversidad de	✓ Navegadores: Los programas que permiten a los usuarios acceder y visualizar las páginas web se llaman navegadores. Ejemplos de navegadores incluyen Internet Explorer (predeterminado en Windows), Chrome, Mozilla Firefox, Opera, entre otros. ➤ Para iniciar un navegador, se puede buscar en la lista de programas del menú Inicio, hacer doble clic en su icono en el escritorio, o hacer clic en el icono correspondiente en la barra de tareas. ✓ Navegar: El acto de explorar y visitar diferentes páginas web mediante hipervínculos se conoce como "navegar" por la web. Los navegadores interpretan el código HTML y presentan la información de manera comprensible para los usuarios. ✓ Uso de un Navegador Para utilizar un navegador, se puede localizar en la lista de programas del menú Inicio, hacer doble clic en su icono en el escritorio o hacer clic en el icono correspondiente en la barra de tareas.

Contenidos

El número de páginas web disponibles en la red está en constante aumento. En estas páginas se puede encontrar una gran variedad de información: desde las letras de canciones de nuestro grupo musical favorito, hasta los precios de los hoteles en la ciudad que queremos visitar, pasando por las últimas noticias de prensa.

La evolución de la tecnología y el aumento del acceso a Internet han transformado la WWW en una herramienta fundamental para la vida cotidiana, proporcionando acceso inmediato a una vasta cantidad de información y servicios.

Importancia de la WWW:

La WWW ha transformado cómo accedemos y compartimos información. A diario, millones de usuarios navegan por la web para buscar información, comprar productos, aprender nuevas habilidades, comunicarse y mucho más. La web ha crecido exponencialmente desde su creación, y hoy en día es una parte esencial de la vida cotidiana, proporcionando acceso instantáneo a una riqueza de información y servicios globales.



Caso práctico

¿Qué es una URL?

SOLUCION

Una URL (Uniform Resource Locator) es una dirección que se utiliza para identificar y acceder a recursos en la web. Por ejemplo, la URL <https://www.rtve.es> lleva a la página oficial de RTVE. Las URL son fundamentales para navegar por Internet, ya que permiten localizar páginas web, archivos, imágenes, videos y otros contenidos en la red. Además, las URL suelen incluir el protocolo (como [http](http://) o [https](https://)), el dominio y, en ocasiones, una ruta específica dentro del sitio.

2.2. Búsqueda en Internet

Para buscar páginas en Internet, además de un navegador web, necesitas un motor de búsqueda. En la actualidad, el motor de búsqueda más popular es Google, accesible en www.google.com. Su interfaz es sencilla, con una caja de búsqueda, algunos botones y enlaces a funciones adicionales.

Búsqueda en Internet

La búsqueda en Internet es el proceso de localizar información en la web utilizando motores de búsqueda. Estos motores son herramientas que exploran, indexan y organizan los sitios web para ofrecer a los usuarios resultados relevantes de manera rápida y eficiente. A continuación, se detallan las características principales de los motores de búsqueda y sus funciones:

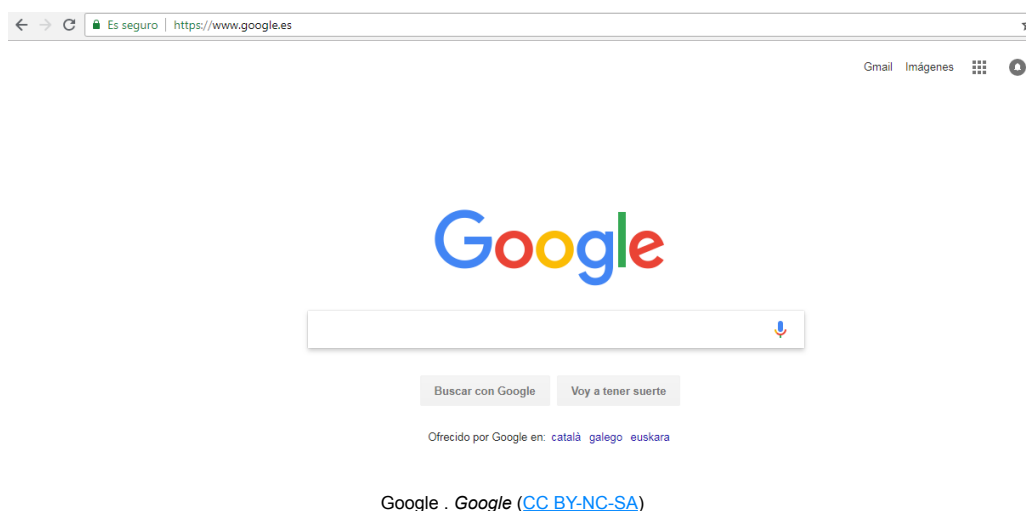
Características de la Búsqueda en Internet

- **Algoritmos de Búsqueda:**

Los motores de búsqueda emplean algoritmos sofisticados para determinar la relevancia y el orden de los resultados.

Google, por ejemplo, utiliza el algoritmo

PageRank, que evalúa la importancia de una página en función de la cantidad y calidad de los enlaces que recibe.



- **Palabras Clave (Keywords):** Las búsquedas se realizan mediante palabras clave que los usuarios ingresan. Por ejemplo, al buscar "mejores restaurantes en Madrid", los motores de búsqueda proporcionan resultados relacionados con restaurantes en esa ciudad.
- **Optimización para Motores de Búsqueda (SEO):** El SEO es el proceso de mejorar un sitio web para aumentar su visibilidad en los resultados de búsqueda. Incluye el uso de palabras clave relevantes, contenido de alta calidad, enlaces internos y externos, y un diseño web optimizado.
- **Indexación:** Los motores de búsqueda utilizan robots (crawlers) para explorar la web y indexar páginas. La indexación organiza y almacena la información recolectada para hacerla accesible durante una búsqueda.
- **Resultados de Búsqueda Orgánica vs. Pagada:** Los resultados orgánicos aparecen de manera natural según la relevancia. Los resultados pagados son anuncios que las empresas compran para que se muestren en posiciones destacadas.

- **Rich Snippets:** Son fragmentos enriquecidos que proporcionan información adicional en los resultados de búsqueda, como calificaciones de productos, recetas, eventos, etc. Por ejemplo, al buscar "receta de lasaña", puedes ver una vista previa de los ingredientes y pasos directamente en los resultados.
- **Filtros y Herramientas de Búsqueda:** Los motores de búsqueda ofrecen filtros y herramientas para refinar los resultados, como buscar por fecha, ubicación o tipo de contenido (imágenes, videos, noticias). Google, por ejemplo, permite filtrar resultados por país, idioma y derechos de uso de imágenes.

En resumen, la búsqueda en Internet es una herramienta esencial para acceder a una gran cantidad de información de manera eficiente, con características avanzadas que siguen evolucionando con las nuevas tecnologías que se resumen en la siguiente tabla:

Características de la Búsqueda en Internet

Ejemplos de Búsqueda en Internet	Búsqueda Informativa: ✓ Usuario: "¿Qué es el cambio climático?" ✓ Resultado: Una serie de artículos, páginas de Wikipedia, y sitios de noticias explicando el cambio climático. 1. Búsqueda de Navegación: ✓ Usuario: "Facebook" ✓ Resultado: El enlace directo a la página de inicio de sesión de Facebook. 2. Búsqueda Transaccional: ✓ Usuario: "Comprar iPhone 15" ✓ Resultado: Páginas de tiendas online donde se puede comprar el iPhone 15, así como anuncios de diferentes vendedores. 3. Búsqueda Local: ✓ Usuario: "Pizzería cerca de mí" ✓ Resultado: Una lista de pizzerías en la ubicación del usuario, con mapas, horarios y reseñas. 4. Búsqueda de Noticias: ✓ Usuario: "Últimas noticias sobre la guerra Rusia - Ucrania" ✓ Resultado: Artículos de noticias recientes, actualizaciones de salud pública y estadísticas.
----------------------------------	--

Herramientas y Tecnologías	✓ Google Search: El motor de búsqueda más utilizado, conocido por su precisión y características avanzadas como Google Knowledge Graph. ✓ Bing: El motor de búsqueda de Microsoft, conocido por su integración con servicios de Microsoft y características visuales. ✓ DuckDuckGo: Un motor de búsqueda enfocado en la privacidad que no rastrea a sus usuarios. ✓ Yahoo! Search: Otro motor de búsqueda popular, aunque menos utilizado que Google o Bing.
Mejoras y Avances Recientes	✓ Búsqueda Semántica: Mejora la precisión de los resultados al comprender el contexto y el significado de las palabras clave. ✓ Búsqueda por Voz: Cada vez más popular con el uso de asistentes virtuales como Siri, Google Assistant y Alexa. ✓ Inteligencia Artificial (IA): Los motores de búsqueda están utilizando IA para mejorar la precisión y personalización de los resultados. En resumen, la búsqueda en Internet es una herramienta poderosa que facilita el acceso a una vasta cantidad de información de manera rápida y eficiente, con características avanzadas y continuamente mejoradas por tecnologías emergentes.



Caso práctico

Utiliza el buscador de google para localizar el sitio web de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha. Respuesta libre

SOLUCION

Para localizar el sitio web de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha utilizando el buscador de Google, sigue estos pasos:

1. **Abre Google** en tu navegador web, accediendo a www.google.com.
2. **En la caja de búsqueda**, escribe "Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha".
3. **Presiona Enter** o haz clic en el botón de búsqueda.
4. **Revisa los resultados** y busca el enlace oficial del sitio web de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha.

El sitio web oficial de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha es www.castillalamancha.es.

2.3. Sistemas de intercambio de información en internet

Internet ha transformado profundamente la manera en que interactuamos con el mundo, especialmente en el ámbito administrativo y gubernamental. Los **trámites electrónicos**, facilitados por plataformas como la **sede electrónica de la Agencia Estatal de Administración Tributaria (AEAT)**, la **Tesorería General de la Seguridad Social (TGSS)** y la **Dirección General de Tráfico (DGT)**, han revolucionado la gestión de servicios públicos y la interacción entre ciudadanos y administraciones. A continuación, se exploran las ventajas y la importancia de estos servicios digitales.



rawpixel.com. Sistemas de intercambio de información en internet (CC BY-NC-SA)

Hay muchas maneras de intercambiar información a través de Internet, las más utilizadas son:

Páginas Web

— Descripción

— Características

— Ejemplos

Blogs

— Descripción

— Características

— Ejemplos

Wikis

— Descripción

— Características

— Ejemplos

Redes Sociales

— Descripción

— Características

— Ejemplos

Foros en línea

— Descripción

— Características

— Ejemplos



Pregunta de Elección Múltiple

De los intercambios de información que hemos visto selecciona lo correcto.

A. ¿Dónde establecerías un debate sobre las TIC?

- ☐ Blog
- ☐ Red social
- ☐ Foro

Incorrecto

Incorrecto

Opción correcta

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

B. ¿Dónde buscarías amigos?

- ☐ Wiki
- ☐ Redes sociales
- ☐ Blog

Incorrecto

Opción correcta

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

3. La seguridad en los entornos virtuales

Un entorno virtual es un **espacio digital** creado por una computadora donde los usuarios pueden **navegar**, **interactuar**, **modificar** y realizar diversas actividades. Existen **millones de entornos virtuales**, y en muchos casos, es necesario crear un **nombre de usuario** y una **contraseña** para acceder a los recursos que ofrecen. Por este motivo, en este apartado aprenderás más sobre las **medidas de seguridad y precauciones** que debes tomar para proteger tu información y garantizar una **experiencia segura** en estos entornos.

La seguridad en los entornos virtuales es un campo crucial en el ámbito de la informática y las redes, enfocado en proteger los datos y los sistemas de información en plataformas digitales. Estos entornos virtuales incluyen servidores, redes, aplicaciones, y dispositivos conectados a Internet. Aquí te presento una descripción detallada, sus características y ejemplos relevantes.

Descripción de la Seguridad en Entornos Virtuales

La seguridad en entornos virtuales se refiere a un conjunto de prácticas, tecnologías y políticas diseñadas para proteger los recursos digitales frente a amenazas, vulnerabilidades y ataques. El objetivo es asegurar la confidencialidad, integridad y disponibilidad de la información y los sistemas.

1. **Confidencialidad:** Garantiza que la información solo sea accesible para quienes están autorizados.
2. **Integridad:** Asegura que los datos no sean alterados de manera no autorizada.
3. **Disponibilidad:** Asegura que la información y los sistemas estén disponibles para los usuarios autorizados cuando lo necesiten.



designed by freepik

avatar freepik. La seguridad en los entornos virtuales (CC BY-NC-SA)

Características de la Seguridad en Entornos Virtuales

1. **Autenticación y Control de Acceso:**
 - ✓ **Autenticación:** Verifica la identidad de los usuarios a través de contraseñas, autenticación de múltiples factores (MFA), biometría, etc.
 - ✓ **Control de Acceso:** Define y gestiona qué recursos pueden ser accedidos por qué usuarios y bajo qué condiciones.
2. **Protección de Datos:**
 - ✓ **Cifrado:** Transforma la información en un formato que solo puede ser leído o descifrado por usuarios autorizados. Se aplica tanto a datos en tránsito como a datos en reposo.

- ✓ **Respaldo y Recuperación:** Proceso para hacer copias de seguridad de datos y sistemas para asegurar su restauración en caso de pérdida o corrupción.
- 3. **Seguridad de Redes:**
 - ✓ **Firewalls:** Filtran el tráfico de red para permitir o bloquear el acceso basado en políticas de seguridad.
 - ✓ **Sistemas de Detección y Prevención de Intrusiones (IDS/IPS):** Monitorean y responden a actividades sospechosas en la red.
- 4. **Seguridad de Aplicaciones:**
 - ✓ **Desarrollo Seguro:** Implementa prácticas de codificación segura para prevenir vulnerabilidades comunes como inyecciones SQL o ataques XSS.
 - ✓ **Pruebas de Seguridad:** Realiza auditorías y pruebas de penetración para identificar y corregir vulnerabilidades en las aplicaciones.
- 5. **Gestión de Vulnerabilidades:**
 - ✓ **Escaneo de Vulnerabilidades:** Identifica debilidades en los sistemas que podrían ser explotadas por atacantes.
 - ✓ **Parcheo y Actualización:** Mantiene el software y sistemas actualizados con los últimos parches de seguridad para proteger contra amenazas conocidas.
- 6. **Respuesta a Incidentes:**
 - ✓ **Planes de Respuesta:** Desarrolla estrategias para manejar y mitigar los daños durante y después de un incidente de seguridad.
 - ✓ **Monitoreo y Análisis:** Utiliza herramientas para la detección y análisis de incidentes de seguridad.

Ejemplos Relevantes

1. **Seguridad en la Nube:**
 - ✓ **Servicios como AWS, Azure y Google Cloud:** Ofrecen herramientas y configuraciones para proteger datos y aplicaciones en la nube, como cifrado de datos, autenticación multifactor y análisis de seguridad.
2. **Seguridad en Redes Sociales:**
 - ✓ **Controles de Privacidad:** Permiten a los usuarios gestionar quién puede ver su información personal y actividades en plataformas como Facebook, Twitter y LinkedIn.
3. **Protección de Dispositivos Móviles:**
 - ✓ **Aplicaciones de Seguridad Móvil:** Ofrecen características como antivirus, gestión de contraseñas y cifrado de datos para proteger teléfonos y tabletas contra amenazas.
4. **Seguridad en el Internet de las Cosas (IoT):**
 - ✓ **Dispositivos IoT como cámaras de seguridad y termostatos inteligentes:** Requieren medidas de seguridad específicas para proteger contra accesos no autorizados y ataques que podrían comprometer la privacidad del usuario.
5. **Incidentes de Seguridad Notables:**
 - ✓ **Ataques Ransomware:** Como el ataque WannaCry que afectó a organizaciones globales cifrando datos y exigiendo rescates.
 - ✓ **Filtraciones de Datos:** Como el caso de Equifax, donde la información personal de millones de individuos fue expuesta debido a vulnerabilidades en el sistema.

La seguridad en entornos virtuales es esencial para proteger la integridad y confidencialidad de la información digital. A medida que las tecnologías evolucionan y se expanden, también lo hacen las amenazas, por lo que es fundamental que las organizaciones y los usuarios individuales se mantengan informados y adopten prácticas de seguridad adecuadas para protegerse en el entorno digital.



Autoevaluación

¿Qué tecnología se utiliza para transformar la información en un formato que solo puede ser leído o descifrado por usuarios autorizados?

- ☐ Autenticación
- ☐ Control de Acceso
- ☐ Cifrado
- ☐ Firewalls

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. El cifrado es la tecnología utilizada para transformar la información en un formato que solo puede ser leído o descifrado por usuarios autorizados. Esto protege la información tanto en tránsito como en reposo.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál es el propósito de los firewalls en la seguridad de redes?

- ☐ Filtrar el tráfico de red para permitir o bloquear el acceso basado en políticas de seguridad.

- ☐ Detectar y prevenir intrusiones en el sistema.
- ☐ Realizar copias de seguridad de datos importantes.
- ☐ Verificar la identidad de los usuarios mediante contraseñas.

Correcto. Los firewalls filtran el tráfico de red para permitir o bloquear el acceso basado en políticas de seguridad. Esto ayuda a proteger la red contra accesos no autorizados y posibles ataques.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué se entiende por 'Desarrollo Seguro' en el contexto de la seguridad de aplicaciones?

- ☐ Implementar prácticas de codificación segura para prevenir vulnerabilidades.
- ☐ Utilizar firewalls para proteger las aplicaciones de ataques externos.
- ☐ Realizar copias de seguridad de las aplicaciones regularmente.
- ☐ Escanear las aplicaciones en busca de virus y malware.

Correcto. El 'Desarrollo Seguro' se refiere a implementar prácticas de codificación segura para prevenir vulnerabilidades comunes, como inyecciones SQL o ataques XSS, durante el proceso de desarrollo de software.

Incorrecto

Incorrecto

Incorrecto

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Cuál es el objetivo principal de la confidencialidad en la seguridad de entornos virtuales?

- ☐ Garantizar que los datos sean accesibles para todos los usuarios.
- ☐ Asegurar que la información sea modificada de acuerdo con las políticas internas.
- ☐ Garantizar que la información solo sea accesible para quienes están autorizados.
- ☐ Asegurar que la información esté disponible para los usuarios en todo momento.

Incorrecto

Incorrecto

Correcto. La confidencialidad en la seguridad de entornos virtuales se centra en asegurar que la información solo sea accesible para quienes están autorizados. Esto ayuda a proteger datos sensibles y evitar accesos no deseados.

Incorrecto

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

3.1. Nombres de usuario

Tu **nombre de usuario** es fundamental para tu identidad en línea. Independientemente de si estás **publicando en foros**, **editando wikis**, **jugando a videojuegos** o participando en cualquier otra actividad en línea que implique interacción con otros usuarios, tu nombre de usuario es lo primero que las personas verán y con lo que te identificarán. Es una parte esencial de tu presencia digital, ya que puede influir en cómo te perciben los demás y cómo te relacionas en diversos entornos en línea.

Por ello deberás tener en cuenta una serie de recomendaciones:

1. **Refleja tu identidad:** Piensa en algo que te guste o que represente algo importante para ti. Puede ser un hobby, una pasión, o incluso una combinación de palabras que te resulten significativas.
2. **Privacidad ante todo:** Evita usar detalles personales que puedan comprometer tu seguridad, como tu nombre real, fecha de nacimiento o cualquier otra información identificable.
3. **Simplicidad y claridad:** Un buen nombre de usuario debe ser fácil de recordar y de escribir. Evita combinaciones excesivamente complicadas de letras y números.
4. **Adaptabilidad:** Es una buena idea tener diferentes nombres de usuario para diferentes plataformas. Esto no solo ayuda a mantener tu privacidad, sino que también te permite adaptar tu nombre a la función de cada sitio (por ejemplo, uno profesional y otro más casual).
5. **Originalidad:** Si tu primer intento no está disponible, juega con variaciones. Agrega números, subrayados, o combina palabras que te gusten. Por ejemplo, si te gustan los autos y el mar, podrías probar algo como "NauticalSpeedster2024".
6. **Inspiración:** Mira nombres de usuario en tus plataformas favoritas y piensa en cómo puedes crear algo único que aún te represente. Puedes basarte en tus intereses, como: flores, tecnología, deportes, etc.
7. **Evita modas pasajeras:** Escoge algo que te guste a largo plazo para que no te canses de él rápidamente.

Aquí tienes algunos ejemplos para inspirarte:

- **Para un amante de la naturaleza:** EcoExplorer82, ForestDreamer, GreenTrailBlazer
- **Para un aficionado a los videojuegos:** PixelPioneer99, GameGeniusPro, RetroRangerX



freepik. Nombres de usuario (CC BY-NC-SA)

- **Para un fan de la literatura:** BookWormSaga, PenCraftedWords, LiteraryVoyager

Recuerda que tu nombre de usuario puede evolucionar con el tiempo, así que no tengas miedo de cambiarlo si encuentras algo que te represente mejor en el futuro.



Autoevaluación

El nombre de usuario es la primera cosa que otros verán cuando interactúas en línea.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

El nombre de usuario es una de las primeras cosas que las personas notan cuando interactúas en plataformas en línea. Es tu identidad visible y representa tu presencia en esos espacios.

Es recomendable usar tu nombre real en todos tus perfiles en línea para facilitar el reconocimiento.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Utilizar tu nombre real en todos tus perfiles puede comprometer tu privacidad y seguridad. Es mejor evitar detalles personales y optar por nombres de usuario que no revelen información identificable.

Un buen nombre de usuario debe ser complicado y difícil de recordar para proteger tu identidad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Un nombre de usuario debería ser fácil de recordar y escribir. La simplicidad y claridad son importantes para que otros puedan recordarlo y para facilitar el acceso a tus perfiles.

Es una buena idea usar el mismo nombre de usuario en todas las plataformas para mantener una identidad uniforme.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Utilizar diferentes nombres de usuario para distintas plataformas puede ayudarte a mantener tu privacidad y adaptar tu identidad en línea según la función del sitio. Por ejemplo, un nombre profesional para LinkedIn y otro más casual para redes sociales.

Si tu primer nombre de usuario no está disponible, deberías seguir intentándolo con variaciones hasta que encuentres uno que te guste.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Si el nombre de usuario que deseas ya está en uso, es útil probar variaciones añadiendo números, subrayados o combinando palabras relacionadas para encontrar una opción única que te represente.

3.2. Datos personales

Quando navegamos por páginas de Internet, a menudo, es frecuente que nos pidan nuestros datos personales. Antes de introducirlos deberemos saber para qué son necesarios y por qué los piden (para ello existen las políticas de privacidad).

En Internet, se comparte una gran cantidad de datos, por lo que es crucial tener un control sobre lo que publicas y dónde lo haces. La información que compartes en línea puede tener un impacto significativo en tu seguridad y privacidad. Por ejemplo, es recomendable evitar publicar detalles sensibles en tus redes sociales, como tus planes futuros, tu ubicación exacta, tus problemas personales o tu número de teléfono, ya que esto podría poner en riesgo tu seguridad, facilitando situaciones como robos o secuestros.

Seguridad al Realizar Compras en Línea

Al comprar en línea, es común que se te solicite información sensible como tu cuenta bancaria o número de tarjeta de crédito. Para asegurarte de que la página web es segura y proteger tus datos, sigue estas pautas:

1. Verifica el Protocolo de Seguridad:

- La dirección del sitio web debe comenzar con "**https://**". La "**s**" en "https" indica que el sitio utiliza un protocolo de seguridad para cifrar la información intercambiada entre tu navegador y el sitio web, protegiendo tus datos durante la transacción.

2. Busca el Icono de Seguridad:

- Al introducir tus datos para el pago, asegúrate de que en la barra de direcciones del navegador aparezca un **candado verde cerrado** junto a "https://". Este icono indica que el sitio web ha sido verificado y que la conexión es segura.

Consejos Adicionales para la Seguridad en Línea:

- **Utiliza Métodos de Pago Seguros:** Opta por métodos de pago que ofrezcan protección adicional, como servicios de pago en línea o tarjetas de crédito que tengan políticas de fraude robustas.
- **Investiga el Sitio Web:** Antes de realizar una compra, verifica las opiniones y valoraciones de otros usuarios y asegúrate de que el sitio web tenga una política de privacidad clara y accesible.
- **Mantén tu Software Actualizado:** Asegúrate de que tu navegador, sistema operativo y software de seguridad estén actualizados para protegerte contra vulnerabilidades y amenazas emergentes.

Siguiendo estos consejos, puedes ayudar a proteger tu información personal y reducir el riesgo de problemas de seguridad en línea.

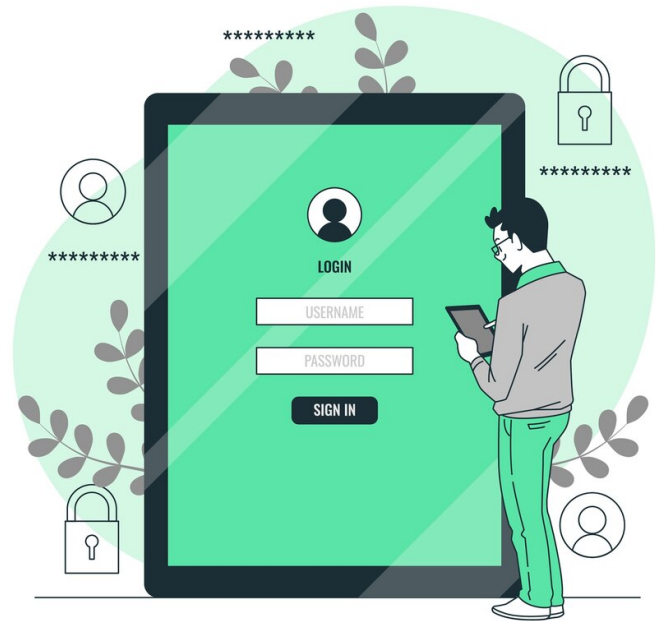
¿Qué son los datos personales?

Los datos personales son cualquier información que se pueda utilizar para identificar a una persona de manera directa o indirecta. Esto incluye una amplia gama de información que puede

ser utilizada para distinguir o localizar a una persona en particular.

Características de los datos personales

1. **Identificabilidad:** La característica principal de los datos personales es que permiten identificar a una persona. Esto puede ser de manera directa (como un nombre) o indirecta (como una combinación de datos que, juntos, permiten identificar a una persona).
2. **Sensibilidad:** Los datos personales pueden ser de diferentes niveles de sensibilidad. Algunos datos requieren una protección especial debido a su naturaleza, como la información médica o financiera.
3. **Contextualidad:** La importancia y la sensibilidad de los datos personales pueden depender del contexto en el que se utilicen. Por ejemplo, la dirección de tu casa es menos sensible cuando se usa para enviar un paquete que cuando se comparte con desconocidos.
4. **Legalidad:** El tratamiento de datos personales está regulado por leyes y normativas que buscan proteger la privacidad y los derechos de los individuos. Estas leyes varían de un país a otro y pueden imponer restricciones sobre cómo se recopilan, almacenan y utilizan los datos.



avatar storyset. Datos personales (CC BY-NC-SA)

¿Cuáles son los tipos de datos personales?

Tipos de datos personales

1. **Datos de identificación:** Información que directamente identifica a una persona.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Nombre completo
- ◆ Número de documento de identidad (DNI, pasaporte)
- ◆ Fecha de nacimiento

2. **Datos de contacto:** Información para comunicarse con una persona.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Dirección de correo electrónico
- ◆ Número de teléfono
- ◆ Dirección postal

3. **Datos financieros:** Información relacionada con la situación económica de una persona.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Número de tarjeta de crédito
- ◆ Información bancaria (como el número de cuenta)
- ◆ Ingresos salariales

4. **Datos de salud:** Información sobre el estado de salud o el historial médico.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Historial médico
- ◆ Resultados de pruebas médicas
- ◆ Información sobre tratamientos o medicamentos

5. **Datos de empleo:** Información relacionada con la ocupación y el desempeño laboral de una persona.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Título profesional
- ◆ Experiencia laboral
- ◆ Evaluaciones de desempeño

6. **Datos de perfil:** Información que describe características personales o preferencias.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Hobbies e intereses
- ◆ Preferencias de productos
- ◆ Actividad en redes sociales

7. **Datos de localización:** Información que indica la ubicación geográfica de una persona.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Dirección IP
- ◆ Coordenadas GPS
- ◆ Historial de ubicaciones en una aplicación de mapas

8. **Datos biográficos:** Información sobre la vida y antecedentes de una persona.

✓ **Ejemplos:**

- ◆ Lugar de nacimiento
- ◆ Estado civil
- ◆ Nacionalidad

Ejemplos de uso y protección de datos personales

1. **En el ámbito de las redes sociales:**

- ✓ **Ejemplo:** Al crear un perfil en una red social, proporcionas tu nombre, dirección de correo electrónico y quizás tu ubicación. Estos datos son utilizados para personalizar tu experiencia y conectar con otras personas, pero también deben ser protegidos para evitar el acceso no autorizado.

2. **En el comercio electrónico:**

- ✔ **Ejemplo:** Cuando compras en línea, proporcionas tu dirección de envío y detalles de pago. Estos datos deben ser cifrados y almacenados de forma segura para proteger tu información financiera y personal.

3. En el ámbito médico:

- ✔ **Ejemplo:** Los datos de tus visitas al médico, diagnósticos y tratamientos son extremadamente sensibles. Deben ser accesibles solo para el personal autorizado y protegidos contra accesos indebidos.

Protección de datos personales

La protección de los datos personales es crucial para mantener la privacidad y seguridad de los individuos. Esto incluye:

1. **Consentimiento:** Obtener el permiso explícito de las personas antes de recopilar y usar sus datos.
2. **Seguridad:** Implementar medidas de seguridad como cifrado, contraseñas fuertes y acceso restringido.
3. **Transparencia:** Informar claramente a las personas sobre cómo se usarán sus datos y con qué propósito.
4. **Derechos de los usuarios:** Permitir que las personas accedan a sus datos, los corrijan y soliciten la eliminación de los mismos cuando lo deseen.

La legislación como el Reglamento General de Protección de Datos (GDPR) en la Unión Europea y la Ley de Protección de la Privacidad del Consumidor en California (CCPA) en EE. UU. son ejemplos de marcos legales diseñados para proteger los datos personales y garantizar que se manejen de manera responsable.



Caso práctico

¿En qué te debes fijar para saber si una página de internet es segura para comprar online?

Solución

En si la dirección comienza por Https o si a la hora de pagar aparece antes de la Url un candado cerrado.

4. Contraseñas seguras. Identidad digital

El rastro que cada usuario de Internet deja en la red al interrelacionarse con otros usuarios o a la hora de generar contenidos es la identidad digital, por lo que es necesario tener una contraseña segura para poder acceder a dichos trámites y servicios.

Contraseñas Seguras

Una **contraseña segura** es una combinación de caracteres que protege tus cuentas y datos personales de accesos no autorizados. La seguridad de una contraseña depende de su complejidad y la dificultad para que un atacante la adivine o descifre. Aquí te dejo algunas características y ejemplos de contraseñas seguras:

Características de Contraseñas Seguras

1. **Longitud:** Cuanto más larga sea la contraseña, más difícil es de romper. Se recomienda una longitud mínima de 12 a 16 caracteres.
2. **Variedad de Caracteres:** Una buena contraseña debe incluir una combinación de:
 - ✓ Letras mayúsculas (A-Z)
 - ✓ Letras minúsculas (a-z)
 - ✓ Números (0-9)
 - ✓ Caracteres especiales (e.g., !, @, #, \$, %, &, *)
3. **No Palabras Comunes:** Evita usar palabras comunes, frases populares, o datos personales (como tu nombre, fecha de nacimiento o nombres de familiares). Los atacantes utilizan diccionarios de palabras para atacar contraseñas.
4. **No Secuencias Predecibles:** No utilices secuencias obvias o patrones (e.g., "123456", "qwerty", "password").
5. **Unicidad:** Utiliza contraseñas únicas para cada cuenta o servicio. Si una contraseña se ve comprometida, las demás permanecerán seguras.



vectorjuice. Contraseñas seguras (CC BY-NC-SA)

Ejemplos de Contraseñas Seguras

- ✓ **Ejemplo 1:** T5\$w9Xp!m&v2L
- ✓ **Ejemplo 2:** #Q7rBz@2*Pf8a%

Identidad Digital

La **identidad digital** se refiere a la presencia y el perfil que una persona tiene en línea, que incluye toda la información que se puede obtener sobre una persona a través de Internet. Esto incluye cuentas en redes sociales, blogs, correos electrónicos, interacciones en foros, y más. Aquí te detallo algunos aspectos clave:

Componentes de la Identidad Digital

1. **Perfiles en Redes Sociales:** Tu presencia en plataformas como Facebook, Twitter, Instagram, LinkedIn, etc. Esto incluye tu nombre, fotos, publicaciones y la información que eliges compartir.
2. **Direcciones de Correo Electrónico:** Las cuentas de correo electrónico que utilizas para comunicaciones personales y profesionales.
3. **Historial de Navegación y Actividad en Línea:** Las páginas web que visitas, tus búsquedas y las interacciones en diferentes sitios web.
4. **Datos de Uso y Preferencias:** Información sobre cómo utilizas aplicaciones y servicios en línea, como tus preferencias y configuraciones.
5. **Contenidos Creación y Compartidos:** Artículos, blogs, videos y otros contenidos que tú mismo publicas o compartes en línea.



vectorjuice. *Identidad digital* (CC BY-NC-SA)

Seguridad y Gestión de la Identidad Digital

1. **Protección de Privacidad:** Asegúrate de ajustar la configuración de privacidad en redes sociales y servicios en línea para limitar quién puede ver tu información.
2. **Uso de Contraseñas Fuertes:** Como mencionamos anteriormente, usar contraseñas seguras para tus cuentas ayuda a proteger tu identidad digital.
3. **Autenticación de Dos Factores (2FA):** Activar la autenticación de dos factores en tus cuentas agrega una capa adicional de seguridad, haciendo más difícil el acceso no autorizado.
4. **Monitoreo Regular:** Revisa periódicamente tus cuentas en línea y tus configuraciones de privacidad para asegurarte de que no haya cambios no autorizados o brechas de seguridad.
5. **Educación y Conciencia:** Mantente informado sobre las mejores prácticas de seguridad en línea y las amenazas emergentes para proteger tu identidad digital.

Ejemplo de Gestión de Identidad Digital

Supongamos que tienes una cuenta en una red social profesional como LinkedIn. Para proteger tu identidad digital:

- ✔ **Contraseña Segura:** Usas una contraseña robusta y única.
- ✔ **Privacidad:** Configuras tu perfil para que solo tus contactos puedan ver tus actualizaciones de estado y detalles profesionales.
- ✔ **2FA:** Activar autenticación de dos factores para añadir una capa extra de seguridad.

- ✔ **Monitoreo:** Revisas regularmente tu perfil para asegurarte de que no haya información desactualizada o cambios sospechosos.

Al tener en cuenta estas características y prácticas, puedes proteger tus contraseñas y gestionar tu identidad digital de manera más efectiva.



Autoevaluación

Una contraseña segura debe tener una longitud mínima de 8 caracteres.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Para ser considerada segura, una contraseña debe tener una longitud mínima de 12 a 16 caracteres. Cuanto más larga sea la contraseña, más difícil será de descifrar.

Utilizar tu nombre y fecha de nacimiento en la contraseña es una práctica segura.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Usar datos personales como tu nombre o fecha de nacimiento en la contraseña no es seguro, ya que los atacantes pueden adivinar o descifrarla fácilmente utilizando información disponible públicamente.

Es recomendable usar la misma contraseña para todas tus cuentas para que sea más fácil recordarla.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Utilizar la misma contraseña para todas tus cuentas es riesgoso. Si una contraseña se ve comprometida, todas tus cuentas estarán en peligro. Es mejor usar contraseñas únicas para cada cuenta.

Incluir una combinación de letras mayúsculas, minúsculas, números y caracteres especiales hace que una contraseña sea más segura.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Una contraseña que incluye una combinación de letras mayúsculas, minúsculas, números y caracteres especiales es más difícil de adivinar o descifrar, aumentando así su seguridad.

La identidad digital solo incluye tus perfiles en redes sociales y correos electrónicos.

☒ Verdadero ☐ Falso

Falso

La identidad digital incluye no solo tus perfiles en redes sociales y correos electrónicos, sino también tu historial de navegación, actividad en línea, datos de uso y preferencias, y los contenidos que creas y compartes.

4.1. Contraseñas

Hoy en día, el método más habitual para acceder a la información almacenada en nuestros ordenadores, correo electrónico y otros servicios es mediante contraseña.

La **contraseña** es una información secreta que se nos solicita para acceder a algún tipo de recurso, y que solo debe conocer el propietario del mismo.

Es necesario invertir un poco de tiempo y esfuerzo en generar una contraseña segura. Si un usuario malintencionado consiguiera apoderarse de una contraseña podría acceder a información personal, violando la privacidad, o incluso tener acceso a servicios financieros.

Para evitar esto debo seguir una serie de recomendaciones como:

- ✓ La longitud de las contraseñas no debe ser inferior a ocho caracteres. A mayor longitud más difícil será de reproducir y mayor seguridad ofrecerá.
- ✓ Construir las contraseñas con una mezcla de caracteres alfabéticos (donde se combinen las mayúsculas y las minúsculas), dígitos e incluso caracteres especiales (@, ¡, +, &).
- ✓ Usar contraseñas diferenciadas en función del uso (por ejemplo no debe usarse la misma para una cuenta de correo que la usada para acceso a servicios bancarios).
- ✓ Un buen método para crear una contraseña sólida es pensar en una frase fácil de memorizar y acortarla aplicando alguna regla sencilla.
- ✓ Se deben cambiar las contraseñas regularmente. (Dependiendo de la criticidad de los datos puede ser cada X meses).

Se debe evitar:

- ✓ La contraseña no debe contener el nombre de usuario de la cuenta, o cualquier otra información personal fácil de averiguar (cumpleaños, nombres de hijos, cónyuges,...). Tampoco una serie de letras dispuestas adyacentemente en el teclado (qwerty) o siguiendo un orden alfabético o numérico (123456, abcde, etc.)
- ✓ No se recomienda emplear la misma contraseña para todas las cuentas creadas para acceder a servicios en línea. No utilizar la misma contraseña en sus servicios de la UAL en su banca electrónica, por ejemplo.
- ✓ Se deben evitar contraseñas que contengan palabras existentes en algún idioma (por ejemplo "campo"). Uno de los ataques más conocidos para romper contraseñas es probar cada una de las palabras que figuran en un diccionario y/o palabras de uso común.
- ✓ No se deben almacenar las contraseñas en un lugar público y al alcance de los demás (encima de la mesa escrita en papel, etc...).
- ✓ No compartir las contraseñas en Internet (por correo electrónico) ni por teléfono. En especial se debe desconfiar de cualquier mensaje de correo electrónico en el que le soliciten la



freepik. Contraseñas (CC BY-NC-SA)

contraseña o indiquen que se ha de visitar un sitio Web para comprobarla. Casi con total seguridad se tratará de un fraude.

- ✓ No utilizar la opción de “Guardar contraseña” que en ocasiones se ofrece, para evitar reintroducirla en cada conexión.



Caso práctico

¿Qué ocurriría si estableces una contraseña corta para todas tus cuentas?

Solución

Que los hackers u otras personas te la pueden adivinar y acceder a todo tipo de cuentas donde la tengas y publicar o hacer cosas en tu nombre.



Autoevaluación

Es recomendable utilizar la misma contraseña para todos los servicios en línea para mayor comodidad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. No se recomienda usar la misma contraseña para todos los servicios.

El método más habitual para acceder a la información almacenada en ordenadores y servicios es a través de contraseñas.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

La contraseña debe ser conocida por varias personas para garantizar la seguridad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Solo el propietario debe conocer la contraseña.

Las contraseñas deben tener al menos ocho caracteres para ser consideradas seguras.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Es recomendable utilizar la misma contraseña para todas las cuentas para facilitar su gestión.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Se deben usar contraseñas diferentes para distintos servicios.

Una buena contraseña incluye una combinación de mayúsculas, minúsculas, números y caracteres especiales.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Es seguro utilizar contraseñas que contengan información personal como cumpleaños o nombres de familiares.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. No se deben usar datos personales fáciles de adivinar en las contraseñas.

Cambiar las contraseñas regularmente ayuda a mejorar la seguridad de los datos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Contraseñas como "123456" o "abcde" son buenas opciones por ser fáciles de recordar.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Estas contraseñas son inseguras y deben evitarse.

Es seguro almacenar las contraseñas en un lugar visible, como encima del escritorio.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Las contraseñas no deben almacenarse en lugares públicos o al alcance de otros.

Nunca se deben compartir contraseñas por correo electrónico o teléfono, ya que esto puede ser un fraude.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

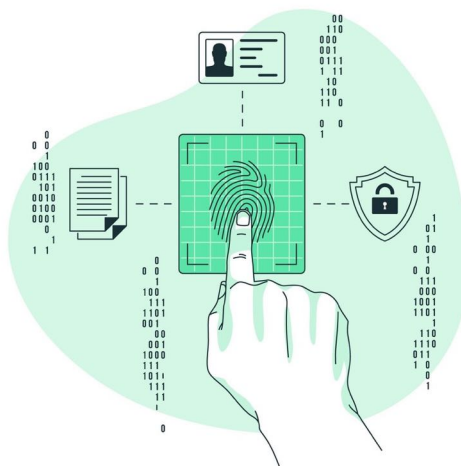
Usar la opción de "Guardar contraseña" en los navegadores es seguro y recomendado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. No se recomienda usar la opción de "Guardar contraseña" para evitar que otros accedan a los servicios.

4.2. Identidad Digital



storyset. Identidad Digital (CC BY-NC-SA)

El rastro que deja la **identidad digital** tiene distinta procedencia. Se puede deber por ejemplo a:

- ✓ **Perfiles personales.** Como redes sociales, profesionales y portales de búsqueda de empleo.
- ✓ **Comentarios.** En foros, blogs, redes sociales...etc.
- ✓ **Contenidos digitales.** Como fotos en redes sociales, vídeos en Vimeo, presentaciones en Slideshare o documentos publicados en webs.
- ✓ **Contactos.** Nuestros amigos, contactos profesionales, seguidores o a quiénes seguimos...
- ✓ **Las direcciones de correo electrónico.**
- ✓ **La mensajería instantánea.** Messenger.

Hay quienes son reticentes a estar en redes sociales porque temen su privacidad, lo peligroso no son las web 2.0 sino la utilización que se haga y de eso somos todos responsables.

No obstante los dispositivos digitales pueden almacenar nuestra información personal, cosa que es peligrosa para los hackers, pero si seguimos una serie de consejos podemos aumentar la Seguridad de nuestra Identidad Digital.

CONSEJOS PARA PROTEGER DATOS PERSONALES

Consejo	Descripción
NO almacenar información importante.	No guardar contraseñas de cuentas bancarias, de correos o redes sociales.
Protege los dispositivos con contraseña.	Utilizando la opción de bloqueo. Escribir las contraseñas con mayúsculas, minúsculas, números, símbolos.

Instalación de aplicaciones no seguras.	Comprobar que los proveedores de las aplicaciones sean seguros, ya que de lo contrario pueden llevar malware o software espía.
Actualizaciones automáticas.	Permitirlas cuando se verifique el proveedor.
Bluetooth no detectable.	Para evitar que tu dispositivo sea detectado por otros y te envíen archivos no deseados.
Conexión WIFI segura.	No conectarse a redes públicas sino es necesario y no acceder a cuentas bancarias desde ellas.
Sitios de navegación confiables.	Para saber si el sitio es seguro basta con fijarse si tiene un candado junto a la URL o se le añade una "s" junto al http.
Programa de seguridad para dispositivos.	Sirven para mantener la privacidad protegiendo la información de software no deseado.
Bloquear y borrar contenido de forma remota.	Son aplicaciones que borran la información desde lejos y permiten localizar el dispositivo en caso de pérdida.
Restablecer los datos de fábrica.	Cuando dejes de utilizar un dispositivo debes restablecer los datos de fábrica para borrar el contenido anterior



Reflexiona

¿Por qué es crucial utilizar contraseñas seguras para proteger tu identidad digital, y cuáles son algunas prácticas recomendadas para crear una contraseña robusta?

Mostrar retroalimentación

Respuesta:

Utilizar contraseñas seguras es fundamental para proteger tu identidad digital y mantener a salvo tus cuentas en línea. Las contraseñas actúan como una primera línea de defensa contra accesos no autorizados y

ataques cibernéticos. Si una contraseña es débil o fácilmente adivinable, tus datos personales y cuentas pueden ser comprometidos, lo que podría resultar en robo de identidad, fraude financiero y otros problemas graves.

Prácticas Recomendadas para Crear Contraseñas Robustas:

1. Longitud Adecuada:

- Utiliza contraseñas de **al menos 12 a 16 caracteres**. Cuanto más larga sea la contraseña, más difícil será para los atacantes descifrarla mediante ataques de fuerza bruta.

2. Variedad de Caracteres:

- Incluye una combinación de **letras mayúsculas (A-Z)**, **letras minúsculas (a-z)**, **números (0-9)** y **caracteres especiales** (e.g., !, @, #, \$, %, &, *). Esto aumenta la complejidad y hace que la contraseña sea más resistente a los ataques.

3. Evita Palabras Comunes y Datos Personales:

- No uses **palabras comunes** ni **datos personales** como nombres, fechas de nacimiento o información fácilmente obtenible. Los atacantes suelen usar diccionarios de palabras para adivinar contraseñas.

4. No Utilices Secuencias Predecibles:

- Evita secuencias obvias o patrones comunes, como "123456" o "qwerty". Estos son fáciles de adivinar y se utilizan frecuentemente en ataques automatizados.

5. Unicidad para Cada Cuenta:

- Crea **contraseñas únicas** para cada una de tus cuentas. Si una contraseña se ve comprometida, las demás seguirán protegidas si son diferentes.

Ejemplos de Contraseñas Seguras:

- **Ejemplo 1:** T5\$w9Xp!m&v2L
- **Ejemplo 2:** #Q7rBz@2*Pf8a%

Conclusión:

Implementar contraseñas seguras es una práctica esencial para proteger tu identidad digital. Al seguir estas recomendaciones, puedes reducir significativamente el riesgo de que tus cuentas sean comprometidas. La seguridad en línea comienza con la elección de contraseñas robustas y la implementación de buenas prácticas de gestión de contraseñas.



Autoevaluación

Las redes sociales, blogs y foros no forman parte del rastro que deja la identidad digital.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Las redes sociales, blogs y foros son parte de los lugares donde se deja un rastro digital.

Es recomendable guardar contraseñas bancarias en nuestros dispositivos para mayor comodidad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. No se debe guardar información importante como contraseñas bancarias en los dispositivos.

Los dispositivos deben estar protegidos con contraseñas que incluyan mayúsculas, minúsculas, números y símbolos.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Se recomienda proteger los dispositivos con contraseñas complejas.

Es seguro instalar aplicaciones de cualquier proveedor sin hacer ninguna verificación previa.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Se debe verificar que el proveedor de la aplicación sea seguro para evitar malware o software espía.

Es recomendable conectarse a cualquier red pública sin preocuparse por la seguridad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. No es recomendable conectarse a redes públicas, especialmente para acceder a cuentas sensibles como bancarias.

Se debe permitir actualizaciones automáticas solo después de verificar la seguridad del proveedor.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Un sitio web es confiable si tiene un candado junto a la URL o si usa https en su dirección.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

El uso de un programa de seguridad en los dispositivos no es necesario si se navega en sitios confiables.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Es importante tener un programa de seguridad para proteger la información frente a software no deseado.

El Bluetooth debe estar siempre visible para poder recibir archivos de otros dispositivos en cualquier momento.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Falso. Es recomendable mantener el Bluetooth no detectable para evitar recibir archivos no deseados.

Restablecer los datos de fábrica al dejar de usar un dispositivo es una forma de proteger la información personal.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

5.- Los engaños en la web y bulos.

Estos riesgos afectan tanto a **individuos** como a **empresas**. Para protegerse, es esencial estar **informado**, mantener el **software actualizado**, usar **contraseñas seguras** y ser **cauteloso** con correos y enlaces sospechosos. Las **empresas** deben implementar fuertes **estrategias de ciberseguridad** y **políticas de privacidad** para proteger la información de **clientes** y **empleados**.

¿Qué es el ciberacoso?

El **ciberacoso** implica el 🗑️ hostigamiento, la intimidación o el abuso de personas a través de Internet. Esto puede ocurrir en redes sociales, mensajes de texto u otras plataformas en línea.

Ejemplo práctico: Un grupo de estudiantes comienza a publicar **memes ofensivos y comentarios difamatorios** sobre un compañero en un foro escolar anónimo. Las publicaciones se comparten rápidamente en redes sociales, donde otros estudiantes se suman al acoso con burlas y críticas. El compañero, que se convierte en blanco constante de ataques, ve su **autoestima gravemente afectada**. Con el tiempo, el acoso se intensifica, generando en él sentimientos de aislamiento y desesperación, al punto de considerar **abandonar la escuela** para escapar de la humillación pública.

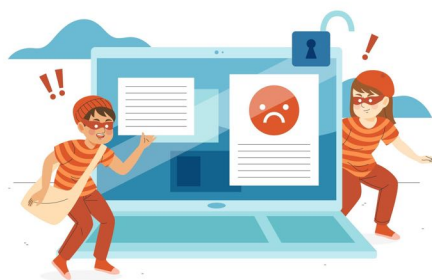


freeoik. Ciberacoso (CC BY-NC-SA)

Lecciones:

- ✓ **El anonimato en línea** no justifica la agresión y puede tener consecuencias devastadoras para las víctimas.
- ✓ **Las escuelas deben implementar protocolos** claros para identificar y detener el ciberacoso rápidamente.
- ✓ **El apoyo emocional y psicológico** para las víctimas es esencial para mitigar el impacto del acoso.

Este ejemplo muestra cómo el **ciberacoso** puede tener **efectos devastadores en la salud mental** de una persona, creando un ambiente de miedo y desesperanza que puede afectar tanto su vida escolar como personal.



freepik. *Robar datos* (CC BY-SA)

Mostrar

¿Cuáles son los principales engaños en la web?

- Malware y virus informáticos
- Phishing
- QR Quishing:
- Smishing:
- Vishing (Phishing por voz):
- Amenazas cibernéticas a empresas (Phishing Dirigido)
- Ransomware
- Robo de identidad
- Violación de la privacidad
- Páginas web y aplicaciones falsas (Fake Apps)
- Engaños y estafas en línea
- Suplantación de identidad (Spoofing):

Resumen de Amenazas Comunes en Línea

Tipo de Amenaza	Descripción	Ejemplo y Lecciones
-----------------	-------------	---------------------

Malware y Virus	Software malicioso diseñado para dañar o acceder a sistemas sin autorización.	Ejemplo: Laura descarga software de un sitio desconocido, lo que provoca que su computadora se vuelva lenta y aparezcan anuncios. Lección: Descargar de fuentes confiables y usar antivirus actualizado.
Phishing	Engaño para que las personas revelen información personal o financiera mediante correos electrónicos o sitios web falsos.	Ejemplo: Recibir un mensaje de un proveedor de telefonía falso. Lección: Verificar siempre la fuente y evitar hacer clic en enlaces sospechosos.
QR Quishing	Códigos QR maliciosos que redirigen a sitios fraudulentos para robar datos.	Ejemplo: Escanear un código QR falso que lleva a un sitio de phishing. Lección: Ser cauteloso al escanear códigos QR de fuentes no verificadas.
Smishing	Phishing a través de mensajes de texto (SMS) para robar información personal.	Ejemplo: Un mensaje falso de un banco pidiendo verificar tu cuenta. Lección: No compartir información mediante mensajes no verificados.
Sexting Phishing	Los estafadores fingen ser personas confiables para obtener contenido íntimo y luego extorsionar a la víctima.	Ejemplo: Compartir contenido íntimo que luego se usa para chantaje. Lección: Evitar compartir contenido sensible en línea.
Vishing	Phishing mediante llamadas telefónicas, en las que los estafadores se hacen pasar por empresas legítimas.	Ejemplo: Una llamada falsa del banco pidiendo información confidencial. Lección: No compartir datos sensibles en llamadas no solicitadas.
Ransomware	Malware que cifra archivos o sistemas hasta que se pague un rescate.	Ejemplo: Los archivos de una clínica son cifrados y los atacantes exigen un rescate. Lección: Hacer copias de seguridad regulares y capacitar al personal en ciberseguridad.
Ciberacoso	Acoso o intimidación a través de plataformas en línea o redes sociales.	Ejemplo: Estudiantes publican comentarios ofensivos sobre un compañero. Lección: Implementar políticas claras y apoyar emocionalmente a las víctimas.
Robo de Identidad	Los delincuentes roban la identidad de alguien para cometer fraudes.	Ejemplo: Una llamada falsa de soporte técnico que lleva al robo de identidad. Lección: Desconfiar de solicitudes de acceso remoto no verificadas.

Violación de Privacidad	Acceso no autorizado o exposición de datos personales.	Ejemplo: Una app de fitness comparte las rutas de ejercicio en redes sociales, exponiendo la ubicación de la persona. Lección: Revisar configuraciones de privacidad y evitar compartir datos sensibles.
Aplicaciones Falsas	Aplicaciones fraudulentas diseñadas para robar datos personales o instalar malware.	Ejemplo: Descargar una app desde una fuente no verificada que roba datos. Lección: Descargar apps solo de tiendas oficiales.
Brechas de Seguridad	Incidentes en los que se expone o roba información sensible.	Ejemplo: Una empresa de atención médica pierde una laptop sin cifrar con datos de pacientes. Lección: Cifrar dispositivos y aplicar políticas de seguridad estrictas.
Phishing Dirigido a Empresas	Ataques de phishing dirigidos a robar datos sensibles de empresas.	Ejemplo: Un empleado de un supermercado da acceso a la base de datos de clientes a los atacantes. Lección: Capacitar a los empleados y usar autenticación de múltiples factores.
Estafas en Línea	Esquemas engañosos diseñados para robar dinero o información personal.	Ejemplo: Un sitio web falso ofrece un sorteo de un automóvil, pero se roba el dinero de la inscripción. Lección: Verificar la autenticidad antes de proporcionar pagos.
Suplantación de Identidad	Imitación de la identidad de alguien para engañar o cometer fraudes.	Ejemplo: Un perfil falso en una red profesional pide tarifas de inscripción para entrevistas. Lección: Verificar la autenticidad de perfiles y ofertas antes de proporcionar dinero.



Ejercicio Resuelto

A continuación se presentan varios casos. Lee cada uno cuidadosamente e identifica el **tipo de amenaza** al que se enfrenta la persona y proporciona una **solución** adecuada para evitar o resolver el problema.

Caso 1:

Marcos recibe un correo electrónico de su "banco", informándole de actividades sospechosas en su cuenta y solicitándole que haga clic en un enlace para verificar su información. Sin pensarlo mucho, hace clic en el enlace, que lo lleva a una página que parece idéntica a la de su banco. Ingresa su nombre de usuario y contraseña, pero más tarde descubre que su cuenta ha sido comprometida.

- ✔ **Pregunta:** ¿Qué tipo de amenaza enfrenta Marcos y cuál sería la solución adecuada?

Caso 2:

Sara está en una cafetería y ve un cartel que anuncia una oferta del 50% de descuento en su próxima compra si escanea un código QR. Sara lo escanea y es redirigida a un sitio web donde se le pide que ingrese su nombre y número de tarjeta de crédito para aplicar el descuento. Días después, descubre cargos no autorizados en su tarjeta.

- ✔ **Pregunta:** ¿Qué tipo de amenaza enfrentó Sara y cuál sería la solución?

Caso 3:

Carlos descarga lo que él cree que es una aplicación gratuita para mejorar el rendimiento de su computadora desde un sitio web no verificado. Después de instalarla, su computadora empieza a funcionar lentamente y aparece un mensaje en pantalla indicando que todos sus archivos han sido cifrados. El mensaje le solicita el pago de una suma en criptomonedas para recuperar el acceso a sus archivos.

- ✔ **Pregunta:** ¿Qué tipo de amenaza está afectando a Carlos y cómo podría solucionarse?

Caso 4:

Ana publica fotos de su vida diaria en redes sociales, incluyendo las rutas de sus entrenamientos al aire libre. Un desconocido comienza a seguirla, y ella recibe mensajes amenazantes que demuestran que la persona sabe dónde suele estar y sus rutinas diarias.

- ✔ **Pregunta:** ¿Qué tipo de amenaza enfrenta Ana y qué solución podría aplicar para protegerse?

Caso 5:

Luis está navegando en una red social cuando recibe un mensaje directo de un

"amigo" que le pide que haga clic en un enlace para ver un video. El enlace lo lleva a un sitio que parece inofensivo, pero inmediatamente después, su cuenta de la red social es hackeada y empieza a enviar mensajes similares a todos sus contactos.

✔ **Pregunta:** ¿Qué tipo de amenaza está afectando a Luis y qué puede hacer para solucionarlo?

Mostrar retroalimentación

Soluciones:

1. Caso 1:

✔ **Tipo de amenaza: Phishing.**

✔ **Solución:** Marcos debe contactar a su banco de inmediato, cambiar todas sus contraseñas y reportar la actividad fraudulenta. En el futuro, debe verificar siempre la autenticidad de los correos y nunca hacer clic en enlaces sospechosos, sino ingresar directamente al sitio del banco.

2. Caso 2:

✔ **Tipo de amenaza: QR Quishing.**

✔ **Solución:** Sara debe reportar los cargos fraudulentos a su banco y solicitar una nueva tarjeta de crédito. En el futuro, debe evitar escanear códigos QR de fuentes no verificadas, especialmente si piden información financiera.

3. Caso 3:

✔ **Tipo de amenaza: Ransomware.**

✔ **Solución:** Carlos debe desconectar su computadora de la red, intentar restaurar los archivos desde una copia de seguridad y, si es posible, usar software especializado para eliminar el ransomware. Además, debe evitar descargar software de sitios no verificados y mantener un sistema de respaldo actualizado.

4. Caso 4:

✔ **Tipo de amenaza: Violación de privacidad y ciberacoso.**

✔ **Solución:** Ana debe ajustar la configuración de privacidad de sus redes sociales, evitar compartir información sensible como ubicaciones en tiempo real y denunciar al acosador a las autoridades. También debe limitar qué personas pueden ver sus publicaciones.

5. Caso 5:

✔ **Tipo de amenaza: Ataque de phishing en redes sociales.**

✔ **Solución:** Luis debe cambiar su contraseña de inmediato, habilitar la autenticación de dos factores en sus cuentas y advertir a sus amigos sobre el ataque. Debe ser más cuidadoso al hacer clic en enlaces sospechosos en mensajes directos.



Autoevaluación

¿Es verdadero o falso?

Marta recibió un mensaje de texto que parecía ser de su banco, pidiéndole que verificara su cuenta mediante un enlace. Como no estaba segura, decidió llamar al banco directamente antes de hacer clic en el enlace. Esto es una buena práctica para evitar caer en un ataque de phishing.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Juan descargó una aplicación gratuita para editar videos desde un sitio web desconocido. Después de instalarla, su computadora comenzó a mostrar ventanas emergentes de anuncios constantemente. Esto es un claro indicio de un ataque de phishing.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Este es un caso de **malware** o **adware**, no de phishing. Descargar aplicaciones de sitios no confiables puede llevar a la instalación de software malicioso que afecta el rendimiento de la computadora.

Laura escaneó un código QR en un restaurante que prometía descuentos, pero en lugar de obtener el descuento, fue redirigida a un sitio web falso que pedía su información personal. Esto es un ejemplo de QR Quishing.

☐ Verdadero ☐ Falso

Verdadero

Roberto recibió una llamada telefónica de alguien que decía ser del soporte técnico de su proveedor de Internet. Le pidieron su número de cuenta y contraseñas para "verificar su identidad". Roberto compartió la información rápidamente, ya que creía que era urgente. Esto es un ejemplo de ransomware.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Este es un caso de **vishing**, que es phishing por voz. Compartir información personal por teléfono sin verificar la identidad del interlocutor puede llevar a un robo de identidad o fraude.

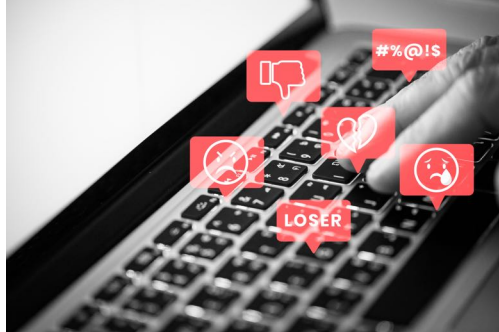
Clara publica regularmente fotos y ubicaciones en redes sociales sobre sus actividades diarias y viajes. Esta es una práctica segura siempre que mantenga su perfil en privado.

☐ Verdadero ☐ Falso

Falso

Incluso con un perfil privado, compartir demasiada información personal en redes sociales puede poner en riesgo la **privacidad** y seguridad de Clara, permitiendo que personas malintencionadas sigan sus movimientos.

5.1.- Riesgos de un uso inadecuado y amenazas en la red.



rawpixel.com. *Riesgos en la Red* ([CC BY-NC-SA](#))



Reflexiona

¿Cómo pueden los usuarios protegerse del phishing y evitar caer en estafas en línea?

Mostrar retroalimentación

Para protegerse del phishing, es crucial estar siempre alerta y ser escéptico con los correos electrónicos y mensajes no solicitados. Nunca se debe hacer clic en enlaces ni descargar archivos adjuntos de remitentes desconocidos. Además, es recomendable verificar la URL de los sitios web a los que se accede, asegurándose de que comiencen con "https://" y sean confiables. Utilizar autenticación de dos factores (2FA) y mantener el software de seguridad actualizado también puede proporcionar una capa adicional de protección. Finalmente, educarse y mantenerse informado sobre las tácticas de phishing más comunes es clave para reconocer y evitar estas estafas.



Ejercicio Resuelto

Escenario: Una pequeña empresa ha recibido varios correos electrónicos sospechosos dirigidos a sus empleados. Uno de estos correos contenía un enlace

que, al hacer clic, llevó a un sitio web que imitaba la página de inicio de sesión del sistema de gestión de la empresa.

Parte 1: Identificación del Riesgo

Pregunta: ¿Qué tipo de riesgo representa esta situación y qué amenaza específica se está utilizando?

Parte 2: Medida Preventiva

Pregunta: ¿Qué acción inmediata puede tomar la empresa para protegerse contra este tipo de amenaza?

Mostrar retroalimentación

Parte 1: Identificación del Riesgo

Pregunta: ¿Qué tipo de riesgo representa esta situación y qué amenaza específica se está utilizando?

Respuesta: El riesgo es el **phishing**. La amenaza específica es un **sitio web falso** diseñado para robar credenciales de inicio de sesión.

Parte 2: Medida Preventiva

Pregunta: ¿Qué acción inmediata puede tomar la empresa para protegerse contra este tipo de amenaza?

Respuesta: La empresa debe **informar y capacitar a los empleados** sobre cómo identificar correos electrónicos y enlaces sospechosos. Además, es importante **habilitar la  autenticación de dos factores (2FA)** en todas las cuentas sensibles para añadir una capa extra de seguridad.

Resumen

Esta actividad sencilla ayuda a identificar un riesgo común en la ciberseguridad y refuerza la importancia de la capacitación y la implementación de medidas de seguridad adicionales para prevenir el acceso no autorizado a los sistemas.



Autoevaluación

¿Qué es el phishing?

- ☐ Un tipo de malware que cifra los archivos de un dispositivo.
- ☐ Un método utilizado para engañar a las personas y hacer que revelen información personal a través de correos electrónicos o sitios web falsos.
- ☐ Un programa de software que mejora la seguridad del sistema operativo.
- ☐ Un protocolo de seguridad utilizado para cifrar las comunicaciones en línea.

Esto describe el ransomware, un tipo de malware que cifra archivos y exige un pago para desbloquearlos.

El phishing es una técnica de fraude en la que los ciberdelincuentes se hacen pasar por entidades confiables para robar información confidencial.

Esto describe software de seguridad, como antivirus o firewalls, no una técnica de estafa.

Esto se refiere a protocolos como HTTPS, que aseguran las comunicaciones en línea, y no está relacionado con el phishing.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué es el ransomware?

- ☐ Un tipo de ataque que utiliza correos electrónicos falsos para engañar a las

víctimas.

- ☐ Un tipo de malware que bloquea el acceso a los archivos de la víctima hasta que se pague un rescate.
- ☐ Incorrecto. Esto es una descripción general del phishing, no del ransomware.
- ☐ Incorrecto. Un programa antivirus es una herramienta de defensa contra malware, no una amenaza en sí.

Incorrecto. Esto es una descripción general del phishing, no del ransomware.

El ransomware cifra los archivos de la víctima y exige un pago para su recuperación, afectando gravemente la accesibilidad a los datos.

Correcto. El ransomware cifra los archivos de la víctima y exige un pago para su recuperación, afectando gravemente la accesibilidad a los datos.

Incorrecto. Esto se refiere a software diseñado para proteger la privacidad, como VPNs o herramientas de anonimato, no a ransomware.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

¿Qué medida de seguridad es eficaz para protegerse contra el phishing?

- ☐ Usar contraseñas simples y fáciles de recordar.
- ☐ Evitar el uso de cualquier tipo de protección antivirus.

- ☐ No hacer clic en enlaces sospechosos y verificar la autenticidad de los correos electrónicos.
- ☐ Compartir información personal en todas las plataformas para estar protegido.

Incorrecto. Las contraseñas simples son vulnerables a ataques de fuerza bruta y no protegen contra phishing.

Incorrecto. Evitar el uso de antivirus expone al sistema a diversas amenazas, incluido el malware que puede ser entregado a través de phishing.

Correcto. Verificar la autenticidad de los correos electrónicos y evitar hacer clic en enlaces sospechosos son prácticas clave para evitar caer en ataques de phishing.

Incorrecto. Compartir información personal indiscriminadamente aumenta el riesgo de ser víctima de fraudes y robos de identidad.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

¿Cuál de las siguientes opciones es una medida preventiva contra el ransomware?

- ☐ Desactivar todas las actualizaciones de software para evitar interrupciones.
- ☐ Realizar copias de seguridad regulares de los datos importantes.
- ☐ Descargar software de fuentes no verificadas para ahorrar costos.
- ☐ Compartir la misma contraseña entre varias cuentas para facilitar el acceso.

Incorrecto. Desactivar las actualizaciones de software aumenta la vulnerabilidad a exploits y ransomware, ya que los parches de seguridad no se aplican.

Correcto. Realizar copias de seguridad de los datos es crucial para poder restaurar archivos en caso de un ataque de ransomware sin necesidad de pagar el rescate.

Incorrecto. Descargar software de fuentes no verificadas puede introducir malware, incluyendo ransomware, en el sistema.

Incorrecto. Usar la misma contraseña en múltiples cuentas aumenta el riesgo de seguridad; si una cuenta es comprometida, todas las demás también lo serán.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

5.2.- Seguridad y privacidad en Internet: Privacidad y pautas de navegación segura.

¿Qué es la seguridad y privacidad en Internet?

La seguridad y la privacidad en Internet son dos preocupaciones fundamentales en el ámbito digital. A medida que más aspectos de nuestra vida cotidiana se trasladan al mundo en línea, la protección de nuestra información personal y la seguridad en la navegación son de suma importancia. A continuación, exploraré en detalle la privacidad y las pautas de navegación segura en el ámbito digital.



freepik. Seguridad ([CC BY-NC-SA](#))

¿Cómo es la privacidad en internet?

La privacidad en Internet se refiere a la protección de la información personal de los usuarios mientras utilizan servicios en línea. Aquí hay aspectos clave a considerar:

Recopilación de datos personales

Muchos servicios en línea recopilan datos personales de los usuarios, como nombres, direcciones, preferencias, historiales de navegación, entre otros. Es importante comprender qué información se está recopilando y con qué propósito.



Consentimiento informado

Los usuarios deben otorgar su consentimiento informado antes de que se recopilen sus datos personales. Esto significa que deben saber exactamente qué información se recopilará y cómo se utilizará antes de proporcionarla.

Ejemplo práctico: al registrarse en una aplicación, los usuarios reciben una descripción detallada de los datos recopilados y su uso. Solo después de aceptar explícitamente los términos, la plataforma recopila la información personal, asegurando el consentimiento informado del usuario.

Políticas de privacidad

Las empresas y sitios web suelen tener políticas de privacidad que describen cómo manejan los datos de los usuarios. Es importante revisar estas políticas para comprender cómo se utilizará la información.



Seguridad de datos

Los datos personales deben estar protegidos contra el acceso no autorizado. Las empresas deben implementar medidas de seguridad, como el cifrado de datos, para evitar fugas de información.

Derecho al olvido

En algunos lugares, existe el "derecho al olvido", que permite a las personas solicitar la eliminación de sus datos personales cuando ya no sean necesarios.



¿Cuáles son las pautas de una navegación segura?

La navegación segura implica tomar medidas para protegerse mientras se utiliza Internet. Aquí están algunas pautas para navegar de manera más segura:

Mantén el software actualizado

Asegúrate de que tu sistema operativo, navegadores web y programas estén siempre actualizados. Las actualizaciones suelen incluir correcciones de seguridad.

Utiliza contraseñas seguras

Crea contraseñas fuertes que incluyan letras mayúsculas y minúsculas, números y caracteres especiales. No uses la misma contraseña para múltiples servicios.

Autenticación de dos factores (2FA)

Habilita la autenticación de dos factores siempre que sea posible. Esto añade una capa adicional de seguridad.

Evita sitios web no seguros

Asegúrate de que los sitios web que visitas utilicen conexiones seguras (https:// en lugar de http://). Evita hacer clic en enlaces sospechosos.

Software antivirus y antimalware

Instala un buen software antivirus y antimalware en tu dispositivo y manténlo actualizado.

Sospecha de correos electrónicos sospechosos

No hagas clic en enlaces o descargues archivos adjuntos de correos electrónicos de remitentes desconocidos o sospechosos.

Configura cortafuegos

Configura un cortafuegos en tu dispositivo o router para proteger tu red.

Usa una VPN

Una red privada virtual (VPN) oculta tu dirección IP y cifra tu tráfico web, lo que aumenta tu privacidad en línea.

Protege tu información personal

No compartas información personal o financiera en sitios web no seguros o con desconocidos en línea.

Educación en seguridad en línea

Aprende sobre las últimas amenazas en línea y mantente informado sobre las mejores prácticas de seguridad.

En resumen, la privacidad y la seguridad en Internet son aspectos esenciales del mundo digital. Los usuarios deben estar conscientes de la información que comparten y tomar medidas para navegar de manera segura, protegiendo su privacidad y sus datos personales. La educación y la conciencia son clave para mantenerse seguros en línea.



Autoevaluación

Rellena los espacios con las palabras adecuadas en cada caso.

1. La privacidad en Internet se refiere a la protección de la personal de los usuarios mientras utilizan servicios en línea.
2. Muchos servicios en línea recopilan datos personales de los usuarios, como nombres, direcciones, , historiales de navegación, entre otros.
3. Los usuarios deben otorgar su informado antes de que se recopilen sus datos personales.
4. Las de privacidad describen cómo las empresas y sitios web manejan los datos de los usuarios.
5. Las empresas deben implementar medidas de seguridad, como el de datos, para evitar fugas de información.
6. En algunos lugares, existe el "derecho al ", que permite a las personas solicitar la eliminación de sus datos personales cuando ya no sean necesarios.
7. Mantener el software es una pauta importante para una

navegación segura, ya que las actualizaciones suelen incluir correcciones de seguridad.

8. Crear contraseñas fuertes que incluyan letras mayúsculas y minúsculas, números y [REDACTED] especiales es crucial para la seguridad en línea.
9. Habilitar la [REDACTED] de dos factores (2FA) añade una capa adicional de seguridad a tus cuentas en línea.
10. Evita sitios web no seguros asegurándote de que utilizan conexiones [REDACTED] (https:// en lugar de http://).
11. Instalar un buen software antivirus y [REDACTED] en tu dispositivo y mantenerlo actualizado es esencial para proteger contra amenazas en línea.
12. No hagas clic en enlaces o descargues archivos adjuntos de correos electrónicos de remitentes desconocidos o [REDACTED] .
13. Configura un [REDACTED] en tu dispositivo o router para proteger tu red.
14. Una red privada virtual (VPN) oculta tu [REDACTED] y cifra tu tráfico web, aumentando tu privacidad en línea.
15. No compartas información personal o financiera en sitios web no [REDACTED] o con desconocidos en línea.

Enviar

